第 31 卷 第 3 期
Vol. 31 No. 3

控 制 与 决 策
Control and Decision

2016 年 3 月
Mar. 2016

文章编号: 1001-0920 (2016) 03-0559-05 DOI: 10.13195/j.kzyjc.2014.1898

基于并行 Kleinman 迭代算法的 Markov 跳变系统优化 H_∞ 控制

宋 军[1,2], 何舒平[1]

(1. 安徽大学 电气工程与自动化学院,合肥 230601;2. 华东理工大学 信息科学与工程学院,上海 200237)

摘 要: 基于 Kleinman 迭代算法的框架, 提出两种数值迭代算法, 用于解决连续时间 Markov 跳变系统的优化 H_∞ 控制器设计问题. 首先, 给出"直接并行 Kleinman 迭代算法", 并从正实算子的收敛性证明该算法的收敛性; 然后, 基于直接并行 Kleinman 迭代算法, 提出一种更加广义的迭代算法结构, 即"广义并行 Kleinman 迭代算法", 并论述其包含的 4 种情形; 最后, 通过数值示例验证了所提出算法的有效性.

关键词: Markov 跳变系统;并行 Kleinman 迭代算法;H_∞ 优化控制;耦合对策代数 Riccati 方程

中图分类号: TP273 **文献标志码:** A

Optimal H_∞ control of Markov jump systems based on parallel Kleinman iteration algorithm

SONG Jun[1,2], *HE Shu-ping*[1]

(1. School of Electrical Engineering and Automation, Anhui University, Hefei 230601, China; 2. School of Information Science and Engineering, East China University of Science and Technology, Shanghai 200237, China. Correspondent: HE Shu-ping, E-mail: shuping.he@ahu.edu.cn)

Abstract: Based on the framework of Kleinman iteration algorithm, two computation iteration algorithms are studied to solve the optimal H_∞ control problems for continuous-time Markov jump linear systems. Firstly, the direct parallel Kleinman iteration algorithm is proposed and the proof of the convergence of the iterative algorithm is established. Then, based on the direct parallel Kleinman, a more general iterative algorithm, called generalized parallel Kleinman iteration algorithm, is proposed with four different cases. Finally, a numerical example is provided to illustrate the effectiveness of the proposed algorithms.

Keywords: Markov jump systems; parallel Kleinman iteration algorithm; optimal H_∞ control; coupled game algebraic Riccati equation

0 引 言

Markov 跳变系统是一类特殊的随机混杂系统. 针对该类系统的研究工作最早可追溯到上世纪 60 年代, Krasovskii 等[1]首先对该类系统的控制设计问题进行了分析. 随后, 越来越多的学者对随机 Markov 跳变系统进行了深入的研究和探讨, 并在随机稳定性、镇定、鲁棒控制、滤波和故障检测等领域取得了丰硕的成果[2-6].

求解随机 Markov 跳变系统的最优化控制, 即跳变二次型优化、H_2 优化控制等问题, 实际上等价于求解一个"连续时间耦合对策代数 Riccati 方程"或"离散时间耦合对策代数 Riccati 方程". 近年来, 通过构造数值计算迭代算法求解对应的耦合非线性矩阵方程也得到了人们的广泛关注. 针对连续时间线性随机 Markov 跳变系统的最优化控制问题, Salama 等[7]给出了一个等价于 Newton 迭代算法的数值计算算法. 随后, Borno[8]给出了一个计算复杂度更小的迭代算法, 并取名为"并行算法", 用于求解其"耦合代数 Lyapunov 方程". 基于并行计算的思想, Gajic 等[9-10]给出了并行求解"连续时间耦合代数 Riccati 方程"的迭代算法, 并推广到离散 Markov 跳变系统的 Riccati 方程求解中. 随后, 越来越多的研究者对这种基于并行解耦思想的算法进行了继承和发展, 如 Gajic 等[11]和 Ivanov[12]分别综合了一些求解连续时间耦合代数

收稿日期: 2014-12-13;**修回日期:** 2015-04-27.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61203051);教育部博士点基金项目(20123401120010);安徽省自然科学基金重点项目(KJ2012A014).

