

基于量子粒子群的全参数连分式混沌时间序列预测

张宏立^{1a}, 李瑞国^{1a}, 范文慧², 王 雅^{1b}

(1. 新疆大学 a. 电气工程学院, b. 机械工程学院, 乌鲁木齐 830047; 2. 清华大学 自动化系, 北京 100084)

摘 要: 针对传统混沌时间序列预测模型的复杂性、低精度性和低时效性的缺点, 在倒差商连分式基础上提出全参数连分式模型, 并利用量子粒子群优化算法优化模型参数, 将参数优化问题转化为多维空间上的函数优化问题. 以二阶强迫布鲁塞尔振子和三维二次自治广义 Lorenz 系统为模型, 通过四阶 Runge-Kutta 法产生混沌时间序列, 并利用基于量子粒子群优化算法的全参数连分式、BP 神经网络和 RBF 神经网络分别对混沌时间序列进行单步和多步预测. 仿真结果表明, 基于量子粒子群优化算法的全参数连分式结构简单、精度高、效率高, 该预测模型可被推广和应用.

关键词: 全参数连分式; 量子粒子群优化算法; 混沌时间序列预测

中图分类号: TP391.9

文献标志码: A

Chaotic time series prediction of full-parameters continued fraction based on quantum particle swarm optimization algorithm

ZHANG Hong-li^{1a}, LI Rui-guo^{1a}, FAN Wen-hui², WANG Ya^{1b}

(1a. College of Electrical Engineering, 1b. School of Mechanical Engineering, Xinjiang University, Urumqi 830047, China; 2. Department of Automation, Tsinghua University, Beijing 100084, China. Correspondent: LI Rui-guo, E-mail: 1141567852@qq.com)

Abstract: In view of the complexity, low precision and low timeliness of traditional chaotic time series prediction models, a model about full-parameters continued fraction is proposed on the basis of the inverse difference quotient continued fraction. The quantum particle swarm optimization algorithm is used for parameters optimization of the model, thus the parameters optimization problem is transformed into the function optimization problem on the multidimensional space. Second order forced Brussels vibrator and three-dimensional quadratic autonomous generalized Lorenz system are taken as models respectively, then chaotic time series which will be used as the simulation object can be attained according to the fourth order Runge-Kutta method. Intercomparison experiments among the model about full-parameters continued fraction based on the quantum particle swarm optimization algorithm, the BP neural network and the RBF neural network are conducted on single-step and multi-step prediction for chaotic time series. The simulation results show that the full-parameters continued fraction based on the quantum particle swarm optimization algorithm has simpler structure, higher precision and higher efficiency, so this prediction model can be widely promoted and applied.

Keywords: full-parameters continued fraction; quantum particle swarm optimization algorithm; chaotic time series prediction

0 引 言

非线性现象在自然界和社会中普遍存在, 引起了人们对客观世界的广泛关注. 自 20 世纪 80 年代, 混沌科学发展迅速, 使其成为当今前沿课题和学术热点. 混沌是出于确定映射的伪随机, 揭示了自然界和人类社会普遍存在的复杂性、有序性与无序性的统一, 确定性与随机性的统一^[1]. 随着混沌动力学理论和应用的发展, 人们更加深刻地认识到混沌时间序列的复杂

性, 对于复杂的混沌时间序列的预测已成为混沌信息处理领域中一个重要的分支^[2], 并在电力系统短期负荷预测、短期交通流预测、税收预测等领域得到了广泛的应用^[3].

传统的混沌时间序列预测建立在相空间重构基础上^[4], 具体包括两个环节: 相空间重构和预测模型建立. 可见相空间重构是其中关键的一步. 尽管相空间重构方法众多, 但实现起来都比较繁琐、效率低, 因

收稿日期: 2014-11-26; 修回日期: 2015-02-10.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61463047); 自治区研究生科研创新项目(XJGRI2015029).

作者简介: 张宏立(1972—), 男, 副教授, 博士, 从事混沌分析、系统辨识及信号处理等研究; 李瑞国(1986—), 男, 硕士生, 从事混沌理论与应用、模式识别及智能优化算法的研究.

此,传统预测方法不宜推广.近年来,神经网络^[5]技术发展迅速,已应用于很多领域.理论上,一个包含输入层-隐含层-输出层的3层神经网络可以逼近任意的非线性函数^[6],因此可以很好地解决混沌时间序列的预测问题,而且无需进行相空间重构.但是,神经网络仍然存在着诸如训练样本选择、网络结构确定和算法改进等有待完善的问题^[7].

随着科技的不断发展,连分式^[8]作为一种有理插值函数,其研究领域逐渐扩大,尤其在函数拟合、序列预测等方面引起了广泛关注.但在采用传统的倒差商连分式进行预测时,连分式具有计算量大、效率低的缺陷,因此本文提出全参数连分式模型,它在预测混沌时间序列时不用进行相空间重构,而且对训练样本没有具体要求,结构简单,这就避免了传统预测方法的相空间重构,也无需考虑神经网络存在的诸多问题.可见,全参数连分式模型可被很好地应用于混沌时间序列预测等领域.

