文章编号: 1001-0920 (2016) 01-0084-07 DOI: 10.13195/j.kzyjc.2014.1707

基于“功能驱动”和“差异驱动”原理的灰关联贴近度决策方法

蒋诗泉[1,2a], 刘思峰[1], 刘中侠[2b], 方志耕[1]

(1. 南京航空航天大学 经济与管理学院，南京 210016；2. 铜陵学院
a. 数学与计算机学院，b. 财税与公共管理学院，安徽 铜陵 244000)

摘 要: 针对决策过程中指标权重确定问题, 在分析基于“功能驱动”原理和“差异驱动”原理的主客观赋权方法优缺点的基础上, 利用灰色关联度和逼近理想解方法 (TOPSIS) 的思想, 考虑各指标间可能产生相互影响, 以数据包络分析 (DEA) 和层次分析法 (AHP) 为辅助模型, 构造一种基于面积的度量方法, 并以两个方案相邻指标之间构成的多边形面积为关联系数的灰色关联贴近度决策模型, 分别计算各方案的灰色关联贴近度, 使得权重的确定能够同时反映主客观要求与变换趋势的一致性. 最后通过实例分析表明了所提出方法的科学性和实用性.

关键词: 数据包络分析；层次分析法；逼近理想解方法；灰色关联贴近度

中图分类号: N941.5 **文献标志码:** A

Grey incidence decision-making method of close degree based on the principle of “function driver” and “difference driver”

JIANG Shi-quan[1,2a], *LIU Si-feng*[1], *LIU Zhong-xia*[2b], *FANG Zhi-geng*[1]

(1. College of Economic and Management，Nanjing University of Aeronautics and Astronautics，Nanjing 210016，China; 2a. College of Mathematics and Computer Science，2b. College of Finance and Taxation and Public Administration, Tongling University，Tongling 244000，China．Correspondent：JIANG Shi-quan，E-mail：jshq6699@163.com)

Abstract：To determine the index weight in the decision-making process, the advantages and disadvantages of subjective and objective empower methods based on the principle of “function drive” and “difference drive” are analyzed, and the grey correlation and technique for order preference by similarty to ideal solution(TOPSIS) are used, considering the probable influence of the indexes on each other as well as taking data envelopment analysis(DEA) and analytic hierarchy process(AHP) as the auxiliary models, to construct an area-based measurement. By using the coefficient which is the area between two adjacent points, the decision-making model of grey correlation is adopted, to calculate the closeness degree of grey correlation in each scheme to ensure that the index weight reflects the subjective and objective degrees and the consistency of changes at the same time. Example analysis shows that the proposed method is scientific and practical.

Keywords：data envelopment analysis；analytic hierarchy process；technique for order preference by similarty to ideal solution；grey correlation close degree

0 引 言

在决策评价过程中, 首先需要构建一套科学、完整的评价指标体系, 其次是对各个评价指标赋予权重, 而合理地确定指标权重则关系到方案排序的正确性和可靠性. 目前, 确定指标权重的主要方法有 3 类: 第 1 类是基于“功能驱动”原理的主观赋权方法, 其主要的共性是体现决策者的主观偏好[1-3]; 第 2 类是基于“差异驱动”原理的客观赋权方法, 其主要共性是不体现决策者的主观色彩, 而是基于决策矩阵信息的客观赋权方法[4-6]; 第 3 类是综合集成赋权法, 例如组合赋权法[7]、基于粗集理论的综合赋权法[8]、熵系数综合集成法[9]和基于模糊判断矩阵的专家法[10]等. 对于同一综合评价问题而言, 第 1 类和第 2 类方法各有千秋. 基于“功能驱动”原理的主观赋权法主要是依赖专家的知识、偏好和经验, 尽管表达了决策者的主观判断, 但会使评价结果带有主观随意性. 基于“差

收稿日期: 2014-11-08；**修回日期:** 2015-01-31.

基金项目: 国家自然科学基金项目(71171113)；安徽省高校人文社会科学研究项目(SK2015A537)；安徽省自然科学基金项目(1208085MG121).

作者简介: 蒋诗泉(1974−), 男, 副教授, 博士生, 从事灰色理论、复杂系统建模的研究；刘思峰(1955−), 男, 教授, 博士生导师, 从事灰色理论、数量经济学等研究.

异驱动”原理的客观赋权方法是依赖于数理和优化理论, 通过严谨的数理逻辑推理来确定指标权重. 由于通过数理推理往往会忽略专家的一些主观的但对决策能够起到至关重要作用的经验知识和信息, 一个自然的想法是将两类赋权法加以集成, 使主客观信息通过指标权重被充分地表达出来. 另外, 从解释性的视角看, 主观赋权方法具有较好的解释性, 而客观赋权法的解释性较差, 虽然客观赋权法是通过严密的数理推导, 客观性较强, 但有时所确定的指标权重往往与实际情况的重要程度相悖, 或者很难作出确切的解释[11]. 从系统分析的视角看, 主客观组合赋权方法表现为一种系统分析的科学思想[12]. 从再现性和继承性视角看, 主观赋权方法在评价过程中其再现性和透明性较差, 但权重系数具有继承性和保序性, 而客观赋权法权重系数依模型而有所变化, 权重系数继承性和保序性较差[13]. 因此, 若只用一类方法赋权, 则很可能会造成因方法选择不同而使指标权重系数的偏倚.

