

## 基于模型的变门限状态反馈事件触发控制

李国梁<sup>1</sup>, 张合新<sup>1</sup>, 周鑫<sup>1</sup>, 惠俊军<sup>2</sup>

(1. 第二炮兵工程大学 控制科学与工程系, 西安 710025; 2. 宝鸡市 150 信箱 11 分箱, 陕西 宝鸡 721013)

**摘要:** 针对基于模型的事件触发状态反馈控制系统, 提出一种触发门限可变的触发机制. 该触发机制能够在被控对象面临变化较大且快的干扰时, 自动调整触发门限变大, 避免频繁的事件触发导致网络通信资源浪费; 能够在被控对象面临变化较小的干扰时, 通过定时触发, 避免长时间没有事件发生导致的通信网闲置, 同时自动调整触发门限变小, 提升控制性能. 仿真结果表明, 较固定门限触发机制, 所提出的触发机制能利用更少的通信资源实现整体控制性能的提升.

**关键词:** 基于模型; 状态反馈; 事件触发控制; 变门限

**中图分类号:** TP273

**文献标志码:** A

### Model-based event-triggered state feedback control with variable threshold

LI Guo-liang<sup>1</sup>, ZHANG He-xin<sup>1</sup>, ZHOU Xin<sup>1</sup>, HUI Jun-jun<sup>2</sup>

(1. Department of Control Science & Engineering, The Second Artillery Engineering University, Xi'an 710025, China; 2. Mail Box 150 Extension 11, Baoji 721013, China. Correspondent: LI Guo-liang, E-mail: lison\_1981@163.com)

**Abstract:** An event-triggering mechanism with variable threshold for model-based event-triggered state-feedback control system is proposed. When strong and fast varying disturbances act on the plant, this event-triggering mechanism can enlarge the threshold automatically to mitigate the unnecessary waste of communication resources. When slowly varying disturbances act on the plant, this event-triggering mechanism can avoid the communication network lies idle by using a time-triggering mechanism. Meanwhile, this event-triggering mechanism can also decrease the threshold automatically to improve the control performance. Simulation results show that, compared with the fixed threshold event-triggering mechanism, the proposed variable threshold event-triggering mechanism consumes less communication resources, but makes better whole performance.

**Keywords:** model-based; state-feedback; event-triggered control; variable threshold

## 0 引言

在基于共享网络实现的反馈控制应用普及过程中, 系统日趋庞大复杂, 而共享通信网络所能提供的通信带宽则有限(即带宽是受限的). 对于通信带宽受限问题, 除了提高带宽外, 还有提高采样量化编码效率<sup>[1]</sup>和降低采样频率两种不同的思路来解决. 前者通过提高信息内容的描述效率来实现, 是比较常用的方法; 而对于降低采样频率, 对传统周期采样控制系统而言, 其采样频率的选取受制于香农采样定理和工程选取经验, 进一步降低采样频率是不可行的. 这样, 降低控制中的采样频率只能寄托在非周期采样这一思路, 基于此, 诞生了一类重要的非周期采样

控制方法——事件触发控制(ETC). 在ETC中, 数据的采样、信息传递和控制任务的执行都要受到事件触发机制的约束, 也就是说只有在事件发生时才进行. ETC是一个比较新的概念, 表达这一类采样和控制思想的早期名称主要有 Level crossing sampling<sup>[2]</sup>、Lebesgue sampling<sup>[3]</sup>、magnitude-driven sampling<sup>[4]</sup>、send-on-delta sampling<sup>[5]</sup>和 interrupt-based feedback<sup>[6]</sup>等. 文献[3]针对一阶线性系统, 对比了时间触发和事件触发两种采样控制在闭环回路稳定时的状态方差和采样速率. 结果表明, 较传统周期采样方法, ETC方法能够显著降低采样速率, 极大地刺激了这一方向的研究.

收稿日期: 2015-01-19; 修回日期: 2015-04-09.

作者简介: 李国梁(1981—), 男, 讲师, 博士生, 从事基于事件触发的网络化控制系统分析与设计的研究; 张合新(1965—), 男, 教授, 博士生导师, 从事飞行器制导与控制、时滞系统分析与设计等研究.

