

双曲线型分布参数系统边界控制下的干扰解耦

栾小丽, 李凯, 刘飞

(江南大学自动化研究所, 江苏无锡 214122)

摘要: 针对干扰输入对系统输出的影响, 研究双曲线型分布参数系统在边界控制下的干扰解耦问题. 首先应用有界控制算子等价转换方法, 获取边界控制下双曲线型分布参数系统的有界拓展形式; 然后通过伽辽金近似法将有界增广系统转换成有限维系统; 接着对等价有限维系统进行干扰解耦分析, 推导出系统可干扰解耦的充分条件; 最后通过数值分析和仿真图例表明了所给出条件的有效性.

关键词: 双曲线型系统; 边界控制; 有限维系统; 干扰解耦

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Disturbance decoupling for hyperbolic-type distributed parameter systems with boundary control

LUAN Xiao-li, LI Kai, LIU Fei

(Institute of Automation, Jiangnan University, Wuxi 214122, China. Correspondent: LIU Fei, E-mail: fliu@jiangnan.edu.cn)

Abstract: The disturbance decoupling problem for hyperbolic-type distributed parameter systems with boundary control is proposed. Firstly, by employing the bounded control operator transformation technique, the extended systems for hyperbolic-type distributed parameter systems with boundary control are obtained. Then, by using the Galerkin approximation method, the extended systems can be transformed into finite dimensional systems. Sufficient conditions of disturbance decoupling are given, and the disturbance decoupling problem of the equivalent finite dimensional system is analyzed. Finally, an example is provided to illustrate effectiveness of the proposed conditions.

Keywords: hyperbolic-type systems; boundary control; finite dimensional systems; disturbance decoupling

0 引言

在实际工程、社会和经济系统中, 许多过程都具有分布特性, 属于分布参数系统. 随着人们对实际问题研究的不断深入和完善, 很多控制系统都需要建模成双曲线型分布参数系统. 例如, 扩散与传播现象相对于对流现象而言可忽略的传输反应过程(热交换器、活塞对流反应器等)和波动方程等. 边界控制作为分布参数过程的重要控制形式之一, 双曲线型分布参数系统的边界控制问题一直被人们广泛关注和研究. 文献[1]讨论了波方程在边界控制下的能控性问题, 给出了边界控制下系统精确能控和近似可控问题的解. 文献[2]针对双曲线型系统边界控制问题, 利用严格的李雅普诺夫函数完成控制器设计. 文献[3]考虑了反稳定波方程在抗阻尼不可控诺伊曼边界条件下

的边界控制问题, 完成了控制器和观测器的设计. 文献[4]研究了无穷阶时滞双曲线型系统的边界控制问题, 给出了系统最优控制的充要条件. 文献[5]给出了双曲线型偏微分方程-常微分方程耦合系统的边界控制下最优控制策略.

梳理已有的双曲线型分布参数系统边界控制下的研究成果, 从线性到非线性, 从系统分析到控制器设计, 主要集中在能控性、最优控制等, 均未考虑干扰对系统输出的影响. 然而, 干扰解耦在控制系统分析和设计中占有很重要的位置. 关于一般线性和非线性系统的干扰解耦问题见文献[6-9], 针对无穷维系统, 关于干扰解耦问题的研究见文献[10-12], 但关于双曲线型分布参数系统在边界控制下的干扰解耦结果还很少见.

收稿日期: 2014-11-18; **修回日期:** 2015-06-03.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61473137); 江南大学自主科研计划重点项目(JMSRP51407B).

作者简介: 栾小丽(1979—), 女, 副教授, 从事复杂系统先进控制与优化的研究; 刘飞(1965—), 男, 教授, 博士生导师, 从事先进过程控制理论及应用等研究.

针对上述问题, 本文基于有界算子转换方法^[10,13-14]和伽辽金近似法^[15]对双曲线型分布参数系统在边界控制下的干扰解耦进行研究. 首先采用有界算子转换方法将双曲线型边界控制分布参数系统转换成等价有界增广系统; 然后应用伽辽金近似法对增广系统进行处理, 将双曲线型分布参数系统在边界控制下的干扰解耦转化为有限维有界增广系统的干扰解耦问题, 基于几何子空间理论^[6], 推导出有限维增广系统可干扰解耦的充分条件, 进一步构造出反馈控制律; 最后给出原系统可干扰解耦的充分条件.

