

## 基于NSST域隐马尔可夫树模型的SAR和 灰度可见光图像融合

刘健<sup>1</sup>, 雷英杰<sup>1</sup>, 邢雅琼<sup>1</sup>, 鹿传国<sup>2</sup>

(1. 空军工程大学 防空反导学院, 西安 710051; 2. 空军 95806 部队, 北京 100076)

**摘要:** 针对合成孔径雷达(SAR)图像和可见光图像融合问题, 提出一种基于非下采样剪切波变换域的隐马尔可夫树模型的图像融合方法(NHMM), 图像经过非下采样剪切波变换(NSST)分解形成一个低频子带和多个高频子带. 在NSST域中, 对低频系数采用基于标准差的融合策略; 针对高频子带, 建立NSST域隐马尔可夫树(HMT)模型对高频系数进行训练, 并根据梯度能量对训练后的高频系数进行选择, 最后通过NSST逆变换得到融合图像. 实验结果表明, 所提出的方法可提高图像的融合质量, 并能降低图像噪声, 具有一定的有效性和实用性.

**关键词:** 非下采样剪切波变换; 隐马尔可夫; 图像融合

**中图分类号:** TP312

**文献标志码:** A

### Fusion technique for SAR and gray visible image based on hidden Markov model in non-subsample shearlet transform domain

LIU Jian<sup>1</sup>, LEI Ying-jie<sup>1</sup>, XING Ya-qiong<sup>1</sup>, LU Chuan-guo<sup>2</sup>

(1. Air and Missile Defence College, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China; 2. Air Force 95806, Beijing 100076, China. Correspondent: LIU Jian, E-mail: liujian758@163.com)

**Abstract:** To exact more directional information and important detail information from the images effectively, an image fusion algorithm for synthetic aperture radar(SAR) and grayscale visible light images based on the hidden Markov model(HMM) in the non-subsample Shearlet transform(NSST) domain is proposed. In NSST domain, the low frequency factors are fused by standard deviation. Meanwhile, the hidden Markov tree(HMT) model is built to train the high frequency factors. Then the energy gradient is used to select the trained high frequency factors. Thus, the low frequency and high frequency images are fused by inverse transformation of NSST to get the final image. Finally, the simulation results show that, compared with other multi-scale HMT models and traditional NSST fusion strategy, the proposed method can promote the fusion quality and enhance the information of the images, while reducing noise as well, and also show its effectiveness and feasibility.

**Keywords:** non-subsample Shearlet transform; hidden Markov tree; image fusion

## 0 引言

图像融合<sup>[1]</sup>是指利用多源传感器获得的冗余和互补信息, 将两幅或多副图像融合为一幅更准确、精确的合成图像. 由于具有方向性和各向异性的特点, 多尺度分解已广泛应用于图像融合领域. 基于非下采样轮廓波变换(NSCT)的图像融合方法是目前图像融合领域的研究热点, 该方法不仅继承了多尺度、多方向的能力而且具备各向异性和平移不变性的特点<sup>[2]</sup>; 但是, 由于自身结构的问题, NSCT的运算是十分耗时的, 这对于要求实时性的处理十分不利. 此

外, NSCT分解的方向数有限, 并不能充分获得方向性信息, 因此非下采样剪切波变换(NSST)应运而生. NSST是由拉普拉斯变换和剪切波滤波器构成的, 具有平移不变性和对方向数无限制的优势, 可有效地抑制吉布斯现象<sup>[3]</sup>. 目前, NSST在图像处理领域的探索尚处于起步阶段<sup>[4-5]</sup>.

可见光图像中目标和背景信息均具有明暗变化, 图像细节较为清楚, 但可见光传感器大气衰减较大, 并且受到天气和观测时间的限制, 如只使用可见光图像进行目标检测和识别是比较困难的; 而合成孔

收稿日期: 2014-12-20; 修回日期: 2015-03-26.

基金项目: 国家自然科学基金青年基金项目(61309008).

作者简介: 刘健(1987—), 男, 博士生, 从事图像处理的研究; 雷英杰(1957—), 男, 教授, 博士生导师, 从事智能信息处理等研究.