状态反馈是ETC中的常用方法,对于状态反馈ETC而言,事件的发生与系统的状态有关,或者说触发机制的实现是基于系统状态,比如系统状态变化超过一定门限时则触发事件.当系统工作在稳定状态的时候,状态变化较小,致使事件发生次数减少,所以能够极大地减小信息传递的次数.分析近年成果,状态反馈ETC大致有3类触发机制:基于系统状态范数的触发机制<sup>[7-9]</sup>、基于系统状态与参考模型状态偏差的触发机制<sup>[10-13]</sup>和基于Lyapunov函数的触发机制<sup>[14-15]</sup>.其中,基于系统状态与参考模型状态偏差实现的ETC,被称为基于模型的ETC,其事件触发机制设计同时利用了被控对象的状态输出和参考模型的状态输出,不同于一般的ETC,仅利用被控对象本身的状态输出设计触发机制.基于模型的ETC方法可以充分利用已知的系统模型,进一步减小采样和控制任务的施加次数,在节约通信资源方面更具优势,已成为近年来一个研究热点.

本文考虑如图1所示的状态反馈ETC系统,反馈控制的实现包含在事件发生器和输入发生器中.其中:事件发生器决定事件发生器到输入发生器之间的通信传输时刻 $t_k$  ( $k = 0, 1, \dots$ );输入发生器在时间段 $t \in [t_k, t_{k+1})$ 产生的输入 $u(t)$ 依赖于 $t_k$ 时刻获取的状态信息 $x(t_k)$ .图中点划线的含义是二者间的非周期网络通信只有在事件发生时才进行.

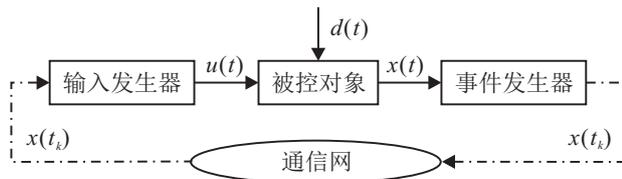


图1 状态反馈ETC回路

本文的目的是在文献[10]成果的基础上提出一种线性系统在受扰情况下基于模型的变门限ETC方法,在保证系统性能的前提下进一步实现通信频率的降低.为了使研究更具针对性,假定被控对象闭环稳定不存在模型不确定,系统时钟同步且无时延,不存在计算能力的限制.

## 1 事件触发控制系统结构

考虑如下模型已知的被控对象:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Ed(t), \\ x(0) = x_0. \end{cases} \quad (1)$$

其中: $x \in \mathbf{R}^n$ 为系统状态,能够被测量; $u \in \mathbf{R}^m$ 为控制输入; $d \in \mathbf{R}^p$ 为干扰,干扰满足 $\|d(t)\| \leq d_{\max}$ ,不能够被直接测量;系统矩阵 $A$ 可逆.如果采用如下状态反馈控制律:

$$u(t) = -Kx(t), \quad (2)$$

则系统能够获得满意的闭环控制性能,这样被控对象采用连续状态反馈控制时的闭环表达式为

$$\begin{cases} \dot{x}_{\text{SF}}(t) = \underbrace{(A - BK)}_{\bar{A}} x_{\text{SF}}(t) + Ed(t), \\ x_{\text{SF}}(0) = x_0. \end{cases} \quad (3)$$

其中 $x_{\text{SF}} \in \mathbf{R}^n$ 为连续状态反馈控制时的系统状态.

为了实现被控对象的事件触发控制,结合文献[10]的思路,采用如图2所示的基于模型的状态反馈ETC系统.其中事件发生器实现的基本思想是监测被控对象的状态输出与参考模型状态之间的偏差,当二者之间状态偏差的范数达到可变门限 $\varepsilon$ 时,就触发信息传递事件;控制输入发生器利用参考模型实现控制输入的生成;由于被控对象的干扰不能够测量,参考模型所受的干扰值只能采用估计的方法来获取.

