

Lebesgue- p 范数意义下对初态误差进行加速修正的 迭代学习控制

兰天一, 林辉

(西北工业大学 自动化学院, 西安 710129)

摘要: 针对一类多输入多输出线性时不变系统, 提出一种初态误差加速修正的PD-型迭代学习算法. 针对系统的任意初始状态, 在时间轴上设计一个随迭代次数增加而缩短的修正区间. 在该区间上, 控制算法对初始状态偏差进行修正; 修正区间外, 算法与无初始误差的学习律等同. 在Lebesgue- p 范数度量跟踪误差意义下, 利用卷积的推广Young不等式证明了所提出学习控制律的收敛性. 数值仿真验证了该控制律的有效性.

关键词: 迭代学习控制; Lebesgue- p 范数; 初始误差; 单调收敛

中图分类号: TP13

文献标志码: A

Accelerated modify approach for initial state error iterative learning control in sense of Lebesgue- p norm

LAN Tian-yi, LIN Hui

(School of Automation, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710129, China. Correspondent: LAN Tian-yi, E-mail: iamly1111@163.com)

Abstract: This paper proposes a kind of proportional-derivative-type(PD-type) iterative learning control method of accelerated modifying the initial state error for a class of multi-input and multi-output linear time-invariant system. The special time intervals, which can effectively shrink with the increasing of the iterations number, is designed for the system with any initial states. In this interval, the initial state deviation is corrected by using some control algorithm, while in the outside of the interval, the algorithm is the same as the one for the system without the initial state error. When the error is tracked in the sense of Lebesgue- p norm, the monotone convergence of the presented learning control is proved by a generalized Young inequality. Numerical simulation results show the effectiveness of the control law.

Keywords: iterative learning control; Lebesgue- p norm; initial error; monotone convergence

0 引言

迭代学习控制^[1]是一种无模型控制, 在系统模型未知的情况下, 通过足够多次的重复迭代, 使执行对象行为达到期望的要求. 正是由于迭代学习控制这种重复运行的属性, 得到众多学者的青睐, 使其广泛地运用于机器人手臂的控制、过程工业中的批处理过程、电气系统、道路交通系统等等^[2-6].

迭代学习控制适用于具有某种重复运动性质的对象, 为了保证其系统的收敛性, 需要给出许多假设条件, 其中要求每次迭代的初态与期望轨迹的初态严格一致, 否则任意小的初始值偏差都会造成系统输出不能跟踪期望输出. 原因是迭代学习算法对信号的偏

差随着迭代次数的增加而累加, 甚至造成了输出的发散. 但是, 在实际系统的运行过程中, 很难保持每一次迭代初始状态完全一致, 如此严格的重复条件便成为阻碍迭代学习控制发展的一个瓶颈. 长久以来, 初始值问题一直是困惑学者的问题之一^[7-10].

目前, 已有许多学者^[10]研究了迭代学习控制的初始值问题. Heinzinger等^[11]给出了引入遗忘因子的D-型迭代学习控制, 该算法消除了初始偏差对系统的影响. Arimoto^[12]进一步讨论了初始偏差大小对迭代学习算法收敛性的影响, 以及遗忘因子是算法收敛的本质因素; Saab^[13]将上述结论更进一步地推广到了非线性系统. 1991年, Lee等^[14]指出迭代学习算法初始

收稿日期: 2014-12-26; 修回日期: 2015-05-14.

基金项目: 航空科学基金项目(20140953016).

作者简介: 兰天一(1981-), 男, 讲师, 博士生, 从事迭代学习控制、自适应控制的研究; 林辉(1957-), 男, 教授, 博士生导师, 从事电力电子与电力传动、控制理论与控制工程等研究.