与传统预测模型的建立不同,全参数连分式模型构建的关键是模型参数优化.群智能优化算法搜索效率高,可用于模型参数优化,常用的是粒子群优化(PSO)算法^[9].但是,PSO算法操作复杂,容易陷入局部最优^[10],而改进的PSO算法——量子粒子群优化(QPSO)算法^[11]操作简单,全局搜索能力强,有效弥补了PSO算法的不足.鉴于此,本文提出基于量子粒子群优化算法的全参数连分式模型,并通过仿真实例验证该预测模型的有效性.

1 全参数连分式

定理1^[12] 设 $f(x)$ 是 $[a, b]$ 上的连续函数,对于任意正数 ε ,总存在有理分式函数 $R(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$,使得 $|f(x) - R(x)| < \varepsilon, \forall x \in [a, b]$.

已知函数 $f(x)$ 的 $n+1$ 个互异节点 $x_j (j = 0, 1, \dots, n)$ 及其函数值 $f(x_j) (j = 0, 1, \dots, n)$,根据定理1可以构造一个 n 项截断连分式

$$\varphi(x) = b_0 + \frac{x - x_0}{b_1 + \frac{x - x_1}{b_2 + \dots + \frac{x - x_{n-1}}{b_n}}} \quad (1)$$

使其满足

$$\varphi(x_j) = f(x_j), j = 0, 1, \dots, n. \quad (2)$$

对式(1)进行逐级分解,令 $\varphi_0(x) = \varphi(x)$,则有

$$\varphi_k(x) = b_k + \frac{x - x_k}{\varphi_{k+1}(x)}, k = 0, 1, \dots, n-1. \quad (3)$$

由式(1)~(3)可知

$$\begin{cases} \varphi_0(x_j) = f(x_j), j = 0, 1, \dots, n; \\ b_k = \varphi_k(x_k), k = 0, 1, \dots, n; \\ \varphi_{k+1}(x_j) = \frac{x_j - x_k}{\varphi_k(x_j) - b_k}, k = 0, 1, \dots, n-1. \end{cases} \quad (4)$$

式(1)、(4)确定的 $\varphi(x)$ 称为 n 阶倒差商连分式.

尽管倒差商连分式结构简单,但在实际应用中,没有具体的方法用于样本和互异节点 $x_j (j = 0, 1, \dots, n-1)$ 的选择,而且利用式(4)递推 $b_j (j = 0, 1, \dots, n)$ 时,其计算复杂、效率低.鉴于此,提出一种改进的连分式——全参数连分式,其模型如下:

$$\varphi(x) = b_0 + \frac{x - a_0}{b_1 + \frac{x - a_1}{b_2 + \dots + \frac{x - a_{n-1}}{b_n}}} \quad (5)$$

由式(5)确定的 $\varphi(x)$ 称为 n 阶全参数连分式.其中: $a_j (j = 0, 1, \dots, n-1)$ 和 $b_j (j = 0, 1, \dots, n)$ 均为待优化参数.

证明 设 $f(x) \in C^n[c, d]$ (大多混沌系统模型都满足),且式(5)满足(2),即 $\varphi(a_i) = f(a_i) (i = 0, 1, \dots, n-1)$.令

$$\begin{aligned} \varphi(x) &= \frac{P(x)}{Q(x)}, c \leq x \leq d; \\ e &= \min_{i=0,1,\dots,n-1} \{a_i\}, f = \max_{i=0,1,\dots,n-1} \{a_i\}, \\ \forall \alpha &\in [c, d], \alpha \neq a_i, i = 0, 1, \dots, n-1; \\ g &= \min\{\alpha, e\}; h = \max\{\alpha, e\}. \end{aligned}$$

作为辅助函数,有

$$F(t) = P(t) - f(t)Q(t) - \frac{[P(\alpha) - f(\alpha)Q(\alpha)] \prod_{i=0}^{n-1} (t - a_i)}{\prod_{i=0}^{n-1} (\alpha - a_i)}. \quad (6)$$

由上述分析可知, $F(t)$ 在 $a_i (i = 0, 1, \dots, n-1)$ 和 α 处均为零,故 $F(t)$ 在 $[g, h]$ 上有 $n+1$ 个零点.由罗尔定理可知, $\dot{F}(t)$ 在 $F(t)$ 的两个零点之间至少存在一个零点,故 $\dot{F}(t)$ 在 $[g, h]$ 上至少存在 n 个零点.对 $\dot{F}(t)$ 再利用罗尔定理可知, $\ddot{F}(t)$ 在 $[g, h]$ 上至少存在 $n-1$ 个零点.依此类推, $F^{(n)}(t)$ 在 $[g, h]$ 上至少存在一个零点,即

$$F^{(n)}(\xi) = [P(\xi) - f(\xi)Q(\xi)]^{(n)} - \frac{n![P(\alpha) - f(\alpha)Q(\alpha)]}{\prod_{i=0}^{n-1} (\alpha - a_i)} = 0, \quad (7)$$