利用灰色关联度与其他方法集成进行权重的确定是灰色理论在决策方面应用的推广. 例如文献 [14] 提出的一种利用灰色关联度主客观集成的赋权方法; 文献 [15] 将灰色关联度与理想解法加以集成进行决策; 文献 [16] 将AHP 和 DEA与灰色关联方法集成. 但是, 利用灰色关联度求解指标的权重也存在不足. 首先, 关联度大都利用“邓氏关联度”, 而该关联度的关联系数是从距离的角度进行计算的, 对于多指标赋值有时效果不是很好. 另外, 指标相互之间也有联系, 因此这样计算的关联系数不可能全面客观地反映指标的权重. 文献 [17] 利用灰色关联度决策时, 只计算各备选方案的效果评价向量与理想最优方案效果评价向量之间的关联度, 然后按关联度大小进行排序, 在某些决策过程中由于多种原因使已有信息得不到充分利用, 造成某个方案与理想最优方案最为接近的同时并不远离临界最优方案[18].

基于以上各方面的考虑, 首先在计算关联度系数时采用基于面积的灰关联系数的计算, 既考虑指标之间的距离又考虑平行指标间的相互影响; 同时, 为解决信息利用不充分和方案的动态变化不一致性, 借用 TOPSIS 的思想定义一种能够测度方案排序的模型——“灰色关联贴近度”模型. 本文以主观赋权 AHP 法和客观赋权 DEA 法为辅助模型, 构建一个“灰色关联贴近度”模型, 并以其为例讨论方案排序问题.

1　基于 AHP 和 DEA 的灰色关联贴近度模型构建

1.1　AHP 方法确定权重简介

考虑 m 个评价准则, 记 $J=\{1,2,\cdots,m\}$ 为下标集合, 将准则两两比较得判断矩阵 $A=(a_{ij})_{m\times m}$. A 导出的归一化权重 ω 由 $A\omega=\lambda_{\max}\omega$ 求得. $\omega=(\omega_1,\omega_2,\cdots,\omega_m)^{\mathrm{T}}$, 其中 $\lambda_{\max}$ 为 A 的最大特征值. A 的一致性比率

$$\mathrm{CR}=\frac{\mathrm{CI}}{\mathrm{RI}}.$$

其中: CI 为一致性指标, 计算公式为 $\mathrm{CI}=(\lambda_{\max}-m)/(m-1)$; RI 为随机一致性指标. 若 $\mathrm{CR}\leqslant 0.10$, 则称 A 是满意一致性判断矩阵. 由此, m 个评价准则的权重即为 ω.

1.2　DEA 方法确定权重简介

DEA 是通过求其最优解来确定指标权重, 常用的 DEA 模型是 C^2R 模型, 其基本原理是: 假定有 m 个决策单元 $\mathrm{DMU}_i(i=1,2,\cdots,m)$, n 个评价指标, 每个 DMU_i 都有 p 个类型输入和 q 个类型输出, 其对应输入和输出向量分别为 $X_i=(x_{1i},x_{2i},\cdots,x_{pi})^{\mathrm{T}}$, $Y_i=(y_{1i},y_{2i},\cdots,y_{qi})^{\mathrm{T}}$, $X_i>0, Y_i>0$ 且 $p+q=n$. 设 $v=(v_1,v_2,\cdots,v_s,\cdots,v_p)^{\mathrm{T}}$, $u=(u_1,u_2,\cdots,u_t,\cdots,u_q)^{\mathrm{T}}$ 分别为输入向量和输出向量的权重. 对第 j_0 个 DMU 进行效率评价, 以第 j_0 个 DMU 的效率指数 h_0 为目标, 在效率评价指标 $h_j\leqslant 1(j=1,2,\cdots,m)$ 的约束条件下, 求使得 h_0 取得最大值时的权重系数 u 和 v. 其优化模型[19]如下:

$$\max h_0=\frac{\sum\limits_{r=1}^{q}u_r y_{rj_0}}{\sum\limits_{i=1}^{p}v_i x_{ij_0}}.$$

$$\text{s.t.}\begin{cases}\dfrac{\sum\limits_{r=1}^{q}u_r y_{rj}}{\sum\limits_{i=1}^{p}v_i x_{ij}}\leqslant 1,\ 1\leqslant j\leqslant m;\\ v\geqslant 0,\ u\geqslant 0.\end{cases}\tag{1}$$

式 (1) 通过 Charnes-Cooper 变换, 可等价地转化为一个线性规划模型, 利用 LINGO 编程求解并进行归一化处理, 即可得到各指标相应的权重

$$w_i=(v_1',v_2',\cdots,v_s',\cdots,v_p',u_1',u_2',\cdots,u_t',\cdots,u_q')^{\mathrm{T}}.\tag{2}$$

