

一类非线性系统的广义模糊双曲正切模型自适应控制器设计

范永青¹, 王文庆¹, 江祥奎¹, 王丽杨²

(1. 西安邮电大学 自动化学院, 西安 710121; 2. 顺德职业技术学院 电子与信息工程学院, 广东 佛山 528300)

摘要: 针对一类非线性系统的稳定控制器设计问题, 根据广义模糊双曲正切模型的万能逼近性质, 提出一种带有可调参数的广义模糊双曲正切模型的自适应控制器设计方法. 该设计方法的优点是使得自适应律的个数不依赖于广义模糊双曲正切模型的线性基函数的输出形式, 可以有效减少在线估计的参数数目, 并且能够保证被控系统的状态一致终极有界. 最后通过数值算例表明了所提出的设计方法的有效性.

关键词: 非线性系统; 广义模糊双曲正切模型; 自适应控制; 一致终极有界

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Generalized fuzzy hyperbolic model adaptive control design for a class of nonlinear systems

FAN Yong-qing¹, WANG Wen-qing¹, JIANG Xiang-kui¹, WANG Li-yang²

(1. School of Automation, Xi'an University of Posts and Telecommunications, Xi'an 710121, China; 2. School of Electronic and Information Engineering, Shunde Polytechnic, Foshan 528300, China. Correspondent: FAN Yong-qing, E-mail: yongq-f@163.com)

Abstract: The problem of controller design for a class of nonlinear systems stability is discussed. A design method of generalized fuzzy hyperbolic model adaptive control with adjustable parameters is proposed according to universal approximation properties. The advantage of the design method is that the number of adaptive laws do not depend on the linear basis function of the output of the generalized fuzzy hyperbolic model, which can reduce the number of on-line parameters, and also guarantee the states of systems uniformly ultimately bound(UUB). Finally, a numerical example is given to illustrate the effectiveness of the proposed method.

Keywords: nonlinear systems; generalized fuzzy hyperbolic model; adaptive control; uniformly ultimately bounded

0 引言

近十几年来, 模糊系统理论在复杂非线性系统的分析和设计中已经成为一种重要的工具. 模糊关系模型^[1-2]、模糊基函数模糊模型^[3]、T-S型模糊模型^[4-5]和T-S型模糊动态模型^[6-8]是目前应用最为广泛的几种模糊系统模型, 其中模糊关系模型在建模过程中容易忽略系统中的动态信息, 系统的控制性能会受到一定程度的影响. 另外, T-S型模糊模型通过构造一系列线性方程或动态模型并通过模糊隶属函数光滑地连接成全局模型, 但由于模糊动态系统的复杂性, 其隶属函数的确定和控制器设计时的各个上界的确定都十分困难. 文献[9-10]首次提出模糊双曲正切模型, 由于该模型比其他形式的模糊模型更加适合于对控

制对象所知有限的多变量非线性对象进行建模, 近年来也引起了广大研究者的重视. 为了解决模糊双曲正切模型只能在原点附近逼近非线性函数的缺点, 文献[11]在模糊双曲正切模型的基础上进行了扩展, 提出了一种广义模糊双曲正切模型, 并证明了广义模糊双曲正切模型具有万能逼近性质. 广义模糊双曲正切模型在非线形系统控制器设计中, 已经取得了大量的研究成果^[12-17]. 这些研究成果的共同特点是广义模糊双曲正切模型的输出形式大都是基函数的线性组合形式, 在设计自适应控制器时, 利用自适应技术估计广义模糊双曲正切模型的基函数线性组合的系数来设计自适应控制器^[13-14], 而广义模糊双曲正切模型基函数线性组合的系数的个数是由模糊规则的数目决

收稿日期: 2014-12-31; **修回日期:** 2015-03-03.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61305098, 61403264); 陕西省教育厅科学研究计划项目(14JK1671, 14JF028, 14JK1666); 陕西省科技厅项目(2014K05-29); 西安邮电大学“西邮新星”团队项目.

作者简介: 范永青(1978—), 女, 讲师, 从事非线性系统控制的研究; 王文庆(1964—), 男, 教授, 博士, 从事控制理论与工程研究.

定的,因此所设计的控制器中的自适应律数量会受到模糊规则数量的影响.

为了尝试解决上述文献中的问题,本文从计算的角度考虑广义模糊双曲正切模型,此时广义模糊双曲正切模型可以看作函数逼近器,其逼近精度是衡量所设计控制器好坏的一个重要的定量指标.如果考虑将逼近精度作为在线估计调节的参数,则所构造的自适应律与广义模糊双曲正切模型的内部逻辑构造无关,这样设计的控制器中自适应律的数目会大大减少.因此,考虑带有时变参数的广义模糊双曲正切模型的自适应控制器设计,并通过在线调节这些时变参数和逼近精度使得可能完成自适应控制的设计.最后通过数值算例表明了所提出的设计方法的有效性.

