文章编号: 1001-0920 (2016) 03-0564-07 DOI: 10.13195/j.kzyjc.2014.1968

决策者剔除的重复群决策方法

宋 捷[1a,1b], 姚天祥[1b,1c], 徐 宁[2], 党耀国[2]

(1. 南京信息工程大学 a. 中国制造业发展研究院，b. 经济管理学院，c. 气象灾害预报预警与评估协同创新中心，南京 210044；2. 南京航空航天大学 经济与管理学院，南京 211100)

摘 要: 针对同样决策场景下对多组决策方案反复评估的决策问题, 建立对无效决策者剔除以及确定决策结果的模型. 使用优化模型确定指标权重, 提出决策者评价向量差异度的衡量方法, 由此对无效决策者甄别和剔除, 在此基础上建立基于灰靶的决策模型以确定最优方案, 并建立下次决策时的决策者权重计算方法. 模型充分利用历史信息, 对决策者进行评价约束, 可以有效提高决策质量. 最后通过实例表明了所提出算法的有效性和可行性.

关键词: 群决策；权重；灰靶；无效决策者剔除

中图分类号: N94 **文献标志码:** A

Repeated grey group decision-making model discriminable for invalid decision-maker

SONG Jie[1a,1b], *YAO Tian-xiang*[1b,1c], *XU Ning*[2], *DANG Yao-guo*[2]

(1a. China Institute of Manufacturing Development，1b. College of Economics and Management，1c. Collaborative Innovation Center on Forecast and Evaluation of Meteorological Disasters，Nanjing University of Information Science & Technology，Nanjing 210044，China；2. College of Economics & Management，Nanjing University of Aeronautics and Astronautics，Nanjing 211100，China．Correspondent：SONG Jie，E-mail：songjie_nuaa@163.com)

Abstract: Aiming at solving repeated calculation of several decision-making programs in the same decision-making scenarios, a model is established, which can eliminate the invalid decision-maker and screen the optimal decision program. In order to identify and get rid of the invalid decision makers, an optimized model of calculating the index weight and a method based on the vector difference degree evaluating the performance of decision makers are proposed. Then, the grey-target decision-making model is used to choose the optimal program. At the same time, the method of calculating the weight value of different decision makers for the next decision can be obtained for the next decision. The history information can be made full use of and the assessment of the decision makers can be restricted by the proposed model, which can improve the quality of decision effectively. Finally, the numerical cases are given to illustrate the effectiveness and feasibility of the proposed method.

Keywords: group decision-making；weight；grey target；invalid decision value discrimination

0 引 言

在社会管理、经济调控、工程技术等领域, 存在大量复杂的多属性决策问题. 这些问题涉及面广, 影响复杂, 只有集中不同背景不同领域专家集体决策, 才能较好地解决. 群决策问题引起了广泛的关注, 并取得了一系列研究成果, 部分文献重点研究了如何有效集结专家评价信息. 文献 [1] 建立了迭代算法, 通过乘性加权集结算子对方案进行集结得到最优方案; 文献 [2] 将决策专家的评价信息转化为三元组灰偏好信息, 并通过概率分布一致性关系建立最优决策相对熵集结模型, 由此确定最优方案; 文献 [3] 在效用函数的基础上定义了案例信息的一致性, 并建立确定可信度最大的规划模型, 由此对待评价方案进行分类; 文献 [4] 探讨了使用效用函数对决策者信息进行集结. 部分文献重点研究了决策者权重. 文献 [5] 由最小化决策值间差异, 建立了非线性规划模型来确定决策者

收稿日期: 2014-12-28；**修回日期:** 2015-06-17.

基金项目: 国家自然科学基金项目(71371098, 71071077, 71171116)；中央高校基本科研业务费专项项目(NC2012001, NZ2010006, NR2011009, NR2013015)；高校哲学社会科学重点研究基地重大项目(2012JDXM005)；中国制造业研究院开放课题项目(SK20140090-7).

作者简介: 宋捷(1982−), 男, 讲师, 博士, 从事不确定性决策、区域经济的研究；党耀国(1964−), 男, 教授, 博士生导师, 从事灰色系统理论、区域经济等研究.

权重; 文献 [6] 对专家评价信息进行聚类分析, 根据各专家排序向量以确定各专家类别间的权重, 再由单个专家的判断矩阵一致性和排序向量到类核心的距离确定最终权重; 文献 [7] 研究了专家权重调整问题, 由专家个体决策结果与群决策结果的偏差量并结合熵理论求得专家的客观权重, 由此对决策者权重进行调整, 再次计算结果后继续对权重进行调整, 直至得到稳定的权重和决策结果; 文献 [8] 在文献 [7] 的基础上, 由专家个体决策结果与群体决策结果的灰色关联度得到专家的综合权重, 计算决策结果, 并对权重进一步调整, 直至得到稳定的权重和决策结果; 文献 [9] 定义了决策者的平均决策值为理想决策, 并由理想决策上的投影确定专家权重. 部分文献研究了决策者剔除问题. 文献 [10] 建立了对无效决策进行甄别的模型, 对无效决策进行剔除, 对剔除后的决策者权重进行调整并得到决策结果; 文献 [11] 研究了考虑到决策者对指标有理解偏差时的无效决策剔除, 根据灰色关联方法得到决策结果.

本文针对同样决策场景下对多组决策方案反复评估的决策问题, 建立对无效决策者剔除以及确定决策结果的模型. 使用优化模型确定指标权重, 提出决策者评价向量差异度的衡量方法, 由此对无效决策者甄别和剔除, 在此基础上建立基于灰靶的决策模型以确定最优方案, 并建立下次决策时的决策者权重计算方法. 模型充分利用历史信息, 对决策者进行评价约束, 可以有效提高决策质量. 最后通过实例表明了所提出算法的有效性和可行性.