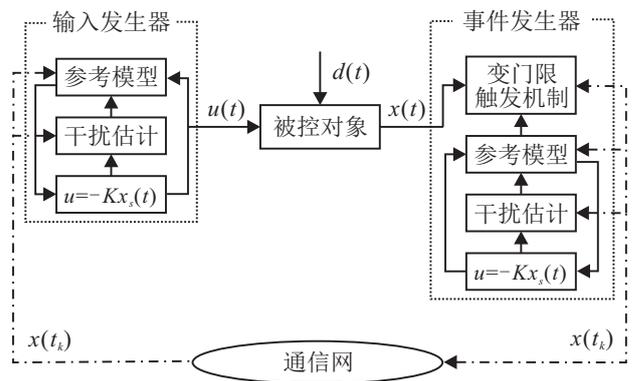


图2 基于模型的事件触发控制系统结构

参考模型的开环表达式为

$$\dot{x}_s(t) = Ax_s(t) + E\tilde{d}(t); \quad (4)$$

输入参考模型的控制量为

$$u(t) = -Kx_s(t). \quad (5)$$

其中: $\tilde{d} \in \mathbf{R}^p$ 为干扰估计值; $x_s \in \mathbf{R}^n$ 为参考模型状态,并且要求 $x_s(0) = x_0$ ,对应的闭环表达式为

$$\begin{cases} \dot{x}_s(t) = \underbrace{(A - BK)}_{\bar{A}} x_s(t) + E\tilde{d}(t), \\ x_s(0) = x_0. \end{cases} \quad (6)$$

基于上述结构的控制系统,本文主要研究系统实现与性能分析两个方面的问题.

## 2 事件触发控制的实现及工作流程

### 2.1 干扰估计的实现

在事件触发时刻 $t_{k+1}$ ,被控对象和参考模型的状态值为

$$\begin{aligned} x(t_{k+1}) &= \\ & e^{A(t_{k+1}-t_k)}x(t_k) + \int_{t_k}^{t_{k+1}} e^{A(t_{k+1}-\tau)}Bu(\tau)d\tau + \\ & \int_{t_k}^{t_{k+1}} e^{A(t_{k+1}-\tau)}Ed(\tau)d\tau, \\ x_s(t_{k+1}^-) &= \end{aligned} \quad (7)$$

$$e^{A(t_{k+1}-t_k)}x_s(t_k) + \int_{t_k}^{t_{k+1}} e^{A(t_{k+1}-\tau)}Bu(\tau)d\tau + \int_{t_k}^{t_{k+1}} e^{A(t_{k+1}-\tau)}E\tilde{d}(\tau)d\tau, \quad (8)$$

其中  $x_s(t_{k+1}^-)$  表示事件触发时刻参考模型状态更新前的状态. 因为以上两式中等式右边前两项相同, 所以有

$$x(t_{k+1}) - x_s(t_{k+1}^-) = \int_{t_k}^{t_{k+1}} e^{A(t_{k+1}-\tau)}Ed(\tau)d\tau - \int_{t_k}^{t_{k+1}} e^{A(t_{k+1}-\tau)}E\tilde{d}(\tau)d\tau. \quad (9)$$

为了便于估计的实现, 假定被控对象在  $t \in [t_k, t_{k+1})$  时干扰为恒定值, 即有  $\tilde{d}(t) = \hat{d}_k$ , 这样可得如下干扰估计递推方法:

$$\begin{cases} \hat{d}_0 = 0, \\ \hat{d}_k = \hat{d}_{k-1} + (A^{-1}(e^{A(t_k-t_{k-1})} - I)E)^+(x(t_k) - x_s(t_k^-)), \end{cases} \quad (10)$$

其中  $(\cdot)^+$  代表矩阵的伪逆. 由于干扰的维数一般小于状态的维数, 式(10)求取伪逆部分的矩阵一般满秩.

### 2.2 控制输入的产生

控制输入由干扰为  $\hat{d}_k$  的连续状态反馈参考模型产生, 模型描述如下:

$$\dot{x}_s(t) = \bar{A}x_s(t) + E\hat{d}_k, \quad x_s(t_k^+) = x(t_k), \quad t_k \leq t < t_{k+1}; \quad (11)$$

$$u(t) = -Kx_s(t). \quad (12)$$

这样, 输入发生器产生的控制输入为

$$u(t) = -Ke^{\bar{A}(t-t_k)}x(t_k) - K\bar{A}^{-1}(e^{\bar{A}(t-t_k)} - I)E\hat{d}_k, \quad t_k \leq t < t_{k+1}, \quad (13)$$

其中  $x(t_k)$  是事件发生器端在事件触发时刻  $t_k$  产生的测量输出.