1 预备知识与问题描述

考虑一个多输入单输出形式的广义模糊双曲正切模型系统,带有 q 条模糊规则,第 k 条规则为

$$R^k (k = 1, 2, \dots, q):$$

If $x_1 - d_{11}$ is $F_{x_{11}}^k$ and $x_1 - d_{12}$ is $F_{x_{12}}^k$ and \dots

and $x_1 - d_{1\omega_1}$ is $F_{x_{1\omega_1}}^k$ and $x_2 - d_{21}$ is $F_{x_{21}}^k$ and

$x_2 - d_{22}$ is $F_{x_{22}}^k$ and \dots and $x_2 - d_{2\omega_2}$ is $F_{x_{2\omega_2}}^k$

and \dots and $x_n - d_{n1}$ is $F_{x_{n1}}^k$ and $x_n - d_{n2}$ is $F_{x_{n2}}^k$

and \dots and $x_n - d_{n\omega_n}$ is $F_{x_{n\omega_n}}^k$,

Then $y^k = c_{F_{11}^k} + c_{F_{12}^k} + \dots + c_{F_{1\omega_1}^k} + c_{F_{21}^k} +$

$$c_{F_{22}^k} + \dots + c_{F_{2\omega_2}^k} + c_{F_{n1}^k} +$$

$$c_{F_{n2}^k} + \dots + c_{F_{n\omega_n}^k}. \quad (1)$$

其中: $\omega_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 为将 x_i 线性变换的个数; $d_{ij} (j = 1, 2, \dots, \omega_i)$ 为 x_i 线性变换点; $F_{x_{i\omega_j}}^k$ 为 $x_i - d_{i\omega_j}$ 对应的模糊子集,包括正 (P) 和 (N) 两个语言值; $c_{F_{i\omega_j}^k}$ 为与 $F_{i\omega_j}^k$ 对应的输出常数.

定义 1^[18] 形如式 (1) 的模糊规则称为广义模糊双曲正切模型.

注 1 在式 (1) 中, If 中输入变量以及 Then 中输出常数项都是可选的. 输出项 $c_{i\omega_j}^k$ 是与输入变量一一对应的,即如果在 If 部分包含 $F_{i\omega_j}^k$,则在 Then 部分包含 $c_{i\omega_j}^k$;反之,则不包括.

如果采用单点模糊化、直积运算和加权平均法解模糊化,则模糊双曲正切模型系统的输出为

$$y = \left(\sum_{k=1}^q y^k \Pi \right) / \left(\sum_{k=1}^q \Pi \right). \quad (2)$$

其中

$$\Pi = \mu(F_{x_{11}}^k) \cdots \mu(F_{x_{1\omega_1}}^k) \mu(F_{x_{21}}^k) \cdots \mu(F_{x_{2\omega_2}}^k) \times \mu(F_{x_{n1}}^k) \cdots \mu(F_{x_{n\omega_n}}^k),$$

$\mu(F_{x_{n\omega_j}}^k)$ 为两种语言的模糊隶属函数,两种语言隶属

函数为

$$\begin{cases} \mu(F_{x_{i\omega_i}}^k) = \mu_{P_{x_i}}(x_i) = e^{-\frac{1}{2}(x_i - l_{x_i})^2}, \\ \mu(F_{x_{i\omega_i}}^k) = \mu_{N_{x_i}}(x_i) = e^{-\frac{1}{2}(x_i + l_{x_i})^2}. \end{cases} \quad (3)$$

由式 (3) 可知,式 (2) 等价于

$$y = \sum_{i=1}^n \frac{c_{P_i} e^{l_i x_i} + c_{N_i} e^{-l_i x_i}}{e^{l_i x_i} + e^{-l_i x_i}}. \quad (4)$$

根据式 (3) 和 (4),可以得到

$$y = M + A \tanh(Lx). \quad (5)$$

其中

$$M = \sum_{i=1}^n \frac{c_{P_i} + c_{N_i}}{2}, \quad A = [a_1, a_2, \dots, a_n],$$

$$a_i = \frac{c_{P_i} - c_{N_i}}{2},$$

$$\tanh(Lx) = [\tanh(l_1 x_1), \dots, \tanh(l_n x_n)]^T.$$

注 2 因为双曲正切函数 $\tanh(\cdot)$ 满足

$$\forall a, b \in \mathbb{R} \quad |\tanh(a) + \tanh(b)| \leq |a + b|,$$

所以函数 $\tanh(\cdot)$ 是一类奇函数并满足 Lipschitz 条件.

假设 1 对于双曲正切函数 $\tanh_i(z)$, 存在一个 Lipschitz 常数 θ_1^i (可能未知), 满足

$$|\tanh_i(z_1) - \tanh_i(z_2)| \leq \theta_1^i |z_1 - z_2|.$$

由假设 1 可知,记 $\theta_1 = \max\{\theta_1^1, \theta_1^2, \dots, \theta_1^n\}$, 在紧致域 $\bar{V} = \{x | \|x\| \leq \alpha|\rho|\}$ 有

$$\sup_{\|x\| \leq \alpha|\rho|} \left\| \tanh\left(\frac{Lx}{\rho}\right) - \tanh(Lx) \right\| \leq \theta_1 \alpha |1 - \rho| \|L\|. \quad (6)$$

定理 1^[18] 对于 $U \in \mathbb{R}^n$ 上任意的连续实函数 f 和任意实数 $\varepsilon > 0$, 都存在 $g \in Y$ 满足

$$\sup_{x \in U} |g(x) - f(x)| < \varepsilon. \quad (7)$$

其中 Y 为如式 (4) 所示的广义模糊双曲正切模型组成的集合,即广义模糊双曲正切模型具有万能逼近性质.