1.3　基于灰关联贴近度模型的综合权重集成

设某决策问题有 m 个备选方案, 每个备选方案有 n 个指标, 称 $A_i=(a_{i1},a_{i2},\cdots,a_{ij},\cdots,a_{in})(i=1,2,\cdots,m;j=1,2,\cdots,n)$ 为第 i 个方案的指标序列, 则 m 个方案的指标序列原始值构成矩阵

$$A=\begin{bmatrix}A_1\\A_2\\\vdots\\A_m\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}a_{11}&a_{12}&\cdots&a_{1n}\\a_{21}&a_{22}&\cdots&a_{2n}\\\vdots&\vdots&\ddots&\vdots\\a_{m1}&a_{m2}&\cdots&a_{mn}\end{bmatrix}.\tag{3}$$

1.3.1 确定最优方案指标集和最劣方案指标集

设最优方案指标集为

$$A_0^+=(a_{01}^+,a_{02}^+,\cdots,a_{0n}^+),$$

其中 $a_{0j}^+(j=1,2,\cdots,n)$ 为第 j 个指标的最优值. 最优值的取法应根据指标的类型确定, 若指标为效益型, 则取最大值为最优值; 若指标为成本型, 则取最小值为最优值. 设最劣方案指标集为

$$A_0^-=(a_{01}^-,a_{02}^-,\cdots,a_{0n}^-),$$

其中 $a_{0j}^-(j=1,2,\cdots,n)$ 为第 j 个指标的最劣值, 取法应根据指标的类型确定, 方法与最优值取法正好相反. 在最优指标集和最劣指标集确定后, 可以构造如下两个建模矩阵:

$$B=\begin{bmatrix}A_0^+\\A_1\\A_2\\\vdots\\A_m\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}a_{01}^+&a_{02}^+&\cdots&a_{0n}^+\\a_{11}&a_{12}&\cdots&a_{1n}\\a_{21}&a_{22}&\cdots&a_{2n}\\\vdots&\vdots&\ddots&\vdots\\a_{m1}&a_{m2}&\cdots&a_{mn}\end{bmatrix},$$

$$C=\begin{bmatrix}A_0^-\\A_1\\A_2\\\vdots\\A_m\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}a_{01}^-&a_{02}^-&\cdots&a_{0n}^-\\a_{11}&a_{12}&\cdots&a_{1n}\\a_{21}&a_{22}&\cdots&a_{2n}\\\vdots&\vdots&\ddots&\vdots\\a_{m1}&a_{m2}&\cdots&a_{mn}\end{bmatrix}. \tag{4}$$

1.3.2 构造规范化建模矩阵

由于各个指标只能反映系统的某个方面, 为便于比较, 首先应消除不同指标之间的量纲和数量级差异. 因此, 必须对指标进行规范化处理, 此处利用极值处理方法[18]. 对于指标 a_j 为极小型的情况, 有

$$a_{ij}^*=\frac{M_j-a_{ij}}{M_j-m_j},\ i=1,2,\cdots,m,\ j=1,2,\cdots,n,$$

$$a_{ij}^*\in[0,1]; \tag{5}$$

对于指标 a_j 为极大型的情况, 有

$$a_{ij}^*=\frac{a_{ij}-m_j}{M_j-m_j},\ i=1,2,\cdots,m,\ j=1,2,\cdots,n,$$

$$a_{ij}^*\in[0,1]. \tag{6}$$

其中

$$M_j=\max_i\{a_{ij}\}=\max(a_{0j},a_{1j},a_{2j},\cdots,a_{mj}),$$

$$m_j=\min_i\{a_{ij}\}=\min(a_{0j},a_{1j},a_{2j},\cdots,a_{mj}).$$

数据处理后便可以构造一个规范化的建模矩阵

$$D=\begin{bmatrix}A_0^*\\A_1^*\\A_2^*\\\vdots\\A_m^*\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}a_{01}^*&a_{02}^*&\cdots&a_{0n}^*\\a_{11}^*&a_{12}^*&\cdots&a_{1n}^*\\a_{21}^*&a_{22}^*&\cdots&a_{12}^*\\\vdots&\vdots&\ddots&\vdots\\a_{m1}^*&a_{m2}^*&\cdots&a_{mn}^*\end{bmatrix}. \tag{7}$$

1.3.3 基于面积关联系数矩阵的确定

在决策过程中, 由于系统评价指标之间可能存在相互影响, 在利用灰关联决策时, 不同方案之间的关联度不仅与不同方案同一指标之间的距离有关, 而且与同一方案相邻的两个指标之间的距离也有关. 因此, 可以用两个方案的序列折线相邻指标之间对应的面积作为灰关联系数. 该关联系数作为两序列局部相似度的衡量标准, 采用两级最小差与最大差, 综合考虑系统中比较序列对关联系数的影响.

定义 1 设行为指标序列

$$X_0=(x_0(1),x_0(2),\cdots,x_0(n)),$$

$$X_i=(x_i(1),x_i(2),\cdots,x_i(n)),$$

且 $X_0^0=(x_0^0(1),x_0^0(2),\cdots,x_0^0(n))$, $X_i^0=(x_i^0(1),x_i^0(2),\cdots,x_i^0(n))$ 为 X_0、X_i 经过规范化处理后的指标序列, $i=1,2,\cdots,m$, 则对于任意 $\xi\in(0,1)$, 称

$$\delta_{ij}=\gamma(x_0^0(k),x_i^0(k))=$$

$$\frac{\min\limits_i\min\limits_k|S_{0i}(k)|+\xi\max\limits_i\max\limits_k|S_{0i}(k)|}{|S_{0i}(k)|+\xi\max\limits_i\max\limits_j|S_{0i}(k)|}$$

为面积关联系数. 其中: ξ 为分辨系数, $S_{0i}(k)$ 为两折线相邻指标间多边形的面积.