值的不同将导致系统的不稳定, Park 将 Lee 等的结论推广到 PID 型算法^[15], 并讨论了线性系统和一类非线性系统具有初值偏差的迭代学习控制问题, 分析了学习增益的选取对初值偏差的影响. 孙明轩等^[16]提出了带初始值修正行为的迭代学习控制算法, 得出在所修正时间间隔后, 随着迭代次数的增加, 系统输出完全跟踪期望输出. 但该算法需要假设初始状态偏差有界, 不能够满足随机初态的情况, 并且时间间隔是固定的. 吕庆等^[17]设计了一个随迭代次数增加而减小的修正区间, 减小了初始状态偏差对系统输出的影响, 解决了系统实际输出偏离期望输出的问题. 以上关于初始值的研究多采用 λ -范数度量跟踪误差, 而 λ -范数通过负指数加权减少了跟踪误差的幅值, 即使在某个区间内的跟踪误差非常大, 但通过这种负指数加权, 误差的 λ -范数也会变得非常小, 甚至为零. 这种范数仅仅是为了证明的方便, 由于其极大地压制了系统中一些参数的影响而变得不太符合实际. 所以 λ -范数并不能客观地量化描述跟踪误差的本质特征^[7-9]. 文献 [18-19] 的研究表明, 当取参数较大时, 理论证明上能确保该学习律在 λ -范数意义下单调收敛, 但由于系统是重复运行的, 其跟踪误差的上确界值会远远大于实际工程的误差所容许的范围, 从而导致系统的不稳定. 系统本身的收敛性主要取决于系统本身的动力学特性以及学习增益, 并不依赖参数的选取^[20], 利用 Lebesgue- p 范数度量, 不仅考虑了系统在整个区间运行的上确界值, 而且合理地反映了系统的性态. PD 型学习律较之单纯 D 型学习律, 降低了极限轨迹相对于期望轨迹的偏移^[10], 有了 P 型成份, 降低了 D 型成份不利的影响, 改善了学习性能.

本文在 Lebesgue- p 范数意义下研究了一类线性时不变系统初始值, 采用 PD 型迭代学习控制律, 针对任意有界初态, 在时间轴上设计了一个随迭代次数的增加而缩短的修正区间. 在此时间段内, 通过对状态偏差的修正实现了系统输出跟踪期望输出, 减小初态误差对整个系统的影响, 并利用双输入双输出的二阶线性系统仿真对所提出方法的有效性进行了验证.

1 数学知识

本节给出了分析问题时所需要的数学知识.

定义 1 对于连续的向量函数 $f: [0, T] \rightarrow R^n$, $f(t) = [f^1(t), f^2(t), \dots, f^n(t)]^T$, λ 为一正实数, 向量值函数 f 的 λ 范数可表示为

$$\|f(\cdot)\|_\lambda = \sup_{0 \leq t \leq T} e^{-\lambda t} (\max_{1 \leq i \leq n} |f^i(t)|).$$

进而, 函数 f 的上确界范数和 Lebesgue- p 范数分别为

$$\|f(\cdot)\|_{\text{sup}} = \sup_{0 \leq t \leq T} (\max_{1 \leq i \leq m} |f^i(\cdot)|),$$

$$\|f(\cdot)\|_p = \left[\int_0^T (\max_{1 \leq i \leq m} |f^i(\cdot)|)^p dt \right]^{1/p}, \quad 1 \leq p \leq \infty.$$

特别地, 有

$$\lim_{p \rightarrow \infty} \|f(\cdot)\|_p = \|f(\cdot)\|_\infty = \|f(\cdot)\|_{\text{sup}}.$$

以上说明, 上确界范数 $\|f(\cdot)\|_{\text{sup}}$ 是 Lebesgue- p 范数的一种特殊情况.

定义 2 设 $T > 0$, 函数 g, h 是 $[0, T] \subset R$ 上勒贝格可积函数. 对于任意的 $t \in [0, T]$, 若积分

$$(g * h)(t) = \int_0^t g(t - \tau)h(\tau) d\tau$$

都存在, 则称 $g * h$ 为函数 g 和 h 的卷积.