### 2.3 变门限事件触发机制

事件触发的基本思想是比较被控对象与参考模型(11)和(12)之间的状态偏差, 状态偏差达到一定门限时触发事件, 第1次事件触发时刻是  $t_0 = 0$ , 其他事件触发时刻触发条件描述如下: 当状态偏差达到触发门限, 并且触发时间间隔  $T_{act}$  满足  $T_{min} \leq T_{act} < T_{max}$ , 或时间间隔  $T_{act} = T_{max}$  时, 事件发生, 也就是满足

$$(\|x - x_s\| \geq \bar{e} \text{ and } T_{min} \leq T_{act} < T_{max}) \text{ or } T_{act} = T_{max}. \quad (14)$$

门限变化的规则是: 如果有连续  $N$  次  $T_{act} = T_{min}$  且  $\bar{e} < \bar{e}_{max}$ , 则门限增大, 具体方法可以采用增量递增方法  $\bar{e} = \bar{e} + h_e$ , 或者倍增方法  $\bar{e} = \bar{e} \times 2$ ; 如果有连续  $N$  次  $T_{act} = T_{max}$  且  $\bar{e} > \bar{e}_{min}$ , 则门限减小, 具体方法可以采用增量递减方法  $\bar{e} = \bar{e} - h_e$ , 或者倍增

方法  $\bar{e} = \bar{e}/2$ . 其中:  $\bar{e}_{min}$ 、 $\bar{e}_{max}$  和  $h_e$  分别为门限可取的最小值、最大值和门限变化增量;  $T_{min}$  为系统所允许的最小触发时间间隔, 取值受到控制系统通信网络传输能力的限制, 如网络帧频率;  $T_{max}$  为设置的最大触发时间间隔, 有两个目的: 一是辅助实现门限的自适应减小, 二是避免长时间无事件发生, 致使通信网络过分的闲置, 从而产生通信疲劳, 失去同步等现象.

### 2.4 系统工作流程

系统工作流程如下:

Step 1: 依据式(14)监测事件的发生, 在这一过程中需要式(11)来实现参考模型状态的发生;

Step 2: 当式(14)成立时, 这一时刻记为  $t_k$ , 输出对象的测量信息  $x(t_k)$ , 并依据式(10)计算干扰估计值  $\hat{d}_k$ , 更新事件发生器端参考模型的状态, 即  $x_s(t_k^+) = x(t)$ ;

Step 3: 传递测量信息  $x(t_k)$  到控制输入发生器端, 同样进行干扰估计值  $\hat{d}_k$  的计算和输入发生器端参考模型的状态更新;

Step 4:  $k = k + 1$ , 回到 Step 1.

需要指出的是, 无论是在事件发生器还是在输入发生器端, 均需要复现参考模型(11)以及干扰估计(10), 如果干扰估计值  $\hat{d}_k$  也传输的话, 则可以避免在输入发生器端干扰估计.

## 3 事件触发控制系统回路分析

### 3.1 事件触发回路系统模型

合并式(1)、(11)和(12), 可得两次连续事件时间段  $t \in [t_k, t_{k+1})$  内的闭环系统模型

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{x}_s(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & -BK \\ 0 & \bar{A} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ x_s(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E \\ 0 \end{bmatrix} d(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ E \end{bmatrix} \hat{d}_k, \\ \begin{bmatrix} x(t_k) \\ x_s(t_k^+) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x(t_k) \\ x(t_k) \end{bmatrix}. \end{cases}$$

为了便于分析, 采用如下状态变换, 令

$$\begin{bmatrix} x_\Delta(t) \\ x_s(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & -I \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ x_s(t) \end{bmatrix}.$$

变换后的事件触发回路系统模型为

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_\Delta(t) \\ \dot{x}_s(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & \bar{A} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_\Delta(t) \\ x_s(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E \\ 0 \end{bmatrix} \underbrace{(d(t) - \hat{d}_k)}_{d_\Delta(t)} + \begin{bmatrix} -E \\ E \end{bmatrix} \hat{d}_k, \quad (15) \\ \begin{bmatrix} x_\Delta(t_k^+) \\ x_s(t_k^+) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ x(t_k) \end{bmatrix}. \end{cases}$$

这样有  $x(t) = x_s(t) + x_\Delta(t)$ . 其中

$$x_s(t) = e^{\bar{A}(t-t_k)} x(t_k) + \bar{A}^{-1}(e^{\bar{A}(t-t_k)} - I) E \hat{d}_k, \quad t_k \leq t < t_{k+1}; \quad (16)$$

$$x_\Delta(t) = \int_{t_k}^t e^{A(t-\tau)} E d_\Delta(\tau) d\tau, \quad t_k \leq t < t_{k+1}. \quad (17)$$

记干扰估计误差为  $d_\Delta(t) = d(t) - \hat{d}_k$ . 可以看出,  $x_s(t)$  实际上是参考模型以  $x_s(t_k^+) = x(t_k)$  为初始状态, 以  $d(t) = \hat{d}_k$  为常数干扰, 在  $t \in [t_k, t_{k+1})$  内的状态轨迹.