1　新的灰色群决策模型建立

1.1　决策原理和决策数据的标准化

设重复灰色群决策问题决策指标集为

$$u=\{u_1,u_2,\cdots,u_m\},$$

第 h 次决策时的方案集为

$$A^h=\{A_1^h,A_2^h,\cdots,A_n^h\},$$

决策群体集为

$$E^h=\{e_1^h,e_2^h,\cdots,e_q^h\},\ q\geqslant 2.$$

其中: e_s^h 为第 h 次决策时的第 s 个决策者, 其权重为 λ_s^h, 且满足 $\sum\limits_{s=1}^{q}\lambda_s^h=1$. 决策者 e_s^h 对方案 A_i^h 在指标 u_j 下的属性值为区间灰数, 且 $a_{ij}^{h.s}(\otimes)\in[\underline{a}_{ij}^{h.s},\overline{a}_{ij}^{h.s}]$.

使用重复决策信息下区间灰数非线性奖优罚劣算子对数据进行标准化处理, 令

$$z_j^h=\frac{1}{2nqh}\sum_{k=1}^{h}\sum_{s=1}^{q}\sum_{i=1}^{n}(\underline{a}_{ij}^{k.s}+\overline{a}_{ij}^{k.s}),$$

$$j=1,2,\cdots,m,\ s=1,2,\cdots,q,\ k=1,2,\cdots,h;$$

$$z_j^{h.'}=\frac{1}{2}(\min_k\min_s\min_i\underline{x}_{ij}^{k.s}+x_j^{h.*}),$$

$$z_j^{h.''}=\frac{1}{2}(x_j^{h.*}+\max_k\max_s\max_i\overline{x}_{ij}^{k.s}),$$

$$j=1,2,\cdots,m,\ s=1,2,\cdots,q,\ k=1,2,\cdots,h.$$

$x_j^{h.*}$ 为适中型指标的适中值.

若 u_j 为效益型指标, 则有

$$\underline{r}_{ij}^{h.s}=\begin{cases}\dfrac{(\underline{a}_{ij}^{h.s}-z_j^h)^3}{(\max\limits_k\max\limits_s\max\limits_i\overline{a}_{ij}^{k.s}-z_j^h)^3},\ \underline{a}_{ij}^h\geqslant z_j^h;\\-\dfrac{(\underline{a}_{ij}^{h.s}-z_j^h)^3}{(\min\limits_k\min\limits_s\min\limits_i\underline{a}_{ij}^{k.s}-z_j^h)^3},\ \underline{a}_{ij}^h<z_j^h;\end{cases}$$

$$j=1,2,\cdots,m,\ s=1,2,\cdots,q,\ k=1,2,\cdots,h.$$

$$\overline{r}_{ij}^{h.s}=\begin{cases}\dfrac{(\overline{a}_{ij}^{h.s}-z_j^h)^3}{(\max\limits_k\max\limits_s\max\limits_i\overline{a}_{ij}^{k.s}-z_j^h)^3},\ \overline{a}_{ij}^h\geqslant z_j^h;\\-\dfrac{(\overline{a}_{ij}^{h.s}-z_j^h)^3}{(\min\limits_k\min\limits_s\min\limits_i\underline{a}_{ij}^{k.s}-z_j^h)^3},\ \overline{a}_{ij}^h<z_j^h;\end{cases}$$

$$j=1,2,\cdots,m,\ s=1,2,\cdots,q,\ k=1,2,\cdots,h.$$

若 u_j 为成本型指标, 则有

$$\underline{r}_{ij}^{h.s}=\begin{cases}-\dfrac{(\overline{a}_{ij}^{h.s}-z_j^h)^3}{(\max\limits_k\max\limits_s\max\limits_i\overline{a}_{ij}^{k.s}-z_j^h)^3},\ \overline{a}_{ij}^h\geqslant z_j^h;\\\dfrac{(\overline{a}_{ij}^{h.s}-z_j^h)^3}{(\min\limits_k\min\limits_s\min\limits_i\underline{a}_{ij}^{k.s}-z_j^h)^3},\ \overline{a}_{ij}^h<z_j^h;\end{cases}$$

$$j=1,2,\cdots,m,\ s=1,2,\cdots,q,\ k=1,2,\cdots,h.$$

$$r_{ij}^{h.s}=\begin{cases}-\dfrac{(\underline{a}_{ij}^{h.s}-z_j^h)^3}{(\max\limits_k\max\limits_s\max\limits_i\overline{a}_{ij}^{k.s}-z_j^h)^3},\ \underline{a}_{ij}^h\geqslant z_j^h;\\\dfrac{(\underline{a}_{ij}^{h.s}-z_j^h)^3}{(\min\limits_k\min\limits_s\min\limits_i\underline{a}_{ij}^{k.s}-z_j^h)^3},\ \underline{a}_{ij}^h<z_j^h;\end{cases}$$

$$j=1,2,\cdots,m,\ s=1,2,\cdots,q,\ k=1,2,\cdots,h.$$

$$f_1(a_{ij}^{h.s})=$$

$$\begin{cases}\dfrac{(a_{ij}^{h.s}-z_j^{h.'})^3}{(\max\limits_k\max\limits_s\max\limits_i a_{ij}^{k.s}-z_j^{h.'})^3},\ x_j^*\geqslant a_{ij}^h\geqslant z_j^{h.'};\\-\dfrac{(a_{ij}^{h.s}-z_j^{h.'})^3}{(\min\limits_k\min\limits_s\min\limits_i a_{ij}^{k.s}-z_j^{h.'})^3},\ a_{ij}^h<z_j^h;\end{cases}$$

$$j=1,2,\cdots,m,\ s=1,2,\cdots,q,\ k=1,2,\cdots,h.$$

$$f_2(a_{ij}^{h.s})=$$

$$\begin{cases}-\dfrac{(a_{ij}^{h.s}-z_j^{h.''})^3}{(\max\limits_k\max\limits_s\max\limits_i a_{ij}^{k.s}-z_j^{h.''})^3},\ \underline{a}_{ij}^h\geqslant z_j^h;\\\dfrac{(a_{ij}^{h.s}-z_j^{h.''})^3}{(\min\limits_k\min\limits_s\min\limits_i a_{ij}^{k.s}-z_j^{h.''})^3},\ x_j^{h.*}<\underline{a}_{ij}^h<z_j^h;\end{cases}$$

$$j=1,2,\cdots,m,\ s=1,2,\cdots,q,\ k=1,2,\cdots,h.$$

如果 $\overline{a}_{ij}^{h.s} \leqslant x_j^{h.*}$, 则

$$r_{ij}^{h.s}(\otimes) \in [\underline{r}_{ij}^{h}, \overline{r}_{ij}^{h}] = [f_1(\underline{a}_{ij}^{h.s}), f_1(\overline{a}_{ij}^{h.s})];$$