引理 1 对于勒贝格可积函数 $g(t) \in L^1$ 和 $h(t) \in L^p$, $t \in [0, T]$, 其对应的卷积的广义 Young 不等式为^[21]

$$\|(g * h)(\cdot)\|_r \leq \|g(\cdot)\|_q \|h(\cdot)\|_p.$$

其中: $1 \leq p; q, r \leq \infty; 1/r = 1/p + 1/q - 1$. 特别地, 当 $r = p$ 时, 不等式转化为

$$\|(g * h)(\cdot)\|_p \leq \|g(\cdot)\|_1 \|h(\cdot)\|_p.$$

2 问题描述及分析

考虑一类线性时不变系统

$$\begin{cases} \dot{x}_k(t) = Ax_k(t) + bu_k(t), \\ y_k(t) = Cx_k(t). \end{cases} \quad (1)$$

其中: $t \in [0, T]$; k 为迭代次数; $x_k \in R^n$, $u_k(t) \in R^n$, $y_k(t) \in R^m$ 分别表示系统的状态、控制、输出向量; A 和 C 为相应维数的矩阵; $b \in R$.

该系统每一次迭代过程中, 它的初始状态都不相同, 第 k 次迭代的初态记为 $x_k(0)$, 其输出误差为

$$e_k(t) = y_d(t) - y_k(t).$$

其中: $y_d(t)$ 表示期望轨迹; $y_k(t)$ 表示第 k 次迭代系统输出. 本文提出的 PD-型迭代学习控制律描述如下:

$L_{PD}(1)$:

$$\begin{cases} u_1(t) : \Delta, \\ u_{k+1}(t) = u_k(t) + \Gamma_p e_k(t) + \Gamma_d \dot{e}_k(t) + \exp(At)\phi_k(t)X_k(0), \end{cases} \quad (2)$$

$$t \in [0, T], k = 1, 2, \dots.$$

其中

$$\phi_k(t) = \begin{cases} \frac{2a^k}{h} \left(1 - \frac{a^k}{h}t\right), & t \in [0, h/a^k), \\ 0, & t \in [h/a^k, T]; \end{cases} \quad a > 1, 0 < h < T;$$

(3)

$$X_k(0) = \Gamma_d e_k(0) + \frac{1}{b}(x_k(0) - x_{k+1}(0)); \quad (4)$$

Δ 任意取值, 下标 k 表示迭代次数; Γ_p 和 Γ_d 分别表示比例和微分学习增益矩阵.

在当前次跟踪误差及跟踪误差变化率的基础上, 考虑其前一次的跟踪误差和误差变化率, 构造出二阶 PD-型迭代学习控制律如下:

$L_{PD}(2)$:

$$\begin{cases} u_1(t) : \Delta, \\ u_{k+1}(t) = u_k(t) + \Gamma_{p1} e_k(t) + \Gamma_{d1} \dot{e}_k(t) + \\ \Gamma_{p0} e_{k+1}(t) + \Gamma_{d0} \dot{e}_{k+1}(t) + \\ \exp(At) \phi_k(t) \bar{X}_k(0), \end{cases} \quad (5)$$

$$t \in [0, T], k = 1, 2, \dots;$$

$\bar{X}_k(0) =$

$$\Gamma_{d1} e_k(0) + \Gamma_{d0} e_{k+1}(0) + \frac{1}{b}(x_k(0) - x_{k+1}(0)). \quad (6)$$

其中: Δ 任意取值; Γ_{p1} 和 Γ_{d1} 分别为比例和微分学习增益矩阵, Γ_{p0} 和 Γ_{d0} 分别为比例和微分反馈增益矩阵. 可以看出, 当 $\Gamma_{p0} = \Gamma_{d0} = 0$ 时, 二阶 PD-型迭代学习控制律 (5) 退化为 PD-型迭代学习控制律 (2). 本文的目标是在随机初始状态下, 针对系统 (1) 设计的迭代学习控制律, 对系统的初态偏差进行修正, 使系统输出 $y_k(t)$ 快速跟踪期望轨迹, 加速抑制随机初态误差影响, 缩短不能完全跟踪期望输出的时间段. 当迭代次数趋于无穷时, 实现整个区间 $[0, T]$ 上的完全跟踪.