径雷达 (SAR) 图像能够全天候、全天时地主动成像, 且 SAR 图像具有丰富的纹理信息和较高的对比度, 但是其固有的斑噪声影响了 SAR 图像的效果<sup>[6]</sup>. 在此背景下, 本文提出一种基于 NSST 域隐马尔可夫树 (NHMT) 模型的图像融合方法来对 SAR 和可见光图像进行融合.

利用 NSST 能更优地表达出图像的细节纹理特征和隐马尔可夫模型能有效平滑图像噪声的特性<sup>[7]</sup>, 采用基于 NSST 域的隐马尔可夫树模型对 SAR 和可见光图像进行融合. 该方法平滑了融合图像复杂背景, 使融合图像的突变部分更加清晰, 突出了目标信息, 有利于融合图像在目标识别和探测中的应用.

## 1 图像的 NSST 变换

Easley 等<sup>[8]</sup>在传统仿射系统的基础上, 将几何和多尺度结合起来, 提出一种新的多分辨率分析工具——Shealet. 它不仅吸收了小波理论的最新研究成果, 且具有严格的数学基础. 在二维情况下, 合成放射系统的表达式为

$$M_{AS}(\Psi) = \{ \Psi_{i,j,k}(x) = |\det A|^{j/2} \Psi(S^l A^j x - k), \\ j, l \in \mathbf{Z}, k \in \mathbf{Z}^2 \}. \quad (1)$$

其中:  $\Psi \in L^2(\mathbf{R}^2)$ , 通过对基函数  $\Psi_{i,j,k}(x)$  进行旋转、剪切和平移变换, 形成 Parseval 框架, 并构成了仿射系统;  $A$  和  $S$  两个矩阵共同决定 Shearlet 的处理方式,  $A$  为各向异性膨胀矩阵, 与变换的尺度相关, 控制 Shearlet 变换的尺度;  $S$  为剪切矩阵, 与旋转、剪切等几何变换有关, 控制 Shearlet 变换的方向  $|\det S| = 1$ ;  $j$ 、 $l$  和  $k$  分别表示分解的尺度参数、方向参数和平移参数.  $A$  和  $S$  通常取  $A = [4, 0, 0, 2]$ ,  $S = [1, 1, 0, 1]$ .

离散 Shearlet 变换可以通过对连续型采样获得, NSST 的模型由两部分组成: 一是非下采样金字塔 (NSP), 图像经过 NSP 分解后形成大小相同的低频子带和高频子带, 为捕获图像中的奇异点, 低频子带反复进行  $k$  次 NSP 分解, 最终形成大小相同的 1 个低频子带和  $k+1$  个高频子带; 二是剪切滤波器 (SF), 它主要完成子带的多方向分解. 值得注意的是, 标准 Shearlet 中的 SF 是在伪极化网格中处理的, 包含了下采样等操作, 因此不具备平移不变性; 而在 NSST 中, 为了避免下采样环节, 整个过程通过二维卷积运算完成, 将 SF 从伪极化网格系统中映射到笛卡尔坐标系, 从而实现在频域中直接进行处理. NSST 的方向滤波器通过一个在区间内的长宽比可随尺度变化而变化的窗函数, 解决了方向数的限制问题. 因此, NSST 较其他多尺度变换更具有灵活性和有效性. 图 1 和图 2 分别为 NSST 的分解过程示意图和 NSST 的频域支撑基.