### 3.2 主要结论

#### 3.2.1 状态空间的有界性

将事件触发控制方法与对应的连续反馈控制方法之间状态行为进行比较, 分析事件触发控制是否能够保留对应的连续状态反馈控制的性能.

事件触发控制回路系统由式(1)和(12)描述, 具体为

$$\dot{x}(t) = Ax(t) - BKx_s(t) + Ed(t), \quad x(0) = x_0. \quad (18)$$

系统(18)与系统(3)两者间的偏差为  $e(t) = x(t) - x_{SF}(t)$ . 下面主要考查偏差  $e(t)$  是否有界, 如果有, 则推导出上界.

依据等式(3)和(18)可得

$$\dot{e}(t) = (A - BK)e(t) + BK(x(t) - x_s(t)),$$

其中  $x_\Delta(t) = x(t) - x_s(t)$ , 这样有

$$\dot{e}(t) = \bar{A}e(t) + BKx_\Delta(t), \quad e(0) = 0,$$

可得

$$e(t) = \int_0^t e^{\bar{A}\tau} BK \cdot x_\Delta(t - \tau) d\tau.$$

又因为状态偏差满足  $\|x_\Delta(t)\| \leq \bar{e}_{\max}$ , 触发间隔满足  $T_{\text{act}} \leq T_{\max}$ , 故有

$$\|e(t)\| = \left\| \int_0^t e^{\bar{A}\tau} BK \cdot x_\Delta(t - \tau) d\tau \right\| \leq \bar{e}_{\max} \cdot \int_0^{T_{\max}} \|e^{\bar{A}\tau} BK\| d\tau,$$

即有

$$\|e(t)\| \leq e_{\max} = \bar{e}_{\max} \cdot \int_0^{T_{\max}} \|G(\tau)\| d\tau, \quad (19)$$

其中  $G(t) = e^{\bar{A}t} BK$ . 由以上推导, 可得如下定理.

**定理 1** 事件触发控制回路与连续状态反馈控制回路之间的状态偏差  $e(t)$  有界,  $e(t)$  受到不等式(19)的约束.

这样, 事件触发控制系统状态  $x(t)$  满足

$$x(t) \in \Omega_e(x_{SF}(t)) = \{x \mid \|x - x_{SF}(t)\| \leq e_{\max}\}. \quad (20)$$

**注 1** 以上定理成立的前提是触发机制的参数选取适当, 特别是触发门限的上限  $\bar{e}_{\max}$  必须足够大, 否则可能在小于最小间隔  $T_{\min}$  的时间段内出现  $\|x_\Delta(t)\| > \bar{e}_{\max}$ , 也就是说  $\bar{e}_{\max}$  的取值要确保在  $T_{\min}$  的时间段内, 有  $\bar{e}_{\max} > \|x_\Delta(t)\|$ . 基于这一点, 下面给出一种  $\bar{e}_{\max}$  的取值方法.

因为

$$\begin{aligned} \|x_\Delta(t)\| &= \left\| \int_{t_k}^{t+T_{\min}} e^{A(t-\tau)} E d_\Delta(\tau) d\tau \right\| \leq \\ &\left\| \int_0^{T_{\min}} e^{A\tau} E d\tau \right\| \cdot \|d_\Delta(\tau)\| \leq \\ &2d_{\max} \cdot \left\| \int_0^{T_{\min}} e^{A\tau} E d\tau \right\|, \end{aligned}$$

所以  $\bar{e}_{\max}$  在取值大于  $2d_{\max} \cdot \left\| \int_0^{T_{\min}} e^{A\tau} E d\tau \right\|$  的情况下能够确保定理 1 成立.