定理 1 假设 PD-型迭代学习控制器 (2) 作用于系统 (1), 如果满足条件 $\rho < 1$, 其中

$$\rho = \|I - C\Gamma_d\| + \|C \exp(A(\cdot))(\Gamma_p + A\Gamma_d)\|_1,$$

则当迭代次数趋于无穷大时, 在 Lebesgue- p 范数意义下:

1) 当 $t \in [0, h/a^k]$ 时, 由于初始状态值偏差造成系统输出不能跟踪期望输出;

2) 在 $t \in [h/a^k, T]$ 时间段内, 跟踪误差单调趋向于零, 系统输出跟踪期望输出, 即

$$\|e_{k+1}(\cdot)\|_p \leq \rho \|e_k(\cdot)\|_p, k = 1, 2, \dots,$$

且

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \sup_{t \in [h/a^k, T]} \|e_{k+1}(\cdot)\|_p = 0.$$

证明 因

$$\begin{aligned} e_{k+1}(t) &= y_d(t) - y_{k+1}(t) = \\ (y_d(t) - y_k(t)) - (y_{k+1}(t) - y_k(t)) &= \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} e_k(t) - C(x_{k+1}(t) - x_k(t)) &= \\ e_k(t) - C \exp(At)(x_{k+1}(0) - x_k(0)) - \\ C \int_0^t \exp(A(t-\tau))b(u_{k+1}(\tau) - u_k(\tau))d\tau &= \\ e_k(t) - bC \int_0^t \exp(A(t-\tau))\Gamma_p e_k(\tau)d\tau - \\ - bC \int_0^t \exp(A(t-\tau))\Gamma_d \dot{e}_k(\tau)d\tau - \\ - bC \int_0^t \exp(A(t-\tau)) \exp(At)\phi_k(\tau)X_k(0)d\tau - \\ - C \exp(At)(x_{k+1}(0) - x_k(0)), \end{aligned} \quad (7)$$

式 (7) 中右侧第 3 项

$$\begin{aligned} - bC \int_0^t \exp(A(t-\tau))\Gamma_d \dot{e}_k(\tau)d\tau &= \\ - bC \int_0^t \exp(A(t-\tau))\Gamma_d e_k(\tau) &= \\ - bC\Gamma_d e_k(t) + bC \exp(At)\Gamma_d e_k(0) - \\ bC \int_0^t \exp(A(t-\tau))A\Gamma_d e_k(\tau)d\tau. \end{aligned} \quad (8)$$

将式 (8) 代入 (7) 中, 有

$$\begin{aligned} e_{k+1}(t) &= \\ e_k(t) - bC \int_0^t \exp(A(t-\tau))\Gamma_p e_k(\tau)d\tau - \\ bC\Gamma_d e_k(t) - bC \int_0^t \exp(A(t-\tau))A\Gamma_d e_k(\tau)d\tau - \\ C \exp(At)(x_{k+1}(0) - x_k(0)) - \\ bC \int_0^t \exp(A(t-\tau)) \exp A(\tau)\phi_k(\tau)X_k(0)d\tau + \\ bC \exp(At)\Gamma_d e_k(0) &= \\ (I - bC\Gamma_d)e_k(t) - \\ C \int_0^t \exp(A(t-\tau))(b\Gamma_p + bA\Gamma_d)e_k(\tau)d\tau - \\ bC \int_0^t \exp(A(t-\tau)) \exp A(\tau)\phi_k(\tau)X_k(0)d\tau - \\ C \exp(At)(x_{k+1}(0) - x_k(0)) + \\ bC \exp(At)\Gamma_d e_k(0). \end{aligned} \quad (9)$$

当 $t \in [h/a^k, T]$ 时, 由式 (4) 可知

$$\begin{aligned} b \int_0^t \exp(-A\tau) \exp(A\tau)\phi_k(\tau)X_k(0)d\tau - \\ b\Gamma_d e_k(0) + x_{k+1}(0) - x_k(0) = \\ \left(\int_0^t \phi_k(\tau)d\tau - 1 \right) X_k(0) = 0. \end{aligned} \quad (10)$$