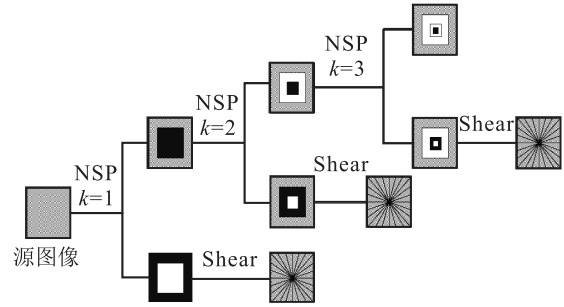


图 1 NSST 的分解过程

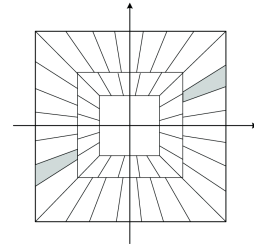


图 2 NSST 变换后的频域分区

## 2 NSST 域 HMT 模型

HMT 模型是在马尔可夫链的基础上衍生出来的, 其核心思想是: 任一时刻参数的状态只是由前一时刻的参数状态决定的, 隐马尔可夫模型的观察值是由当前状态所决定的概率分布随机产生的. 对于这种只能看到模型输出的观察值, 而看不到产生观察值内在状态变化的模型, 称之为隐马尔可夫模型<sup>[9]</sup>. 在逻辑上, 隐马尔可夫可被看成两层结构: 一层为隐状态, 另一层为观察值, 马尔可夫链一般位于隐含层. 经典的 HMT 模型设定参数集为  $\theta = \{A, B, \pi\}$ ,  $A$  表示初始状态的概率向量,  $B$  表示状态间的转移概率矩阵,  $\pi$  表示观察值概率矩阵. 文献 [10-11] 将 Contourlet 域 HMT 模型用于图像融合, 但由于 Contourlet 变换后的系数稀疏性略差于 NSST 域的系数, 且不具备平移不变性, 容易出现 Gibbs 现象; 而 NSST 的优势在于更优的稀疏表达图像, 对于边缘纹理等重要信息的表达也更加明确. 因此, 本文在 Contourlet 域 HMT 模型的基础上, 设计基于 NSST 域的 HMT 模型, 即 NHMT 模型. 由于图像边缘信息和噪声都存在于高频信息中, 对于经过 NSST 分解的高频系数建立 NHMT 模型可有效地降低噪声, 突出图像的边缘纹理细节信息, 更加有利于融合图像的实际应用.

经过 NSST 分解后, 各尺度的系数具有聚集性、传递性、非高斯性等特点. 高频系数中含有大量的小系数和少量的大系数, 其非高斯性边缘分布可通过高斯混合模型逼近. 根据高频系数的大小将其划分为两种状态, 即大系数状态和小系数状态. 当高频系数较大时, 表明其含有的高频能量较多, 反之则表明其几乎不含有图像能量. 将系数状态与其对应的概率密度函数联系起来, 系数变量的概率密度函数通过两状态

的高斯混合模型表达出来, 具体方法如下。

每一个NSST分解后的高频系数 $C_i$ 都是由一个隐状态 $S_i \in \{S, L\}$ 决定的,  $S$ 表示系数状态为“小”,  $L$ 表示系数状态为“大”。若NSST的多尺度分解一共有 $J$ 层, 则在第 $j$ 层上分解方向为 $m_j$ 的NSST分解, 其NHMT模型包含以下参数:  $P_{1,k}(k = 1, 2, \dots, m_1)$ 表示最粗尺度上每个方向子带的根状态概率向量,  $A_{j,k}(j = 2, 3, \dots, J, k = 1, 2, \dots, m_j)$ 表示以尺度 $j-1$ 为父节点的 $j$ 尺度 $k$ 方向的子节点的状态转移概率矩阵,  $\sigma_{j,k}(j = 2, 3, \dots, J, k = 1, 2, \dots, m_j)$ 表示 $j$ 尺度 $k$ 方向子带系数的平均方差。这3个参数可以构成参数模型 $\Theta = \{P_{1,k}, A_{j,k}, \sigma_{j,k}\}$ 。该参数模型可通过期望最大(EM)<sup>[12]</sup>算法进行参数估计, 其参数估计的过程可视为训练的过程, 训练后系数 $C_i$ 的高斯概率密度函数为

$$g(x, \mu, \sigma^2) = \frac{1}{(2\pi\sigma)^{1/2}} \exp\left\{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right\}. \quad (2)$$

其中:  $\mu$ 为均值,  $\sigma$ 为标准差。条件概率密度函数为

$$\begin{aligned} f(C_i|S_i = S) &= g(C_i, 0, \sigma_{S,i}^2), \\ f(C_i|S_i = L) &= g(C_i, 0, \sigma_{L,i}^2), \end{aligned} \quad (3)$$