因此有

$$\frac{P(\alpha)}{Q(\alpha)} - f(\alpha) = \frac{[P(\xi) - f(\xi)Q(\xi)]^{(n)} \prod_{i=0}^{n-1} (\alpha - a_i)}{n!Q(\alpha)}. \quad (8)$$

可见,当 n 趋于足够大时,式(8)趋于0,即 $\varphi(\alpha)$

$= \frac{P(\alpha)}{Q(\alpha)} \rightarrow f(\alpha)$. 因此, 存在一组参数 a_j ($j = 0, 1, \dots, n-1$) 和 b_j ($j = 0, 1, \dots, n$), 使得在区间 $[c, d]$ 上满足 $\varphi(x) \rightarrow f(x)$, 而该组参数可通过群智能优化算法搜索得到. 可见, 全参数连分式既继承了传统倒差商连分式结构简单的优点, 又避免了其样本选择困难、计算量大的缺点, 很好地弥补了倒差商连分式的不足. $\square$

2 QPSO 算法

生物群体中个体的思维非常复杂, 有很多的不确定性, 就像粒子有量子行为一样. Tian 等^[13]将量子理论应用在 PSO 算法上, 提出了改进的 PSO 算法——QPSO 算法.

QPSO 算法可描述为: 设种群 $\mathbf{X} = [\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \dots, \mathbf{X}_n]^T$ 由 N 个 D 维代表潜在问题解的粒子组成^[14]. 其中: $\mathbf{X}_i = [x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iD}]^T$ ($i = 1, 2, \dots, N$) 粒子没有速度向量, 粒子个体最优位置和群体最优位置分别为 $\mathbf{P}_i = [p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{iD}]$ ($i = 1, 2, \dots, N$) 和 $\mathbf{P}_g = [p_{g1}, p_{g2}, \dots, p_{gD}]$, 当前个体历史最优位置的更新规则为

$$\mathbf{P}_i(t) = \begin{cases} \mathbf{P}_i(t), & f(\mathbf{P}_i(t)) < f(\mathbf{P}_i(t-1)); \\ \mathbf{P}_i(t-1), & \text{其他}; \end{cases} \quad (9)$$

当前群体历史最优位置更新规则为

$$\mathbf{P}_g(t) = \arg(\min_{i=1,2,\dots,N} \{f(\mathbf{P}_i(t))\}). \quad (10)$$

为了保证算法的快速收敛性, 建立一个 δ 势阱来模拟粒子的学习倾向性, 使得每个粒子收敛于一个吸引子 $\mathbf{PP}_i = [pp_{i1}, pp_{i2}, \dots, pp_{iD}]$ ($i = 1, 2, \dots, N$), 且有

$$pp_{id} = \varphi p_{id} + (1 - \varphi) p_{gd}, \quad d = 1, 2, \dots, D, \quad (11)$$

其中 φ 为 $[0, 1]$ 上的随机数. 此外, 算法中引入了平均最优位置 $\mathbf{P}_m$, 即所有粒子个体最优位置的平均值

$$\mathbf{P}_m = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{P}_i = \frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^N p_{i1}, \sum_{i=1}^N p_{i2}, \dots, \sum_{i=1}^N p_{iD} \right). \quad (12)$$

因此, 根据蒙特卡洛更新规则, 粒子由 $t \rightarrow t+1$ 代进化方程为

$$x_{id}(t+1) = pp_{id}(t) \pm \alpha |p_{md}(t) - x_{id}(t)| \ln \frac{1}{u}, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad d = 1, 2, \dots, D. \quad (13)$$

其中: u 为 $[0, 1]$ 上的随机数; α 为收缩-膨胀因子, 通常 α 从 1.0 呈线性递减到 0.5 时效果较好, 因此有

$$\alpha = 1 - \frac{0.5t}{T}, \quad (14)$$

这里 t 为当前进化代数, T 为终止进化代数. 为了防止粒子飞出解空间, 将粒子的位置限制在 $[-x_{\max},$

$x_{\max}]$ 上.

QPSO 算法不仅操作算子少, 计算简单, 而且根据粒子的个体最值和全局最值, 利用量子理论对粒子的飞行位置进行更新, 从而产生很大的随机性, 防止算法陷入早熟状态, 很好地改进了 PSO 算法.

3 基于 QPSO 算法的全参数连分式预测

全参数连分式作为一种非线性的有理插值函数, 由于其递推关系简单、计算量小、逼近度高, 可在许多领域得到应用.

3.1 预测原理

已知混沌时间序列 $\mathbf{X} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$, 要研究其动力学特性, 需建立其动力学方程. 传统方法需要进行相空间重构, 即通过坐标延迟变换获得时间延迟向量 $\mathbf{X}_{id} = [x_i, x_{i+\tau}, \dots, x_{i+(m-1)\tau}]^T$ ($i = 1, 2, \dots, n - (m-1)\tau$), 从而得到与真实系统等价的动力学拓扑, 以反映真实系统的动力学特性. Takens 定理^[15]表明存在光滑曲线 $f(x)$, 使得

$$\begin{aligned} \tilde{x}_{i+(m-1)\tau+s} &= f(\mathbf{X}_{id}), \\ i &= 1, 2, \dots, n - (m-1)\tau - s. \end{aligned} \quad (15)$$

其中: τ 为最佳延迟时间, m 为最小嵌入维数, s 为预测步数. 可见, 不仅需要进行相空间重构, 还要选择预测模型, 该方法过程复杂、计算量大. 因此, 本文提出基于全参数连分式模型的预测方法. 实例表明, 存在一个光滑函数 $g(x, \theta)$, 使得

$$\tilde{x}_{i+s} = g(x_i, \theta), \quad i = 1, 2, \dots, n - s. \quad (16)$$

其中: s 为预测步数; $\theta = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{2p+1}]$ 为待优化参数向量, p 为全参数连分式阶数. 该方法结构简单, 而且无需相空间重构, 可被推广和应用.

