第 31 卷 第 3 期 控 制 与 决 策 2016 年 3 月
Vol. 31 No. 3 Control and Decision Mar. 2016

文章编号: 1001-0920 (2016) 03-0555-04 DOI: 10.13195/j.kzyjc.2014.1938

基于面板数据的接近性和相似性关联度模型

吴鸿华[1], 穆 勇[2], 屈忠锋[1], 邓丽霞[3]

(1. 济南大学 数学科学学院，济南 250022；2. 山东女子学院 基础部,
济南 250002; 3. 济南燕山学校 数学组，济南 250014)

摘 要: 对于面板数据, 首先给出面板数据的空间投射方法, 将面板数据投射为空间的向量序列. 然后, 基于空间向量的夹角和距离分别构建相似性和接近性关联度模型. 具体方法为: 利用向量夹角构建面板数据的相似性关联度模型; 同时, 基于向量差的模构建面板数据的接近性关联度模型. 分别讨论两种关联度模型的规范性和对称性等性质. 最后, 通过实例验证了相似性和接近性关联度模型的合理性. 分析结果表明, 所提出的关联度模型能较好地反映面板数据的相似性和接近性的关联程度.

关键词: 关联度；相似性关联度；接近性关联度；面板数据

中图分类号: N941.5 **文献标志码:** A

Similarity and nearness relational degree based on panel data

WU Hong-hua[1], *MU Yong*[2], *QU Zhong-feng*[1], *DENG Li-xia*[3]

(1. School of Mathematical Sciences，University of Ji'nan，Ji'nan 250022，China；2. Fundamentals Department, Shandong Women's University，Ji'nan 250002，China；3. Mathematics Group，Ji'nan City Yanshan School，Ji'nan 250014，China．Correspondent：WU Hong-hua，E-mail：ss_wuhh@ujn.edu.cn)

Abstract: This paper firstly presents the projection method of the panel data, which is projected to space vector series. Based on the angle and distance of the space vector , this paper respectively constructs the similarity and nearness relational degree models based on the panel data. The angle of the vector is used to construct the similarity relational degree model based on the panel data. Meanwhile, the distance of the vector is used to set up the nearness relational degree model based on the panel data. The properties of two models, normalization and symmetry, are also discussed. Finally, an example is given to illustrate the rationality of the similarity and nearness relational models, which suggests that the proposed models can reflect the similarity and nearness relational degree of the panel data.

Keywords: relational degree；the similarity relational degree；the nearness relational degree；panel data

0 引 言

灰关联分析是灰色系统理论的重要组成部分, 是灰色系统建模、灰色决策以及灰色控制模型的基础. 自邓聚龙[1]提出灰色关联分析理论以来, 众多学者参与研究并相继构造了大量灰色关联度模型[2-7]. 但是现有的关联度模型研究对象大多为一维时间序列, 面板数据的关联度模型研究较少. 文献 [8] 基于灰色绝对关联度和三维空间中的距离构造出三维对象的灰色关联分析模型, 弥补了灰色关联理论在面板数据中的空白; 文献 [9] 基于二维灰色凸关联度提出了三维的灰色凸关联度模型; 文献 [10-11] 基于灰色网格给出了面板数据的关联度模型. 在现有的面板数据的关联度量化定义中, 大多仍以距离、斜率、凹凸性的延拓等角度来刻画. 当面板数据比较分散时, 往往很难较好地反应面板数据整体的变化趋势.

为了更好地刻画面板数据间的关联性, 本文将面板数据的指标序列投射为空间坐标系的 n 维向量. 众所周知, 向量夹角在机器学习、数据挖掘、文本分析等领域是一种性质良好的度量工具. 当序列存在大量零元素时能够显示出比距离更好的度量效果. 另外, 该度量还有其他很多优良性质, 比如关联系数与向量的空间位置及大小无关等. 鉴于此, 本文一方面建立了相似性角度关联度模型; 另一方面, 利用向量差的模表示不同指标间的距离, 建立接近性角度的关联度

收稿日期: 2014-12-22；**修回日期:** 2015-03-02.