作者简介: 宋军(1989−), 男, 博士生, 从事非线性系统控制和网络系统分析与控制的研究;何舒平(1983−), 男, 教授, 博士, 从事随机系统控制与综合、故障检测与诊断技术等研究.

Riccati 方程的算法, 并给出了一个新的序列迭代算法; Li 等[13]对包含 Itô 随机参数的 Markov 跳变系统的连续时间及离散时间 Lyapunov 耦合方程的并行数值算法进行了分析; Wang 等[14]将并行求解迭代算法推广到对离散时间随机 Markov 跳变系统的 Lyapunov 方程的求解上.

需要指出的是, 基于迭代算法求解随机 Markov 跳变系统的 H_∞ 优化控制问题并没有得到很好地解决. 基于此, 在 Kleinman 迭代算法[15]的基础上, 本文提出两种离线数值迭代算法, 用于解决连续时间随机 Markovian 跳变系统的 H_∞ 优化控制器设计问题. 首先, 提出一个名为"直接并行 Kleinman 迭代算法", 并从正实算子的收敛性证明该算法的收敛性; 然后, 基于直接并行 Kleinman 迭代算法, 给出一种更加广义的迭代算法, 即"广义并行 Kleinman 迭代算法"; 最后, 通过选取权系数的不同情形, 用数值示例验证了这两种算法的有效性.

1 问题描述

在概率空间 $(\Omega \quad F \quad P)$ 中, 考虑如下的一类连续时间线性 Markov 跳变线性系统 (MJLSs):

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A(r(t))x(t) + B_1(r(t))u(t) + \\ \qquad B_2(r(t))w(t), \\ y(t) = \begin{bmatrix} C(r(t))x(t) \\ D(r(t))u(t) \end{bmatrix}, \\ x(t) = x_0,\ r(t) = r_0,\ t = 0. \end{cases} \tag{1}$$

其中: Ω 是样本空间, F 是事件场, P 是定义在事件 F 上的测度概率; $x(t) \in \boldsymbol{R}^n$ 是系统状态向量, $u(t) \in \boldsymbol{R}^m$ 是系统控制输入向量, $w(t) \in \boldsymbol{R}^p$ 是系统外界扰动输入, 且属于 $L_\infty[0,+\infty) \bigcap L_2[0,+\infty)$; $\{r(t), t \geqslant 0\}$ 从 Markov 过程的有限集合 $S = \{1,2,\cdots,N\}$ 中取值, 并且其模态之间的转移概率为

$$P_r\{r(t+t_\Delta) = j | r(t) = i\} = \\ \begin{cases} \pi_{ij} t_\Delta + o(t_\Delta),\ j \neq i; \\ 1 + \pi_{ii} t_\Delta + o(t_\Delta),\ j = i. \end{cases} \tag{2}$$

其中: $t_\Delta > 0$, $\lim\limits_{t_\Delta \to 0} \dfrac{O(t_\Delta)}{t_\Delta} = 0$; $\pi_{ij} \geqslant 0 (j \neq i)$, 表示从 t 时刻 i 模态转移到 $t + t_\Delta$ 时刻 j 模态的概率, 同时满足

$$\pi_{ii} = -\sum_{j \in S, j \neq i} \pi_{ij}. \tag{3}$$

MJLSs (1) $\sim$ (3) 中的系数矩阵是已知且具有适当维数的常数实矩阵. 为了表示方便, 当 $r(t) = i (i \in S)$ 时, 记 $A(r(t))$、$B_1(r(t))$、$B_2(r(t))$、$C(r(t))$ 和 $D(r(t))$ 为 A_i、B_{1i}、B_{2i}、C_i 和 D_i.

假设 1 在随机 MJLSs (1) $\sim$ (3) 中, (A_i, B_{1i}) 是随机可镇定[16]的, (C_i, A_i) 是状态可观测的.

在如上假设的前提下, 对于 MJLSs(1) $\sim$ (3), 建立如下的状态反馈控制器:

$$u(t) = K_i x(t), \tag{4}$$

其中待定矩阵 $K_i (i \in S)$ 即为控制器增益.