#### 3.2.2 干扰变化对事件触发的影响

分析式(17)可知, 在某一触发间隔内被控对象与参考模型之间状态的偏差直接由于干扰估计误差  $d_\Delta(t) = d(t) - \hat{d}_k$  决定, 而  $d_\Delta(t)$  的大小很大程度上是受估计方法的影响. 式(10)估计方法的前提条件是假设了在触发时间间隔内干扰变化为零, 也就是说, 当干扰  $d(t)$  变化很小时, 假设成立. 式(10)的估计误差  $d_\Delta(t)$  很小, 这致使状态偏差  $x_\Delta(t)$  很小, 当  $\|x_\Delta(t)\| < \bar{e}$  时, 不会触发事件. 也就是说, 对于本文的触发机制, 敏感的是干扰的变化, 而非干扰本身的大小.

为了证明这一点, 假定  $t_k$  时刻之后的干扰为  $d(t) = \hat{d}_k + \delta d_\delta(t)$ , 其中  $\hat{d}_k$  为干扰中的不变成分或慢变成分,  $\delta d_\delta(t)$  为干扰的变化成分.

$$\|d_\delta(t)\| \leq 1, \quad t \geq 0. \quad (21)$$

$\delta$  是常数, 决定了干扰变化成分的幅度.

**定理 2** 对于范数有界的信号  $d_\delta(t)$ , 存在一个幅度  $|\delta|$  使得系统在干扰变化不超过  $\delta d_\delta(t)$  的情况下, 状态偏差因素不会导致事件发生.

**证明** 在干扰为  $d(t) = \hat{d}_k + \delta d_\delta(t)$  的情况下, 如果干扰变化足够小, 也就是  $|\delta|$  足够小时, 采用本文提出的事件触发机制会强制系统在时间间隔  $T_{\text{act}} = T_{\max}$  时触发事件, 这会导致干扰被重新估计, 这也就是说在未来的触发时刻  $t_{k+i}$ ,  $i \in N_+$ , 最大干扰偏差范数满足  $\|d(t) - \hat{d}_{k+i}\| \leq 2|\delta|$ .

状态偏差因素不会导致事件发生需满足

$$\|x_\Delta(t)\| = \left\| \int_{t_{k+i}}^t e^{A(t-\tau)} E (d(t) - \hat{d}_{k+i}) d\tau \right\| < \bar{e}. \quad (22)$$

等式右边部分满足

$$\begin{aligned} &\left\| \int_{t_{k+i}}^t e^{A(t-\tau)} E (d(t) - \hat{d}_{k+i}) d\tau \right\| \leq \\ &\int_{t_{k+i}}^t \|e^{A(t-\tau)} E\| \cdot \|(d(t) - \hat{d}_{k+i})\| d\tau \leq \\ &2|\delta| \cdot \int_{t_{k+i}}^t \|e^{A(t-\tau)} E\| d\tau \leq \\ &2|\delta| \cdot \max_{T_{\min} \leq t \leq T_{\max}} \left\| \int_0^t e^{A(t-\tau)} E d\tau \right\| \leq \\ &2|\delta| \cdot \int_0^{T_{\max}} \|e^{A\tau} E\| d\tau. \end{aligned}$$

状态偏差因素不会导致事件发生的条件为

$$|\delta| < \frac{e_{\min}}{2 \int_0^{T_{\max}} \|e^{A\tau} E\| d\tau}. \quad (23)$$

由此定理得证.  $\square$

**推论 1** 如果干扰变化满足式(23), 则本文的控制方法将退化为采样间隔为  $T_{\max}$  的等间隔控制方法.

依据触发条件很容易得到推论 1.

### 4 数值仿真

为了验证方法的有效性, 采用文献[10]所用的仿真算例, 系统模型为式(1)所示的形式, 各系数矩阵取值如下:

$$A = \begin{bmatrix} -0.8 \times 10^{-3} & 0 \\ 1 \times 10^{-10} & -1.7 \times 10^{-3} \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 0.211 & 0 \\ 0.108 & 0.02 \end{bmatrix}, E = \begin{bmatrix} 0.07 \\ -0.04 \end{bmatrix},$$

$$K = \begin{bmatrix} 0.08 & -0.02 \\ 0.17 & 0.72 \end{bmatrix}.$$

下面给出本文方法所得仿真结果. 图3给出的是仿真中系统所受干扰(虚线)和干扰估计曲线(实线).