3.2 参数优化

利用全参数连分式作预测时, 关键是模型参数的优化, 其原理如图 1 所示.

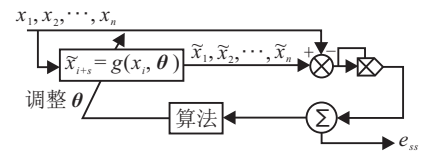


图 1 全参数连分式模型参数优化

在图 1 中: $\mathbf{X} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ 为原始混沌时间序列, $\tilde{\mathbf{X}} = [\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_n]^T$ 为模型预测序列. 由图 1 可以看出, 在参数向量 θ 的作用下, 系统稳态输出为

$$e_{ss} = \min_{\theta} \{(\tilde{\mathbf{X}} - \mathbf{X})^T (\tilde{\mathbf{X}} - \mathbf{X})\}. \quad (17)$$

通过不断调整 θ , 使系统期望输出与真实输出的误差平方和最小, 因此, 适应度函数取为

$$F(\theta) = (\tilde{\mathbf{X}} - \mathbf{X})^T (\tilde{\mathbf{X}} - \mathbf{X}). \quad (18)$$

利用式(18), 将参数优化问题转化为多维空间上的函数优化问题, 即寻找 $F(\theta)$ 的最小值点

$$\theta_b = \arg(\min_{\theta} \{F(\theta)\}). \quad (19)$$

由于适应度函数为多变量函数, 可能存在多个局部最优解. 传统的 PSO 算法极易搜索到局部最优解, 很难找到全局最优解, 而且操作复杂、收敛慢. 因此, 本文利用改进的 PSO 算法——QPSO 算法对预测模型进行参数优化.

3.3 算法流程

QPSO 算法作为一种并行优化算法, 操作简单, 全局搜索能力强, 因此, 利用 QPSO 算法优化全参数连分式模型参数, 将参数向量 $\theta = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{2p+1}] = [b_0, a_0, b_1, \dots, a_{n-1}, b_n]$ 比作算法中的一个粒子, 在适应度函数(18)的评价下, 其流程如下.

Step 1: 设定进化代数 T 、种群数量 N 、粒子维数 D , 随机初始化粒子群位置 $\mathbf{X} = [\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \dots, \mathbf{X}_N]^T$, 其中 $\mathbf{X}_i = [x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iD}]^T (i = 1, 2, \dots, N)$.

Step 2: 根据适应度函数计算每个粒子的适应度

$$\begin{cases} F_i = \sum_{j=1}^n (\tilde{x}_j - x_j)^2, i = 1, 2, \dots, N; \\ \tilde{x}_j = \\ \mathbf{X}_i(1, :) + \\ \frac{x_{j-s} - \mathbf{X}_i(2, :)}{x_{j-s} - \mathbf{X}_i(4, :)} \\ \mathbf{X}_i(3, :) + \frac{x_{j-s} - \mathbf{X}_i(4, :)}{\mathbf{X}_i(5, :) + \dots + \frac{x_{j-s} - \mathbf{X}_i(D-1, :)}{\mathbf{X}_i(D, :)}}, \\ j = s+1, s+2, \dots, n; \\ \tilde{x}_j = x_j, j = 1, 2, \dots, s. \end{cases} \quad (20)$$

其中: $\tilde{x}_j$ 为对 x_j 的预测值, F_i 为适应度.

Step 3: 根据式(11)~(14)更新粒子位置, 并计算每个粒子的新适应度

$$\begin{cases} F_{\text{new}, i} = \sum_{j=1}^n (\tilde{x}_{\text{new}, j} - x_j)^2, i = 1, 2, \dots, N; \\ \tilde{x}_{\text{new}, j} = \\ \mathbf{X}_{\text{new}, i}(1, :) + \\ \frac{x_{j-s} - \mathbf{X}_{\text{new}, i}(2, :)}{x_{j-s} - \mathbf{X}_{\text{new}, i}(4, :)} \\ \mathbf{X}_{\text{new}, i}(3, :) + \frac{x_{j-s} - \mathbf{X}_{\text{new}, i}(4, :)}{\mathbf{X}_{\text{new}, i}(5, :) + \dots + \frac{x_{j-s} - \mathbf{X}_{\text{new}, i}(D-1, :)}{\mathbf{X}_{\text{new}, i}(D, :)}}, \\ j = s+1, s+2, \dots, n; \\ \tilde{x}_{\text{new}, j} = x_j, j = 1, 2, \dots, s. \end{cases} \quad (21)$$

Step 4: 根据 F_i 和 $F_{\text{new}, i}$ 评价每个粒子的个体最优值 P_i 和全局最优值 P_g , 并更新.