将式 (4) 代入系统 (1), 可得到如下闭环控制系统:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = (A_i + B_{1i}K_i)x(t) + B_{2i}w(t), \\ y(t) = \begin{bmatrix} C_i \\ D_iK_i \end{bmatrix} x(t). \end{cases} \tag{5}$$

在系统分析前, 首先给出以下定义和引理.

定义 1 当 $u(t) \equiv 0$, $w(t) \equiv 0$ 时, 如果对于任意的初始条件 (x_0, r_0), MJLSs (1) $\sim$ (3) 的状态都满足

$$\lim_{t \to \infty} \boldsymbol{E} \|x(t)\|^2 = 0, \tag{6}$$

则 MJLSs (1) $\sim$ (3) 对于所有的跳变模态都是几乎渐近稳定 (ASS)[16]的.

定义 2 对于随机 MJLSs (1) $\sim$ (3), 如果闭环控制系统 (5) 是 AAS 的, 且存在一个正实数 γ, 使如下的不等式成立:

$$\boldsymbol{E}\Big[\int_0^\infty y^{\mathrm{T}}(t)y(t)\mathrm{d}t\Big] \leqslant \gamma^2 \int_0^\infty w^{\mathrm{T}}(t)w(t)\mathrm{d}t. \tag{7}$$

则状态反馈控制器 (4) 是其 γ- 扰动抑制率的 H_∞ 控制器.

下面的引理将帮助得到本文的主要结果.

引理 1 设定 γ 是一个给定的正实数. 当且仅当如下的耦合对策代数 Riccati 方程 (CGARE)[16]:

$$A_i^{\mathrm{T}} P_i + P_i A_i + \sum_{j=1}^N \pi_{ij} P_j + Q_i + \\ \gamma^{-2} P_i B_{2i} B_{2i}^{\mathrm{T}} P_i - P_i B_{1i} R_i^{-1} B_{1i}^{\mathrm{T}} P_i = 0, \tag{8}$$

有一组镇定、对称解矩阵解 $\{P_i^* > 0, i \in S\}$, 则闭环控制系统 (5) 是 AAS 的, 且同时满足 H_∞ 约束条件 (7). 在这种情形下, 随机 MJLSs(1) $\sim$ (3) 的最优 H_∞ 状态反馈控制器增益为

$$K_i^* = -R_i^{-1} B_{1i}^{\mathrm{T}} P_i^*. \tag{9}$$

其中: $Q_i = C_i^{\mathrm{T}} C_i$, $R_i = D_i^{\mathrm{T}} D_i$.

由引理 1 可知, 求解随机 MJLSs (1) $\sim$ (3) 的 H_∞ 优化状态反馈控制器实际上等价于求解连续时间 CGARE(8) 的精确解. 本文分别给出两种数值迭代算法求解耦合 CGARE(8). 需要指出的是, 本文所研究的方法是离线数值迭代算法. 这类算法的求解前提是必须已知随机跳变系统的所有内部动态信息 $A_i\ (i \in S)$.

2 直接并行 Kleinman 迭代算法

在 H_2 优化控制问题的离线数值迭代算法 (并行算法[9]) 的基础上, 首先给出如下"直接并行 Kleinman 迭代算法", 用来求解连续时间 CGARE (8) 的精确解序列. 这个算法的结构是基于 Kleinman 迭代算法[15]的迭代结构.

算法 1　直接并行 Kleinman 迭代算法 (DPKIA).

$$[\bar{A}_i + B_{1i}K_i(n) + B_{2i}L_i(n)]^{\rm T}P_i(n)+ P_i(n)[\bar{A}_i + B_{1i}K_i(n) + B_{2i}L_i(n)] = -[K_i^{\rm T}(n)R_iK_i(n) - \gamma^2 L_i^{\rm T}(n)L_i(n) + Q_i(n)]. \tag{10}$$

其中: $\bar{A}_i = A_i + \frac{\pi_{ii}}{2}I$, 且有如下迭代等式:

$$\begin{cases} K_i(n) = -R_i^{-1}B_{1i}^{\rm T}P_i(n-1), \\ L_i(n) = \gamma^{-2}B_{2i}^{\rm T}P_i(n-1), \\ Q_i(n) = Q_i + \sum\limits_{j=1,j\neq i}^{N} \pi_{ij}P_j(n-1), \end{cases} \tag{11}$$

迭代步数 $n = 1, 2, \cdots$.