本文引入时变参数 $\rho = \rho(t)$ 对广义模糊双曲正切模型 (4) 进行改造,改造后的模型为

$$\tilde{y} = \sum_{i=1}^n \frac{c_{P_i} e^{l_i(x_i/\rho)} + c_{N_i} e^{-l_i(x_i/\rho)}}{e^{l_i(x_i/\rho)} + e^{-l_i(x_i/\rho)}}. \quad (8)$$

注 3 时变参数 ρ 的变化会影响整个广义模糊双曲正切模型的输出,因此可以通过调整时变参数 ρ 使系统的输出按照期望的目的变化.

2 系统描述与基本假设

考虑如下形式的非线性动力系统:

$$\dot{x} = f(x(t)) + Bu(t) + d(t). \quad (9)$$

其中 $x(t) = (x_1(t), \dots, x_n(t))^T \in \mathbb{R}^n$ 为可测的状态向量; $f(x(t))$ 为依赖于 $x(t)$ 的未知非线性函数向量,且满足 $f(0) = 0$; $B \in \mathbb{R}^{n \times r}$ 为已知的输入矩阵; 控制输入向量 $u(t) = (u_1(t), u_2(t), \dots, u_r(t))^T \in \mathbb{R}^r$;

$d(t) = (d^1(t), d^2(t), \dots, d^n(t))^T \in R^n$ 为外界干扰向量, 且满足 $|d^i(t)| \leq d_{\max}^i$, d_{\max}^i 为已知常数. 为了书写方便, 用 x 代替 $x(t)$.

假设2 未知非线性函数 $f_i(z)$ 满足 Lipschitz 条件, 即存在一个 Lipschitz 常数 θ_2^i (可能未知) 满足

$$|f_i(z_1) - f_i(z_2)| \leq \theta_2^i |z_1 - z_2|.$$

本文的控制目的是设计控制器 $u(t)$ 使得系统 (9) 中的所有信号是一致有界的. 由于 $f(x(t))$ 是未知非线性函数, 可以采用带有时变参数的广义模糊双曲正切模型对此非线性函数进行逼近, 进而实现对系统 (9) 的控制器设计.

由式 (8) 结合定理 1, 得出下面的逼近定理 2.

定理2 考虑在 R^n 上的未知非线性连续函数 $f_i(x)$, 如果存在如式 (4) 所示的广义模糊双曲正切模型 g_i 以逼近精度 ε_i 逼近 $f_i(x)$, 则在紧致域 $\bar{V} = \{x | \|x\| \leq \alpha|\rho|, x \in R^n\}$ 上, 对于带有时变参数的广义模糊双曲正切模型 (8) 的输出满足

$$\sup_{\|x\| \leq \alpha|\rho|} |g_i(x/\rho) - f_i(x)| \leq \alpha\theta_2^i |1 - \rho| + \varepsilon_i. \quad (10)$$

证明 在假设 2 成立的情况下, 如下不等式:

$$\begin{aligned} & \left| g_i\left(\frac{x}{\rho}\right) - f_i(x) \right| = \\ & \left| g_i\left(\frac{x}{\rho}\right) - f_i\left(\frac{x}{\rho}\right) + f_i\left(\frac{x}{\rho}\right) - f_i(x) \right| \leq \\ & \alpha\theta_2^i |1 - \rho| + \varepsilon_i \end{aligned} \quad (11)$$

成立. \square

注4 由定理 2 可以看出, 利用带有时变参数的广义模糊双曲正切函数模型逼近未知连续非线性函数时, 逼近精度的大小与时变参数是有关系的. 因此, 在设计广义模糊双曲正切模型控制器时, 可以通过设计此参数的自适应律在线调节逼近精度.

记 $\theta_2 = \max\{\theta_2^1, \theta_2^2, \dots, \theta_2^n\}$, $\varepsilon = \max\{\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n\}$, 有

$$\sup_{\|x\| \leq \alpha|\rho|} \left\| g\left(\frac{x}{\rho}\right) - f(x) \right\| \leq \alpha\theta_2 |1 - \rho| + \varepsilon. \quad (12)$$

注5 在定理 2 中, 参数 α 由设计者确定, 其作用是将系统的可测状态通过伸缩因子 $1/\rho$ 的作用控制在 α 范围之内, 因此参数 α 相当于饱和器的参数.