1 问题的提出

本文使用的符号说明如下: $D(A)$ 为算子 A 的定义域; $L(X, Y)$ 为从线性空间 X 到线性空间 Y 的线性有界算子空间; \oplus 为直和; $T: X \rightarrow Y$ 为线性映射; $\| \cdot \|$ 表示范数; $\text{Im } E$ 为算子 E 的象; $\text{Ker } D$ 为算子 D 零空间; $\langle \cdot, \cdot \rangle$ 为内积.

考虑如下边界控制双曲线型系统:

$$\begin{aligned} \ddot{x}(t) &= ax(t) + Eq(t), \\ \tau x(t) &= Gu(t), \\ y(t) &= Dx(t). \end{aligned} \quad (1)$$

其中: a 在 Hilbert 空间 X 中为线性有界算子; τ 为一个线性边界算子, $\tau: X \rightarrow Y_1$; 定义域 $D(a) \subseteq D(\tau)$, $y \in Y, u \in U, x_0 \in X, q \in Q, a: X \rightarrow X, E \in L(Q, X), G \in L(U, Y_1), D: X \rightarrow Y; X, Y, Y_1, U$ 为可分实 Hilbert 空间, $Q \in R^m$.

进一步地, 定义算子 A 为空间 X 中强连续 C_0 半群无穷小生成元, A 的定义域为 $D(A) = \{x \in D(a) | \tau x = 0\}$, 且在定义域 $D(A)$ 中, 满足 $Ax = ax$.

注 1 假设方程 $\ddot{x} = Ax(t)$ 的柯西问题在 $[0, \infty)$ 时间内是适定的, 存在一个稠密子空间 $D \in X$, 当 $x_0, x_1 \in D$ 时, 方程存在解, 且 $x(0) = x_0, \dot{x}(0) = x_1$.

边界控制系统的干扰解耦问题是当 q 为干扰输入时, 设计一个反馈控制律 u , 使得输出 y 与干扰 q 无关.

2 干扰解耦分析

为对双曲线型分布参数系统在边界控制的干扰解耦问题进行分析, 首先对双曲线型分布参数系统(1)进行有界算子转换, 作出如下假设.

假设 1 存在有界算子 $B, B \in L(U, X), u \in U$, 满足

$$Bu \in D(a), \tau(Bu) = Gu, \forall u \in U. \quad (2)$$

令 $N = aB, N \in L(U, X)$, 可知 N 为有界算子.

根据上述假设条件和式(1), 可得

$$\ddot{v}(t) = Av(t) - B\ddot{u}(t) + Nu(t) + Eq(t), \quad (3)$$

其中 $v(t) = x(t) - Bu(t)$.

注 2 令 $x_0, x_1 \in D(a)$, 可知

$$\begin{aligned} \tau x_0, \tau x_1 &\in GU, \\ Gu(0) &= \tau x_0, \quad G\dot{u}(0) = \tau x_1, \\ v(0) &= x_0 - Bu(0), \quad v(1) = x_1 - Bu(0). \end{aligned}$$

进行增广变换, 得到边界控制下双曲线型分布参数系统的有界拓展形式为

$$\begin{aligned} \ddot{\tilde{x}}(t) &= \tilde{A}\tilde{x}(t) + \tilde{B}\tilde{u}(t) + \tilde{E}q(t), \\ y(t) &= \tilde{D}\tilde{x}(t). \end{aligned} \quad (4)$$

其中

$$\begin{aligned} \tilde{x}(t) &= \begin{bmatrix} v(t) \\ u(t) \end{bmatrix}, \quad \tilde{u}(t) = \dot{u}(t), \\ \tilde{A} &= \begin{bmatrix} A & N \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \tilde{B} = \begin{bmatrix} -B \\ I \end{bmatrix}, \\ \tilde{E} &= \begin{bmatrix} E \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \tilde{D} = D[I \ B], \end{aligned}$$

$\tilde{x} \in \tilde{X}, \tilde{u} \in \tilde{U}, y \in Y, q \in Q, \tilde{X} = X \oplus U, \tilde{U}, \tilde{Y}, Q$ 为可分实 Hilbert 空间; 算子 A 为空间 X 中强连续 C_0 半群 $T(t)$ 无穷小生成元; 算子 B, E, D, N 为有界线性算子, $N = aB; \tilde{A}, \tilde{B}, \tilde{E}, \tilde{D}$ 为有界线性算子.