将式 (10) 代入 (9), 进一步处理可得

$$\begin{aligned} e_{k+1}(t) &= \\ (I - bC\Gamma_d)e_k(t) - \\ C \int_0^t \exp(A(t-\tau))(b\Gamma_p + bA\Gamma_d)e_k(\tau)d\tau. \end{aligned} \quad (11)$$

对式(11)两边同时取 Lebesgue- p 范数, 并应用 Young 不等式, 可得

$$\begin{aligned} & \|e_{k+1}(t)\|_p \leq \\ & \|I - bC\Gamma_d\| \|e_k(t)\|_p + \\ & \|C \exp(A(\cdot))(b\Gamma_p + bA\Gamma_d)\|_1 \|e_k(t)\|_p, \end{aligned} \quad (12)$$

即

$$\|e_{k+1}(t)\|_p \leq \rho \|e_k(t)\|_p.$$

由收敛性条件 $\rho < 1$, 可得

$$\|e_{k+1}(\cdot)\|_p \leq \|e_k(\cdot)\|_p, \quad k = 1, 2, \dots,$$

因此

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \|e_{k+1}(\cdot)\|_p = 0,$$

即

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \sup_{t \in [h/a^k, T]} \|e_{k+1}(\cdot)\|_p = 0. \quad \square$$

这表明, 在 Lebesgue- p 范数意义下, 当迭代次数 k 趋于无穷大, $t \in [h/a^k, T]$ 时, 跟踪误差单调趋向于零. 如果这个过程发生在 $t \in [0, h/a^k]$ 时间段内, 则有

$$\begin{aligned} & \int_0^t \phi_k(\tau) d\tau - 1 = \\ & - \left(\frac{a^k}{h}\right)^2 t^2 + 2\left(\frac{a^k}{h}\right)t - 1 = -\left(\frac{a^k}{h}t - 1\right)^2. \end{aligned}$$

结合式(9)可得, 系统输出不能跟踪期望输出, 直到 $t = h/a^k$ 时刻才被完全制止. 显而易见, 当迭代次数 k 趋于无穷大时, $t \in [h/a^k, T] \rightarrow [0, T]$, 缩短了初始状态的修正时间, 使得在整个时间 $[0, T]$ 内, 系统输出跟踪期望输出.

定理 2 假设二阶 PD-型迭代学习控制器(5)作用于系统(1), 如果满足条件:

- 1) $\rho_0 > 0$,
- 2) $\bar{\rho} = \rho_0 \rho_1 < 1$, 其中

$$\rho_0 =$$

$$(\|I + bC\Gamma_{d0}\| - \|C \exp(A(\cdot))(b\Gamma_{p0} + bA\Gamma_{d0})\|_1)^{-1},$$

$$\rho_1 =$$

$$\|I - bC\Gamma_{d1}\| + \|C \exp(A(\cdot))(b\Gamma_{p1} + bA\Gamma_{d1})\|_1,$$

则当迭代次数 k 趋于无穷大时, 在 Lebesgue- p 范数意义下:

1) 在 $t \in [0, h/a^k]$ 时间段内, 由于状态初始值偏差造成系统输出不能跟踪期望输出;

2) 在 $t \in [h/a^k, T]$ 时间段内, 跟踪误差单调趋向于零, 系统输出跟踪期望输出, 即

$$\|e_{k+1}(\cdot)\|_p \leq \rho \|e_k(\cdot)\|_p, \quad k = 1, 2, \dots,$$

且

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \sup_{t \in [h/a^k, T]} \|e_{k+1}(\cdot)\|_p = 0.$$

证明与定理 1 类似, 故不再赘述.

注 1 在 Lebesgue- p 范数意义下, 假如所选学习增益矩阵 Γ_{p1} , Γ_{d1} , Γ_{p0} 和 Γ_{d0} 能够使得 $\bar{\rho}$ 充分小, 当 $t \in [h/a^k, T]$ 时, 跟踪误差单调趋向于零.