由以上分析可知, 在设计广义模糊双曲正切模型自适应控制器过程中, 当 $\alpha \geq \alpha|\rho|$ 时, 设计滑模面, 采用参数自适应律的方法使得状态到达滑模面. 此条件等价于系统 (9) 的广义模糊双曲正切模型为

$$\dot{x}(t) = \bar{A}\tanh(Lx) + Bu(t) + d(t) + \varepsilon. \quad (13)$$

其中 $\bar{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$, $a_{is} = \frac{c_{P_{is}} - c_{N_{is}}}{2}$, $s =$

$1, 2, \dots, n$, $\varepsilon = f(x(t)) - \bar{A}\tanh(Lx)$ 代表逼近误差. 当 $\alpha \leq \alpha|\rho|$ 时, 系统 (9) 等价于

$$\dot{x}(t) = \bar{A}\tanh\left(L\frac{x}{\rho}\right) + Bu(t) + d(t) + \Delta f, \quad (14)$$

其中 $\Delta f = f(x(t)) - \bar{A}\tanh\left(L\frac{x}{\rho}\right)$. 由式 (12) 可知, 式 (14) 可表示为

$$\dot{x}(t) = \bar{A}\tanh\left(L\frac{x}{\rho}\right) + Bu(t) + d(t) + \alpha\theta_2 |1 - \rho| + \varepsilon. \quad (15)$$

在工程实践中, 式 (6) 和 (12) 中的 Lipschitz 常数 θ_1, θ_2 和逼近精度 ε 一般是未知的, 记 $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \hat{\varepsilon}$ 分别是 θ_1, θ_2 和 ε 的估计值, 相应的估计误差分别记为 $\tilde{\theta}_1 = \hat{\theta}_1 - \theta_1, \tilde{\theta}_2 = \hat{\theta}_2 - \theta_2, \tilde{\varepsilon} = \hat{\varepsilon} - \varepsilon$.

3 主要结论

针对控制任务, 给出如下控制器设计形式:

$$u = \begin{cases} 0, & \|x\| > \alpha|\rho|; \\ K\tanh\left(L\frac{x}{\rho}\right), & \|x\| \leq \alpha|\rho|. \end{cases} \quad (16)$$

其中控制增益矩阵 K 使 $\bar{A} + BK$ 是 Hurwitz 矩阵, 即对于任意给定正定矩阵 Q , 下列 Lyapunov 方程有唯一正定矩阵解 P :

$$P(\bar{A} + BK) + (\bar{A} + BK)^T P = -Q. \quad (17)$$

伸缩因子调节律

$$\begin{aligned} \dot{\rho} &= \begin{cases} \frac{1}{2\alpha^2\rho}(\beta + \pi_1), & \|x\| > \alpha|\rho|; \\ -\tau\rho - \frac{2\delta}{\rho}\|P\|\|\tanh(Lx)\|\pi_2, & \|x\| \leq \alpha|\rho|. \end{cases} \\ \pi_1 &= 2\|x\|(\|\bar{A}\|\|\tanh(Lx)\| + \sqrt{nd_{\max}} + \hat{\varepsilon}), \\ \pi_2 &= \alpha\hat{\theta}_1\|L\| \cdot |1 - \rho| \cdot (\|\bar{A}\| + \|BK\|) + \\ & (\sqrt{nd_{\max}} + \alpha\hat{\theta}_2 \cdot |1 - \rho| + \hat{\varepsilon}). \end{aligned} \quad (18)$$

自适应律

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\theta}}_1 &= \begin{cases} 0, & \|x\| > \alpha|\rho|; \\ -\gamma_1\hat{\theta}_1 + 2\alpha\sigma_1|1 - \rho| \cdot \|L\|\pi_3, & \|x\| \leq \alpha|\rho|. \end{cases} \\ \pi_3 &= \|\tanh(Lx)\| \cdot \|P\|(\|\bar{A}\| + \|BK\|). \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\theta}}_2 &= \begin{cases} 0, & \|x\| > \alpha|\rho|; \\ -\gamma_2\hat{\theta}_2 + 2\alpha\sigma_2|1 - \rho| \cdot \pi_4, & \|x\| \leq \alpha|\rho|. \end{cases} \\ \pi_4 &= \|\tanh(Lx)\| \cdot \|P\|. \end{aligned} \quad (20)$$

$$\dot{\hat{\varepsilon}} = \begin{cases} 2\|\eta_1\|\|x\|, & \|x\| > \alpha|\rho|; \\ -\mu\hat{\varepsilon} + 2\lambda\|\tanh(Lx)\| \cdot \|P\|, & \|x\| \leq \alpha|\rho|. \end{cases} \quad (21)$$

正参数 $\alpha, \beta, \tau, \delta, \mu, \lambda, \eta_1, \gamma_1, \gamma_2, \sigma_1, \sigma_2$ 由设计者给定.

定理3 如果假设 1 和假设 2 成立, 则系统 (9) 在控制器 (16)、伸缩因子调节律 (18) 和自适应 (19)~(21) 的作用下, 所有信号是一致终极有界的.

证明 分两种情形证明. 情形 1). 当 $\|x\| > \alpha|\rho|$

时,引入记号

$$s =$$

$$\|x\|^2 - \rho^2 \alpha^2 + 0.5\eta_1^{-1} \hat{\varepsilon}^2 + 0.5\eta_2^{-1} \hat{\theta}_1^2 + 0.5\eta_3^{-1} \hat{\theta}_2^2.$$

此条件满足 $s > 0$, 采用开环控制 $u(t) = 0$. 考虑关于 s 的正定函数 $V_1 = s^2/2$, 记 $d_{\max} = \max\{d_{\max}^1, \dots, d_{\max}^n\}$. 由假设 1 和式 (18) ~ (21), 得到 V_1 沿系统 (13) 的轨线导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 \leq & s[2\|x\|(\|\bar{A}\| \cdot \|\tanh(Lx)\| + \sqrt{n}d_{\max} + \hat{\varepsilon}) - 2\alpha^2 \rho \dot{\rho} + \\ & \eta_2^{-1} \tilde{\theta}_1 \dot{\hat{\theta}}_1 + \eta_3^{-1} \tilde{\theta}_2 \dot{\hat{\theta}}_2 + \eta_1^{-1} \tilde{\varepsilon}(\dot{\hat{\varepsilon}} - 2\eta_1 \|x\|)] = -\beta s. \end{aligned} \quad (22)$$

式 (22) 意味着系统 (13) 的状态能够在有限时间内到达曲面 $s = 0$ ^[9], 情形 1) 得证.