下面证明算法 1 的收敛性. 需要引入如下的两个关于正实算子 (Positive Operator) 的引理.

定义 3　算子 $T: \boldsymbol{E} \to \boldsymbol{F}$ 是定义于两个规则矩阵空间之间的. 若可称其为正实算子[17], 则对于任意一个矩阵 $A > 0$, 有 $TA > 0$ 成立.

引理 2　若 $T: \boldsymbol{F} \to \boldsymbol{F}$ 是一个正实算子, 同时 $\rho(T)$ 表示算子 T 的谱半径 (即它的最大特征值), 那么, 如下的命题是等价的[18]: 1) $\rho(T) < 1$; 2) 存在一个矩阵 $X > 0$, 使得 $TX - X < 0$.

首先, 定义如下的一个算子 T:

$$\begin{cases} T: \boldsymbol{R}^{n\times n} \to \boldsymbol{R}^{n\times n}, \\ T(P_1, \cdots, P_i, \cdots, P_N) = \\ \bar{A}_i^{\rm T}P_i + P_i\bar{A}_i + \sum\limits_{j=1,j\neq i}^{N} \pi_{ij}P_j + Q_i + \\ \gamma^{-2}P_iB_{2i}B_{2i}^{\rm T}P_i - P_iB_{1i}R_i^{-1}B_{1i}^{\rm T}P_i, \end{cases} \tag{12}$$

则可得到 $T(P_1, \cdots, P_i, \cdots, P_N)$ 在 P_i 处的 Fréchet 微分[17]为

$$T_{P_i}{}'M = \bar{A}_i^{\rm T}M + M\bar{A}_i + \gamma^{-2}MB_{2i}B_{2i}^{\rm T}P_i + \gamma^{-2}P_iB_{2i}B_{2i}^{\rm T}M - MB_{1i}R_i^{-1}B_{1i}^{\rm T}P_i - P_iB_{1i}R_i^{-1}B_{1i}^{\rm T}M, \tag{13}$$

其中 $M \in \boldsymbol{R}^{n\times n}$. 基于算子 T 和算子 $T_{P_i}{}'$, 定义另一个算子

$$L = I - (T_{P_i}{}')^{-1}T. \tag{14}$$

引理 3　DPKIA 迭代算法等价于如下数值迭代算法:

$$P_i(n) = LP_i(n-1), \tag{15}$$

其中 n 为迭代算法的步数.

证明　引入一个辅助变量 J, 定义为

$$J = T_{P_i(n-1)}{}'P_i(n) - T_{P_i(n-1)}{}'P_i(n-1) + TP_i(n-1). \tag{16}$$

结合式 (12) 和 (13), 可得

$$T_{P_i(n-1)}{}'P_i(n) = \bar{A}_i^{\rm T}P_i(n) + P_i(n)\bar{A}_i + \gamma^{-2}P_i(n)B_{2i}B_{2i}^{\rm T}P_i(n-1) + \gamma^{-2}P_i(n-1)B_{2i}B_{2i}^{\rm T}P_i(n) - P_i(n)B_{1i}R_i^{-1}B_{1i}^{\rm T}P_i(n-1)P_i(n-1)B_{1i}R_i^{-1}B_{1i}^{\rm T}P_i(n), \tag{17}$$

$$T_{P_i(n-1)}{}'P_i(n-1) = \bar{A}_i^{\rm T}P_i(n-1) + P_i(n-1)\bar{A}_i + \gamma^{-2}P_i(n-1)B_{2i}B_{2i}^{\rm T}P_i(n-1) + \gamma^{-2}P_i(n-1)B_{2i}B_{2i}^{\rm T}P_i(n-1) - P_i(n-1)B_{1i}R_i^{-1}B_{1i}^{\rm T}P_i(n-1) - P_i(n-1)B_{1i}R_i^{-1}B_{1i}^{\rm T}P_i(n-1). \tag{18}$$