如果 $\underline{a}_{ij}^{h.s} > x_j^{h.*}$, 则

$$r_{ij}^{h.s}(\otimes) \in [\underline{r}_{ij}^{h}, \overline{r}_{ij}^{h}] = [f_2(\overline{a}_{ij}^{h.s}), f_2(\underline{a}_{ij}^{h.s})].$$

如果 $\underline{a}_{ij}^{h.s} \leqslant x_j^{h.*}$ 且 $\overline{a}_{ij}^{h.s} > x_j^{h.*}$, 则比较 $f_1(\underline{a}_{ij}^{h.s})$ 与 $f_2(\overline{a}_{ij}^{h.s})$, 若 $f_1(\underline{a}_{ij}^{h.s}) > f_2(\overline{a}_{ij}^{h.s})$, 则

$$r_{ij}^{h.s}(\otimes) \in [\underline{r}_{ij}^{h.s}, \overline{r}_{ij}^{h.s}] = [f_2(\overline{a}_{ij}^{h.s}), 1];$$

若 $f_1(\underline{a}_{ij}^{h.s}) \leqslant f_2(\overline{a}_{ij}^{h.s})$, 则

$$r_{ij}^{h.s}(\otimes) \in [\underline{r}_{ij}^{h.s}, \overline{r}_{ij}^{h.s}] = [f_1(\underline{a}_{ij}^{h.s}), 1].$$

使用以上变换对决策者 $e_s(s = 1, 2, \cdots, q)$ 在第 h 次决策时的决策矩阵 $X^{h.s}(\otimes)$ 进行处理, 可以得到标准化矩阵

$$R^{h.s}(\otimes) = (r_{ij}^{h.s}(\otimes))_{n\times m} = ([\underline{r}_{ij}^{h.s}, \overline{r}_{ij}^{h.s}])_{n\times m},$$

其中 $r_i^{h.s} = [r_{i1}^{h.s}(\otimes), r_{i2}^{h.s}(\otimes), \cdots, r_{im}^{h.s}(\otimes)]$ $(j = 1, 2, \cdots, m,\ s = 1, 2, \cdots, q,\ k = 1, 2, \cdots, h)$ 为决策者 e_s 对方案 A_i^h 的效果向量.

1.2 确定所有决策者参与决策时的指标权重

首先确定当所有决策者均参与决策时的指标权重. 当所有决策者均参与决策时, 指标权重为

$$\dot{\omega}^h = (\dot{\omega}_1^h, \dot{\omega}_2^h, \cdots, \dot{\omega}_m^h),\ \sum_{j=1}^{m}(\dot{\omega}_j^h)^2 = 1.$$

下面根据共 h 次决策的整体情况, 综合建立优化模型. 令算子

$$D^k = \frac{6k^2}{h(1+h)(2h+1)},$$

$$\sum_{k=1}^{h}\frac{6k^2}{h(1+h)(2h+1)} = 1,$$

取

$$\min H(\omega^h) = \\ \sum_{k=1}^{h}\Big(\frac{6k^2}{h(1+h)(2h+1)}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\sum_{t=1}^{q-1}((\underline{r}_{ij}^{k.s_t} - \underline{r}_{ij}^{k.s_{t+1}})^2 + \\ (\overline{r}_{ij}^{k.s_t} - \overline{r}_{ij}^{k.s_{t+1}})^2)\dot{\omega}_j^h\Big).$$

其中: $\sum_{j=1}^{m}(\dot{\omega}_j^h)^2 = 1$, $0 \leqslant \omega_j^h \leqslant 1$. 构造拉格朗日函数为

$$L(\dot{\omega}^h) = \\ \sum_{k=1}^{h}\Big(\frac{6k^2}{h(1+h)(2h+1)}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\sum_{t=1}^{q-1}((\underline{r}_{ij}^{k.s_t} - \underline{r}_{ij}^{k.s_{t+1}})^2 + \\ (\overline{r}_{ij}^{k.s_t} - \overline{r}_{ij}^{k.s_{t+1}})^2)\dot{\omega}_j^h\Big) + \lambda\Big(1 - \sum_{j=1}^{m}(\dot{\omega}_j^h)^2\Big).$$

根据极值条件 $\dfrac{\partial L(\dot{\omega}^h)}{\partial \dot{\omega}^h} = 0$, $\dfrac{\partial L(\dot{\omega}^h)}{\partial \lambda} = 0$, 可以得到

$$\dot{\omega}_j^h = \\ \sum_{k=1}^{h}\Big(\frac{6k^2}{h(1+h)(2h+1)}\sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{q-1}((\underline{r}_{ij}^{h.s_t} - \underline{r}_{ij}^{h.s_{t+1}})^2 + \\ (\overline{r}_{ij}^{h.s_t} - \overline{r}_{ij}^{h.s_{t+1}})^2)\Big)\Big/(4\lambda),$$

$$1 - \sum_{j=1}^{m}\dot{\omega}_j^2 = 0.$$

进而可以得到

$$\lambda = \frac{1}{4}\sqrt{\sum_{j=1}^{m}\Big(\sum_{k=1}^{h}\Big[\frac{6k^2}{h(1+h)(2h+1)}\sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{q-1}((\underline{r}_{ij}^{s_t} - \underline{r}_{ij}^{s_{t+1}})^2 + (\overline{r}_{ij}^{s_t} - \overline{r}_{ij}^{s_{t+1}})^2)\Big]\Big)^2},$$

$$\dot{\omega}_j^h = \frac{\displaystyle\sum_{k=1}^{h}\Big[\frac{6k^2}{h(1+h)(2h+1)}\sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{q-1}((\underline{r}_{ij}^{s_t} - \underline{r}_{ij}^{s_{t+1}})^2 + (\overline{r}_{ij}^{s_t} - \overline{r}_{ij}^{s_{t+1}})^2)\Big]}{\sqrt{\displaystyle\sum_{j=1}^{m}\Big(\sum_{k=1}^{h}\Big[\frac{6k^2}{h(1+h)(2h+1)}\sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{q-1}((\underline{r}_{ij}^{s_t} - \underline{r}_{ij}^{s_{t+1}})^2 + (\overline{r}_{ij}^{s_t} - \overline{r}_{ij}^{s_{t+1}})^2)\Big]\Big)^2}}. \tag{1}$$