基金项目: 山东省科技发展计划项目 (2013GGB01320)；山东省高等学校科技计划项目 (J14LI05)；济南大学科技发展基金项目 (XKY1205).

作者简介: 吴鸿华 (1978−), 男, 讲师, 硕士, 从事应用数学、不确定理论的研究；穆勇 (1965−), 男, 教授, 从事灰色系统理论的研究.

模型. 需要说明的是, 接近性关联度在指标意义和量纲量级相同时才有实际意义. 本文最后给出了实例分析, 验证了所提出模型的合理性.

1 面板数据的投射方法及向量的运算

面板数据包括截面数据和时间信息, 同时具有时间维度和空间维度. 实际上, 面板数据是一个三维数据结构, 在文献[12-13]中均采用三维表描述面板数据. 设研究样本总体数量为 N, 指标数量为 m, 时间长度为 n, $x_i(s,t)$ 表示样本 i 关于指标 s 在时间 t 的数值. 在平面上将其转换为一个二级二维表的形式, 如表 1 所示.

数据表不便于描述数据的几何特征, 文献[10]将面板数据中每个指标对应的数据作为空间的中点, 分别将指标和时间作为对应点的坐标, 则每个样本包含的数据为一个 $m\times n$ 矩阵.

定义 1 若面板数据 X 中的样本 i 关于指标 s 在时间 t 的数值为 $x_i(s,t)$, 则称

$$X_i=\begin{bmatrix} x_i(1,1) & x_i(1,2) & \dots & x_i(1,n)\\ x_i(2,1) & x_i(2,2) & \dots & x_i(2,n)\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ x_i(m,1) & x_i(m,2) & \dots & x_i(m,n)\end{bmatrix}$$

为样本 i 的行为矩阵, 面板数据序列 $X=(X_1,X_2,\cdots,X_N)$ 称为样本序列.

为了进一步刻画面板数据的整体几何关系, 将面板数据指标数据投射为 n 维空间的 n 维向量, 则面板数据便转化为指标序列.

定义 2 设 $X_i=(\boldsymbol{x}_i(1),\boldsymbol{x}_i(2),\cdots,\boldsymbol{x}_i(m))^{\mathrm{T}}$, 其中 $\boldsymbol{x}_i(s)=(x_i(s,1),x_i(s,2),\cdots,x_i(s,n))$, $s=1,2,\cdots,m$, 则称 $\boldsymbol{x}_i(s)$ 为样本 i 关于指标 s 的时间序列, X_i 为由各指标序列构成的面板数据.

定义 3 设

$$\boldsymbol{x}_i(s)=(x_i(s,1),x_i(s,2),\cdots,x_i(s,n)),$$

$$\boldsymbol{x}_j(s)=(x_j(s,1),x_j(s,2),\cdots,x_j(s,n)),$$

$s=1,2,\cdots,m$, 分别为样本 i 和样本 j 关于指标 s 的时间序列, 记

$$\theta_{ij}(s)=\arccos\frac{\boldsymbol{x}_i(s)\cdot\boldsymbol{x}_j(s)}{|\boldsymbol{x}_i(s)||\boldsymbol{x}_j(s)|},\tag{1}$$

$$|\boldsymbol{x}_i(s)-\boldsymbol{x}_j(s)|=((x_i(s,1)-x_j(s,1))^2+\cdots+(x_i(s,n)-x_j(s,n))^2)^{1/2},\tag{2}$$

则称 $\theta_{ij}(s)$ 为指标向量 $\boldsymbol{x}_i(s)$ 和 $\boldsymbol{x}_j(s)$ 的夹角, $|\boldsymbol{x}_i(s)-\boldsymbol{x}_j(s)|$ 为指标向量 $\boldsymbol{x}_i(s)$ 和 $\boldsymbol{x}_j(s)$ 差的模.