将式 (17) 和 (18) 代入 (16), 经数学运算得

$$J = T_{P_i(n-1)}{}'P_i(n) - T_{P_i(n-1)}{}'P_i(n-1) + TP_i(n-1) = [\bar{A}_i + B_{1i}K_i(n) + B_{2i}L_i(n)]^{\rm T}P_i(n)+ P_i(n)[\bar{A}_i + B_{1i}K_i(n) + B_{2i}L_i(n)]+ [K_i^{\rm T}(n)R_iK_i(n) - \gamma^2L_i^{\rm T}(n)L_i(n) + Q_i(n)]. \tag{19}$$

另一方面, 式 (16) 可以转化为

$$P_i(n) = P_i(n-1) - (T_{P_i}{}')^{-1}TP_i(n-1) = [I - (T_{P_i}{}')^{-1}T]P_i(n-1) = LP_i(n-1). \tag{20}$$

从而得 $J \equiv 0$. 综合算法 1、式 (19) 和 (20) 可知, 迭代算法 (15) 等价于算法 1. □

进一步, 给出如下引理:

引理 4　定义式 (14) 的算子 L 是一个正实算子.

证明　由于 $P_i(n)$ 和 $P_i(n-1)$ 都为正定矩阵, 由式 (15) 可知

$$P_i(n) = LP_i(n-1) > 0. \tag{21}$$

由定义 3 可知, 算子 L 是一个正实算子. □

结合引理 2 ∼ 引理 4, 可以证明本节给出的 DPKIA 算法的收敛性. 结果在定理 1 中给出.

定理 1　设 P_i^* 是连续时间 CGARE (8) 的精确解, 序列 $\{P_i(n)\}_{n=0}^{\infty}$ 是 DPKIA 算法所得到的迭代数值解序列, 那么, DPKIA 算法是单调收敛的离线数值迭代算法, 且有

$$\lim_{n\to\infty} P_i(n) = P_i^*. \tag{22}$$

证明　结合文献 [11] 给出的迭代初值的选择方法, 可选择一个初始迭代序列 $\{P_i(0), \forall i \in S\}$, 使得该正实序列满足

$$P_i(0) - P_i(1) > 0,\ \forall i. \tag{23}$$

进一步, 已知 $\{P_i(0), \forall i \in S\}$ 是正实序列, 故结合式 (15) 有

$$LP_i(0)-P_i(0)=P_i(1)-P_i(0). \tag{24}$$

显然, 由式(23)可知, $\exists P_i(0)>0$, 有 $LP_i(0)-P_i(0)<0$. 由引理2可得, $\rho(L)<1$成立. 结合文献[18]可知, 迭代方程式(15)必单调收敛. 进而由引理3可知, 本文提出的DPKIA算法单调收敛.

另一方面, 设

$$\lim_{n\to\infty}P_i(n)=\lim_{n\to\infty}P_i(n-1)=P_i^\circ,$$

对式(19)两边同时求极限, 易得

$$A_i^{\mathrm T}P_i^\circ+P_i^\circ A_i+\sum_{j=1}^N\pi_{ij}P_j^\circ+Q_i+$$
$$\gamma^{-2}P_i^\circ B_{2i}B_{2i}^{\mathrm T}P_i^\circ-P_i^\circ B_{1i}R_i^{-1}B_{1i}^{\mathrm T}P_i^\circ=0. \tag{25}$$

因为连续时间CGARE(8)有且仅有一个精确解序列, 可得

$$P_i^\circ\equiv P_i^*,\ \forall i\in S.$$

从而必有式(22)成立. □

3 广义并行Kleinman迭代算法

在迭代方程(10)中, 等式的右边并不包含单独的 $P_i(n-1)$. 考虑到 $P_i(n-1)$, 在Li提出的"隐性迭代算法"[13]的基础上, 本文给出一种更加广义的数值迭代算法用于求解连续时间CGARE(8).