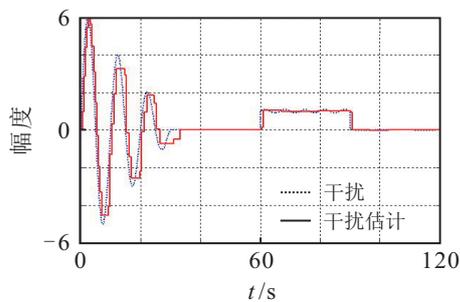


图3 干扰和干扰估计曲线

由图3可以看出, 系统在  $0 \sim 30$  s 的时间段内所受干扰信号是幅值不断减小的正弦信号, 在  $30 \sim 60$  s 的时间段内干扰信号幅值为零, 在  $60 \sim 90$  s 的时间段内干扰信号是均值为1的小幅震荡时变干扰, 在  $90 \sim 120$  s 的时间段内干扰信号是均值为0的小幅震荡时变干扰.

图4给出的是触发门限随时间的变化曲线.

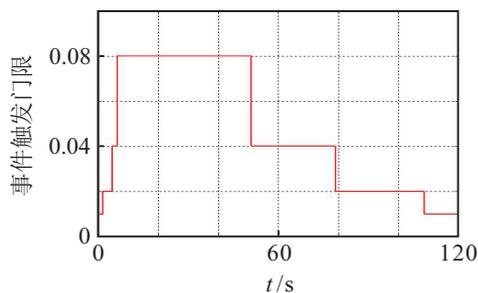


图4 触发门限变化曲线

由图4可以看出, 在  $0 \sim 8$  s 的时间段内, 由于系统所受干扰变化非常大, 触发门限迅速增大; 此后的

一段时间内, 由于干扰变化逐步减小, 门限不再增大; 30之后的干扰为零或小幅震荡, 经过一段时间后(约为  $N \times T_{\max}$ ), 触发门限逐步减小.

图5给出的是事件触发间隔散点图. 由于在前8s时间段内干扰变化剧烈, 触发间隔多次被限制在设置的最小时间间隔  $T_{\min}$ , 此后触发间隔逐步增大; 在60s、90s时刻, 由于干扰变化剧烈, 触发间隔迅速减小, 最小达到触发机制中所设置的最小时间间隔  $T_{\min}$ ; 而在干扰为零, 均值不为零和均值为零的小幅震荡的时候, 触发门限均达到触发条件设置的最大值  $T_{\max}$ , 这也验证了定理2的正确性.

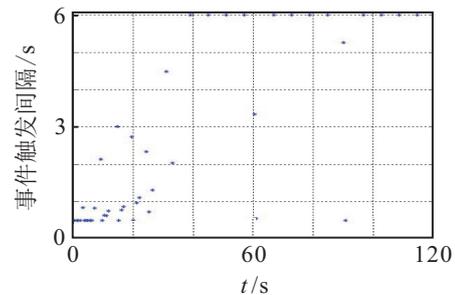


图5 事件触发间隔散点图

为了进一步说明本文方法的优越性, 下面将本文方法与周期采样数据方法以及文献[10]的方法进行对比仿真. 对比各种方法与理想连续反馈控制的状态偏差, 所达到的最小通信时间间隔  $TS_{\min}$ , 以及在120s仿真时间段内的通信次数. 为了方便状态偏差的对比, 定义长时间状态偏差积累  $J = \int_0^{120} \|x(t) - x_{SF}(t)\| dt$  和瞬时最大状态偏差范数  $e_{\max}^x = \text{ess max } \|x(t) - x_{SF}(t)\|$  两个度量指标.

仿真结果如表1所示, 表中列出采样周期为0.5s的采样数据方法, 文献[10]的触发门限分别取  $\bar{e} = 0.01$  和  $\bar{e} = 0.02$  的固定门限方法以及本文方法所得结果.

表1 不同控制方法下的仿真结果

指标	周期采样 $h = 0.5$ s	文献[10] $\bar{e} = 0.01$	文献[10] $\bar{e} = 0.02$	本文方法
$J$	29.88	4.3	11.8	8.3
$e_{\max}^x$	0.006	0.0009	0.0028	0.0029
$TS_{\min}$	-	0.16	0.21	0.5
通信次数	239	110	69	47

由表1可知, 从状态偏差的角度看, 无论是长时间偏差  $J$  还是瞬时最大状态偏差  $e_{\max}^x$ , 事件触发控制要优于周期采样数据控制方法, 而且还能极大减少通信次数. 文献[10]采用的是固定门限的方法, 当门限取值比较小时, 状态偏差的程度也较小, 但是需要的通信次数比较多, 特别是最小触发间隔也很小; 当门限取值比较大时, 状态偏差的程度也较大, 通信次数比较少, 最小触发间隔也有所增大, 但增大不是很明显. 而本文的可变门限方法, 较文献[10]中  $\bar{e} = 0.02$

时的方法,长时间积累状态偏差明显减小,瞬时最大状态偏差有所增大但基本持平,而最小触发间隔却提高一倍以上,总的通信次数明显减少.