归一化后得到

$$\dot{w}_j^h = \frac{\dot{\omega}_j^h}{\sum_{j=1}^{m}\dot{\omega}_j^h}. \tag{2}$$

进而得到当所有决策者参与决策时的指标权重为

$$\dot{w}^h = (\dot{w}_1^h, \dot{w}_2^h, \cdots, \dot{w}_m^h).$$

1.3 低效决策者剔除

定义 1 向量

$$A = [a_1(\otimes), a_2(\otimes), \cdots, a_m(\otimes)],$$

$$B = [b_1(\otimes), b_2(\otimes), \cdots, b_m(\otimes)].$$

其中: $a_j(\otimes) \in (\underline{a}_j, \bar{a}_j)$、$b_j(\otimes) \in (\underline{b}_j, \bar{b}_j)$, 灰数的权重为 $w = (w_1, w_2, \cdots, w_m)$. 取向量 A 与 B 之间的距离为

$$D_{AB} = 2^{-\frac{1}{2}}[w_1(a_1 - b_1)^2 + w_1(\bar{a}_1 - \bar{b}_1)^2 + \cdots + \\ w_m(\bar{a}_m - \bar{b}_m)^2]^{\frac{1}{2}}.$$

决策者 e_s 对于方案 A_i^h 的效果向量为

$$r_i^{h.s} = [r_{i1}^{h.s}(\otimes), r_{i2}^{h.s}(\otimes), \cdots, r_{im}^{h.s}(\otimes)].$$

由定义 1, 取 e_{s_1} 与 e_{s_2} 对于方案 A_i^h 的评价效果向量距离为 $\kappa_{s_1s_2}^{hi} = D_{r_i^{h.s_1} r_i^{h.s_2}}$.

决策者 e_s 与其他决策者对于方案 A_i^h 的评价效

果向量为

$$r_i^{h.s}=[r_{i1}^{h.s}(\otimes),r_{i2}^{h.s}(\otimes),\cdots,r_{im}^{h.s}(\otimes)].$$

指标权重为 $\dot{w}^h=(\dot{w}_1^h,\dot{w}_2^h,\cdots,\dot{w}_m^h)$. 取决策者 e_s 与其他决策者对于方案 A_i^h 的评价效果向量距离和为

$$\kappa_s^{hi}=\sum_{t\neq s}\kappa_{st}^{hi},\ \kappa_s^h=\frac{1}{n}\sum_i\kappa_s^{hi}.$$

令 $E(\kappa^h)=\dfrac{1}{q}\sum\limits_{s=1}^{q}\kappa_s^h$ 为第 h 次决策时所有决策者相互距离的期望, $\sigma(\kappa^h)=\sqrt{\dfrac{1}{q}\sum\limits_{s=1}^{q}(\kappa^{h.s}-E(\kappa^h))^2}$ 为第 h 次决策时所有决策者的靶心距方差.

取 $\kappa^{h.s^*}=\max\limits_s\kappa^{h.s}$, 若

$$\kappa^{h.s^*}>E(\kappa^{h\cdot})+3\sigma(\kappa^{h\cdot}),\tag{3}$$

则决策者 s^* 为疑似低效决策者. 决策者 s^* 共进行 t 次决策, 若 $t=1$, 则决策者 s^* 作为低效决策者剔除; 若 $t\geqslant 2$, 则由之前决策结果可以计算

$$\kappa_s^{h-1}=\frac{1}{n}\sum_i\sum_{t\neq s}\kappa_{st}^{h-1.i},\kappa_s^{h-2}=\frac{1}{n}\sum_i\sum_{t\neq s}\kappa_{st}^{h-2.i},\cdots,\kappa_s^{h-t+1}=\frac{1}{n}\sum_i\sum_{t\neq s}\kappa_{st}^{h-t+1.i}.\tag{4}$$

取

$$E(\kappa^{h-1})=\frac{1}{q}\sum_{s=1}^{q}\kappa^{h-1.s},$$
$$\vdots$$
$$E(\kappa^{h-t+1})=\frac{1}{q}\sum_{s=1}^{q}\kappa^{h-t+1.s};$$
$$\sigma(\kappa^{h-1})=\sqrt{\frac{1}{q}\sum_{s=1}^{q}(\kappa^{h-1.s}-E(\kappa^{h-1.s}))^2},$$
$$\vdots$$
$$\sigma(\kappa^{h-t+1})=\sqrt{\frac{1}{q}\sum_{s=1}^{q}(\kappa^{h-t+1.s}-E(\kappa^{h-t+1.s}))^2};$$
$$f(k)=\begin{cases}1,\ \kappa^{k.s^*}>E(\kappa^k);\\0,\ \kappa^{k.s^*}\leqslant E(\kappa^k).\end{cases}$$

若

$$\sum_{k=h-t+1}^{h-1}f(k)\geqslant\frac{1}{2}t,\tag{5}$$

则决策者 s^* 作为低效决策者剔除, 并在第 $h+1$ 次决策时新选择一个新的决策者. 当 $\sum\limits_{k=h-t+1}^{h-1}f(k)\leqslant\dfrac{1}{2}t$ 时, 若

$$\mathop{\Lambda}_{k=h-t+1,\cdots,h-1}\gamma^{k.s^*}>E(\kappa^k)+3\sigma(\kappa^k),\tag{6}$$

则决策者 s^* 作为低效决策者剔除, 否则, 决策者 s^* 仍是正常决策者.