定理 1 设 $X_0^0(k)$、$X_i^0(k)$ 分别为 $X_0(k)$、$X_i(k)$ 经过规范化处理后的序列, $S_{0i}(k)$ 为两折线相邻指标间多边形的面积, 则

$$S_{0i}(k)=$$

$$\int_k^{k+1}|X_0^0(t)-X_i^0(t)|\mathrm{d}t=$$

$$\begin{cases}\dfrac{|(x_i^0(k+1)+x_i^0(k))-(x_0^0(k+1)+x_0^0(k))|}{2},\\ \qquad\text{多边形为梯形时;}\\ \dfrac{1}{2}|x_0^0(k+1)-x_i^0(k+1)|\ \text{or}\ \dfrac{1}{2}|x_0^0(k)-x_i^0(k)|,\\ \qquad\text{梯形退化为三角形时;}\\ \dfrac{1}{2}|(x_0^0(k)+x_i^0(k))-(x_0^0(k+1)+x_i^0(k+1))|-\\ \dfrac{|x_i^0(k)-x_0^0(k)|\cdot|x_0^0(k+1)-x_i^0(k+1)|}{|x_i^0(k)-x_0^0(k)-x_i^0(k+1)+x_0^0(k+1)|},\\ \qquad\text{两个三角形时.}\end{cases}$$

证明 两直线位置情况主要有 3 种, 具体见图 1 ～图 3. 下面分这 3 种情况进行讨论并证明.

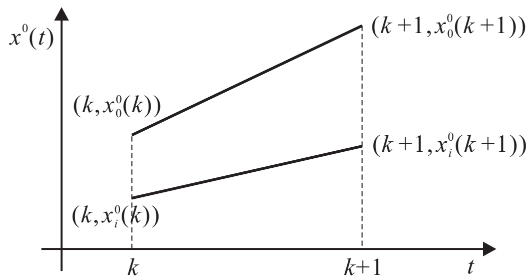

图 1 指标连线构成梯形

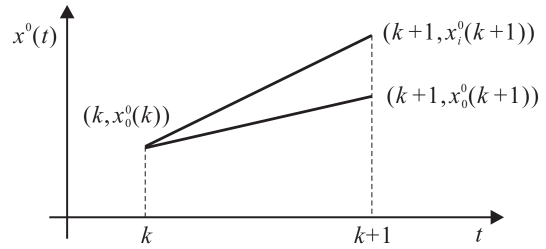

图 2　指标连线构成一个三角形

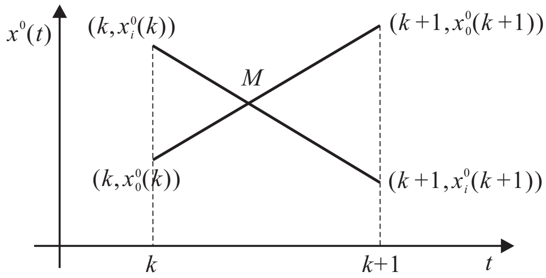

图 3　指标连线构成两个三角形

1) 当点 $(k, x_0^0(k))$ 和点 $(k+1, x_0^0(k+1))$ 的连线与 $(k, x_i^0(k))$ 和点 $(k+1, x_i^0(k+1))$ 的连线不相交时 (见图 1), 即 4 个点连线构成一个梯形, 则由梯形面积公式可以得到

$$S_{0i}(k) = \int_k^{k+1} |X_0^0(t) - X_i^0(t)|\mathrm{d}t = \frac{|(x_i^0(k+1) + x_i^0(k)) - (x_0^0(k+1) + x_0^0(k))|}{2}.$$

2) 当点 $(k, x_0^0(k))$ 和点 $(k+1, x_0^0(k+1))$ 的连线与 $(k, x_i^0(k))$ 和点 $(k+1, x_i^0(k+1))$ 的连线相交于某一端点时 (见图 2), 其连线构成一个三角形, 则由三角形面积公式可以得到

$$S_{0i}(k) = \int_k^{k+1} |X_0^0(t) - X_i^0(t)|\mathrm{d}t = \frac{1}{2}|x_0^0(k+1) - x_i^0(k+1)|,$$

或

$$S_{0i}(k) = \int_k^{k+1} |X_0^0(t) - X_i^0(t)|\mathrm{d}t = \frac{1}{2}|x_0^0(k) - x_i^0(k)|.$$