对于空间中任意两个向量, 向量的夹角反映了两个向量的差异性, 而两个向量差的模在一定程度上反映了两向量端点的距离. 基于此, 分别建立相似性角度和接近性角度的关联度模型.

2 面板数据的相似性和接近性关联度

2.1 面板数据的相似性关联度

关联分析是通过计算关联度来反映两个因素序列之间的相关程度, 为了能够正确度量这种相关性, 必须最大程度地反映因素序列之间的实际关系. 从相似性角度来看, 两个向量的夹角越小, 其整体几何形状相似性越好, 反之相似性越差. 因此, 可以利用向量夹角来刻画指标序列的相关程度.

定义 4 设 $X=(X_1,X_2,\cdots,X_N)$ 为样本行为矩阵序列, 其中 $X_i=(\boldsymbol{x}_i(1),\boldsymbol{x}_i(2),\cdots,\boldsymbol{x}_i(m))^{\mathrm{T}}$, $X_j=(\boldsymbol{x}_j(1),\boldsymbol{x}_j(2),\cdots,\boldsymbol{x}_j(m))^{\mathrm{T}}$. 令

$$\varepsilon_{ij}(s)=\frac{1}{1+\theta_{ij}(s)},\tag{3}$$

其中 $\theta_{ij}(s)$ 为指标向量 $\boldsymbol{x}_i(s)$ 和 $\boldsymbol{x}_j(s)$ 的夹角, 则称 $\varepsilon_{ij}(s)$ 为 X_i 和 X_j 关于指标 s 的相似性关联系数.

通过研究发现相似性关联系数具有以下性质.

性质 1 基于夹角的关联系数与指标向量的夹角有关, 与空间的相对位置无关.

证明 因为 $\varepsilon_{ij}(s)=\dfrac{1}{1+\theta_{ij}(s)}$, 所以关联系数的大小取决于指标向量的夹角 $\theta_{ij}(s)$, 与空间位置无关.□

性质 2 当指标 s 向量满足 $\boldsymbol{x}_i(s)=\boldsymbol{x}_j(s)$ 时, 关联系数为 1.

证明 如果 $\boldsymbol{x}_i(s)=\boldsymbol{x}_j(s)$, 则有

$$\theta_{ij}(s)=\arccos\frac{\boldsymbol{x}_j(s)\cdot\boldsymbol{x}_j(s)}{|\boldsymbol{x}_j(s)||\boldsymbol{x}_j(s)|}=0,$$

故 $\varepsilon_{ij}(s)=1$. □

性质 3 当指标 s 向量满足 $\boldsymbol{x}_i(s)=a\boldsymbol{x}_j(s)$ 时, 其中 a 为常数, 则关联系数为 1.

表 1 面板数据表

样本	1					$\cdots$	n				
	1	$\cdots$	s	$\cdots$	m		1	$\cdots$	s	$\cdots$	m
1	$x_1(1,1)$	$\cdots$	$x_1(s,1)$	$\cdots$	$x_1(m,1)$	$\cdots$	$x_1(1,n)$	$\cdots$	$x_1(s,n)$	$\cdots$	$x_1(m,n)$
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$
i	$x_i(1,1)$	$\cdots$	$x_i(s,1)$	$\cdots$	$x_i(m,1)$	$\cdots$	$x_i(1,n)$	$\cdots$	$x_i(s,n)$	$\cdots$	$x_i(m,n)$
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$
N	$x_N(1,1)$	$\cdots$	$x_N(s,1)$	$\cdots$	$x_N(m,1)$	$\cdots$	$x_N(1,n)$	$\cdots$	$x_N(s,n)$	$\cdots$	$x_N(m,n)$

证明　如果 $\boldsymbol{x}_i(s)=a\boldsymbol{x}_j(s)$, 则有

$$\frac{a\boldsymbol{x}_j(s)\cdot\boldsymbol{x}_j(s)}{|a\boldsymbol{x}_j(s)||\boldsymbol{x}_j(s)|}=\frac{\boldsymbol{x}_j(s)\cdot\boldsymbol{x}_j(s)}{|\boldsymbol{x}_j(s)||\boldsymbol{x}_j(s)|}=1,$$

故 $\theta_{ij}(s)=0$, 即 $\varepsilon_{ij}(s)=1$. □

性质 4　关联系数 $0<\varepsilon_{ij}(s)\leqslant 1$.