1.4　模型的确定

情况 1　所有决策者均为正常决策者.

取

$$z_j^{h.0}=\max\{(\underline{z}_{ij}^k+\overline{z}_{ij}^k)/2|_{1\leqslant i\leqslant n,\ 1\leqslant k\leqslant h}\},$$
$$j=1,2,\cdots,m,\ h\geqslant 2,$$

所对应的决策值记为 $[\underline{z}_{i_0j}^{h'},\overline{z}_{i_0j}^{h'}]$, 称

$$z_0^h=\{z_1^{h'.0},z_2^{h'.0},\cdots,z_m^{h'.0}\}=\{[\underline{z}_{i_01}^{h'},\overline{z}_{i_01}^{h'}],[\underline{z}_{i_02}^{h'},\overline{z}_{i_02}^{h'}],\cdots,[\underline{z}_{i_0m}^{h'},\overline{z}_{i_0m}^{h'}]\}$$

为最优效果向量. 称

$$\gamma_i^h=2^{-\frac{1}{2}}[\dot{w}_1(\underline{z}_{i1}^h-\underline{\dot{z}}_{i_01}^{h'})^2+\dot{w}_1(\overline{z}_{i1}^h-\overline{\dot{z}}_{i_01}^{h'})^2+\cdots+\dot{w}_m(\overline{z}_{im}^h-\overline{\dot{z}}_{i_0m}^{h'})^2]^{\frac{1}{2}}\tag{7}$$

为对象 A_i^h 的群决策靶心距.

群决策效果向量的靶心距 γ_i^h 越小, 决策方案 A_i^h 越优; 反之, 效果向量的靶心距 γ_i^h 越大, 决策方案 A_i^h 越差.

情况 2　决策者 s^* 作为低效决策者剔除后.

对决策者重新排序后为 $E^h=\{e_1^h,e_2^h,\cdots,e_{q-1}^h\}$, $e_{s'}^h$ 表示第 s' 个决策者 $(1\leqslant s'\leqslant q-1)$, 且决策者权重为

$$\lambda_{s'}^h=\frac{\lambda_s^h}{\sum\limits_{s=1,2,\cdots,s^*-1,s^*+1,\cdots,q-1}\lambda_s^h}.\tag{8}$$

下面利用重复决策信息下区间灰数非线性奖优罚劣算子对数据进行标准化处理, 可以得到决策者 $e_{s'}(s'=1,2,\cdots,q-1)$ 在第 h 次决策时的标准化矩阵为

$$R^{h.s'}(\otimes)=(r_{ij}^{h.s'}(\otimes))_{n\times m}=([\underline{r}_{ij}^{h.s'},\overline{r}_{ij}^{h.s'}])_{n\times m}.$$

由式 (1) 和 (2) 可以得到无效决策剔除后, 指标权重为 $w^h=(w_1^h,w_2^h,\cdots,w_m^h)$.

由 $z_{ij}^h(\otimes)=\sum\limits_{s=1}^{q-1}r_{ij}^{h.s'}(\otimes)\lambda^{h.s'}$, 可以得到全部决策者参与时的规范化综合决策矩阵

$$Z^h=(z_{ij}^h(\otimes))_{n\times m}=([\underline{z}_{ij}^h,\overline{z}_{ij}^h])_{n\times m}.$$

取

$$z_j^{h.0}=\max\{(\underline{z}_{ij}^k+\overline{z}_{ij}^k)/2|_{1\leqslant i\leqslant n,\ 1\leqslant k\leqslant h}\},$$
$$j=1,2,\cdots,m,\ h\geqslant 2,$$

所对应的决策值记为 $[\underline{z}_{i_0j}^{h'},\overline{z}_{i_0j}^{h'}]$, 称

$$z_0^h=\{z_1^{h'.0},z_2^{h'.0},\cdots,z_m^{h'.0}\}=\{[\underline{z}_{i_01}^{h'},\overline{z}_{i_01}^{h'}],[\underline{z}_{i_02}^{h'},\overline{z}_{i_02}^{h'}],\cdots,[\underline{z}_{i_0m}^{h'},\overline{z}_{i_0m}^{h'}]\}$$

为低效决策者剔除后灰靶决策的最优效果向量. 称

$$\gamma_i^h = 2^{-\frac{1}{2}}[w_1(\underline{z}_{i1}^h - \underline{z}_{i_01}^{h'})^2 + w_1(\overline{z}_{i1}^h - \overline{z}_{i_01}^{h'})^2 + \cdots + w_m(\overline{z}_{im}^h - \overline{z}_{i_0m}^{h'})^2]^{\frac{1}{2}} \tag{9}$$

为对象 A_i^h 的群决策靶心距. 群决策效果向量的靶心距 γ_i^h 越小, 决策方案 A_i^h 越优; 反之, 效果向量的靶心距 γ_i^h 越大, 决策方案 A_i^h 越差.

1.5 第 $h+1$ 次决策时决策者权重的确定

对群决策效果向量的靶心距 γ_i^h 进行标准化处理, 取

$$\tilde{\gamma}_i^h = \frac{\gamma_i^h - \min\limits_i \gamma_i^h}{\max\limits_i \gamma_i^h - \min\limits_i \gamma_i^h}.$$

决策者 e_s 对于方案 A_i^h 的效果向量 $r_i^{h.s} = [r_{i1}^{h.s}(\otimes), r_{i2}^{h.s}(\otimes), \cdots, r_{im}^{h.s}(\otimes)]$ 与最优效果向量 $z_0^h = \{z_1^{h'.0}, z_2^{h'.0}, \cdots, z_m^{h'.0}\}$ 间的距离为 $\tilde{\gamma}_i^{h.s} = D_{r_i^{h.s} z_0^h}$.