注 3 对于边界控制问题, 控制算子是无界的^[14]. 为避免将其改写成状态线性系统时复杂的过程和难以被应用的问题, 本文采用有界控制算子转换方法, 对系统(1)进行增广处理. 通过寻找有界算子 $B \in L(U, X)$, 得到一个有界的拓展系统, 进一步, 可以利用已有的有界系统理论对其进行干扰解耦分析.

针对已获得的有界拓展系统(4), 以伽辽金有限近似方法为主要技术手段, 进一步对系统(4)进行正交射影处理, 得到一个有限维等价有界增广系统, 并推导出有限维等价有界增广系统可干扰解耦的充分条件.

首先, 设定 $\{V_h\} \subset X, h \rightarrow \infty$ 是一族有限维线性子空间, 且 π_h 为 X 到 $\{V_h\}$ 的正交投影算子, $\pi_h: X \rightarrow V_h, V_h$ 强收敛于 X, X 为可分实 Hilbert 空间, π_h 满足

$$\lim_{h \rightarrow \infty} \|\pi_h x - x\| = 0, \forall x \in X. \quad (5)$$

利用有限维子空间定义如下线性算子:

$$\begin{aligned} A_h &: V_h \rightarrow V_h, \quad B_h: U \rightarrow V_h, \\ E_h &: Q \rightarrow V_h, \quad D_h: V_h \rightarrow Y. \end{aligned} \quad (6)$$

根据定义的线性算子(6), 可得系统(4)的有限维近似系统方程

$$\begin{aligned} \ddot{\tilde{x}}_h(t) &= \tilde{A}_h \tilde{x}_h(t) + \tilde{B}_h \tilde{u}_h(t) + \tilde{E}_h q_h(t), \\ y_h(t) &= \tilde{D}_h \tilde{x}_h(t). \end{aligned} \quad (7)$$

其中

$$\tilde{A}_h = \begin{bmatrix} A_h & N_h \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \tilde{B}_h = \begin{bmatrix} -B_h \\ I_h \end{bmatrix},$$

$$\tilde{E}_h = \begin{bmatrix} E_h \\ 0 \end{bmatrix}, \tilde{D}_h = D_h[I_h \ B_h].$$

为了更好地应用已有的有界增广系统干扰解耦结论,将式(7)变换成如下—阶形式:

$$\dot{\hat{x}}_h(t) = \begin{bmatrix} 0 & I \\ \tilde{A}_h & 0 \end{bmatrix} \hat{x}_h(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ \tilde{B}_h \end{bmatrix} \tilde{u}_h(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ \tilde{E}_h \end{bmatrix} q_h(t),$$

$$y_h(t) = [\tilde{D}_h \ 0] \hat{x}_h(t). \tag{8}$$

其中

$$\hat{x}_h(t) = \begin{bmatrix} \tilde{x}_h(t) \\ \dot{\tilde{x}}_h(t) \end{bmatrix}.$$

对式(8)进行进一步处理,可得

$$\dot{\hat{x}}_h(t) = \hat{A} \hat{x}_h(t) + \hat{B} \tilde{u}_h(t) + \hat{E} q_h(t),$$

$$y_h(t) = \hat{D} \hat{x}_h(t). \tag{9}$$

其中

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} 0 & I_h \\ \tilde{A}_h & 0 \end{bmatrix}, \hat{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ \tilde{B}_h \end{bmatrix},$$

$$\hat{E} = \begin{bmatrix} 0 \\ \tilde{E}_h \end{bmatrix}, \hat{D} = [\tilde{D}_h \ 0].$$

算子 $\tilde{A}_h, \tilde{B}_h, \tilde{E}_h, \tilde{D}_h$ 为有界线性算子, $\hat{A}, \hat{B}, \hat{E}, \hat{D}$ 也是有界线性算子. 系统(9)的干扰解耦问题可以描述为寻找一个反馈控制律 \hat{F} , 使得

$$z(t) = \hat{D} \int_0^t e^{(\hat{A} + \hat{B}\hat{F})(t-s)} \hat{E} q_h(s) ds = 0.$$

为便于系统(9)可干扰解耦的分析,给出如下定义和引理.

定义 1 存在一个子空间 $V \subset \hat{X}$, 若存在一个有界线性算子 $\tilde{F}_h, \tilde{F}_h : V_h \oplus U \rightarrow \tilde{U}, \hat{F} = [\tilde{F}_h \ 0]$, 使得 $(\hat{A} + \hat{B}\hat{F})V \subset V$, 则称 V 为 (\hat{A}, \hat{B}) 的不变子空间.