3) 当点 $(k, x_0^0(k))$ 和点 $(k+1, x_0^0(k+1))$ 的连线与 $(k, x_i^0(k))$ 和点 $(k+1, x_i^0(k+1))$ 的连线相交 (端点除外) 时 (见图 3), 设其交点为 M, 其连线构成两个三角形. 由解析几何知识可以得到点 $(k, x_0^0(k))$ 和点 $(k+1, x_0^0(k+1))$ 的连线的直线方程为

$$y = x_0^0(k) + (x_0^0(k+1) - x_0^0(k))(x-k).$$

同理可以得到 $(k, x_i^0(k))$ 和点 $(k+1, x_i^0(k+1))$ 的连线方程为

$$y = x_i^0(k) + (x_i^0(k+1) - x_i^0(k))(x-k).$$

将上面两个方程联立, 可以求得交点 $M(x, y)$ 的坐标为

$$x = \frac{(x_i^0(k) - x_0^0(k)) + k(x_i^0(k) +}{x_i^0(k) + x_0^0(k+1) -} \rightarrow$$
$$\leftarrow \frac{x_0^0(k+1) - x_0^0(k) - x_i^0(k+1))}{x_0^0(k) - x_i^0(k+1)},$$
$$y = \frac{(x_i^0(k) \cdot x_0^0(k+1) - x_0^0(k) \cdot x_i^0(k+1))}{x_i^0(k) + x_0^0(k+1) - x_0^0(k) - x_i^0(k+1)}.$$

因此, 两个三角形的面积为

$$S_{0i}(k) = \int_k^{k+1} |X_0^0(t) - X_i^0(t)|\mathrm{d}t = \frac{1}{2}|(x_i^0(k) + x_0^0(k)) - (x_0^0(k+1) + x_i^0(k+1))| - \frac{|x_i^0(k) - x_0^0(k)| \cdot |x_0^0(k+1) - x_i^0(k+1)|}{|x_i^0(k) - x_0^0(k) - x_i^0(k+1) + x_0^0(k+1)|}.$$ □

定义 2　设 δ_{ij}^+ 和 δ_{ij}^- 是由定义 1 所定义的关联系数, 若 δ_{ij}^+ 是第 i 个方案的第 j 个指标与最优方案的第 j 个指标的关联系数, 则称矩阵

$$F_1 = \begin{bmatrix} \delta_{11}^+ & \delta_{12}^+ & \cdots & \delta_{1n}^+ \\ \delta_{21}^+ & \delta_{22}^+ & \cdots & \delta_{2n}^+ \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \delta_{m1}^+ & \delta_{m2}^+ & \cdots & \delta_{mn}^+ \end{bmatrix}$$

为最优方案指标的关联系数矩阵, 简称优关联系数矩阵; 若 δ_{ij}^- 是第 i 个方案的第 j 个指标与最劣方案的第 j 个指标的关联系数, 则称矩阵

$$F_2 = \begin{bmatrix} \delta_{11}^- & \delta_{12}^- & \cdots & \delta_{1n}^- \\ \delta_{21}^- & \delta_{22}^- & \cdots & \delta_{2n}^- \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \delta_{m1}^- & \delta_{m2}^- & \cdots & \delta_{mn}^- \end{bmatrix}$$

为最劣方案指标的关联系数矩阵, 简称劣关联系数矩阵.

1.4　基于 TOPSIS 思想的各备选方案的灰色关联贴近度

定义 3　设 F_{1i}、F_{2i} 分别是关联系数矩阵 F_1、F_2 的行向量, W_i^* 为指标的综合权重向量, 则称 R_{si}^+、R_{si}^- $(i = (1, 2, \cdots, m))$ 分别为最优方案关联度和最劣方案关联度. 其中

$$R_{Si}^+ = F_{1i} \times W_i^* = [\delta_{i1}^+, \delta_{i2}^+, \cdots, \delta_{in}^+] \times [w_1^*, w_2^*, \cdots, w_n^*]^{\mathrm{T}}, \tag{8}$$

$$R_{Si}^- = F_{2i} \times W_i^* = [\delta_{i1}^-, \delta_{i2}^-, \cdots, \delta_{in}^-] \times [w_1^*, w_2^*, \cdots, w_n^*]^{\mathrm{T}}. \tag{9}$$

灰色关联度作为方案选优的测度, 其基本思想是: 基于两方案数据序列折线的相似程度和相对于始点的变换速率的接近程度进行比较分析, 以曲线的相似程度的大小作为关联程度的标准. 对于多指标决策问题, 必须从备选方案与最优和最劣两个方案的关联度考虑排序, 而不能仅从与最优方案的关联度的大小进行排序, 这是因为可能会出现与最优方案和最劣方案关联度都很大的情况. 因此, 本文定义一个能够测度备选方案与最优方案和最劣方案动态变化趋势一

致性问题的度量标准.

定义 4 令 $C_i = \dfrac{R_{si}^+}{R_{si}^+ + R_{si}^-}\ (i = 1, 2, \cdots, m)$ 为灰色关联贴近度, 其中 R_{si}^+、R_{si}^- 同定义 3.

根据定义 4 中"灰色关联贴近度 C_i", 可以对备选方案进行排序, C_i 越大, 方案越优.

1.5 灰关联贴近度决策算法步骤

Step 1: 采用基于"功能驱动"原理的主观赋权方法确定指标权重, 本文采用 AHP 方法;

Step 2: 采用基于"差异驱动"原理的客观赋权方法确定指标权重, 本文采用 DEA 方法;

Step 3: 采用综合集成赋权方法确定指标权重;

Step 4: 计算灰色关联贴近度;

Step 5: 按照 Step 4 所计算指标权重的灰色关联贴近度值, 对各方案进行排序.