证明　由于 $0\leqslant\theta_{ij}(s)\leqslant\pi$, 则有 $0<\varepsilon_{ij}(s)\leqslant 1$. □

基于夹角的关联系数刻画了面板数据间在不同指标的相关性的大小, 为了刻画面板数据间相关性的大小, 在此给出面板数据关联度的计算公式.

定义 5　设 $X=(X_1,X_2,\cdots,X_N)$ 为样本行为矩阵序列, 其中 $X_i=(\boldsymbol{x}_i(1),\boldsymbol{x}_i(2),\cdots,\boldsymbol{x}_i(m))^{\mathrm{T}}$, $X_j=(\boldsymbol{x}_j(1),\boldsymbol{x}_j(2),\cdots,\boldsymbol{x}_j(m))^{\mathrm{T}}$. 设 $\varepsilon_{ij}(s)$ 为面板数据 X_i 与 X_j 关于指标 s 的关联系数. 令

$$\varepsilon_{ij}=\frac{1}{m}\sum_{s=1}^{m}\varepsilon_{ij}(s),\tag{4}$$

则称 ε_{ij} 为面板数据 X_i 与 X_j 的相似性关联度.

定理 1　相似性关联度公式具有以下性质:

1) 规范性: $0<\varepsilon_{ij}\leqslant 1$;

2) 对称性: $\varepsilon_{ij}=\varepsilon_{ji}$;

3) $\varepsilon_{ii}=1$;

4) 唯一性和可比性.

证明　由关联系数的性质易得性质 1)～性质 3) 成立. 对于性质 4), 由于 ε_{ij} 不含有任何未知参数, 仅仅依赖于两个指标向量的夹角, ε_{ij} 不再是一个相对量, 而是一个绝对量, 因此具有唯一性和可比性的特点. □

2.2　面板数据的接近性关联度

对于不同面板数据的指标向量 $\boldsymbol{x}_i(s)$ 和 $\boldsymbol{x}_j(s)$, 从接近性的角度来看, $\boldsymbol{x}_i(s)$ 和 $\boldsymbol{x}_j(s)$ 的值越接近, $\boldsymbol{x}_i(s)$ 和 $\boldsymbol{x}_j(s)$ 的关联程度越高. 也就是说, 当两个向量差的模越小, 他们关联程度越大. 鉴于此, 利用空间向量差的模构建接近性关联度模型.

定义 6　设 $X=(X_1,X_2,\cdots,X_N)$ 为样本行为矩阵序列, 其中 $X_i=(\boldsymbol{x}_i(1),\boldsymbol{x}_i(2),\cdots,\boldsymbol{x}_i(m))^{\mathrm{T}}$, $X_j=(\boldsymbol{x}_j(1),\boldsymbol{x}_j(2),\cdots,\boldsymbol{x}_j(m))^{\mathrm{T}}$. 令

$$\rho_{ij}(s)=\frac{1}{1+|\boldsymbol{x}_i(s)-\boldsymbol{x}_j(s)|},\tag{5}$$

其中 $|\boldsymbol{x}_i(s)-\boldsymbol{x}_j(s)|$ 为向量 $\boldsymbol{x}_i(s)-\boldsymbol{x}_j(s)$ 的模, 则称 $\rho_{ij}(s)$ 为 X_i 和 X_j 关于指标 s 的接近性关联系数.

通过研究发现接近性关联系数具有以下性质.

性质 5　接近性关联度系数与指标向量差的模有关, 与空间的位置无关.