情形 2). 当 $\|x\| \leq \alpha|\rho|$ 时, 考虑如下正定函数:

$$\begin{aligned} V(t) = & 2 \sum_{i=1}^n \frac{p_i}{l_i} \ln(\cosh(l_i x_i)) + \\ & \frac{1}{2\delta} \rho^2 + \frac{1}{2\lambda} \tilde{\varepsilon}^2 + \frac{1}{2\sigma_1} \tilde{\theta}_1^2 + \frac{1}{2\sigma_2} \tilde{\theta}_2^2. \end{aligned} \quad (23)$$

其中: x_i 为状态向量 $x(t)$ 中的第 i 个状态, l_i 为矩阵 L 中的第 i 个对角元素, $l_i > 0, p_i > 0$. 记 $P = \text{diag}(p_1, p_2, \dots, p_n) \in R^n, V(t)$ 沿系统 (15) 的导数满足

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) \leq & -\tanh^T(Lx)Q\tanh(Lx) + \delta^{-1} \rho \dot{\rho} + \\ & 2\|\tanh(Lx)\| \cdot \|P\| \cdot [\alpha \hat{\theta}_1 |1 - \rho| \cdot \|L\|(\|\bar{A}\| + \|BK\|) + \\ & \sqrt{n}d_{\max} + \hat{\varepsilon} + \hat{\theta}_2 \alpha |1 - \rho|] + \\ & \lambda^{-1} \tilde{\varepsilon}(\dot{\hat{\varepsilon}} - 2\lambda \|\tanh(Lx)\| \cdot \|P\|) + \sigma_1^{-1} \tilde{\theta}_1 [\dot{\hat{\theta}}_1 - \\ & 2\sigma_1 \alpha |1 - \rho| \cdot \|L\| \cdot \|\tanh(Lx)\| \cdot \|P\|(\|\bar{A}\| + \|BK\|)] + \\ & \sigma_2^{-1} \tilde{\theta}_2 [\dot{\hat{\theta}}_2 - 2\sigma_2 \alpha |1 - \rho| \cdot \|\tanh(Lx)\| \cdot \|P\|]. \end{aligned} \quad (24)$$

由于

$$-\frac{\mu}{\lambda} \tilde{\varepsilon} \dot{\hat{\varepsilon}} = -\frac{\mu}{\lambda} \tilde{\varepsilon}^2 - \frac{\mu}{\lambda} \tilde{\varepsilon} \dot{\varepsilon} \leq -\frac{\mu}{2\lambda} \tilde{\varepsilon}^2 + \frac{\mu}{2\lambda} \varepsilon^2, \quad (25)$$

同理, 如下不等式成立:

$$\begin{aligned} -\frac{\gamma_1}{\sigma_1} \tilde{\theta}_1 \dot{\hat{\theta}}_1 & \leq -\frac{\gamma_1}{2\sigma_1} \tilde{\theta}_1^2 + \frac{\gamma_1}{2\sigma_1} \theta_1^2, \\ -\frac{\gamma_2}{\sigma_2} \tilde{\theta}_2 \dot{\hat{\theta}}_2 & \leq -\frac{\gamma_2}{2\sigma_2} \tilde{\theta}_2^2 + \frac{\gamma_2}{2\sigma_2} \theta_2^2. \end{aligned}$$

令

$$\begin{aligned} \chi & = \min\{\lambda_{\min}(QP^{-1}), \tau, \mu, \gamma_1, \gamma_2\}, \\ \varpi & = \frac{\gamma_1}{2\sigma_1} \theta_1^2 + \frac{\gamma_2}{2\sigma_2} \theta_2^2 + \frac{\mu}{2\lambda} \varepsilon^2, \end{aligned}$$