引理 1 $A_h : V_h \rightarrow V_h, B_h : U \rightarrow V_h$, 任意子空间 $\text{Ker } D_h \subset X$ 存在唯一的最大 (A_h, B_h) 不变子空间.

定义 2 存在有界线性算子 $F_h, \tilde{F}_h = [F_h \ 0], \hat{F} = [\tilde{F}_h \ 0]$, 使得

$$\hat{D}(\lambda I - \hat{A} - \hat{B}\hat{F})^{-1} \hat{E} = 0, \tag{10}$$

则系统(9)可干扰解耦.

根据上述定义和引理,给出系统(9)可干扰解耦的充分条件.

定理 1 假设 $v^*(\text{Ker } \hat{D})$ 存在, 当 $\text{Im } \hat{E} \subset v^*(\text{Ker } \hat{D})$ 时, 等式(10)成立, 即系统(9)是可干扰解耦的.

证明 由式(7)和(9)可知

$$\tilde{D}_h = D_h(I_h \ B_h), \hat{D} = [\tilde{D}_h \ 0],$$

假设 $\text{Ker } D_h$ 存在, 可知 $\text{Ker } \tilde{D}_h$ 存在, 进一步可知 $\text{Ker } \hat{D}$ 存在, 参考引理 1, $v^*(\text{Ker } \hat{D})$ 存在, $v^*(\text{Ker } \hat{D})$ 是 $\text{Ker } \hat{D}$ 中最大的 (\hat{A}, \hat{B}) 子空间.

根据定义 1, 可得

$$(\hat{A} + \hat{B}\hat{F})v^*(\text{Ker } \hat{D}) \subset v^*(\text{Ker } \hat{D}).$$

当 $\text{Im } \hat{E} \subset v^*(\text{Ker } \hat{D})$ 时, 有

$$\langle \hat{A} + \hat{B}\hat{F} | \text{Im } \hat{E} \rangle \subset \langle \hat{A} + \hat{B}\hat{F} | v^*(\text{Ker } \hat{D}) \rangle,$$

$$\langle \hat{A} + \hat{B}\hat{F} | v^*(\text{Ker } \hat{D}) \rangle = v^*(\text{Ker } \hat{D}).$$

进一步可知

$$\langle \hat{A} + \hat{B}\hat{F} | \text{Im } \hat{E} \rangle \subset v^*(\text{Ker } \hat{D}).$$

由 $v^*(\text{Ker } \hat{D}) \subset \text{Ker } \hat{D}$, 得到

$$\langle \hat{A} + \hat{B}\hat{F} | \text{Im } \hat{E} \rangle \subset \text{Ker } \hat{D}.$$

综合上述结果, 可得 $\hat{D}(\lambda I - \hat{A} - \hat{B}\hat{F})^{-1} \hat{E} = 0$.

由定义 2 可知, 系统(9)可干扰解耦. \square

进一步可知, 系统(7)是可干扰解耦的. 最后, 为确保系统(1)可干扰解耦, 给出如下 3 个条件:

- 1) $\|e^{A_h t}\| \leq M e^{\omega t}, \forall t \geq 0$, 常数 $M \geq 1, \omega$ 与 n 无关, $\lim_{h \rightarrow \infty} \|e^{A_h t} \pi_h x - e^{A t} x\| = 0, \forall x \in X, \forall t \geq 0$;
- 2) B_h, E_h, D_h 强收敛于 B, E, D ;
- 3) 存在 $F : X \rightarrow U, F_h$ 强收敛于 F .

由上述假设条件可知, 系统(7)可以无限逼近系统(4). 进一步可知, 当系统(7)可干扰解耦时, 系统(4)也可干扰解耦.

综合上述条件, 等价系统可干扰解耦, 当 $\text{Im } E \subset v^*(\text{Ker } D)$ 时, 系统(1)可干扰解耦.