证明　由 $\rho_{ij}(s)$ 的计算公式可知, $\rho_{ij}(s)$ 只与 $|\boldsymbol{x}_i(s)-\boldsymbol{x}_j(s)|$ 有关, 与 $\boldsymbol{x}_i(s)$ 和 $\boldsymbol{x}_j(s)$ 的空间位置无关. □

性质 6　如果 $\boldsymbol{x}_i(s)$ 和 $\boldsymbol{x}_j(s)$ 满足 $\boldsymbol{x}_i(s)=\boldsymbol{x}_j(s)$, 则关联系数为 1.

证明　当 $\boldsymbol{x}_i(s)=\boldsymbol{x}_j(s)$ 时, 显然有 $|\boldsymbol{x}_i(s)-\boldsymbol{x}_j(s)|=0$, 则 $\rho_{ij}(s)=1$. □

性质 7　如果 $\boldsymbol{x}'_i(s)=\boldsymbol{x}_i(s)+c$, $\boldsymbol{x}'_j(s)=\boldsymbol{x}_j(s)+c$, 其中 c 为常数, 则 $\rho'_{ij}(s)=\rho_{ij}(s)$.

证明　当 $\boldsymbol{x}'_i(s)=\boldsymbol{x}_i(s)+c$, $\boldsymbol{x}'_j(s)=\boldsymbol{x}_j(s)+c$ 时, 有

$$|\boldsymbol{x}'_i(s)-\boldsymbol{x}'_j(s)|=|\boldsymbol{x}_i(s)+c-\boldsymbol{x}_j(s)-c|=|\boldsymbol{x}_i(s)-\boldsymbol{x}_j(s)|,$$

故 $\rho'_{ij}(s)=\rho_{ij}(s)$. □

性质 8　对于指标向量 $\boldsymbol{x}_i(s)$, $\boldsymbol{x}_j(s)$, $\boldsymbol{x}_k(s)$, $\boldsymbol{x}'_i(s)$, $\boldsymbol{x}'_j(s)$ 和 $\boldsymbol{x}'_k(s)$, 其中 $\boldsymbol{x}'_i(s)=a\boldsymbol{x}_i(s)$, $\boldsymbol{x}'_j(s)=a\boldsymbol{x}_j(s)$, $\boldsymbol{x}'_k(s)=a\boldsymbol{x}_k(s)$ ($a>0$ 且为常数), 如果 $\rho_{ij}(s)>\rho_{ik}(s)$, 则 $\rho'_{ij}(s)>\rho'_{ik}(s)$.

证明　当 $\rho_{ij}(s)>\rho_{ik}(s)$ 时, 有

$$\frac{1}{1+|\boldsymbol{x}_i(s)-\boldsymbol{x}_j(s)|}>\frac{1}{1+|\boldsymbol{x}_i(s)-\boldsymbol{x}_k(s)|},$$

故

$$|\boldsymbol{x}_i(s)-\boldsymbol{x}_j(s)|<|\boldsymbol{x}_i(s)-\boldsymbol{x}_k(s)|.$$

由此可得

$$a|\boldsymbol{x}_i(s)-\boldsymbol{x}_j(s)|<a|\boldsymbol{x}_i(s)-\boldsymbol{x}_k(s)|,$$

即有

$$|a\boldsymbol{x}_i(s)-a\boldsymbol{x}_j(s)|<|a\boldsymbol{x}_i(s)-a\boldsymbol{x}_k(s)|,$$

故有

$$\frac{1}{1+|\boldsymbol{x}'_i(s)-\boldsymbol{x}'_j(s)|}>\frac{1}{1+|\boldsymbol{x}'_i(s)-\boldsymbol{x}'_k(s)|},$$

即 $\rho'_{ij}(s)>\rho'_{ik}(s)$. □

性质 9　接近性关联系数 $0<\rho_{ij}(s)\leqslant 1$.