则NSST域高频系数的边缘密度函数

$$f(C_i) = p_i^S f(C_i|S_i = S) + p_i^L f(C_i|S_i = L). \quad (4)$$

其中:  $p_i^S, p_i^L$ 表示 $C_i$ 在NSST域HMM训练后达到状态 $S$ 和状态 $L$ 的概率,  $p_i^S + p_i^L = 1$ , 将边缘密度函数 $f(C_i)$ 归一化后与 $C_i$ 相乘可得到训练后的系数 $H_i$ , 即

$$H_i = \frac{f(C_i)}{f(C_i)} \times C_i. \quad (5)$$

### 3 基于NSST域HMT模型的图像融合算法

根据NSST相较于其他多尺度变换方法的优势, 将其与具有优良统计特性和去噪能力的HMT模型相结合, 建立NSST域HMT模型, 并将其运用于可见光与SAR图像的融合, 一方面可平滑SAR图像中的相干斑噪声和复杂背景, 另一方面可突出可见光图像中的边缘纹理等细节信息, 从而提高融合图像的融合质量, 其具体步骤如下。

输入: 经过配准的可见光图像 $V$ 和SAR图像 $S$ ;

输出: 运用本文方法得到的融合图像 $F$ 。

**Step 1:** 利用NSST变换对图像 $V$ 和 $S$ 分别进行分解, 低频系数分别定义为 $V_k^0$ 和 $S_k^0$ , 高频系数定义为 $V_k^l$ 和 $S_k^l$ 。其中:  $k$ 和 $l$ 分别为图像分解的尺度和某尺度下图像分解的方向数。

**Step 2:** 采用基于标准差的策略对低频子带 $V_k^0$ 和 $S_k^0$ 进行融合, 得到低频融合系数 $F_{low}$ 。

**Step 3:** 对 $V_k^l$ 和 $S_k^l$ 分别进行NSST域HMT模型的训练, 相同尺度下同一方向的子带系数所采用的训练模型是一致的, 得到训练后的新系数分别为 $H_{V_k^l}$

和 $H_{S_k^l}$ 。

**Step 4:** 采用高频子带系数选择方案对训练后的新系数 $H_{V_k^l}$ 和 $H_{S_k^l}$ 进行选择, 得到高频融合系数 $F_{high}^{lk}$ 。

**Step 5:** 对融合系数 $F_{low}$ 和 $F_{high}^{lk}$ 进行NSST逆变换, 得到融合图像 $F$ 。

#### 3.1 低频子带系数选择方案

原图像经过NSST分解后, 得到的低频图像包含原图像大量的能量, 是它的近似图像。针对低频图像, 传统的融合方法是对两幅图像取平均值, 这样虽然利用了两幅图像的互补信息, 但降低了融合图像的对比度。对此, 本文采用基于标准差(SD)的系数选择策略对低频图像 $V_k^0$ 和 $S_k^0$ 进行融合。

如果用 $p(i, j)$ 表示图像 $(i, j)$ 处的灰度值,  $M \times N$ 表示图像大小, 则SD的计算方法如下:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{M \times N} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (p(i, j) - \mu)^2}, \quad (6)$$

$$\mu = \frac{1}{M \times N} \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} p(i, j). \quad (7)$$

SD描述了各像素灰度值偏离平均灰度值的程度, SD大的像素点往往含有丰富信息。为了充分体现加权平均的思想, 首先采用式(6)和(7)得到图像的标准差, 然后由下式计算权值:

$$\begin{aligned} \omega_{V_k^0} &= \text{sd}_{V_k^0} / (\text{sd}_{V_k^0} + \text{sd}_{S_k^0}), \\ \omega_{S_k^0} &= \text{sd}_{S_k^0} / (\text{sd}_{V_k^0} + \text{sd}_{S_k^0}), \end{aligned} \quad (8)$$

从而获得低频融合系数

$$F_{low} = \omega_{V_k^0} V_k^0(i, j) + \omega_{S_k^0} S_k^0(i, j). \quad (9)$$

其中:  $\text{sd}_{V_k^0}$ 和 $\text{sd}_{S_k^0}$ 分别表示低频图像 $V_k^0$ 和 $S_k^0$ 的标准差。

#### 3.2 高频子带系数选择方案

在NSST域中, 传统的高频系数融合策略是采用取大运算, 因为大系数中往往含有边缘细节信息, 但是简单的取大运算只是从单个像素方面考虑的, 并不能充分提取细节信息。为了利用邻域信息, 本文采用梯度能量对高频系数进行选择, 若 $p(i, j)$ 表示点 $(i, j)$ 的灰度值, 则图像梯度能量(EOG)定义为<sup>[13]</sup>