由自适应律 (18) ~ (21), 下面不等式成立:

$$\dot{V}(t) \leq -\chi V(t) + \varpi. \quad (26)$$

式 (26) 两边同时乘以 $e^{\chi t}$, 得到

$$d(V(t)e^{\chi t})/dt \leq \varpi e^{\chi t}. \quad (27)$$

在 $[0, t]$ 上, 对式 (27) 积分, 得到

$$0 \leq V(t) \leq [V(0) - \varpi/\chi]e^{-\chi t} + \varpi/\chi. \quad (28)$$

因为 $\varpi > 0, \chi > 0$, 有

$$V(t) \leq V(0)e^{-\chi t} + \varpi/\chi. \quad (29)$$

由式 (28) 和 (29) 可见, 当 $V(0) = \varpi/\chi$ 时, 有

$$|x_i| \leq \frac{1}{l_i} \text{arc}(\cosh(\sqrt[p_i]{e^{\frac{\varpi}{2\chi}} l_i})), \quad |\rho| \leq \sqrt{\frac{2\varpi\delta}{\chi\lambda_{\min}(P)}},$$

$$|\tilde{\varepsilon}| \leq \sqrt{\frac{2\varpi\lambda}{\chi\lambda_{\min}(P)}}, \quad |\tilde{\theta}_1| \leq \sqrt{\frac{2\varpi\sigma_1}{\chi\lambda_{\min}(P)}},$$

$$|\tilde{\theta}_2| \leq \sqrt{\frac{2\varpi\sigma_2}{\chi\lambda_{\min}(P)}},$$

函数 $V(t)$ 中的所有信号是一致终极有界的. 综合以上两种情形, 定理 2 得证. \square

4 数值算例

考虑如下形式的连续非线性系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = -0.0313x_2(t) + d_1(t), \\ \dot{x}_2(t) = -0.8366 \sin x_1(t) - 0.0332x_2(t) + \\ \quad u + d_2(t). \end{cases} \quad (30)$$

由式 (30) 可知, 状态变量 x_1, x_2 的模糊子集分别为正和负, 构造如下模糊规则:

If x_2 is P_{x_2} then $f_1 = c_{x_2}$;

If x_2 is N_{x_2} then $f_1 = -c_{x_2}$;

If x_1 is P_{x_1} and x_2 is P_{x_2} then $f_2 = c_{x_1} + c_{x_2}$;

If x_1 is N_{x_1} and x_2 is P_{x_2} then $f_2 = -c_{x_1} + c_{x_2}$;

If x_1 is P_{x_1} and x_2 is N_{x_2} then $f_2 = c_{x_1} - c_{x_2}$;

If x_1 is N_{x_1} and x_2 is N_{x_2} then $f_2 = -c_{x_1} - c_{x_2}$.

规则中的隶属函数分别为

$$\begin{aligned} \mu(P_{x_i(x)}) & = e^{-\frac{1}{2}(x_i - l_i)^2}, \\ \mu(N_{x_i(x)}) & = e^{-\frac{1}{2}(x_i + l_i)^2}. \end{aligned} \quad (31)$$

由式 (30) 可知, 矩阵 $B = [0, 1]^T$, 构造形如式 (13) 的模糊双曲正切模型

$$x(t) = [x_1(t), x_2(t)]^T, \quad \bar{A} = \begin{bmatrix} 0 & c_{x_2} \\ c_{x_1} & c_{x_2} \end{bmatrix},$$

$$\tanh(Lx) = [\tanh(l_1 x_1), \tanh(l_2 x_2)]^T.$$

采用 BP 神经网络算法构建参数^[10], 系统参数分别为

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} 0 & -0.6 \\ 0.8 & -0.6 \end{bmatrix}, \quad \bar{L} = \begin{bmatrix} 1.3533 & 0 \\ 0 & 0.0527 \end{bmatrix}.$$

系统 (30) 的状态初始值分别为

$$x_1(0) = 0, \quad x_2(0) = 1,$$

广义模糊双曲正切模型的状态初始值为

$$x_1^1(0) = -0.5, \quad x_2^1(0) = 2.5.$$

令状态误差为

$$e_1(t) = x_1(t) - x_1^1(t), \quad e_2(t) = x_2(t) - x_2^1(t),$$

在不考虑控制器和外界干扰的情况下, 系统的误差时间响应如图 1 所示.

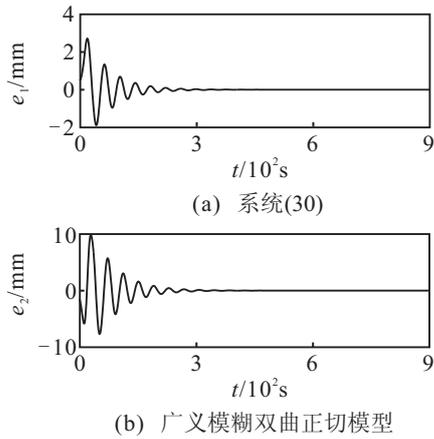


图1 状态误差响应

由图1可见,利用广义模糊双曲正切模型可以逼近未知非线性系统.采用模糊双曲正切模型控制器(16),控制器的自适应参数初始值取为

$$\begin{aligned} \rho(0) &= 0.8, \hat{\varepsilon}(0) = 0.6, \\ \hat{\theta}_1(0) &= 0.9, \hat{\theta}_2(0) = 0.4. \end{aligned}$$

控制增益矩阵为 $K = [20, -30]$. 参数分别取为

$$\begin{aligned} \alpha &= 10, \tau = 0.1, \mu = 0.5, \gamma_1 = 0.8, \\ \gamma_2 &= 0.2, \delta = 0.01, \beta = 12, \eta_1 = 0.06, \\ \lambda &= 0.04, \sigma_1 = 0.005, \sigma_2 = 0.02. \end{aligned}$$

下面根据系统(30)的干扰取两组情形分别讨论其稳定性.

