

基于ESMF算法的GPS信号多普勒频率估计

江涛¹, 钱富才^{1,2}

(1. 西安理工大学自动化与信息工程学院, 西安 710048; 2. 西安卫星测控中心, 航天器在轨故障诊断与维修重点实验室, 西安 710032)

摘要: 针对GPS接收机对载波信号的跟踪性能受到不同类型噪声的影响,且这些噪声的统计特性很难得到的问题,提出一种基于扩展集员滤波(ESMF)的解决方法.该方法根据载波信号中噪声统计特性未知但有界(UBB)的特点,设定合理的噪声边界,将UBB噪声包含在椭球集合内;利用集员的思想实现载波信号多普勒频率的在线非线性估计,且估计过程中同时能够检测系统坏值的发生时刻.仿真中,模型选取三维空间运动的载体.仿真结果表明,ESMF在处理该模型时是一种有效的鲁棒估计算法.

关键词: 全球定位系统; 扩展集员滤波; 未知但有界; 载波跟踪; 鲁棒估计
中图分类号: TP273 **文献标志码:** A

Estimated doppler frequency of GPS signal based on ESMF

JIANG Tao¹, QIAN Fu-cai^{1,2}

(1. School of Automation and Information Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China; 2. Key Laboratory of Spacecraft In-orbit Fault Diagnosis and Repair, Xi'an Satellite Control Center, Xi'an 710032, China. Correspondent: JIANG Tao, E-mail: jiangtao.xaut@foxmail.com)

Abstract: For the problem that GPS receivers tracking performance of the carrier signal is affected by different types of noises, and the statistical properties of the noises are difficult to obtain, a solution method based on the extended set-membership filter(ESMF) is proposed. According to the characteristics of the noise in the carrier signal which is unknown but bounded(UBB), a reasonable noise boundary contained in the ellipsoid set is set. Then the idea of set-membership is used to achieve online nonlinear estimation of the Doppler frequency of the carrier signal. In the process of estimation, it can detect the moment that bad values occurred simultaneously. Three-dimensional space movement of the carrier is selected as the simulation model. Simulation results show that, when dealing with this model, ESMF is an effective robust estimation algorithm.

Keywords: GPS; ESMF; UBB; carrier tracking; robust estimation

0 引言

全球定位系统(GPS)接收机载波跟踪环路的性能与测量精度受热噪声、动态应力、振动以及阿仑方差等噪声的影响.在接收机处在静止或低动态情况下,热噪声为主要噪声;当接收机大范围机动时,动态应力误差成为主要的噪声;振动和阿仑方差分别是由接收机的振荡器和晶振引起的相位误差.因此,GPS载波跟踪环路的模型存在以下两点不确定:1)根据物理特性建立的非线性模型并不能完全精确地描述系统;2)外界环境的变化会引起噪声的变化,然而这些变化

不可预测,并且这些随机噪声的统计特性一般都是未知的.

传统的接收机采用锁相环(PLL)实现载波跟踪,PLL是一种基于传递函数描述的频域滤波器.由于其结构简单且计算量较少,已广泛应用于普通的GPS接收机,但PLL在复杂环境下的适应能力不强.为了解决这个问题,文献[1-5]采用扩展卡尔曼滤波器(EKF)设计载波跟踪环路.首先根据系统物理特性建立时域的状态空间描述,其中测量方程中的平均相位输出是一个含有三角函数的非线性方程;接着通过EKF实现

收稿日期: 2015-01-22; 修回日期: 2015-05-05.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61273127,61304204); 航天器在轨故障诊断与维修实验室开放课题(SDML_OF 2015004); 国家自然科学基金重点项目(61533014); 陕西省科技创新团队基金项目(2013KCT-04).

作者简介: 江涛(1984-),男,博士生,从事卫星导航、系统辨识与滤波算法的研究; 钱富才(1963-),男,教授,博士生导师,从事随机控制、系统辨识、非线性系统、最优控制、导航与制导和大规模系统等研究.

对状态方程中相位、多普勒频率、多普勒频率变化率的估计. 然而EKF在计算过程中的局限性在于: 1) 当系统非线性程度严重时, 忽略泰勒级数的高阶项将导致较大的线性化误差, 引起滤波误差增大甚至发散; 2) 求取雅可比矩阵需要很大的计算量; 3) 要求过程噪声和测量噪声是高斯白噪声. 文献[6-7]采用UKF算法, 虽然能够降低线性化误差并避免计算雅可比矩阵, 在高斯分布的假设下提高了跟踪的精度, 但UKF还是通过高斯分布来逼近系统状态的后验概率密度, 因此在非高斯情况下, 相当于使用一个不符合实际模型的数学描述, 将会导致滤波性能下降.