注 2 当 $\Gamma_{p0} = \Gamma_{d0} = 0$ 时, 控制律简化为传统的 PD-型迭代学习控制律(2), 控制律(2)的收敛性条件变为

$$\rho_1 =$$

$$\|I - bC\Gamma_{d1}\| + \|C \exp(A(\cdot))(b\Gamma_{p1} + bA\Gamma_{d1})\|_1 < 1. \quad (13)$$

这表明, 在 Lebesgue- p 范数意义下, 传统 PD-型迭代学习控制律(2)的收敛性主要取决于系统的输出矩阵 bC 和微分学习增益矩阵 Γ_{d1} , 而且依赖于系统的状态矩阵 A 和比例学习增益矩阵 Γ_{p1} .

3 仿真实验

考虑双输入双输出的二阶线性时不变系统

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix} u, \\ y = \begin{bmatrix} 0.15 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}. \end{cases}$$

其中: 系统的运行区间为 $[0, 1]$, 理想输出

$$y_{d1}(t) = 1.5 \sin 2\pi t,$$

$$y_{d2}(t) = 6t^5 - 15t^4 + 10t^3, \quad t \in [0, 1].$$

控制器 $u_{1,k}(t)$ 和 $u_{2,k}(t)$ 初次迭代在 $t \in [0, 1]$ 内的值由 rand 函数随机生成, 系统状态初值也由 rand 函数自动随机生成. 设定控制器参数 $h = 0.1$, $a = 2$.

取

$$\Gamma_p = \begin{bmatrix} 3.5 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \Gamma_d = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix},$$

可以计算出 $\rho = 0.873 < 1$.

图 1 给出了控制器(2)在第 10 次、第 20 次、第 30 次迭代学习下系统输出跟踪期望输出的过程. 由图 1 可以看出, 无论系统初始状态偏差有多大, 系统的输出总能比前一次迭代用更短的时间收敛到期望输出, 随着迭代次数的增加, 系统输出可以在区间 $[0, 1]$ 上完全跟踪期望输出.

由图 1(a) 的放大部分可以看出, 随着迭代次数的增加, 系统跟踪误差收敛至期望输出的时间在缩短, 随机初态误差对系统输出的影响得到了加速抑制.

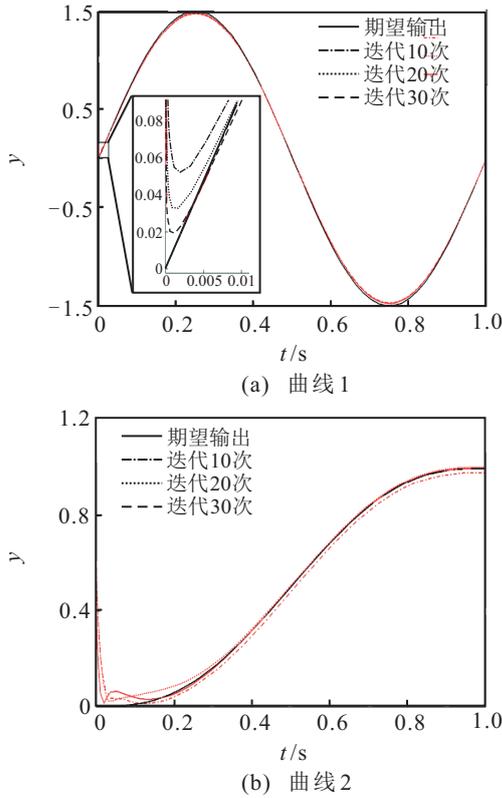


图1 系统跟踪曲线

为了说明本文所提出算法相对于文献[12]中算法的改进效果, 本文在相同仿真环境下分别对二者进行仿真, 图2和图3分别给出了二者在Lebesgue-2范数和上确界范数意义下, 在 $t \in [h/a^k, 1]$ 时间段内每次迭代下, 系统输出跟踪误差的仿真曲线。