Step 5: 判断是否达到终止条件, 若没有, 则转至 Step 2, 否则, 迭代结束.

4 仿真实验

为了验证本文所提预测模型的高效性, 以二阶强迫布鲁塞尔振子和三维二次自治广义 Lorenz 系统这两个复杂的多输入多输出连续混沌系统为例进行仿真实验, 并与 BP 神经网络和 RBF 神经网络作对比. 其中: 网络均采用 1-3-1 型拓扑, BP 神经网络隐含层激励函数采用单极性 Sigmoid 函数 $f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$, RBF 神经网络隐含层激励函数采用高斯函数 $g(x) = e^{-\frac{\|x - c_j\|_2^2}{\beta_j^2}}$, $c_j (j = 1, 2, 3)$ 为隐含层第 j 个节点的中心点, $\beta_j (j = 1, 2, 3)$ 为隐含层第 j 个节点的基宽.

4.1 二阶强迫布鲁塞尔振子

二阶强迫布鲁塞尔振子是一种由周期外力驱动的线性振子与非线性振子耦合的系统, 可用非自治常微分方程组表示, 方程在不同参数的控制下会出现锁频、分岔及混沌等不同的动力学行为, 这些行为具有明显的非线性特征^[16], 其模型可表示为

$$\begin{cases} \dot{x} = B - (A+1)x + x^2y + p \cos(wt), \\ \dot{y} = Ax - x^2y. \end{cases} \quad (22)$$

当 $A = 1.2, B = 0.4, w = 0.85, p > 0.0538$ 时, 系统出现混沌现象. 这里 p 取 0.5, 系统产生“螺旋形”吸引子, 如图 2 所示.

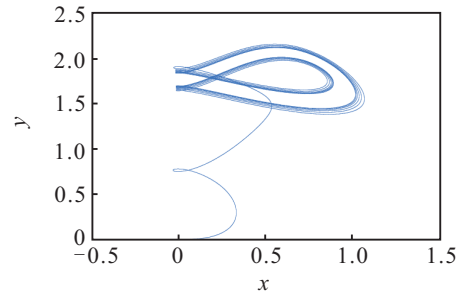


图 2 二阶强迫布鲁塞尔振子吸引子

仿真过程中, 初值 x_0, y_0 均为 0, 步长 h 为 0.01, 通过四阶 Runge-Kutta 法计算包含 5000 个数据点的混沌时间序列, 利用序列 x 的前 2000 个数据点建立预测模型, 后 3000 个数据点作预测分析. 在建立预测模型时, QPSO 算法参数设置为: 进化代数 $T = 30$, 种群大小 $N = 40$, 粒子维数 $D = 5, 7, 9$, 位置上限 $x_{\max} = 10$. 为了使结果具有统计意义, QPSO 算法独立运行 20 次, 利用平均最优解建立预测模型. 各预测模型仿真曲线如图 3 所示.

在图 3 中: ①为原序列, ②为基于 QPSO 算法的二阶全参数连分式, ③为基于 QPSO 算法的三阶全参数连分式, ④为基于 QPSO 算法的四阶全参数连分式, ⑤为 BP 神经网络, ⑥为 RBF 神经网络.

为了定量评价各预测模型的差异, 将模型参数个数、平均建模时间、平均绝对值误差 (MAE) 和均方根误差 (RMSE) 作为评估性能指标. 各预测模型性能评价如表 1 所示, 为了方便, 表 1 中将基于 QPSO 算法

的 n 阶全参数连分式简记为 n -QPSO-FPCF.