集员滤波(SMF)的概念及解决方法最早由文献[8-11]提出, 是为了解决卡尔曼滤波(KF)算法不能保证动态系统状态估计的可靠边界问题. 文献[12-15]提出的扩展集员滤波(ESMF)将SMF算法扩展到非线性实时系统, 进一步推动了SMF的应用. 当噪声界给定后, SMF利用椭球集合进行状态估计, 因此得到的是一个边界, 此时认为边界内的估计值都是可靠的. 正是由于SMF是一种保证估计, 能够大大提高整体系统的稳定性、鲁棒性和可靠性, 已经在机器人定位^[16-18]、惯性导航^[19]、电力系统^[20]和故障诊断^[21-23]等领域得到广泛应用.

由于载波跟踪环路中的热噪声是由元器件中电子热振动引起的, 其统计特性是典型的高斯白噪声, 而动态应力和振动引起的时钟相位抖动、阿伦方差等属于非高斯噪声, 显然将这些噪声的叠加用高斯白噪声来描述其统计特性是不合理的. 因此, 用EKF和UKF来解决这类问题, 得到的状态估计值并不可靠. 于是, 本文将这些噪声和定义成一个有界噪声, 而不是随机的. 这种假设更符合实际系统, 并且对于系统描述不准确导致的误差也可以归到这个有界噪声里, 从而进一步提高了系统的鲁棒性. 本文尝试将GPS载波信号的噪声定义成未知但有界(UBB), 通过ESMF算法实现GPS载波跟踪环路的的多普勒频率保证估计.

1 GPS载波跟踪环路模型

导航信号的数据位存在跳变, GPS接收机包含硬件和软件两部分: 硬件部分是包含一个GPS天线的射频(RF)前端, 射频信号经过前置放大器和下变频器将信号降到中频(IF), 再经过A/D转换器采样和量化变为数字信号; 软件部分包含信号的捕获、跟踪和N个通道数据的定位解算. 捕获过程能够识别当前接收信号的卫星PRN号, 并能粗略估计载波多普勒以及码相位. 跟踪是实现本地载波与接收到的数字中频信号实时精确同步, 完成对信号的解调解扩并得到导航数据. 跟踪环路设计的优劣直接决定了接收机的性

能, 在复杂环境下, 噪声引起环路的工作条件恶化, 容易导致环路失锁. 因此, 如何提高环路的鲁棒性是本文研究的重点.

GPS载波环路采用的Costas环对数据位翻转不敏感, 如图1所示. 在捕获完成后, 中频(IF)信号进入跟踪环路, 首先同两路本地NCO产生的载波信号相乘, 经过积分清除之后, 此时I路和Q路的误差信号分别是 $\cos(\Delta\theta)$ 和 $\sin(\Delta\theta)$; 然后将两路正交信号送入滤波器, 估计出相位误差 $\hat{\Delta\theta}$; 最后通过估计的相位误差得到频率控制字 F_{cw} 控制载波NCO, 使环路锁定.

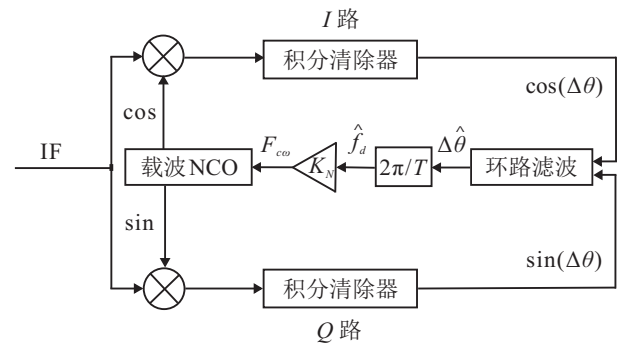


图1 Costas环

环路滤波器输入的测量向量为

$$r(k) = \begin{bmatrix} r_I(k) \\ r_Q(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\Delta\theta(k)) \\ \sin(\Delta\theta(k)) \end{bmatrix} + n(k). \quad (1)$$