2 实例分析

为方便比较, 利用文献 [16] 中的案例: 某工程项目招标, 经初审后确定 4 家投标单位 (编号为 A_1, A_2, A_3, A_4) 进入最后评标阶段. 通过 Delphi 法确定的评价指标集由 5 个指标组成, 即工程报价 (B_1)、工程工期 (B_2)、工程质量 (B_3)、施工技术 (B_4) 和企业信誉 (B_5). 各指标具体含义见文献 [16], 各投标方案指标原始数据见表 1.

表 1 各方案指标原始数据

供应商投标方案	工程报价 / 万元	工期 / 天	工程质量	施工技术	信誉度
A_1	1 260	280	8	5	5
A_2	1 230	300	6	7	7
A_3	1 200	320	5	5	6
A_4	1 240	290	7	6	5

2.1 基于 AHP 的指标权重计算

基于 AHP 的指标权重为

$$W = [w_1, w_2, \cdots, w_n]^{\mathrm{T}} = (0.479, 0.248, 0.139, 0.081, 0.053)^{\mathrm{T}}.$$

2.2 基于 DEA 的指标权重计算

针对方案 A, 通过 Lingo 编程求解, 可以得到

$$W_1 = (0, 0.533, 0.467, 0, 0)^{\mathrm{T}}.$$

同理可以得到方案 B、C、D 的权重分别为

$$W_2 = (0, 0.488, 0.216, 0, 0.296)^{\mathrm{T}},$$

$$W_3 = (0.506, 0, 0, 0, 0.494)^{\mathrm{T}},$$

$$W_4 = (0.478, 0, 0.219, 0.303, 0)^{\mathrm{T}}.$$

2.3 综合权重的计算

综合权重的确定一般利用"加法"集成方法[13], 设 p_i, q_i 分别是基于主客观赋权原理生成的指标 x_j 的权重系数, 则称 $w_j = k_1 \cdot p_j + k_2 \cdot q_j (j = 1, 2, \cdots, m)$ 是具有同时体现主客观信息集成特征的权重系数, k_1、k_2 为待定偏好系数, $k_1 > 0, k_2 > 0$ 且 $k_1 + k_2 = 1$. 此处取 $k_1 = k_2 = 0.5$, 故可以得到

$$W_i^* = 0.5W + 0.5W_i,\ i = 1, 2, 3, 4.$$

其中

$$W_1^* = 0.5W + 0.5W_1 = 0.5(0.479, 0.248, 0.139, 0.081, 0.053)^{\mathrm{T}} + 0.5(0, 0.533, 0.467, 0, 0)^{\mathrm{T}} = (0.240, 0.390, 0.303, 0.040, 0.027)^{\mathrm{T}}.$$

同理可以得到

$$W_2^* = 0.5W + 0.5W_2 = (0.240, 0.368, 0.177, 0.040, 0.175)^{\mathrm{T}},$$

$$W_3^* = 0.5W + 0.5W_3 = (0.493, 0.124, 0.070, 0.040, 0.273)^{\mathrm{T}},$$

$$W_4^* = 0.5W + 0.5W_4 = (0.479, 0.124, 0.179, 0.192, 0.026)^{\mathrm{T}}.$$

2.4 基于 AHP 和 DEA 的灰色关联贴近度计算

2.4.1 确定最优方案指标集和最劣方案指标集

本文最优方案指标集

$$A_0^+ = (1\,200, 280, 8, 7, 7),$$

最劣指标集

$$A_0^- = (1\,260, 320, 5, 5, 5).$$

选定最优和最劣指标集后, 由式 (4) 构造矩阵 B 和 C 如下:

$$B = \begin{bmatrix} A_0^+ \\ A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1\,200 & 280 & 8 & 7 & 7 \\ 1\,260 & 280 & 8 & 6 & 5 \\ 1\,230 & 300 & 6 & 7 & 7 \\ 1\,200 & 320 & 5 & 5 & 6 \\ 1\,240 & 290 & 7 & 6 & 5 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} A_0^- \\ A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1\,260 & 320 & 5 & 5 & 5 \\ 1\,260 & 280 & 8 & 6 & 5 \\ 1\,230 & 300 & 6 & 7 & 7 \\ 1\,200 & 320 & 5 & 5 & 6 \\ 1\,240 & 290 & 7 & 6 & 5 \end{bmatrix}.$$

2.4.2 构造规范化建模矩阵

利用极值方法对原始指标建模矩阵 B 和 C 进行规范化处理, 由式 (5) ∼ (7) 可以得到规范化的建模矩阵 D_1 和 D_2 如下:

$$D_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0.5 & 0 \\ 0.5 & 0.5 & 0.333 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0.5 \\ 0.333 & 0.75 & 0.667 & 0.5 & 0 \end{bmatrix},$$

$$D_2=\begin{bmatrix}0&0&0&0&0\\0&1&1&0.5&0\\0.5&1&1&0.5&0\\1&0&0.333&1&1\\0.333&0.75&0.667&0.5&0\end{bmatrix}.$$