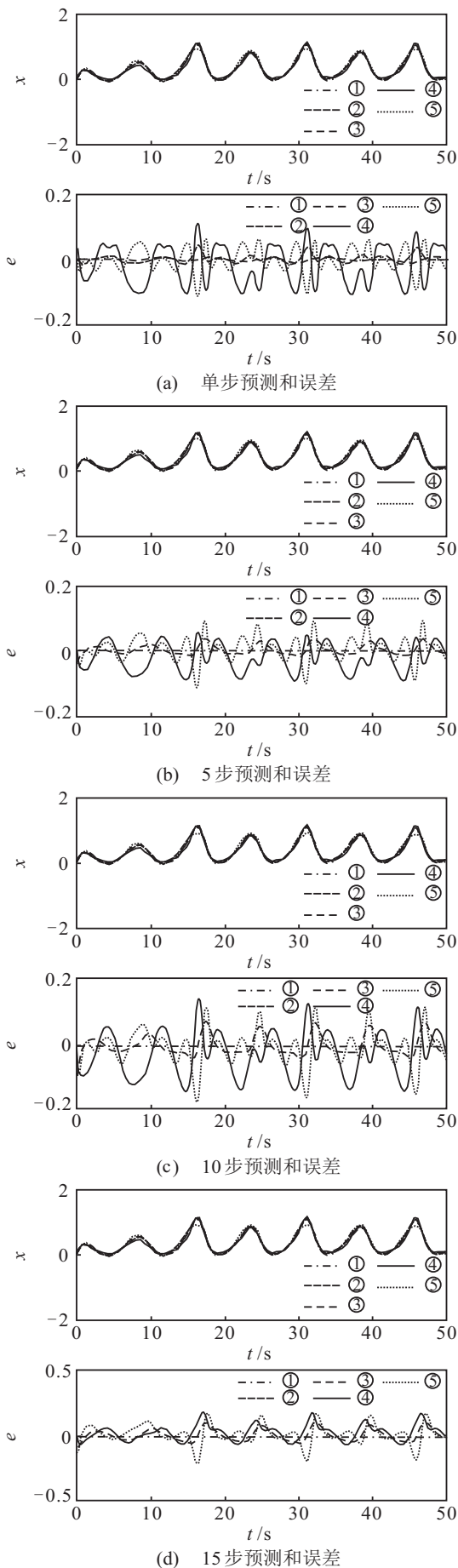


图 3 二阶强迫布鲁塞尔振子各预测模型

表 1 二阶强迫布鲁塞尔振子性能指标评价

预测 步数	模型	参数 个数	性能指标		
			平均建模 时间/s	MAE	RMSE
1	2-QPSO-FPCF	5	1.777 528	0.008 6	0.011 4
	3-QPSO-FPCF	7	2.410 896	0.004 0	0.004 6
	4-QPSO-FPCF	9	4.421 553	0.003 2	0.004 1
	BP	6	24.110 735	0.027 0	0.035 2
	RBF	9	26.556 022	0.053 3	0.060 8
5	3-QPSO-FPCF	7	2.422 871	0.011 7	0.014 4
	BP	6	23.846 533	0.027 7	0.036 7
	RBF	9	26.579 368	0.041 5	0.048 9
10	3-QPSO-FPCF	7	2.444 808	0.023 3	0.029 2
	BP	6	23.834 144	0.037 4	0.052 3
	RBF	9	26.102 458	0.060 3	0.072 8
15	3-QPSO-FPCF	7	2.434 101	0.035 2	0.042 7
	BP	6	23.781 814	0.051 4	0.072 7
	RBF	9	26.087 815	0.050 8	0.062 5

4.2 三维二次自治广义 Lorenz 系统

目前,多涡卷或多翅膀混沌吸引子的产生已成为研究热点.自 Suykens 和 Vandewalle 于 1993 年成功构造了单方向的多涡卷混沌系统之后,人们通过一些非线性函数实现了各种复杂多涡卷吸引子的产生^[17],三维二次自治广义 Lorenz 系统就是其中一种,通过调节非线性函数中的参数,可灵活地控制吸引子翅膀的相对位置、大小及其数量,其模型可表示为

$$\begin{cases} \dot{x} = a(y - x), \\ \dot{y} = bx + 0.6y - zx, \\ \dot{z} = g(y) - c, \\ g(y) = 2y^2. \end{cases} \quad (23)$$

当 $a = 1, b = 0.9, c = 0.32$ 时,三维二次自治广义 Lorenz 系统呈现混沌特性,即出现“双翅膀蝴蝶形”吸引子,如图 4 所示.

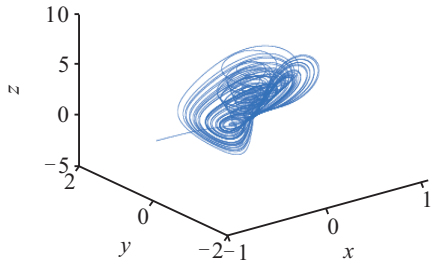


图 4 三维二次自治广义 Lorenz 系统吸引子

仿真过程中,初值 x_0, y_0, z_0 分别取 $-1, 0, 1$, 步长 h 取 0.01 , 通过四阶 Runge-Kutta 法计算包含 $4\,000$ 个数据点的混沌时间序列,利用序列 y 的前 $1\,500$ 个数据点建立预测模型,后 $2\,500$ 个数据点作预测分析. QPSO 算法参数设置见 4.1 节.为了使结果具有统计意义, QPSO 算法独立运行 20 次,利用平均最优解建立预测模型.各预测模型仿真曲线如图 5 所示,图 5 中各曲线含义与图 3 同.