算法2 广义并行Kleinman迭代算法(GPKIA).

$$\Big[A_i+\frac{\pi_{ii}(1-\mu_i)}{2}I+$$
$$B_{1i}K_i(n)+B_{2i}L_i(n)\Big]^{\mathrm T}P_i(n)+$$
$$P_i(n)\Big[A_i+\frac{\pi_{ii}(1-\mu_i)}{2}I+$$
$$B_{1i}K_i(n)+B_{2i}L_i(n)\Big]=$$
$$-[K_i^{\mathrm T}(n)R_iK_i(n)-\gamma^2L_i^{\mathrm T}(n)L_i(n)+$$
$$Q_i(n)]-\mu_i\pi_{ii}P_i(n-1). \tag{26}$$

其中

$$\begin{cases}K_i(n)=-R_i^{-1}B_{1i}^{\mathrm T}P_i(n-1),\\ L_i(n)=\gamma^{-2}B_{2i}^{\mathrm T}P_i(n-1),\\ Q_i(n)=Q_i+\displaystyle\sum_{j=1,j\neq i}^N\pi_{ij}P_j(n-1),\end{cases} \tag{27}$$

迭代步数 $n=1,2,\cdots$.

与DPKIA算法不同, GPKIA算法中引入了一个跳变模态依赖的权系数 μ_i. 考虑到该参数的取值范围不同会对算法的收敛性及求解结果产生明显的不同, 故将GPKIA算法分解为以下4种情形:

情形1: 在式(26)中, 选择 $\mu_i\equiv 0$. 容易看到, 此时, GPKIA算法为DPKIA算法, 即DPKIA算法是GPKIA算法的一个特例. 前者包含于后者的方程中.

情形2: 权系数 μ_i 从 $(-\infty,0)$ 中取值, 则GPKIA算法即为隐性迭代算法[13]. 这是因为总可以在 $(-\infty,0)$ 区域内找到一个合适的权系数 μ_i, 使得

$$\beta_i=\mu_i\pi_{ii}, \tag{28}$$

其中 β_i 是Li等引入的依赖于模态的正实权系数. 故可以看出, "隐性迭代算法"[13]也包含于GPKIA算法中.

情形3: 权系数 μ_i 从 $(0,1)$ 中取值. 此时, GPKIA算法降为"准收敛广义并行Kleinman迭代算法". 在这种情形下, 计算经验发现, 算法2迭代收敛于有限多个矩阵解序列, 这些矩阵解序列是连续时间CGARE(8)的次优解序列. 基于这些矩阵解序列, 可得MJLSs(1)~(3)的有限多个 γ-次优 H_∞ 状态反馈控制器增益[19]. 需要说明的是, 这种情形下的GPKIA算法收敛性证明需要进一步的探究.

情形4: 权系数 μ_i 在 $[1,+\infty)$ 中取值. 此时, 算法2是发散的数值迭代, 即无法找到MJLSs(1)~(3)的优化 H_∞ 状态反馈控制器. 定义如下显示算法迭代精度的辅助变量:

$$\varDelta_i(n)=\log_{10}[\|P_i(n)-P_i(n-1)\|],n=1,2,\cdots. \tag{29}$$

在情形4的取值情况下, 有结论 $\lim\limits_{n\to\infty}\Delta_i(n)=\infty$ 成立. 计算经验验证了这个结论.

4 数值示例

借用文献[9]中的数值示例, 令输入矩阵 $C_1=C_2=[1\ \ 0\ \ 1\ \ 0]$, 输出矩阵 $D_1=D_2=1$, 扰动抑制率 $\gamma=3.5$, 扰动输入矩阵为

$$B_{21}=B_{22}=[1\ \ 0\ \ 0\ \ 0]^{\mathrm T}.$$

图1验证了算法1和算法2 $(\mu_1=\mu_2=-1)$ 的收敛性. 同时可以看出, 相比于DPKIA算法, GPKIA算法收敛更快, 且拥有更小的迭代精度.