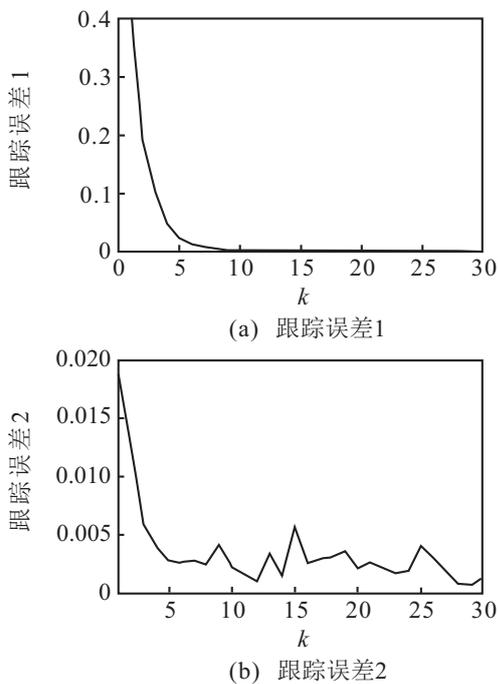


图2 Lebesgue-2 范数意义下跟踪误差

对比图2和图3可以看出, 本文的控制算法对于加速抑制随机初始状态误差的作用十分明显, 在同样的初始状态下, 误差比文献[12]中算法要小得多。

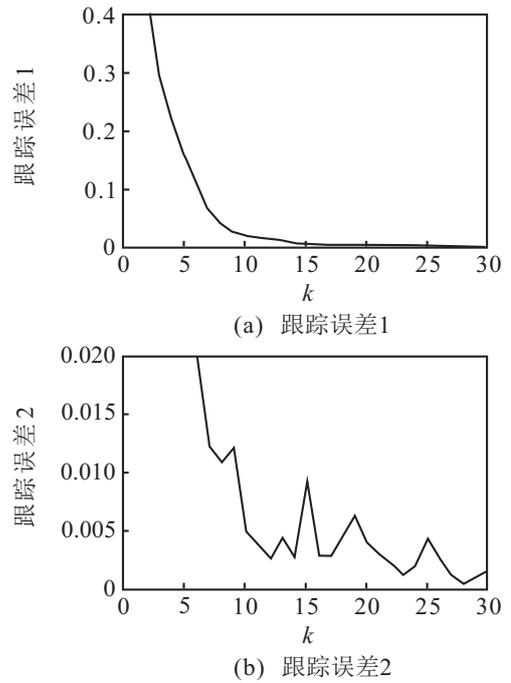


图3 上确界范数意义下跟踪误差

4 结 论

本文在Lebesgue- p 范数度量跟踪误差意义下研究了一类线性时不变系统, 结合PD-型迭代学习律, 在时间轴上设计了一个随迭代次数增加而减小的修正区间, 通过修正初始状态, 实现了加速制止由于初始状态的偏差而导致系统输出偏离期望输出的行为, 即随着迭代次数的增加, 制止上述行为所经历的时间单调一致缩短. 由理论分析可知, 在Lebesgue- p 范数意义下, 即使初始状态任意, 随着迭代次数的增加, 可达到在整个运行区间 $[0, T]$ 上的完全跟踪, 并利用卷积的推广Young不等式分析了跟踪性能. 从严格的推导和仿真试验中可以观察到, 所提出的方法能够有效抑制初始状态所产生的误差, 所以, 本文选用Lebesgue- p 范数度量跟踪误差能够更加满足现实工程的需要。

参考文献(References)

- [1] Arimoto S, Kawamura S, Miyazaki F. Bettering operation of robotics by learning[J]. J Robotic System, 1984, 12(2): 123-140.
- [2] Arimoto S, Nguyen P T A, Naniwa T. Learning of robot tasks on the basis of passivity and impedance concepts[J]. Robotics and Autonomous Systems, 2000, 32(3): 79-87.
- [3] Cabassud M, Dahhou B, Le Lann M V, et al. Robust iterative learning control of an exothermic semi-batch chemical reactor[J]. Mathematics and Computer in Simulation, 2001, 57(7): 367-385.
- [4] Tan K K, Lim S Y, Lee T H. High-precision control of linear actuator incorporating acceleration sensing[J]. Trans