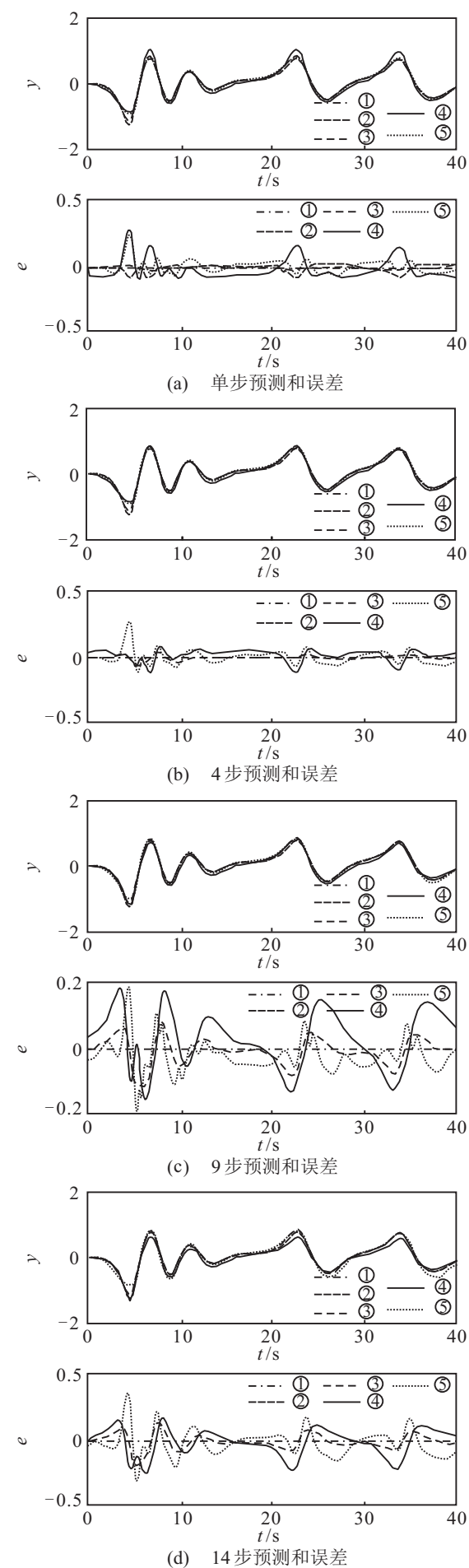


图 5 三维二次自治广义 Lorenz 系统各预测模型

各预测模型性能评价如表 2 所示。

表 2 三维二次自治广义 Lorenz 系统性能指标评价

预测步数	模型	性能指标			
		参数个数	平均建模时间/s	MAE	RMSE
1	2-QPSO-FPCF	5	1.387 517	0.019 3	0.027 2
	3-QPSO-FPCF	7	1.852 930	0.005 8	0.007 4
	4-QPSO-FPCF	9	3.336 193	0.007 1	0.008 6
	BP	6	17.977 116	0.037 4	0.048 4
	RBF	9	19.822 295	0.063 7	0.077 9
4	3-QPSO-FPCF	7	1.834 871	0.014 7	0.018 2
	BP	6	18.054 558	0.040 2	0.053 9
	RBF	9	19.436 608	0.035 1	0.043 7
9	3-QPSO-FPCF	7	1.836 165	0.030 9	0.041 6
	BP	6	17.968 564	0.042 6	0.054 6
	RBF	9	19.669 291	0.075 2	0.089 9
14	3-QPSO-FPCF	7	1.843 665	0.040 5	0.055 5
	BP	6	17.784 161	0.075 9	0.099 8
	RBF	9	19.776 086	0.080 2	0.101 7

4.3 性能分析

由图 3(a) 和图 5(a) 可以看出, 基于 QPSO 算法的三、四阶全参数连分式的预测曲线几乎全与原曲线重合, 误差曲线几乎均为零水平线, 两预测模型拟合效果明显好于基于 QPSO 算法的二阶全参数连分式; 由图 3(a)~3(d) 和图 5(a)~5(d) 可以看出, 不论是单步还是多步预测, 基于 QPSO 算法的三阶全参数连分式的预测曲线更接近原曲线, 误差曲线更靠近零水平线, 该预测模型的逼近度明显高于 BP 神经网络和 RBF 神经网络。

由表 1 和表 2 可知: 对于单步预测, 基于 QPSO 算法的三、四阶全参数连分式的 MAE 和 RMSE 均相当, 且明显小于基于 QPSO 算法的二阶全参数连分式的相应指标, 但随着连分式阶数的升高, 参数个数增多、建模时间增长; 不论是单步还是多步预测, 对于二阶强迫布鲁塞尔振子模型和三维二次自治广义 Lorenz 系统模型, 基于 QPSO 算法的三阶全参数连分式的 MAE 和 RMSE 分别约是 BP 神经网络和 RBF 神经网络相应指标的 0.08~0.7 倍和 0.09~0.7 倍, 且参数个数相当或减少, 建模时间大约降低一个数量级。由此可知, 基于 QPSO 算法的三阶全参数连分式不仅结构简单, 而且精度高、效率高。

图 3、图 5 和表 1、表 2 得出了近乎相同的结论, 且表 1、表 2 分别对图 3、图 5 作了补充和完善, 进一步验证了本文所提预测模型的高效性和通用性。

5 结 论

本文提出了基于 QPSO 算法的全参数连分式预测模型, 利用二阶强迫布鲁塞尔振子和三维二次自治广义 Lorenz 系统进行验证, 得出此模型的优点: 1) 计算量小, 无需对混沌时间序列进行相空间重构, 避免

了复杂的数据处理和运算; 2) 模型参数少, 结构简单, 且对训练样本无严格限制; 3) 预测精度高, 建模时间短, 增强了实用性并提高了时效性; 4) 可较精确地给出未知系统的动力学方程表达式, 便于研究和应用。因此, 基于 QPSO 算法的全参数连分式预测模型可被推广和应用, 在复杂的非线性动力学系统模式识别、故障诊断、经济预测和天气预报等领域可发挥很好的作用。