证明　由于 $|\boldsymbol{x}_i(s)-\boldsymbol{x}_j(s)|\geqslant 0$, 则有

$$0<\frac{1}{1+|\boldsymbol{x}_i(s)-\boldsymbol{x}_j(s)|}\leqslant 1,$$

即 $0<\rho_{ij}(s)\leqslant 1$. □

定义 7　设 $X=(X_1,X_2,\cdots,X_N)$ 为样本行为矩阵序列, 其中 $X_i=(\boldsymbol{x}_i(1),\boldsymbol{x}_i(2),\cdots,\boldsymbol{x}_i(m))^{\mathrm{T}}$, $X_j=(\boldsymbol{x}_j(1),\boldsymbol{x}_j(2),\cdots,\boldsymbol{x}_j(m))^{\mathrm{T}}$. 令 $\rho_{ij}(s)$ 为面板数据 X_i 和 X_j 关于指标 s 的接近性关联系数. 令

$$\rho_{ij}=\frac{1}{m}\sum_{s=1}^{m}\rho_{ij}(s),\tag{6}$$

则称 ρ_{ij} 为面板数据 X_i 和 X_j 的接近性关联度.

定理 2　接近性关联度公式具有以下性质:

1) 规范性: $0<\rho_{ij}\leqslant 1$;

2) 对称性: $\rho_{ij}=\rho_{ji}$;

3) $\rho_{ii}=1$;

4) 唯一性和可比性.

3　实例分析

已知四组面板数据 X_0、X_1、X_2、X_3. 其中: 行为指标因素, 列为时间因素. 为了同时验证相似性和接

近性关联度模型, 在此选择相同的量纲量级数据. 具体为

$$X_0=\begin{bmatrix}1.2&1.5&1.8\\1.4&2&2.2\\1.8&2.1&2.5\end{bmatrix},\ X_1=\begin{bmatrix}1.5&1.1&1\\1.3&1&0.6\\0.9&0.8&0.4\end{bmatrix},$$

$$X_2=\begin{bmatrix}1.4&1.9&2.1\\1.6&2.3&2.5\\1.9&2.5&2.8\end{bmatrix},\ X_3=\begin{bmatrix}1&1.8&1.6\\1.2&2.3&2\\1.6&2.4&2.3\end{bmatrix}.$$

利用相似性和接近性关联度公式计算得到

$$\varepsilon_{01}=0.710\,89,\ \varepsilon_{02}=0.971\,58,\ \varepsilon_{03}=0.884\,25;$$

$$\rho_{01}=0.378\,74,\ \rho_{02}=0.664\,33,\ \rho_{03}=0.708\,06.$$

从结果上看, 相似性关联度的序关系为$\varepsilon_{02}>\varepsilon_{03}>\varepsilon_{01}$; 接近性关联度的序关系为$\rho_{03}>\rho_{02}>\rho_{01}$.

从相似性角度, 按照文献[8]的关联度模型得到的关联序为$\gamma_{03}>\gamma_{02}>\gamma_{01}$, 但对于这4组面板数据从时间维度来看, 面板数据X_0与X_2发展的趋势要比X_0与X_3发展的趋势接近. 因此从相似性角度上来看, 文献[8]的结果不符合实际情况. 文献[10-11]的结果也为$\gamma_{02}>\gamma_{03}>\gamma_{01}$.

从接近性角度, 对于这4组面板数据, 显然X_0与X_3的接近程度大于X_0与X_2接近程度. 由此可见, 本文的结果能正确地表明面板数据间的关系, 说明基于面板数据的相似性和接近性关联度模型比较客观、实用.

4 结 论

对于面板数据, 本文将指标序列投射为空间的向量. 结合空间解析几何学的知识, 从全新角度构造了相似性和接近性关联度模型. 通过研究发现, 该模型均满足关联度的基本性质. 与以往的模型相比, 本文所提出的相似性关联系数还具有与向量的空间位置及大小无关等性质; 接近性关联系数满足数乘不变性等性质. 同时, 本文所提出的关联度模型为今后的研究提供了新的思路.