决策者 e_s 对方案 A_i^h 的靶心距 $\gamma_i^{h.s}$ 进行标准化处理, 即

$$\tilde{\gamma}_i^{h.s} = \frac{\gamma_i^{h.s} - \min\limits_i \gamma_i^{h.s}}{\max\limits_i \gamma_i^{h.s} - \min\limits_i \gamma_i^{h.s}},$$

则决策者 e_s 在第 $h\,(h>1)$ 次决策时, 决策差异度为

$$\eta^{h.s} = 2^{-\frac{1}{2}}\Big(\sum_{i=1}^n (\tilde{\gamma}_i^{h.s} - \tilde{\gamma}_i^h)^2\Big)^{\frac{1}{2}}.$$

进而推导出 e_s 前 $h\,(h>1)$ 次决策的综合决策差异度为

$$\tilde{\eta}^{h.s} = \sum_{k=1}^h \Big(\frac{6k^2}{h(1+h)(2h+1)}\eta^{h.s}\Big). \tag{10}$$

当所有决策者均为正常决策者时, 根据式 (9) 结果计算得到决策者 $e_s(s=1,2,\cdots,q)$ 在第 $h+1$ 次决策时的决策者权重为

$$\lambda^{h+1.s} = \frac{\dfrac{1}{\tilde{\eta}^{h+1.s}}}{\sum\limits_{s=1}^q \dfrac{1}{\tilde{\eta}^{h+1.s}}}. \tag{11}$$

当低效决策者剔除后, 根据式 (8) 结果计算得到决策者 $e_s(s=1,2,\cdots,q-1)$ 在第 $h+1$ 次决策时的决策者权重为

$$\lambda^{h+1.s} = \frac{\dfrac{1}{\tilde{\eta}^{h+1.s}}}{\sum\limits_{s=1}^{q-1} \dfrac{1}{\tilde{\eta}^{h+1.s}} + \dfrac{1}{q-1}\sum\limits_{s=1}^{q-1} \dfrac{1}{\tilde{\eta}^{h+1.s}}}. \tag{12}$$

第 $h+1$ 次决策时新增加的决策者 e_q 的权重为

$$\lambda^{h+1.q} = \frac{\dfrac{1}{q-1}\sum\limits_{s=1}^{q-1} \dfrac{1}{\tilde{\eta}^{h+1.s}}}{\sum\limits_{s=1}^{q-1} \dfrac{1}{\tilde{\eta}^{h+1.s}} + \dfrac{1}{q-1}\sum\limits_{s=1}^{q-1} \dfrac{1}{\tilde{\eta}^{h+1.s}}}. \tag{13}$$

2 实例中的决策分析

某企业准备招聘工作人员, 决策者为 e_s, 决策指标为 $u_i(j=1,2,3)$, u_1 为专业素养, u_2 为文化素养, u_3 为求职动机与拟任职位的匹配差异. 招聘工作分两次进行, 第 1 次有 3 名候选人, 分别为 $A_i^1(i=1,2,3)$, 从中选择 1 名最优者; 第 2 次有 3 名候选人, 分别为 $A_i^2\,(i=1,2,3)$, 从中选择 1 名最优者. 决策者剔除的灰色群决策流程如图 1 所示. 各决策者数据见表 1 和表 2.

2.1 第 1 次决策计算过程

由区间灰数非线性奖优罚劣算子对 4 个决策者第 1 次决策时的决策矩阵 $X^{1.1}(\otimes)$, $X^{1.2}(\otimes)$, $X^{1.3}(\otimes)$, $X^{1.4}(\otimes)$ 进行标准化处理, 决策者权重 $\lambda^{1.1} = \lambda^{2.1} = \lambda^{3.1} = \lambda^{4.1} = 1/4$, 得到全部决策者参与时的规范化综合决策矩阵为

$$R^1 = \begin{bmatrix} (-0.07, 0.23) & (0.02, 0.51) & (-0.74, 0.15) \\ (-0.28, 0.00) & (-0.09, 0.19) & (-0.10, 0.10) \\ (-0.02, 0.5) & (-0.50, -0.34) & (-0.10, 0.09) \end{bmatrix}.$$

由式 (1) 和 (2) 得到指标权重

$$w^1 = (w_1^1, w_2^1, w_3^1) = (0.34, 0.35, 0.31).$$

进而得到

$$\kappa^{1.s^*} = 0.552,\ E(\kappa^{h\cdot}) + 3\sigma(\kappa^{h\cdot}) = 0.638,$$
$$\kappa^{h.s^*} < E(\kappa^{1\cdot}) + 3\sigma(\kappa^{1\cdot}),$$

故所有决策者均为正常决策者.

由式 (7) 得到靶心距 $\gamma_1^1 = 0.851$, $\gamma_2^1 = 0.920$, $\gamma_3^1 = 0.888$, 则方案 $A_1^1 \succ A_3^1 \succ A_2^1$. 由式 (10) 和 (11) 可以得到 $\lambda^{2.1} = 0.185$, $\lambda^{2.2} = 0.198$, $\lambda^{2.3} = 0.340$, $\lambda^{2.4} = 0.277$.

2.2 第 2 次决策计算过程

由区间灰数非线性奖优罚劣算子对 4 个决策者第 2 次决策时的决策矩阵 $X^{2.1}(\otimes)$, $X^{2.2}(\otimes)$, $X^{2.3}(\otimes)$, $X^{2.4}(\otimes)$ 进行标准化处理, 由

$$\lambda^{2.1} = 0.185,\ \lambda^{2.2} = 0.198,$$
$$\lambda^{2.3} = 0.340,\ \lambda^{2.4} = 0.277,$$

得到标准化决策矩阵

$$R^2 = \begin{bmatrix} (-0.002, 0.025) & (0.100, 0.135) & (-0.023, 0.269) \\ (-0.008, 0.182) & (0.158, 0.161) & (-0.308, 0.008) \\ (0.222, 0.277) & (0.152, 0.242) & (-0.133, 0.118) \end{bmatrix}.$$