$$\text{EOG} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (p_a^2(i, j) - p_b^2(i, j)); \quad (10)$$

$$p_a(i, j) = p(i, j) - p(i-1, j),$$

$$p_b(i, j) = p(i, j) - p(i, j-1). \quad (11)$$

对于大小为 $N \times N$ 的邻域, 该邻域能量梯度为

$$\begin{aligned} \text{EOG}_L(i, j) &= \sum_{m=-\frac{N-1}{2}}^{\frac{N-1}{2}} \sum_{n=-\frac{N-1}{2}}^{\frac{N-1}{2}} (p_a^2(i+m, j+n) - \\ & p_b^2(i+m, j+n)). \end{aligned} \quad (12)$$

像素点  $(i, j)$  的局部梯度能量的大小决定其包含边缘和纹理细节信息的多少, 由式 (12) 可得高频系数选择如下:

$$F_{\text{high}}^{lk}(i, j) = \begin{cases} H_{V_k^l}(i, j), & \text{EOG}_L(H_{V_k^l}(i, j)) \geq \text{EOG}_L(H_{S_k^l}(i, j)); \\ H_{S_k^l}(i, j), & \text{EOG}_L(H_{S_k^l}(i, j)) \geq \text{EOG}_L(H_{V_k^l}(i, j)). \end{cases} \quad (13)$$

其中:  $H_{V_k^l}(i, j)$ ,  $H_{S_k^l}(i, j)$  和  $F_{\text{high}}^{lk}(i, j)$  分别表示在  $k$  尺度  $l$  方向上经过 NSST 域 HMT 模型训练的可见光图像  $V$  的高频系数, SAR 图像  $S$  的高频系数以及二者融合系数  $F_{\text{high}}^{lk}$  中点  $(i, j)$  处的灰度值。

#### 4 仿真实验

本文所采用的计算机配置分别为: CPU 为 Intel Core i5, 内存为 2 G, 仿真软件为 Matlab 2010. 为了证明所提出方法的有效性, 本文选择一组  $256 \times 256$  的 SAR 和可见光图像, 并将本文方法与以下 3 种方法进行对比, 如图 3 所示. 方法 1: 基于小波域 HMT 模型<sup>[14]</sup>的图像融合方法; 方法 2: 基于 Contourlet 域 HMT 模型的图像融合算法<sup>[15]</sup>; 方法 3: 传统的基于 NSST 的图像融合方法。

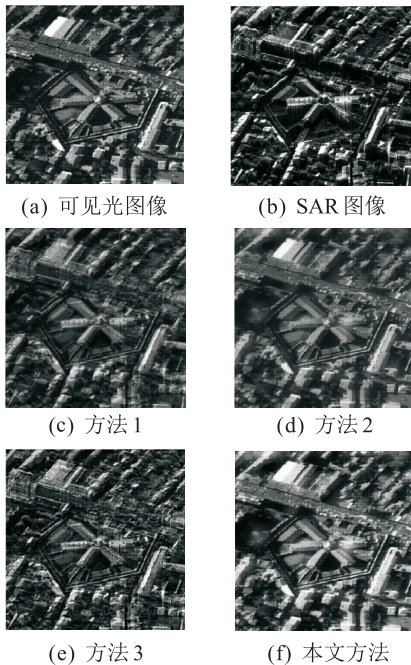


图 3 灰度可见光和 SAR 图像融合实验结果

需说明的是, 在仿真对比实验中, 3 种多尺度变换的分解层数均为 4 层, 小波域 HMT 模型中, 本文采用小波变换的滤波器为“db8”; Contourlet 域 HMT 模型的 Contourlet 的尺度分解和方向分解滤波器均为“9-7pkva”, 方向分解数为 [4, 4, 8, 8]; 而传统的 NSST 融合方法和本文方法中所进行的 NSST 多尺度多方向分解, 均采用“maxflat”作为 NSST 的尺度滤波器, 方向滤波器则采用“shear”滤波器, 根据由粗到细的分解变换原则, 设计其方向分解数为 [8, 8, 10, 10]; 此外,