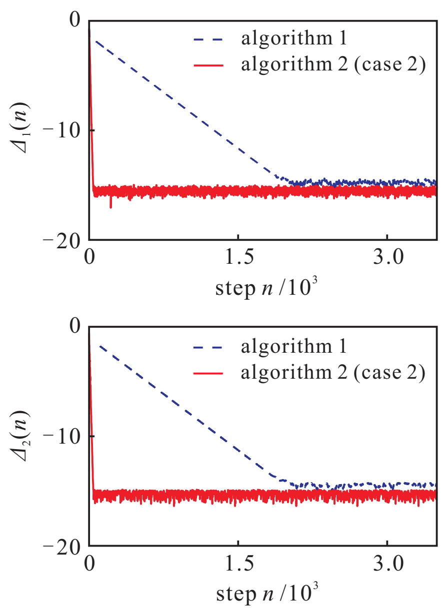

图1 DPKIA算法和GPKIA算法的验证及比较

5 结　论

本文提出了两种离线数值迭代算法, 用于解决 MJLSs 的 H_∞ 优化控制器设计问题. 首先给出了 DPKIA 算法, 并证明了该算法的收敛性; 然后将 DPKIA 算法推广到 GPKIA 算法. 根据权系数 μ_i 在不同区域内的取值情况, 进一步讨论了 GPKIA 算法的 4 种情形. 数值示例验证了本文所设计算法的收敛性和有效性.

参考文献(References)

[1] Krasovskii N M, Lidskii E A. Analytical design of controllers in systems with random attributes[J]. Automation and Remote Control, 1961, 22(I/II/III): 1021-2025.

[2] Feng X, Loparo K A, Ji Y. Stochastic stability properties of jump linear systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1992, 37(1): 38-53.

[3] Wang Z, Liu Y, Liu X. Exponential stabilization of a class of stochastic system with Markovian jump parameters and mode-dependent mixed time-delays[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2010, 55(7): 1656-1662.

[4] Li H, Gao H, Shi P, et al. Fault-tolerant control of Markovian jump stochastic systems via the augmented sliding mode observer approach[J]. Automatica, 2014, 50(7): 1825-1834.

[5] Gao H, Fei Z, Lam J, et al. Further results on exponential estimates of Markovian jump systems with mode-dependent time-varying delays[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2011, 56(1): 223-229.

[6] Zhong M, Ye H, Shi P, et al. Fault detection for Markovian jump systems[J]. IEE Proc Control Theory and Applications, 2005, 152(4): 397-402.

[7] Salama A, Gourishankar V. A computational algorithm for solving a system of coupled algebraic matrix Riccati aligns[J]. IEEE Trans on Computers, 1974, 23(1): 100-102.

[8] Borno I. Parallel computation of the solutions of coupled algebraic Lyapunov equations[J]. Automatica, 1995, 31(9): 1345-1347.

[9] Gajic Z, Borno I. Lyapunov iterations for optimal control of jump linear systems at steady state[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1995, 40(10): 1971-1975.

[10] Borno I, Gajic Z. Parallel algorithm for solving coupled algebraic Lyapunov aligns of discrete-time jump linear systems[J]. Computers and Mathematics with Applications, 1995, 30(7): 1-4.

[11] Gajic Z, Losada R. Monotonicity of algebraic Lyapunov iterations for optimal control of jump parameter linear systems[J]. Systems and Control Letters, 2000, 41(3): 175-181.

[12] Ivanov I G. On some iterations for optimal control of jump linear aligns[J]. Nonlinear Analysis, 2008, 69(10): 4012-4024.

[13] Li Z, Zhou B, Lam J, et al. Positive operator based iterative algorithms for solving Lyapunov equations for Itô stochastic systems with Markovian jumps[J]. Applied Mathematics and Computation, 2011, 217(17): 8179-8195.

[14] Wang Q, Lam J, Wei Y, et al. Iterative solutions of coupled discrete Markovian jump Lyapunov equations[J]. Computers and Mathematics with Applications, 2008, 55(4): 843-850.

[15] Kleinman D. On an iterative technique for Riccati equations computations[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1968, 13(1): 114-115.

[16] Boukas E K. Stochastic switching systems: Analysis and design[M]. Birkh$\ddot{a}$user Boston: Springer, 2006.

[17] Aliprantis C D, Burkinshaw O. Positive operator[M]. New York: Academic Press, 1985.

[18] Schneider H. Positive operators and an inertia theorem[J]. Numerische Mathematik, 1965, 7(1): 11-17.

[19] He S, Song J. Finding the optimal H_∞ controller for stochastic Markovian jumping systems by using parallel Kleinman iteration algorithm[C]. Proc of the 11th WCICA, 2014: 2097-2102.

(责任编辑: 齐　霁)