由式 (1) 和 (2) 得到指标权重

$$w^2 = (w_1^2, w_2^2, w_3^2) = (0.30, 0.29, 0.41).$$

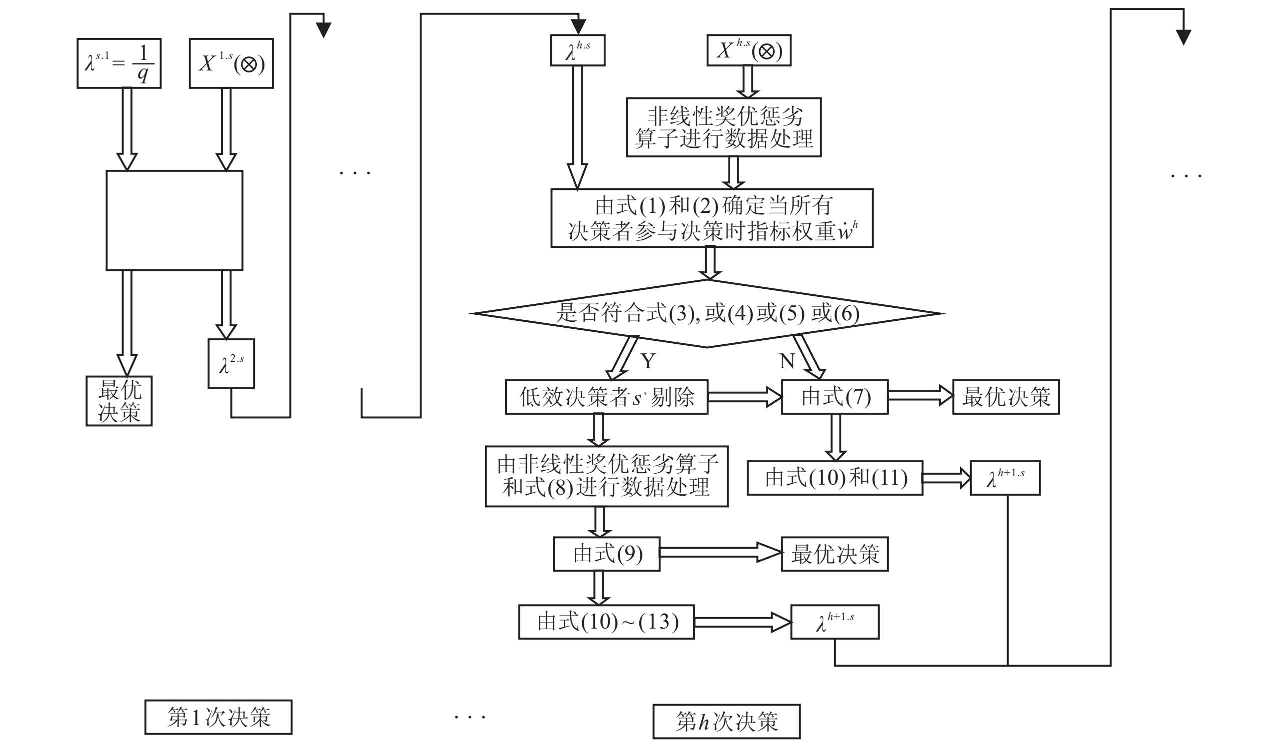

图 1　决策者剔除的灰色群决策流程

表 1　第 1 次决策各决策者数据

	决策者 e_1			决策者 e_2			决策者 e_3			决策者 e_4		
	u_1	u_2	u_3	u_1	u_2	u_3	u_1	u_2	u_3	u_1	u_2	u_3
A_1^1	[2.7, 2.8]	[3.5, 4.0]	[0.3, 0.4]	[2.4, 2.5]	[3.1, 3.3]	[0.6, 0.8]	[2.9, 3.1]	[3.3, 3.5]	[0.3, 0.4]	[2.9, 3.1]	[3.5, 4.0]	[0.3, 0.4]
A_2^1	[2.5, 2.6]	[3.5, 3.9]	[0.4, 0.6]	[2.8, 2.9]	[3.5, 3.7]	[0.4, 0.6]	[2.3, 2.5]	[2.5, 2.6]	[0.5, 0.7]	[2.8, 2.9]	[3.5, 3.7]	[0.4, 0.6]
A_3^1	[3.0, 3.2]	[3.0, 3.5]	[0.4, 0.6]	[2.5, 2.7]	[3.3, 3.5]	[0.5, 0.7]	[2.4, 2.7]	[2.3, 2.4]	[0.4, 0.5]	[3.0, 3.2]	[2.3, 2.4]	[0.4, 0.6]

表 2　第 2 次决策各决策者数据

	决策者 e_1			决策者 e_2			决策者 e_3			决策者 e_4		
	u_1	u_2	u_3	u_1	u_2	u_3	u_1	u_2	u_3	u_1	u_2	u_3
A_1^1	[2.8, 3.0]	[3.6, 4.0]	[0.4, 0.6]	[3.0, 3.2]	[2.9, 3.1]	[0.3, 0.4]	[2.8, 3.0]	[3.3, 3.8]	[0.4, 0.6]	[2.8, 3]	[2.9, 3.1]	[0.3, 0.4]
A_2^1	[2.6, 2.9]	[3.3, 4.0]	[0.4, 0.5]	[3.1, 3.2]	[3.5, 3.9]	[0.6, 0.8]	[2.7, 3.0]	[3.8, 4.0]	[0.3, 0.4]	[2.6, 2.9]	[3.3.4]	[0.3, 0.4]
A_3^1	[2.5, 2.8]	[2.6, 2.9]	[0.5, 0.7]	[2.8, 2.9]	[2.7, 3.0]	[0.3, 0.5]	[2.9, 3.2]	[3.2, 3.7]	[0.6, 0.8]	[2.5, 2.8]	[2.6, 2.9]	[0.3, 0.5]

进而得到

$$\kappa^{2.s^*}=\kappa^{2.4}=0.831,\ E(\kappa^{2\cdot})+3\sigma(\kappa^{2\cdot})=0.758,$$

$$\kappa^{2.4}>E(\kappa^{1\cdot})+3\sigma(\kappa^{1\cdot}),$$

故决策者 e^4 为疑似无效决策者. 又因为

$$\sum_{k=h-t+1}^{h-1}f(k)=1,\ \frac{1}{2}t=1,\ \sum_{k=h-t+1}^{h-1}f(k)\geqslant\frac{1}{2}t$$

满足式(5), 所以将决策者 e^4 作为无效决策者剔除.