其中: $r_I(k)$ 为滤波器I路输入信号; $r_Q(k)$ 为滤波器Q路输入信号; $n(k)$ 为噪声向量, 可以表示为

$$n(k) = [n_I(k) \ n_Q(k)]^T.$$

中频信号和本地载波信号的相位差 $\Delta\theta$ 按泰勒级数展开为

$$\begin{aligned} \Delta\theta(k+1) = & \Delta\theta(k) + T\Delta\omega_0(k) + \frac{T^2}{2}\Delta\omega_1(k) + \\ & \frac{T^3}{6}\Delta\omega_2(k) + \xi_1(k). \end{aligned} \quad (2)$$

其中: 相位差 $\Delta\theta(k)$ 的各阶导数为 $\Delta\omega_0(k)$ 、 $\Delta\omega_1(k)$ 、 $\Delta\omega_2(k)$, $\Delta\omega_0(k)$ 是由速度引起是多普勒频率, $\Delta\omega_1(k)$ 是由加速度引起的多普勒频率的变化率, $\Delta\omega_2(k)$ 是由加速度引起的多普勒频率的二阶变化率; $\xi_1(k)$ 是泰勒级数展开的余项; T 是环路更新周期, 也就是一次积分时间.

进而有

$$\begin{aligned} \Delta\omega_0(k+1) = & \Delta\omega_0(k) + T\Delta\omega_1(k) + \frac{T^2}{2}\Delta\omega_2(k) + \xi_2(k), \end{aligned} \quad (3)$$

$$\Delta\omega_1(k+1) = \Delta\omega_1(k) + T\Delta\omega_2(k) + \xi_3(k), \quad (4)$$

$$\Delta\omega_2(k+1) = \Delta\omega_2(k) + \xi_4(k). \quad (5)$$

泰勒级数展开的余项可以表示为

$$\xi_i(k) = \int_{(k-1)T}^{kT} \frac{\tau^{4-i}}{(4-i)!} \varphi(\tau) d\tau, \quad i = 1, 2, \dots, 4, \quad (6)$$

其中 $\varphi(t)$ 表示相位的四阶导数, 泰勒级数展开式的余项表示模型描述的不精确和噪声干扰产生的误差. 将式 (2)~(5) 写成矩阵形式

$$\begin{bmatrix} \Delta\theta(k+1) \\ \Delta\omega_0(k+1) \\ \Delta\omega_1(k+1) \\ \Delta\omega_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & T & T^2/2 & T^3/6 \\ 0 & 1 & T & T^2/2 \\ 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\theta(k) \\ \Delta\omega_0(k) \\ \Delta\omega_1(k) \\ \Delta\omega_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \xi_1(k) \\ \xi_2(k) \\ \xi_3(k) \\ \xi_4(k) \end{bmatrix}. \quad (7)$$

令系统的状态向量

$$x(k) = [\Delta\theta(k) \quad \Delta\omega_0(k) \quad \Delta\omega_1(k) \quad \Delta\omega_2(k)]^T,$$

过程噪声向量

$$w(k) = [\xi_1(k) \quad \xi_2(k) \quad \xi_3(k) \quad \xi_4(k)]^T,$$

状态转移矩阵

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 & T & T^2/2 & T^3/6 \\ 0 & 1 & T & T^2/2 \\ 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

则系统状态方程的标准形式可以写成

$$x(k+1) = f[x(k)] + w(k) = \Phi x(k) + w(k), \quad (8)$$

测量方程

$$y(k) = h[x(k)] + v(k) = \tan^{-1} \frac{\sin(l^T x(k))}{\cos(l^T x(k))} + v(k). \quad (9)$$

测量输出 $y(k) = \Delta\hat{\theta}(k)$, 即经过滤波器得到的相位差的估计值; $l^T = [1 \ 0 \ 0 \ 0]$, $v(k)$ 为测量噪声. 可以看出, 系统状态方程是线性方程, 而测量方程是一个包含反正切函数的非线性方程.

载波环路中受到的噪声主要包括热噪声、动态应力、振动以及阿仑方差, 这些噪声引起载波相位的抖动, 文献 [24] 指出, 噪声引起的相位抖动误差的 3σ 值及其跟踪门限为

$$3\sigma_{PLL} \leq 45^\circ. \quad (10)$$

为了保证跟踪环路不会失锁, 所有噪声引起的误差标准差 3σ 值必须小于 45° , 即测量噪声 $v(k)$ 的 1σ 标准差小于等于 $\pi/12$.