3 实例分析

考虑如下边界控制下的波方程^[12]:

$$\frac{\partial^2 x}{\partial t^2}(\zeta, t) = \frac{\partial^2 x}{\partial \zeta^2}(\zeta, t) + e(\zeta)q(t),$$

$$x(0, t) = 0, x(1, t) = u(t),$$

$$y(t) = \int_0^1 d(\zeta)x(\zeta, t)d\zeta. \tag{11}$$

其中: $e(\cdot), d(\cdot)$ 为 $L^2(0, 1)$ 中的非零元素; $b(\zeta) = \zeta; X$ 为可分实 Hilbert 空间, 且 $X = L_2(0, 1)$; 算子 A 定义为

$$A = \frac{d^2}{d\zeta^2}, \tag{12}$$

A 为自伴随算子, 定义域为

$$D(A) = H^2(0, 1) \cap H_0^1(0, 1),$$

其特征值为 $\{-n^2\pi^2, n = 1, 2, \dots, \infty\}$, 特征向量为 $\{\phi_n(\zeta) = \sqrt{2} \sin n\pi\zeta, n = 1, 2, \dots, \infty\}$; 算子 $B = \zeta, E = e, D = \langle \cdot, d(\cdot) \rangle$.

首先将系统(11)转化为如下等价有界增广系统:

$$\begin{aligned} \ddot{\tilde{x}}(t) &= \tilde{A}\tilde{x}(t) + \tilde{B}\tilde{u}(t) + \tilde{E}q(t), \\ y(t) &= \tilde{D}\tilde{x}(t). \end{aligned} \quad (13)$$

其中

$$\begin{aligned} \tilde{A} &= \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \tilde{B} = \begin{bmatrix} -\zeta \\ 1 \end{bmatrix}, \\ \tilde{E} &= \begin{bmatrix} e(\cdot) \\ 0 \end{bmatrix}, \tilde{D} = \langle (1, \zeta), d(\cdot) \rangle. \end{aligned}$$

对系统状态方程(13)进行有限维近似处理. 假设 $V_h \subset X$, $\pi_h : L_2(0,1) \rightarrow V_h$, 则有 $A_h : V_h \rightarrow V_h$. 由此得到近似算子 $A_h, B_h = \pi_h \zeta, E_h = \pi_h e, D_h = \langle \cdot, \pi_h d(\cdot) \rangle$. 进一步可得

$$\begin{aligned} \ddot{\tilde{x}}_h(t) &= \tilde{A}_h \tilde{x}_h(t) + \tilde{B}_h \tilde{u}_h(t) + \tilde{E}_h q_h(t), \\ y_h(t) &= \tilde{D}_h \tilde{x}_h(t). \end{aligned} \quad (14)$$

其中

$$\begin{aligned} \tilde{A}_h &= \begin{bmatrix} A_h & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \tilde{B}_h = \begin{bmatrix} -\pi_h \zeta \\ 1 \end{bmatrix}, \\ \tilde{E}_h &= \begin{bmatrix} \pi_h e \\ 0 \end{bmatrix}, \tilde{D}_h = \langle (1, \pi_h \zeta), \pi_h d(\cdot) \rangle. \end{aligned}$$

最后, 对系统(14)进行增广变换, 得到如下系统:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}_h(t) &= \hat{A}\hat{x}_h(t) + \hat{B}\hat{u}_h(t) + \hat{E}q_h(t), \\ y_h(t) &= \hat{D}\hat{x}_h(t). \end{aligned} \quad (15)$$

其中

$$\begin{aligned} \hat{x}_h(t) &= \begin{bmatrix} \tilde{x}_h(t) \\ \dot{\tilde{x}}_h(t) \end{bmatrix}, \hat{A} = \begin{bmatrix} 0 & I_h \\ \tilde{A}_h & 0 \end{bmatrix}, \\ \hat{B} &= \begin{bmatrix} 0 \\ \tilde{B}_h \end{bmatrix}, \hat{E} = \begin{bmatrix} 0 \\ \tilde{E}_h \end{bmatrix}, \hat{D} = [\tilde{D}_h \ 0]. \end{aligned}$$

由初始条件可知, A, ζ, e, d_1, d_2 是有界的, 可以验证近似算子满足1)和2)两个条件.