## 5 结 论

基于模型的变门限事件触发状态反馈控制方法,控制系统设计的基本思路是模仿参数确定的闭环稳定的连续状态反馈控制系统,即参考模型的工作过程.整个控制过程中事件的发生和控制输入均依据参考模型来实现,当被控对象的状态与参考模型之间的状态偏差大到一定门限时,系统产生信息传递事件,同时更新两端参考模型的状态.不同于固定门限方法<sup>[10]</sup>,本文变门限方法的优点是:当系统遭遇快变强干扰时,系统能够迅速把门限调整到一个合适水平,使得触发间隔维持在大于  $T_{\min}$  的合理间隔,避免网络通信的拥塞;当干扰变化比较小时,触发间隔变大,触发门限会逐步变小,提升模仿精度,从而提升事件触发控制与相应连续状态反馈控制的逼近程度,达到提升控制性能的目的.仿真结果表明,本文方法能够在牺牲一点瞬时状态偏差的情况下,利用更少的通信次数,减少整体状态偏差,提高整体控制性能.

## 参考文献(References)

- [1] Nesic Dragan, Daniel Liberzon. A unified framework for design and analysis of networked and quantized control systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2009, 54(4): 732-747.
- [2] Sayiner N, Sorensen H V, Viswanathan T R. A level-crossing sampling scheme for A/D conversion[J]. IEEE Trans on Circuits & Systems, 1996, 43(4): 335-339.
- [3] Astrom K, Bernhardsson B. Comparison of Riemann and Lebesgue sampling for first order stochastic systems[C]. Proc of the 41st IEEE Conf on Decision and Control. Las Vegas: IEEE Press, 2002: 2011-2016.
- [4] Miskowicz M. Analytical approximation of the uniform magnitude-driven sampling effectiveness[C]. Proc of IEEE Int Symposium on Industrial Electronics ISIE'2004. Ajaccio: IEEE, 2004: 407-410.
- [5] Nguyenemail V H, Suh Y S. Improving estimation performance in networked control systems applying the send-on-delta transmission method[J]. Sensors, 2007, 7(10): 2128-2138.
- [6] Hristu-Varsakelis D, Kumar P R. Interrupt-based feedback control over shared communication medium[R]. University of Maryland, ISR, 2003.
- [7] Henningsson T, Johannesson E, Cervin A. Sporadic event-based control of first-order linear stochastic systems[J]. Automatica, 2008, 44(11): 2890-2895.
- [8] Heemels W P M H, Sandee J H, Bosch PPJVD. Analysis of event-driven controllers for linear systems[J]. Int J of Control, 2008, 81(4): 571-590.
- [9] Tabuada Paulo. Event-triggered real-time scheduling of stabilizing control tasks[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2007, 52(9): 1680-1685.
- [10] Lunze J, Lehmann D. A state-feedback approach to event-based control[J]. Automatica, 2010, 46(1): 211-215.
- [11] Garcia E, Antsaklis P J. Model-based event-triggered control for systems with quantization and time-varying network delays[C]. Proc of the 50th IEEE Conf on Decision & Control. Orlando Florida: IEEE Press, 2011: 1650-1655.
- [12] McCourt M J, Garcia E, Antsaklis P J. Model-based event-triggered control of nonlinear dissipative systems[C]. American Control Conf(ACC). Portland Oregon: IEEE Press, 2014: 5355-5360.
- [13] Garcia E, Antsaklis P J. Optimal model-based control with limited communication[C]. Proc of the 19th IFAC World Congress. Cape Town: Int Federation of Automatic Control, 2014: 10908-10913.
- [14] Velasco M, Marti P, Bini E. On Lyapunov sampling for event driven controllers[C]. Proc of the 48th IEEE Conf on Decision & Control. Shanghai: IEEE Press, 2009: 6238-6243.
- [15] Wang X, Lemmon M D. Event design in event-triggered feedback control systems[C]. Proc of the 47th IEEE Conf on Decision & Control. Cancun: IEEE Press, 2008: 2105-2110.

(责任编辑: 齐 霖)