中频信号中包含有用的信号和噪声信号, 随着信噪比的减小, 噪声带来的相位抖动加剧, 直至达到门限值失锁. 为了滤除噪声信号, 不管是传统的 PLL 还

是 EKF 滤波方法, 都是假定噪声信号统计特性为高斯白噪声. 因此可以认为, 在同样信噪比的情况下, 噪声信号越接近高斯白噪声, 滤波效果越好, 然而实际噪声信号并非满足高斯白噪声. 因此, 本文引入一种新的滤波思路, 认为噪声统计特性未知但存在边界, 只需确定某一信噪比条件下噪声的边界, 便可处理滤波问题. 下面重点介绍该算法的主要内容.

2 ESMF 估计

SMF 是一种不确定的描述方法, 目的是获得含有系统所有可能状态的有界紧集, 它只需假设噪声的硬边界 (未知但有界), 而不是随机意义下的噪声信号. ESMF 是一种解决非线性系统的 SMF 算法, 所以 ESMF 首先需要线性化当前估计的非线性系统, 然后用数学区间确定剩余高阶项的边界. 虽然 SMF 采用的滤波方式类似于 KF, 但其可以应用于适应范围更广的线性有界系统. 正是基于有界这一特点, ESMF 方法存在以下优点: 只要非线性系统中的线性项边界能够保证, 就能够得到非线性系统的有效解集.

考虑式 (8) 和 (9) 描述的非线性 GPS 信号跟踪模型, 定义系统过程噪声和量测噪声集合如下:

$$W_k = \{w_k : w_k^T Q_k^{-1} w_k \leq 1\}, \quad (11)$$

$$V_k = \{v_k : v_k^T R_k^{-1} v_k \leq 1\}. \quad (12)$$

其中矩阵 $Q_k = Q_k^T > 0$, $R_k = R_k^T > 0$ 表示椭球的大小和方向, 是先验已知的正定矩阵, 且使得噪声序列分别包含在 Q_k 和 R_k 设定的椭球内.

定义初始状态 x_0 包含在如下椭球:

$$\{x_0 : (x_0 - \hat{x}_0)^T P_0^{-1} (x_0 - \hat{x}_0) \leq 1\}. \quad (13)$$

其中: \hat{x}_0 为给定的椭球中心; $P_k = P_k^T > 0$ 为正定矩阵, 且先验已知.

依据椭球集合进行状态估计的非线性离散系统的 ESMF 解决方法^[15], $k-1$ 时刻椭球包含的可行状态集合为

$$E_{k-1} = \{x_{k-1} : (x_{k-1} - \hat{x}_{k-1})^T P_{k-1}^{-1} (x_{k-1} - \hat{x}_{k-1}) \leq 1\}, \quad (14)$$

其中 \hat{x}_{k-1} 为状态 x_{k-1} 的估计值. 那么, ESMF 的目的是根据 $k-1$ 时刻的椭球集合 E_{k-1} 推出以下椭球集合:

$$E_k = \{x_k : (x_k - \hat{x}_k)^T P_k^{-1} (x_k - \hat{x}_k) \leq 1\}. \quad (15)$$

因此, 椭球集合 E_{k-1} 更新到 E_k 的过程就是状态估计值 \hat{x}_{k-1} 和椭球大小、方向矩阵 P_{k-1} 到下一时刻的更新, 可以看出, SMF 与 KF 有着相同的更新方式, 不同之处在于 P_{k-1} 在 SMF 的意义是表示有界椭球的大小和方向, 而在 KF 中表示随机信号的协方差矩

阵.

当 k 时刻的状态值为 x_k 时, 系统的测量值为 y_k , 因此, 下面给出包含时间更新和测量更新两部分的递归过程.

1) 时间更新.

Step 1 依据椭球矩阵 $P_{k-1|k-1}$ 极大值计算得到如下状态区间:

$$\begin{aligned} \bar{X}_{k-1}^i = \\ [\hat{x}_{k-1|k-1}^i - \sqrt{P_{k-1|k-1}^{i,i}} \quad \hat{x}_{k-1|k-1}^i + \sqrt{P_{k-1|k-1}^{i,i}}]. \end{aligned} \quad (16)$$

其中: 上标 i 表示第 i 个状态, i, i 表示矩阵的第 (i, i) 个元素. 区间运算方法参见文献[25]和文献[26]中的描述.