HMT 模型的参数估计中采用的 EM 算法的收敛精度为  $10^{-4}$ . 对比实验的客观评价标准, 本文采用标准差 (SD), 互信息 (MI) 和峰值信噪比 (PSNR), 其中互信息是融合图像和两幅原图像的互信息之和。

由图 3 可以看到, 4 种方法都利用了多源图像的互补性信息, 但得到的融合图像质量却有所差别: 方法 1 和方法 3 的融合图像其视觉效果较差, 其中方法 3 的融合图像受 SAR 图像噪声干扰较大, 而方法 1 的融合图像虽然比方法 3 所受噪声干扰小, 但图像对比度较差, 两种方法的融合图像均很难进行目标识别和探测; 而方法 2 和本文方法的融合图像其景观较为清晰, 可分辨出道路及其周边建筑物的布局, 背景信息和目标信息都较为明确, 其中本文方法的融合图像能更好地表达出原图像中的边缘纹理信息, 其清晰度、对比度和亮度较方法 2 更好, 更有利于目标识别和背景分析。

为了更好地比较 4 种融合方法的融合效果, 本文将 4 幅融合图像的左上角剪切出大小为  $139 \times 88$  的局部区域, 并放大 2 倍后进行比较, 如图 4 所示。

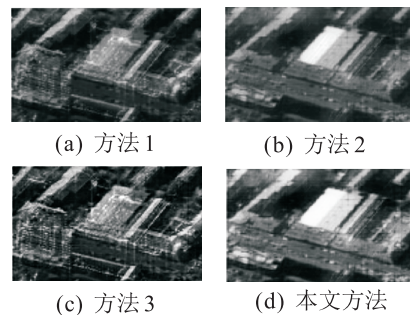


图 4 灰度可见光和 SAR 融合图像的局部放大图像

图 4 更为直观地显示了利用 4 种方法的融合效果: 方法 1 和方法 3 的融合效果依然较差, 方法 3 的融合图像受到相干斑噪声影响, 图像中的景观十分模糊; 方法 1 的局部融合图像的噪声有所减弱, 但清晰度、对比度依然较差, 很难分辨出目标和背景信息; 方法 2 和本文方法的局部融合图像的对比度、清晰度都有所提高, 且噪声明显下降, 但本文方法的边缘纹理等细节更明显, 对比度更突出; 因此, 主观来看, 本文方法的融合效果优于其他 3 种方法。

表 1 为利用 4 种方法融合图像的客观分析结果. 其中: 方法 3 的各项 MI 值和 PSNR 值均是 4 种方法中最低的, 但标准差略高于方法 1 和方法 2; 方法 2 的 PSNR 值仅低于本文方法, 优于方法 1 和方法 3; 互信息指标中, 方法 1 的 MI 值较高于方法 2 和方法 3, 但依然低于本文方法, 其客观分析结果与主观评价的结果基本符合. 此外, 3 项指标均是本文方法优于其他 3 种方法. 其中: 标准差高出方法 3 约 11%, 互信息达到了 4 以上, 其 PSNR 值高出方法 2 约 14%. 以上数据说明, 基于本文方法的融合图像可有效地去除 SAR

图像中噪声,并能够提取原图像中的重要细节信息加入到融合图像中.无论从主观还是客观分析,都显示出本文方法优良的融合性能,提高了SAR和灰度可见光图像的融合图像在其他领域的应用价值.

表1 灰度可见光和SAR图像融合结果客观分析

方法	SD	MI	PSNR
方法1	38.5388	3.3663	17.8062
方法2	38.6363	3.3258	21.7465
方法3	40.9197	2.9844	16.6239
本文方法	45.5080	4.2035	24.7949

## 5 结 论

本文利用NSST分解能够在变换域中更好地捕捉到原图像细节特征的优势,以及HMT模型在发掘尺度间信息的特点;对SAR和灰度可见光图像进行了融合,对低频系数采用了基于标准差的融合规则,对高频系数建立了NSST域HMT模型,并根据梯度能量的大小对NSST域HMT模型训练后的高频系数进行选择.仿真实验证明,本文提出的NHMT算法不仅在一定程度上抑制了SAR图像的斑噪声,并充分提取了可见光图像中的丰富的边缘和纹理信息,取得了较好的效果.下一步的工作重点是利用子带内及子带间的关系进行图像融合,并讨论它们之间的关系.