假设 n 充分大, 如下不等式成立:

$$\langle \pi_h \zeta, \pi_h d_2 \rangle \neq 0. \quad (16)$$

由文献[6,15]可知, $\text{Ker } D_h$ 存在, 所以 $\text{Ker } \hat{D}$ 存在, 由引理1可知, 最大子空间 $v^*(\text{Ker } \hat{D})$ 存在需满足 $v^*(\text{Ker } \hat{D}) \subset \text{Ker } \hat{D}$. 令 $\tilde{F}_h = [\tilde{F}_1 \ \tilde{F}_2]$, 不失一般性, 假设 $\tilde{F}_2 = 0$, 此时

$$\tilde{F}_h = \begin{bmatrix} \langle \cdot, A_h \pi_h d \rangle \\ -\langle \pi_h \zeta, \pi_h d \rangle \end{bmatrix} 0, \hat{F} = [\tilde{F}_h \ 0]. \quad (17)$$

最后, 利用有限维算子计算几何子空间, 可得

$$(\hat{A} + \hat{B}\hat{F})v^*(\text{Ker } \hat{D}) \subset \text{Ker } \hat{D}. \quad (18)$$

假设 $d \in D(A)$, 并令 $\tilde{F} = [\tilde{F}_1 \ 0]$, 则有

$$\tilde{F} = \begin{bmatrix} \langle \cdot, Ad \rangle \\ -\langle \zeta, d \rangle \end{bmatrix} 0. \quad (19)$$

可以验证 \tilde{F}_h, \tilde{F} 是有界算子且 \tilde{F}_h 强收敛于 \tilde{F} , 满足条件3). 当 $\langle \pi_h e, A\pi_h d \rangle = 0 (i = 0, 1, \dots, p)$ 时, 有

$\text{Im } \hat{E} \subset v^*(\text{Ker } \hat{D})$ 成立. 由定理1可知 $\hat{D}(\lambda I - \hat{A} - \hat{B}\hat{F})^{-1}\hat{E} = 0$ 成立.

综合上述条件, 系统(11)可干扰解耦. 给出系统(11)可干扰解耦的充分条件 $d \in D(A), \langle e, d \rangle = 0, \langle \zeta, d \rangle \neq 0$.

为简化仿真计算, 令时间 $t \in (0, 0.25)$, 有

$$t = [0, 0.028, 0.056, 0.083, 0.111, 0.139, 0.167, 0.194, 0.222, 0.25].$$

在 $\zeta \in (0, 1)$ 中取20个均匀位置点. 根据充分条件 $\langle e, d \rangle = 0, \langle \zeta, d \rangle \neq 0$, 对 $e(\zeta), d(\zeta)$ 进行离散化取值, 有 $e(\cdot) = (1)^h, d(\cdot) = (-1)^h, h \in \{1, 2, \dots, 20\}$.

设定系统边界输入 $u(t) = \pi e^{-t}$, 不加入干扰时, 系统状态和系统输出如图1和图2所示.

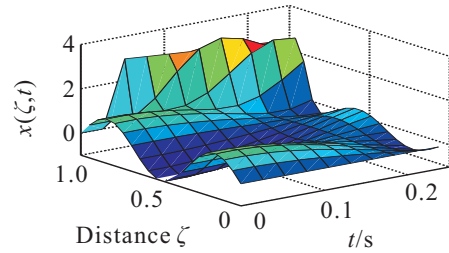


图1 不加干扰系统状态

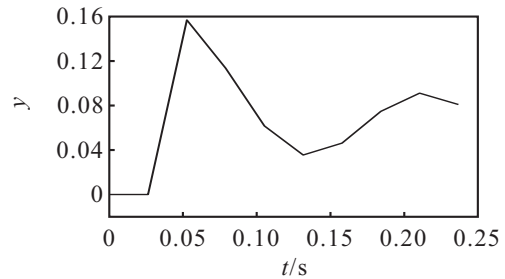


图2 不加干扰系统输出

在时间 $t \in (0, 0.25)$ 内, 对应

$$t = [0, 0.028, 0.056, 0.083, 0.111, 0.139, 0.167, 0.194, 0.222, 0.25]$$

时刻, 系统输出值为

$$y = [0, 0, 0.157, 0.114, 0.062, 0.036, 0.046, 0.075, 0.091, 0.081].$$

加入干扰 $q(t) = \pi \sin(t)$, 系统状态和系统输出如图3和图4所示.