- on Research Part C: Emerging Technologies, 2008, 16(5): 71-97.
- [5] Parageorgiou M, Kotsialos A. Freeway ramp metering: An overview[J]. IEEE Trans on Intelligent Transportation Systems, 2002, 3(4): 271-281.
- [6] 侯忠生, 晏静文. 带有迭代学习前馈的快速路无模型自适应入口匝道控制[J]. 自动化学报, 2009, 35(5): 588-595.
(Hou Z S, Yan J W. Model free adaptive control based freeway ramp metering with feedforward iterative learning controller[J]. Acta Automatica Sinica, 2009, 35(5): 588-595.)
- [7] Bristow D A, Tharayil M, Alleyne A G. A survey of iterative learning control: A learning-based method for high-performance tracking control[J]. Acta Automatica Sinica, 2006, 26(3): 96-114.
- [8] 谢胜利, 田森平, 谢振东. 迭代学习控制的理论与应用[M]. 北京: 科学出版社, 2005: 41-42.
(Xie S L, Tian S P, Xie Z D. Iterative learning control theory and applications[M]. Beijing: Science Press, 2005: 41-42.)
- [9] Andres D, Pandit M. Convergence and robustness of iterative learning control for strongly positive systems[J]. Asian J of Control, 2002, 4(1): 1-10.
- [10] 孙明轩, 黄宝健. 迭代学习控制[M]. 北京: 国防工业出版社, 1999: 285-286.
(Sun M X, Huang B J. Iterative learning control[M]. Beijing: National Defence Industry Press, 1999:285-286.)
- [11] Heinzinger G, Fenwick D, Paden B. Stability of learning control with disturbances and uncertain initial condition[J]. IEEE Tran on Automatic and Control, 1992, 37(1): 110-114.
- [12] Arimoto S. Robustness of learning control for robot manipulations[C]. Proc of IEEE Int Conf on Robotics and Automation. Cicinnti, 1990, 3(4): 1528-1533.
- [13] Saab S S. On the P-type learning control[J]. IEEE Trans on Automatic and Control, 1994, 39(11): 2298-2302.
- [14] Lee K, Bien Z. Study of robustness of iterative learning control with nonzero initial error[J]. Int J of Control, 1996, 64(2): 349-359.
- [15] Park K H, Bien Z, Hwang D H. A study on the robustness of a PID-type iterative learning controller against initial state error[J]. Int J of System Science, 1999, 30(5): 49-59.
- [16] Sun M X, Wang D W. Iterative learning control with initial rectifying action[J]. Automatica, 2002, 38(7): 1177-1182.
- [17] 吕庆, 方勇纯, 任道. 加速抑制随机初态误差影响的迭代学习控制[J]. 自动化学报, 2014, 40(7): 1295-1302.
(Lü Q, Fang Y C, Ren X. Iterative learning control for accelerated inhibition effect of initial state random error[J]. Acta Automatica Sinica, 2014, 40(7): 1295-1302.)
- [18] Lee H S, Bien Z. A note on convergence property of iterative learning controller with respect to sup norm[J]. Automatica, 1997, 33(8): 1591-1593.
- [19] Park K H, Bien Z. A study on iterative learning control with adjustment of learning interval for monotone convergence in the sense of sup-norm[J]. Asian J of Control, 2002, 4(1): 111-118.
- [20] 阮小娥, 连建帮, 吴慧卓. 具有反馈信息的迭代学习控制律在 Lebesgue- p 范数意义下的收敛性[J]. 自动化学报, 2011, 37(4): 513-516.
(Ruan X E, Lian J B, Wu H Z. Convergence of iterative learning control with feedback information in the sense of Lebesgue- p norm[J]. Acta Automatica Sinica, 2011, 37(4): 513-516.)
- [21] Pinsky M A. Introduction to fourier analysis and wavelets[M]. California: Brooks/Cole, 2002: 33-35.

(责任编辑: 孙艺红)