### 参考文献(References)

- 敬忠良,肖刚,李振华.图像融合——理论与应用[M].北京:高等教育出版社,2007:1-3.  
(Jing Z L, Xiao G, Li Z H. Image fusion — Theory and applications[M]. Beijing: Higher Education Press, 2007: 1-3.)
- Easley G, Labate D, Lim W Q. Sparse directional image representation using the discrete Shearlet transforms[J]. Applied and Computational Harmonic Analysis, 2008, 25(1): 25-46.
- 石程.基于Shearlet的图像融合方法研究[D].西安:西安电子科技大学计算机学院,2012.  
(Shi C. Research on image fusion algorithm based on Shearlet[D]. Xian: Computer Science and Technology Institute, Xidian University, 2012.)
- Liu Junliang, Lei Lin, Zhou Shilin. Nonsubsampled Shearlet-based image denoising using multiscale products[C]. Intelligent Control and Information Processing. Beijing, 2013: 476-480.
- Hou Biao, Zhang Xiaohua, Bu Xiaoming, et al. SAR image despeckling based on nonsubsampled Shearlet transform[J]. IEEE J of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, 2012, 5(3): 809-823.
- 金海燕,焦李成,刘芳.基于Curvelet域隐马尔可夫树模型的SAR图像去噪[J].计算机学报,2007,30(3):492-497.  
(Jin H Y, Jiao L C, Liu F. SAR image denoising based on Curvelet domain hidden Markov tree models[J]. Chinese J of Computers, 2007, 30(3): 492-497.)
- Wu Yan, Zhang Peng, Li Ming. SAR image multiclass segmentation using a multiscale and multidirection triplet Markov fields model in nonsubsampled contourlet transform domain[J]. Information Fusion, 2013, 14(4): 441-449.
- Easley G, Labate D, Lim W Q. Sparse directional image representation using the discrete shearlet transforms[J]. Applied and Computational Harmonic Analysis, 2008, 25(1): 25-46.
- Chen Hsuan-Sheng, Tsai Wen-jiin. A framework for video event classification by modeling temporal context of multimodal features using HMM[J]. Applied and Computational Harmonic Analysis, 2014, 25(1): 285-295.
- 刘坤,郭雷,陈敬松.基于Contourlet域隐马尔可夫树模型的图像融合算法[J].光子学报,2010,39(8):1384-1387.  
(Liu K, Guo L, Chen J S. Image fusion algorithm based on Contourlet domain hidden Markov tree model[J]. Acta Photonica Sinica, 2010, 39(8): 1384-1387.)
- 刘战文,焦李成,金海燕.基于Contourlet域HMT模型的图像融合[J].西安电子科技大学学报,2008,35(3):434-438.  
(Liu Z W, Jiao L C, Jin H Y. Image fusion algorithm using the Contourlet HMT model[J]. J of Xidian University, 2008, 35(3): 434-438.)
- 秦翰林,周慧鑫,刘群昌,等.采用多尺度隐式马尔可夫模型的红外图像背景抑制[J].光学精密工程,2011,19(8):1951-1955.  
(Qin H L, Zhou H X, Liu Q C, et al. Suppression of infrared image background by multiscale hidden Markov model[J]. Optics and Precision Engineering, 2011, 19(8): 1951-1955.)
- 李华锋.多聚焦图像像素级融合方法研[D].重庆:重庆大学自动化学院,2012.  
(Li H F. Research on pixel level fusion methods for multifocus image[D]. Chongqing: Automated Institute, Chongqing University, 2012.)
- Crouse M S, Nowak R D. Wavelet-based statistical signal processing using hidden Markov models[J]. Signal Processing, 1998, 46(4): 886-902.
- 邓磊,蒋卫国,陈云浩.一种基于Contourlet域隐马尔可夫树模型的遥感影像融合方法[J].红外与毫米波学报,2008,27(4):286-289.  
(Deng L, Jiang W G, Chen Y H. Remote sensing image fusion method based on Contourlet domain hidden Markov tree model[J]. J of Infrared Millimeter Waves, 2008, 27(4): 286-289.)