2.4.3　基于面积的关联系数矩阵的确定

由定理 1 和定义 1 分别得到面积矩阵 S_1、S_2 和基于面积的关联系数矩阵 F_1、F_2 分别如下:

$$S_1=\begin{bmatrix}0.5&0&0.25&0.75&0.25\\0.5&0.584&0.334&0&0.25\\0.5&1&1&0.75&0.5\\0.459&0.292&0.417&0.25&0.25\end{bmatrix},$$

$$S_2=\begin{bmatrix}0.5&1&0.75&0.25&0.25\\0.25&0.75&1&0.75&0.25\\0.25&0.165&0.665&1&0.75\\0.54&0.707&0.584&0.25&0.25\end{bmatrix},$$

$$F_1=\begin{bmatrix}0.5&1&0.667&0.4&0.667\\0.5&0.461&0.599&1&0.667\\0.5&0.333&0.333&0.4&0.5\\0.521&0.631&0.545&0.667&0.667\end{bmatrix},$$

$$F_2=\begin{bmatrix}0.75&0.429&0.6&1&1\\1&0.5&0.429&0.6&0.75\\1&1.128&0.643&0.429&0.6\\0.721&0.620&0.692&1&1\end{bmatrix}.$$

2.4.4　灰色关联贴近度的确定

由定义 3 可以求出最优关联度 R^+_{si} 和最劣关联度 R^-_{si}, 其中 $i=1,2,3,4$.

$R^-_{S1}=$

$(0.75,0.429,0.6,1,1)\times$

$(0.240,0.390,0.303,0.040,0.027)^{\mathrm{T}}=0.596\,1,$

同理可以得到 $R^-_{S2}=0.655\,2,\ R^-_{S3}=0.858\,8,\ R^-_{S4}=0.764\,1;$

$R^+_{S1}=$

$(0.5,1,0.667,0.4,0.667)\times$

$(0.240,0.390,0.303,0.040,0.027)^{\mathrm{T}}=0.746\,1,$

同理可以得到 $R^+_{S2}=0.543\,4,\ R^+_{S3}=0.463\,6,\ R^+_{S4}=0.570\,8.$

由以上计算结果可以看出, 如果只按照与最优方案的关联度排序, 则 $A_1\succ A_4\succ A_2\succ A_3$, 但是方案 A_1 与最劣方案的关联度并不是最大的(即远离最劣方案). 也就是说, 该关联度只反映了方案的关联系数与最优方案的大小, 而不能反映方案动态变化趋势的一致性. 因此, 必须从整体的动态趋势考虑这个问题, 重新定义一个标准来测度这种动态变化一致性趋势, 即定义 4. 根据定义 4 计算灰色关联贴近度

$$c_1=\frac{R^+_{S1}}{R^+_{S1}+R^-_{S1}}=\frac{0.746\,1}{0.746\,1+0.596\,1}=0.559,$$

同理可以得到 $c_2=0.453$, $c_3=0.351$, $c_4=0.428$. 由此可以得出备选方案的排序为 $A_1\succ A_2\succ A_4\succ A_3$.

为便于说明问题, 现将其与其他方法进行比较, 结果如表 2 所示.

表 2　不同方法的结果比较

投标方案	DEA 方法	AHP 方法	文献 [16] 方法	本文方法
A_1	1.000	0.950	0.802	0.559
A_2	1.000	0.937	0.595	0.453
A_3	0.886	0.886	0.707	0.351
A_4	0.958	0.932	0.499	0.428

由表 2 可以看出: DEA 方法不能区分方案 A_1 和 A_2, 并且 DEA 方法是从最有利于每个决策单元的角度确定指标权重, 忽略了决策者的偏好; 文献 [16] 的方法是基于“邓氏关联度”的角度考虑问题, 没有考虑指标之间相互影响, 另外, 文献 [16] 只考虑了与最优方案指标集之间的关联度, 所以它的评价结果是 $A_1\succ A_3\succ A_2\succ A_4$; 本文的评价结果是 $A_1\succ A_2\succ A_4\succ A_3$; AHP 方法的排序结果与本文最后排序结果一致, 但每个方案的区分度不高. 从以上 4 个方法可以看出, 最优备选方案是 A_1, 这与实际情况完全一致. 如果结合 DEA 方法和 AHP 方法的结果进行分析, 显然本文方法更加合理. DEA 方法不能区分方案 A_1 和 A_2, 而本文方法则可以将其区分开, 而且方案 A_1 和 A_2 比方案 A_3 和 A_4 优越. AHP 方法与本文的结果一致. 这充分说明, 本文方法能够同时反映主客观程度和变换趋势的一致性. 灰色关联贴近度方法是从相对的角度进行区分的, 考虑了多方面因素的影响, 因此, 只要数据大小不同就可以表明方案之间有差别, 即区分度较高.

3　结　论

本文提出了一种基于面积关联系数的灰色关联贴近度模型. 该方法综合了 DEA、AHP、TOPSIS 和灰色关联度的优点, 既考虑了主观赋权又考虑了客观赋权, 特别是从动态角度去考虑变化趋势的一致性问题, 比较切合问题的实际. 同时, 该方法具有严谨的数理逻辑推理, 使其评价结果更具有可行性和科学性. 因此, 该方法具有一定的理论价值和应用价值.