1) 外界干扰为

$$d_1(t) = 0.1 \sin(\pi t/10)e^{-t}, d_2(t) = 0.1 \sin(\pi t/10),$$

当 $t \rightarrow \infty$ 时, $d_{\max} = 0.1$. 对系统(30)实施控制器(16),相应的仿真如图2所示.

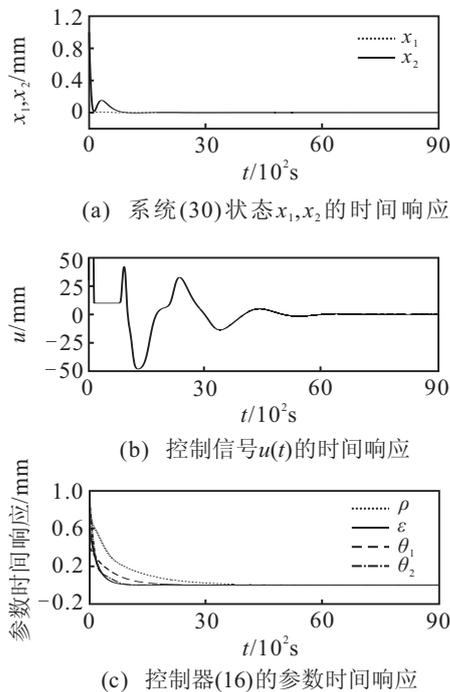


图2 情形1仿真结果

2) 当系统含有死区

$$D(x(t)) = [d_1(x_1(t)), d_2(x_2(t))]^T$$

时,输入为 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 、输出为 $d_1(x_1(t))$ 和 $d_2(x_2(t))$ 的死区模型具有如下形式^[20]:

$$d_i(x_i(t)) = \begin{cases} k_r(x_i(t) - b_r), & x_i(t) \geq b_r; \\ 0, & b_l < x_i(t) < b_r; \\ k_l(x_i(t) - b_l), & x_i(t) \leq b_r. \end{cases} \quad (32)$$

死区模型(32)是不可以测量的,且死区的斜度满足 $k_r = k_l = k$. 模型中的参数 $b_r > 0, b_l < 0$ 和 $k > 0$ 是未知的有界常数. 死区模型(32)可以重新定义为

$$d_i(x_i(t)) = kx_i(t) + \bar{d}^i(x_i(t)). \quad (33)$$

其中

$$\bar{d}^i(x_i(t)) = \begin{cases} -kb_r, & x_i(t) \geq b_r; \\ -kx_i(t), & b_l < x_i(t) < b_r; \\ -kb_l, & x_i(t) \leq b_r. \end{cases} \quad (34)$$

由死区模型的性质可知 $\bar{d}^i(x_i(t))$ 是有界的,且满足

$$|\bar{d}^i(x_i(t))| \leq \bar{d}_{\max}^i,$$

其中 $\bar{d}_{\max}^i = \max\{k_{\max}b_{r \max}, -k_{\max}b_{l \max}\}$. 因此 $\bar{d}_{\max} = \max\{\bar{d}_{\max}^1, \bar{d}_{\max}^2\}$. 由于系统的状态是有界的,且满足条件 $|x_1| \leq 5, |x_2| \leq 10$, 由以上分析可知,死区模型(32)是有界的. 如果死区模型中的参数分别为 $k = 0.5, b_r = 0.5, b_l = -0.6$, 参数的界可以分别为 $k_{\min} = 0.1, k_{\max} = 1, b_{r \min} = 0.1, b_{r \max} = 0.6, b_{l \min} = -0.7, b_{l \max} = -0.1$, 则死区模型(32)的界可以取为 $D_{\max} = \max\{d_{1 \max}, d_{2 \max}\} = 15$. 在控制器(16)的作用下,系统(30)的仿真结果如图3所示.

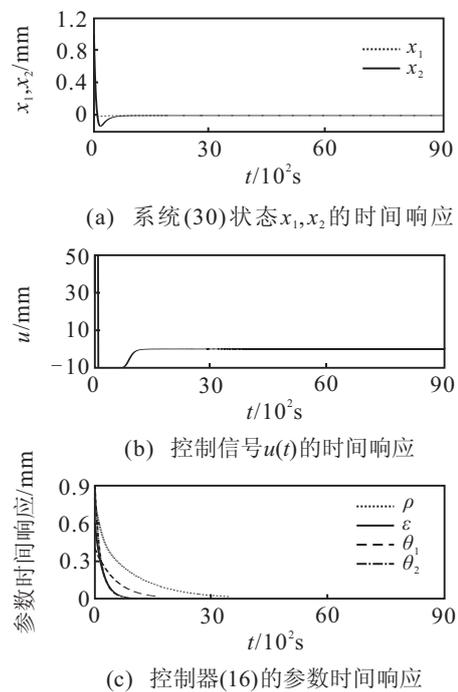


图3 情形2仿真结果

由以上两种情形的仿真结果可以看出,利用带有自适应参数的广义模糊双曲正切模型控制器,能使得非线性系统(30)中的所有状态一致终极有界。

5 结 论

通过在广义模糊双曲正切模型中引入时变参数,对一类非线性系统设计了一种自适应控制方法,在控制器的设计过程中,广义模糊双曲正切模型的逼近精度和时变参数可以通过自适应律在线自动调节.仿真分析表明,利用所提出的方法能使得被控系统的状态和参数估计误差一致终极有界。