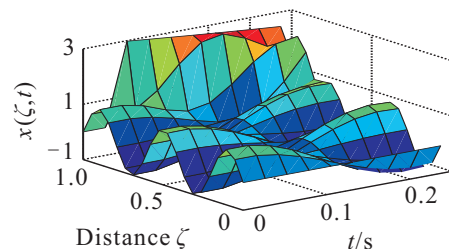


图3 加干扰系统状态

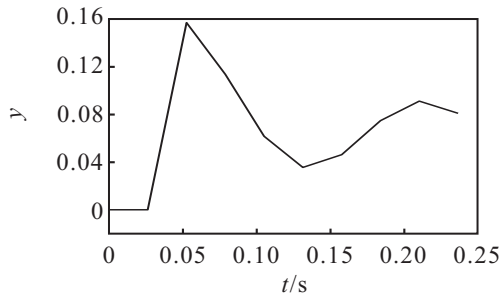


图 4 加干扰系统输出

在时间 $t \in (0, 0.25)$ 内, 对应

$$t = [0, 0.028, 0.056, 0.083, 0.111, \\ 0.139, 0.167, 0.194, 0.222, 0.25]$$

时刻, 系统输出值为

$$y = [0, 0, 0.157, 0.114, 0.062, \\ 0.036, 0.046, 0.075, 0.091, 0.081].$$

对比图 2 和图 4 的输出值可以发现, 加入干扰后, 系统输出没有受到干扰的影响, 系统是可干扰解耦的, 验证了本文所给出可干扰解耦的充分条件的有效性, 从而验证了所提出方法的有效性.

4 结 论

本文讨论了双曲线型分布参数系统在边界控制下的干扰解耦问题. 使用等价有界系统, 是对无界控制算子一种特殊的处理方法, 使用有限维近似方法, 避免了计算子空间在分布参数系统中所需的严格假设条件, 且计算过程简单快捷. 双曲线型分布参数系统在边界控制下的干扰解耦问题只是边界控制系统干扰解耦问题中的一类, 不同类型边界控制系统的干扰解耦问题还需要进一步研究.

参考文献(References)

- [1] Glowinski R. Boundary controllability problems for the wave and heat equations[C]. *Boundary Control and Boundary Variation*. Berlin: Springer Hamburger, 1992: 221-237.
- [2] Coron J M, d'Andrea-Novel B, Bastin G. A strict Lyapunov function for boundary control of hyperbolic systems of conservation laws[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2007, 52(1): 2-11.
- [3] Smyshlyaev A, Krstic M. Boundary control of an anti-stable wave equation with anti-damping on the uncontrolled boundary[J]. *Systems & Control Letters*, 2009, 58(8): 617-623.
- [4] Bahaa G M. Boundary control problem of infinite order distributed hyperbolic systems involving time lags[J]. *Intelligent Control and Automation*, 2012, 3(3): 211-221.
- [5] Alizadeh Moghadam A, Aksikas I, Dubljevic S, et al. Boundary optimal(LQ) control of coupled hyperbolic PDEs and ODEs[J]. *Automatica*, 2013, 49(2): 526-533.
- [6] Wonham W M. *Linear multivariable control: A geometric approach*[M]. New York: Springer Verlag, 1979: 347-370.
- [7] Wang X H, Liu X P. Disturbance decoupling of nonlinear generalized time-varying systems[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2000, 26(6): 798-802.
- [8] Zou R M, Michel M. Almost disturbance decoupling and pole placement[J]. *Automatica*, 2009, 45(11): 2685-2691.
- [9] Zou R M, Michel M. Solution of the almost disturbance decoupling problem by state feedback[C]. *Proc of the 31st Chinese Control Conf*. Hefei: IEEE, 2012: 273-278.
- [10] Curtain R F. Disturbance decoupling for distributed systems by boundary control[J]. *Lecture Notes in Control and Information Sciences*, 1985, 75(8): 109-123.
- [11] Curtain R F. Disturbance decoupling by measurement feedback with stability for infinite dimensional systems[J]. *Int J of Control*, 1986, 43(6): 1723-1743.
- [12] Zhou X X. Disturbance decoupling problem for infinite dimensional systems[C]. *Proc of the 31st Chinese Control Conf*. Hefei: IEEE, 2012: 347-370.
- [13] Fattorini H O. Boundary control systems[J]. *SIAM J on Control and Optimization*, 1968, 6(3): 349-385.
- [14] Zbigniew E, Stuart T. Form PDEs with boundary control to the abstract state equation with an unbounded input operator: A tutorial[J]. *European J of Control*, 2000, 6(1): 27-49.
- [15] Zhou X X. Approximation of infinite dimensional disturbance and almost decoupling disturbance decoupling problems[J]. *Mathematical Control and Related Fields*, 2014, 4(3): 381-389.

(责任编辑: 郑晓蕾)