参考文献(References)

- [1] 王维博, 冯全源. 基于分层多子群的混沌粒子群优化算法[J]. 控制与决策, 2010, 25(11): 1663-1668.
(Wang W B, Feng Q Y. Chaotic particle swarm optimization algorithm based on hierarchical multi-subpopulation[J]. Control and Decision, 2010, 25(11): 1663-1668.)
- [2] 韩敏, 穆大芸. 回声状态网络 LM 算法及混沌时间序列预测[J]. 控制与决策, 2011, 26(10): 1469-1472.
(Han M, Mu D Y. LM algorithm in echo state network for chaotic time series prediction[J]. Control and Decision, 2011, 26(10): 1469-1472.)
- [3] 韩敏, 王迎新. 多元混沌时间序列的加权极端学习机预测[J]. 控制理论与应用, 2013, 30(11): 1467-1472.
(Han M, Wang Y X. Multivariate chaotic time series prediction based on weighted extreme learning machine[J]. Control Theory & Applications, 2013, 30(11): 1467-1472.)
- [4] Tongal H, Berndtsson R. Phase-space reconstruction and self-exciting threshold modeling approach to forecast lake water levels[J]. Stoch Environ Res Risk Assess, 2014, 28(4): 955-971.
- [5] Masoumi H R F, Basri M, Kassim A, et al. Comparison of estimation capabilities of the artificial neural network with the wavelet neural network in lipase-catalyzed synthesis of triethanolamine-based esterquats cationic surfactant[J]. J of Surfact Deterg, 2014, 17(2): 287-294.
- [6] Pandey A, Thapa K B, Prasad R, et al. General regression neural network and radial basis neural network for the estimation of crop variables of lady finger[J]. J of the Indian Society of Remote Sensing, 2012, 40(4): 709-715.
- [7] Bansal A, Chen T T, Zhong S. Privacy preserving back-propagation neural network learning over arbitrarily partitioned data[J]. Neural Computing & Application, 2011, 20(1): 143-150.
- [8] Bashirov A E, Belaghi M J S. On application of euler's differential method to a continued fraction depending on parameter[J]. Indian J of Pure and Applied Mathematics, 2014, 45(3): 285-295.
- [9] Manickavelu D, Vaidyanathan R U. Particle swarm optimization(PSO)-based node and link lifetime prediction algorithm for route recovery in MANET[J]. EURASIP J on Wireless Communications and Networking, 2014, 2014(107): 1-10.
- [10] Sung W T, Chiang Y C. Improved particle swarm optimization algorithm for android medical care IOT using modified parameters[J]. J of Medical Systems, 2012, 36(6): 3755-3763.
- [11] Farzi S, Dastjerdi A B. Leaf constrained minimal spanning trees solved by modified quantum-behaved particle swarm optimization[J]. Artificial Intelligence Review, 2010, 34(1): 1-17.
- [12] 张森, 肖先赐. 混沌时间序列全局预测新方法——连分式法[J]. 物理学报, 2005, 54(11): 5062-5068.
(Zhang S, Xiao X C. A new method of global prediction for chaotic time series based on continued fractions[J]. Acta Physica Sinica, 2005, 54(11): 5062-5068.)
- [13] Tian N, Lai C H. Parallel quantum-behaved particle swarm optimization[J]. Int J of Machine Learning and Cybernetics, 2014, 5(2): 309-318.
- [14] 张宏立, 宋莉莉. 基于量子粒子群算法的混沌系统参数辨识[J]. 物理学报, 2013, 62(19): 106-111.
(Zhang H L, Song L L. Parameter identification in chaotic systems by means of quantum particle swarm optimization[J]. Acta Physica Sinica, 2013, 62(19): 106-111.)
- [15] 陈帝伊, 柳烨, 马孝义. 基于径向基函数神经网络的混沌时间序列相空间重构双参数联合估计[J]. 物理学报, 2012, 61(10): 22-31.
(Chen D Y, Liu Y, Ma X Y. Parameter joint estimation of phase space reconstruction in chaotic time series based on radial basis function neural networks[J]. Acta Physica Sinica, 2012, 61(10): 22-31.)
- [16] 高璞珍, 张文超, 谭思超, 等. 摇摆条件下自然循环复合型脉动的同步化分析[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2012, 33(11): 1346-1350.
(Gao P Z, Zhang W C, Tan S C, et al. Synchronization analysis of natural circulation complex pulsation under rolling motion[J]. J of Harbin Engineering University, 2012, 33(11): 1346-1350.)
- [17] 周欣, 王春华, 郭小睿. 一个新的网络多翅膀混沌系统及其电路实现[J]. 物理学报, 2012, 61(20): 200506-1-200506-10.
(Zhou X, Wang C H, Guo X R. A new grid multi-wing chaotic system and its circuit implementation[J]. Acta Physica Sinica, 2012, 61(20): 200506-1-200506-10.)

(责任编辑: 闫 妍)