参考文献(References)

- [1] Wang L X, Mendel J M. Fuzzy basis functions, universal approximation and orthogonal least squares learning[J]. IEEE Trans on Neural Networks, 1992, 3(5): 807-814.
- [2] Wang L X. Adaptive fuzzy systems and control: Design and Stability Analysis[M]. New Jersey: Prentice Hall, 1994: 9-28.
- [3] 秦勇, 贾利民, 张锡第. 基于广义模糊基函数的多变量模糊模型及其辨识方法[J]. 控制与决策, 1997, 12(增): 491-495.
(Qin Y, Jia L M, Zhang X D. Multivariable fuzzy system model using generalized fuzzy basis function and its identification method[J]. Control and Decision, 1997, 12(S): 491-495.)
- [4] Takagi T, Sugeno M. A robust stabilization problem of fuzzy control systems and its application to backing up control of truck-trailer[J]. IEEE Trans on Fuzzy Systms, 1994, 2(2): 119-133.
- [5] 李医民, 杜一君. 区间Typt-2 T-S间接自适应模糊控制[J]. 控制理论与应用, 2011, 28(11): 1558-1568.
(Li Y M, Du Y J. Indirect adaptive fuzzy control on interval typr-2 model[J]. Control Theory & Applications, 2011, 28(11): 1558-1568.)
- [6] Cao S G, Ress N W. Analysis and design for a class of complex control systems, Part I: Fuzzy modeling and identification[J]. Automatica, 1997, 33(6): 1017-1028.
- [7] Zhao Y, Zhang T Y, Yang D S, et al. Fuzzy modeling and synchronization of different hyperchaotic systems via T-S models[J]. Applied Mathematics and Information Sciences, 2013, 7(1L): 193-200.
- [8] Ahn C K. Takagi-Sugeno fuzzy receding horizon chaotic synchronization and its application to the Lorenz system[J]. Nonlinear Analysis: Hybrid Systems, 2013, 9: 1-8.
- [9] 张化光, 全永兵. 模糊双曲正切模型的建模方法与控制器设计[J]. 自动化学报, 2000, 26(6): 729-735.
(Zhang H G, Quan Y B. Modeling and control based on fuzzy hyperbolic model[J]. Acta Automatica Sinica, 2000, 26(6): 729-735.)
- [10] Zhang H G, Quan Y B. Modeling, identification and control of a class of nonlinear system[J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 2001, 9(2): 349-354.
- [11] 张化光, 王智良, 黎明, 等. 广义模糊双曲正切模型: 一个万能逼近器[J]. 自动化学报, 2004, 30(3): 416-422.
(Zhang H G, Wang Z L, Li M, et al. Generalized fuzzy hyperbolic model: A universal approximator[J]. Acta Automatica Sinica, 2004, 30(3): 416-422.)
- [12] 张明君, 张化光. 基于广义模糊双曲正切模型的自适应控制器[J]. 控制与决策, 2004, 19(11): 1301-1304.
(Zhang M J, Zhang H G. Adaptive controller based generalized fuzzy hyperbolic model[J]. Control and Decision, 2004, 19(11): 1301-1304.)
- [13] Zhang M J, Zhang H G. Robust adaptive fuzzy control based on generalized fuzzy hyperbolic[C]. The 16th IFAC Worlds Congress. Prague: Czech Republic, 2005.
- [14] Zhang J L, Zhang H G, Luo Y H, et al. Nearly optimal control scheme using adaptive dynamic programming based on generalized fuzzy hyperbolic model[J]. Acta Automatica Sinica, 2013, 39(2): 142-149.
- [15] Wang Y Z, Zhang H G, Liu X R. Robust control based on fuzzy hyperbolic model with time-delay[J]. Progress in Natural Science, 2008, 18(11): 1429-1435.
- [16] Wang G, Zhang H G, Chen B, et al. Fuzzy hyperbolic neural network with time-varying delays[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2010, 161(19): 2533-2551.
- [17] Zhang H G, Liu X R, Gong Q X, et al. New sufficient conditions for robust fuzzy hyperbolic tangent control of uncertain nonlinear systems with time-varying delay[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2010, 161(15): 1993-2011.
- [18] 张化光. 模糊双曲正切模型——建模, 控制, 应用[M]. 北京: 科学出版社, 2009: 24-26.
(Zhang H G. Fuzzy hyperbolic model—Modeling, control, applications[M]. Beijing: Science Press, 2009: 24-26.)
- [19] Slotine J J E, Li W. Applied nonlinear control[M]. New Jersey: Prentice Hall, 1991: 277-283.
- [20] 张天平, 裔扬, 梅建东. 带有未知死区模型的鲁棒自适应模糊控制[J]. 控制与决策, 2006, 21(4): 367-375.
(Zhang T P, Yi Y, Mei J D. Robust adaptive fuzzy control with unknown dead-zone model[J]. Control and Decision, 2006, 21(4): 367-375.)

(责任编辑: 郑晓蕾)