参考文献(References)

[1] Mareschal B. Weight stability intervals in multi-criteria decision[J]. European J of Operational Research, 1998, 33(2): 54-64.

[2] Hwang C L, Lin M J. Group decision making under multiple criteria: Met hoods and applications[M]. Berlin: Springer, 1997: 62-70.

[3] Saaty T L. A scaling method for priorities in hierarchical structures[J]. J of Mathematical Psychology, 1978, 1(1): 57-68.

[4] Herrera F, Martinez L, Sanchez P J. Managing non-homogeneous information in group decision making[J]. European J of Operational Research, 2005, 166(1): 115-132.

[5] Zeshui Xu. A method for multiple attribute decision making with incomplete weight information in linguistic setting[J]. Knowledge-Based Systems, 2007, 20(8): 719-725.

[6] Johanna M Harte, Pieter Koele, Gijsbert van Engelenburg. Estimation of attribute weights in a multi-attribute choice situation[J]. Acta Psychological, 1996, 93(1/2/3): 37-55.

[7] 徐泽水, 达庆利. 多属性决策的组合赋权方法研究[J]. 中国管理科学, 2002, 10(2): 84-87.
(Xu Z S, Da Q L. Study on method of combination weighting[J]. Chinese J of Management Science, 2002, 10(2): 84-87.)

[8] 曹秀英, 梁静国. 基于粗集理论的属性权重确定方法[J]. 中国管理科学, 2002, 10(5): 98-100.
(Cao X Y, Liang J G. The method of ascertaining attribute weight based on rough sets theory[J]. Chinese J of Management Science, 2002, 10(5): 98-100.)

[9] 樊治平, 张全, 马建. 多属性决策中权重确定的一种集成方法[J]. 管理科学学报, 1998, 1(3): 50-53.
(Fan Z P, Zhang Q, Ma J. An integrated approach to determining weights in multiple attribute decision making[J]. J of Management Scinces in China, 1998, 1(3): 50-53.)

[10] 周宇峰, 魏法杰. 基于模糊判断矩阵信息确定专家权重的方法[J]. 中国管理科学, 2006, 14(3): 71-75.
(Zhou Y F, Wei F J. The method for determining the posterior weight of expert based on fuzzy judgment matrices[J]. Chinese J of Management Science, 2006, 14(3): 71-75.)

[11] 汪泽焱, 顾红芳, 益晓新, 等. 一种基于熵的线性组合赋权法[J]. 系统工程理论与实践, 2003, 23(3): 112-126.
(Wang Z Y, Gu H F, Yi X X, et al. A method of determining the linear combination weights based on entropy[J]. Systems Engineering-Theory & Practice, 2003, 23(3): 112-126.)

[12] 山成菊, 董增川, 樊孔明, 等. 组合赋权法在河流健康评价权重计算中的应用[J]. 河海大学学报: 自然科学版, 2012, 40(6): 622-628.
(Shan C J, Dong Z C, Fan K M, et al. Application of combination weighting method to weight calculation in river health evaluation[J].J of Hehai University: Natural Sciences, 2012, 40(6): 622-628.)

[13] 郭亚军. 综合评价理论、方法与拓展[M]. 北京: 科学出版社, 2012: 16-17.
(Guo Y J. Comprehensive evaluation theory, methods and extensions[M]. Beijing: Science Press, 2012: 16-17.)

[14] 罗庆成. 灰色系统新方法[M]. 北京: 农业出版社, 1992: 157-161.
(Luo Q C. A new method of grey system[M]. Beijing: Agriculture Press, 1992: 157-161.)

[15] 孙晓东, 焦玥, 胡劲松. 基于灰色关联度和理想解法的决策研究[J]. 中国管理科学, 2005, 13(4): 63-67.
(Sun X D, Jiao Y, Hu J S. Research on decision-making method based on gray correlation degree and TOPSIS[J]. Chinese J of Management Science, 2005, 13(4): 63-67.)

[16] 王先甲, 张熠. 基于AHP和DEA的非均一化灰色关联方法[J]. 系统工程理论与实践, 2011, 31(7): 1221-1229.
(Wang X J, Zhang Y. Non-uniform grey relational method based on AHP and DEA[J]. Systems Engineering-Theory & Practice, 2011, 31(7): 1221-1229.)

[17] 刘思峰, 党耀国, 方志根, 等. 灰色系统理论及其应用[M]. 第5版. 北京: 科学出版社, 2010: 256-257.
(Liu S F, Dang Y G, Fang Z G, et al. Grey system theory and its application[M]. 5th ed. Beijing: Science Press, 2010: 256-257.)

[18] 罗党, 刘思峰. 灰色关联决策方法研究[J]. 中国管理科学, 2005, 13(1): 101-106.
(Luo D, Liu S F. Study on the method for grey incidence decision-making[J]. Chinese J of Management Science, 2005, 13(1): 101-106.)

[19] 赵新泉, 彭勇行. 管理决策分析[M]. 北京: 科学出版社, 2008: 216-218.
(Zhao X Q, Peng Y X. Management decision analysis[M]. Beijing: Science Press, 2008: 216-218.)

(责任编辑：曹洪武)