由区间灰数非线性奖优罚劣算子对 3 个决策者第 2 次决策时的决策矩阵 $X^{2.1}(\otimes)$, $X^{2.2}(\otimes)$, $X^{2.3}(\otimes)$ 进行标准化处理, 得到标准化决策矩阵

$$R^2=\begin{bmatrix}(0.308,1.30) & (0.213,0.539) & (-0.824,0.162)\\(0.372,0.581) & (0.393,1.32) & (-0.198,1.210)\\(0.219,0.414) & (-0.046,0.276) & (-0.711,0.818)\end{bmatrix}.$$

由式 (1) 和 (2) 得到指标权重

$$w^2=(w_1^2,w_2^2,w_3^2)=(0.30,0.28,0.42).$$

进而得到靶心距 $\gamma_1^2=0.851$, $\gamma_2^2=0.223$, $\gamma_3^2=0.654$, 则 $A_2^2\succ A_3^2\succ A_1^2$.

由式 (10) ~ (13) 可以得到

$$\lambda^{3.1}=0.161,\ \lambda^{3.2}=0.426,\ \lambda^{2.3}=0.163,$$

新增加的决策者权重为 $\lambda^{3.4}=0.25$.

3　结　论

本文对多次重复进行的决策问题进行了研究, 提出了基于灰靶模型的群决策方法, 可以重复利用决策信息以提高决策质量, 并通过决策者权重评价决策质量, 以督促决策者提供高质量判断信息. 最后通过实例表明了所提出算法的有效性和可行性. 重复决策作为有着更丰富决策信息的一类决策, 本文提出此问题

并做了初步研究, 如何充分挖掘重复决策的信息以提高决策质量值得进一步探讨.

参考文献(References)

[1] 徐迎军, 李东. 多属性群决策达成一致方法研究[J]. 控制与决策, 2010, 25(12): 1810-1814.
(Xu Y J, Li D. Approach to reaching consensus in multiple attribute group decision making[J]. Control and Decision, 2010, 25(12): 1810-1814.)

[2] 巩在武, 李廉水, 罗慧, 等. 灰偏好信息群决策的相对熵集结方法[J]. 系统工程与电子技术, 2010, 32(7): 1441-1444.
(Gong Z W, Li L S, Luo H, et al. Relative entropy method for group decision making with grey interval information[J]. Systems Engineering and Electronics, 2010, 32(7): 1441-1444.)

[3] 蔡付龄, 廖貅武, 杨娜. 基于案例信息的多准则群决策分类方法[J]. 管理科学学报, 2013, 16(2): 22-32.
(Cai F L, Liao X W, Yang N. Multi-criteria sorting method based on assignment examples in the group decision context[J]. J of Management Sciences in China, 2013, 16(2): 22-32.)

[4] Huang Yeu-shiang, Chang Wei-chen, Li Wei-hao. Aggregation of utility-based individual preferences for group decision-making[J]. European J of Operational Research, 2013, 229(2): 462-469.

[5] Xu Ze-shui. Group decision making model and approach based on interval preference orderings[J]. Computers & Industrial Engineering, 2013, 64(3): 797-803.

[6] 李琳, 刘雅奇, 李双刚. 一种群决策专家客观权重确定的改进方法[J]. 运筹与管理, 2011, 20(4): 77-81.
(Li L, Liu Y Q, Li S G. New method for determining the objective weight of decision makers in group decision based on judgment matrix and cluster analysis[J]. Operations Research and Management Science, 2011, 20(4): 77-81.)

[7] 万俊, 邢焕革, 张晓晖. 基于熵理论的多属性群决策专家权重的调整算法[J]. 控制与决策, 2010, 25(6): 907-910.
(Wan J, Xing H G, Zhang X H. Algorithm of adjusting weights of decision-makers in multi-attribute group decision-making based on entropy theory[J]. Control and Decision, 2010, 25(6): 907-910.)

[8] 周延年, 朱怡安. 基于灰色系统理论的多属性群决策专家权重的调整算法[J]. 控制与决策, 2012, 27(7): 1113-1116.
(Zhou Y N, Zhu Y A. Algorithm for adjusting weights of decision-makers in multi-attribute group decision-making based on grey system theory[J]. Control and Decision, 2012, 27(7): 1113-1116.)

[9] Yue Zhong-liang. Approach to group decision making based on determining the weights of experts by using projection method[J]. Applied Mathematical Modelling, 2012, 36(7): 2900-2910.

[10] 宋捷, 党耀国, 李雪梅, 等. 剔除无效决策的灰色群决策方法[J]. 系统工程与电子技术, 2011, 33(6): 1317-1320.
(Song J, Dang Y G, Li X M, et al. Grey group decision-making model discriminable for invalid decision values[J]. Systems Engineering and Electronics, 2011, 33(6): 1317-1320.)

[11] 宋捷, 党耀国, 林晨昱. 人员面试的灰色群决策模型研究[J]. 控制与决策, 2011, 26(4): 507-512.
(Song J, Dang Y G, Lin C Y. Application of grey group decision-making model in audition[J]. Control and Decision, 2011, 26(4): 507-512.)

[12] Yue Zhong-liang. Developing a straightforward approach for group decision making based on determining weights of decisionmakers[J]. Applied Mathematical Modelling, 2012, 36(9): 4106-4117.

[13] Yue Z. Application of the projection method to determine weights of decision makers for group decision making[J]. Scientia Iranica, 2012, 19(3): 872-878.

[14] Yue Zhong-liang. Approach to group decision making based on determining the weights of experts by using projection method[J]. Applied Mathematical Modelling, 2012, 36(7): 2900-2910.

[15] Gao Xian-wu. Credibility evaluation of results of Group decision making and study on a new method to develop mechanism of Group decision making[D]. Hefei: School of Management, Hefei University of Technology, 2012.

(责任编辑：郑晓蕾)