参考文献(References)

[1] Deng J L. Spread of grey relational space[J]. J of Grey Systems, 1995, 7(3): 96-100.

[2] 张岐山, 郭喜江. 灰关联熵分析方法[J]. 系统工程理论与实践, 1996, 16(8): 7-11.
(Zhang Q S, Guo X J. Grey relation entropy method of relation analysis[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 1996, 16(8): 7-11.)

[3] 肖新平. 关于灰色关联度量化模型的理论研究和评论[J]. 系统工程理论与实践, 1997, 17(8): 76-81.
(Xiao X P. Theoretical study and reviews on the computation method of grey interconnet degree[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 1997, 17(8): 76-81.)

[4] 赵艳林, 韦树英, 梅占馨. 灰色欧几里德关联度[J]. 广西大学学报, 1998, 23(1): 10-13.
(Zhao Y L,Wei S Y, Mei Z X. Grey euclid relation grade[J]. J of Guangxi University, 1998, 23(1): 10-13.)

[5] 吴利丰, 王义闹, 刘思峰. 灰色凸关联及其性质[J]. 系统工程理论与实践, 2012, 32(7): 1501-1505.
(Wu L F, Wang Y N, Liu S F. Grey convex relation and its properties[J]. System Engineering — Theory & Practice, 2012, 32(7): 1501-1505.)

[6] 刘勇, 刘思峰, Jeffery Forrest. 一种新的灰色绝对关联度模型及其应用[J]. 中国管理科学, 2012, 20(5): 173-177.
(Liu Y, Liu S F, Jeffery F. A new grey absolute degree of grey incidence model and application[J]. Chinese J of Management Science, 2012, 20(5): 173-177.)

[7] 张娟, 党耀国, 王俊杰. 基于投影的灰色关联度模型及其性质[J]. 控制与决策, 2014, 29(12): 2031-3034.
(Zhang J, Dang Y G, Wang J J. Grey incidence model based on projection and its properties[J]. Control and Decision, 2014, 29(12): 2031-3034.)

[8] 张可, 刘思峰. 灰色关联聚类在面板数据中的扩展及应用[J]. 系统工程理论与实践, 2010, 30(7): 1253-1259.
(Zhang K, Liu S F. Extended clusters of grey incidence for panel data and its application[J]. System Engineering — Theory & Practice, 2010, 30(7): 1253-1259.)

[9] 吴利丰, 刘思峰. 基于灰色凸关联度的面板数据聚类方法及应用[J]. 控制与决策, 2013, 28(7): 1033-1036.
(Wu L F, Liu S F. Panel data clustering method based on grey convex relation and its application[J]. Control and Decision, 2013, 28(7): 1033-1036.)

[10] 刘震, 党耀国, 周伟杰, 等. 新型灰色接近关联度模型及其拓展[J]. 控制与决策, 2014, 29(6): 1071-1075.
(Liu Z, Dang Y G, Zhou W J, et al. New grey nearness incidence model and its extension[J]. Control and Decision, 2014, 29(6): 1071-1075.)

[11] 刘震, 党耀国, 钱吴勇, 等. 基于面板数据的灰色网格关联度模型[J]. 系统工程理论与实践, 2014, 34(4): 991-996.
(Liu Z, Dang Y G, Qian W Y, et al. Grey grid incidence model based on panel data[J]. System Engineering — Theory & Practice, 2014, 34(4): 991-996.)

[12] 郑兵云. 多指标面板数据的聚类分析及其应用[J]. 数理统计与管理, 2008, 27(2): 265-270.
(Zheng B Y. The clustering analysis of multivariable panel data and its application[J]. Application of Statistics and Management, 2008, 27(2): 265-270.)

[13] Cheng H. Analysis of panel data[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1986: 4-14.

(责任编辑: 滕 蓉)