Step 2 采用区间分析获得拉格朗日余项的最大区间, 一步预测的状态向量通过状态更新方程来计算.

$$\hat{x}_{k|k-1} = f(\hat{x}_{k-1|k-1}). \quad (17)$$

令 $\Delta x_{k-1} = x_{k-1} - \hat{x}_{k-1|k-1}$, 进行如下偏导计算:

$$F_{k-1} = \left. \frac{\partial f(x)}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}_{k-1|k-1}}. \quad (18)$$

考虑到 $f(x_k)$ 的泰勒级数逼近 $\hat{x}_{k-1|k-1}$, 采用区间数学描述, 方程(8)等价于

$$\begin{aligned} x_k = \\ \hat{x}_{k|k-1} + F_{k-1}\Delta x_{k-1} + R_2(\Delta x_{k-1}, \bar{X}_{k-1}) + w_k. \end{aligned} \quad (19)$$

其中拉格朗日余项区间定义为

$$\begin{aligned} R_2(\Delta x_{k-1}, \bar{X}_{k-1}) = \\ [R_2^1(\Delta x_{k-1}, \bar{X}_{k-1}), \dots, \\ R_2^i(\Delta x_{k-1}, \bar{X}_{k-1}), \dots, R_2^n(\Delta x_{k-1}, \bar{X}_{k-1})], \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} R_2^i(\Delta x_{k-1}, \bar{X}_{k-1}) = \\ \frac{1}{2}\Delta x_{k-1}^T \frac{\partial^2 f^i(\bar{X}_k)}{\partial x^2} \Delta x_{k-1}, \quad i = 1, 2, \dots, n. \end{aligned} \quad (21)$$

Step 3 包含盒子 \bar{W}_k 的椭球状态边界为

$$\bar{W}_k = \{\bar{w}_k : |\bar{w}_k^i| \leq b_i, \quad i = 1, 2, \dots, n\}, \quad (22)$$

$$b_i = \text{rad}(R_2^i(\Delta x_{k-1}, \bar{X}_{k-1})) + \varepsilon_k^i, \quad (23)$$

其中 $\text{rad}(\bar{X})$ 为区间变量 \bar{X} 的半径, 且边界 ε_k^i 满足条件 $|\bar{w}_k^i| \leq \varepsilon_k^i$. 文献[23]和文献[27]提出了一个计算量更少的算法, 定义过程噪声边界为超平面内的盒子, 正交于 \bar{W}_k 的坐标轴且相切于 \bar{W}_k 边界.

Step 4 通过 n 步状态边界椭球修正状态转移方程, 椭球大小方向矩阵 $P_{k-1|k-1}$ 更新为 $P_{k|k-1}$, 初始化椭球矩阵为

$$P_{k|k-1}^0 = F_{k-1}P_{k-1|k-1}F_{k-1}^T, \quad (24)$$

进而

$$\begin{aligned} P_{k|k-1}^{i+1} = (1 + p_i)P_{k|k-1}^i + (1 + p_i^{-1})b_2^i I_i^T, \\ i = 0, 1, \dots, n-1, \end{aligned} \quad (25)$$

其中 I_i 为维数相容的单位矩阵的第 i 个列向量. 每次迭代通过参数 p_i 获得容积最小的椭球矩阵 $P_{k|k-1}^i$.

$$np_i^2 + (n-1)a_i p_i - a_i = 0, \quad (26)$$

其中

$$a_i = b_2^2 I_i^T (P_{k|k-1}^{i-1})^{-1} I_i,$$

则有

$$P_{k|k-1} = P_{k|k-1}^n. \quad (27)$$

2) 测量更新.

Step 1 依据椭球矩阵 $P_{k-1|k-1}$ 极大值计算得到如下状态区间:

$$\begin{aligned} \tilde{X}_{k-1}^i = \\ [\hat{x}_{k-1|k-1}^i - \sqrt{P_{k-1|k-1}^{i,i}} \quad \hat{x}_{k-1|k-1}^i + \sqrt{P_{k-1|k-1}^{i,i}}]. \end{aligned} \quad (28)$$

Step 2 通过区间分析方法获得测量方程(9)的拉格朗日余项最大区间. 令 $\Delta \tilde{x}_k = x_k - \hat{x}_{k|k-1}$, 进行如下偏导计算:

$$H_k = [H_{k,1}, \dots, H_{k,1}, \dots, H_{k,n}] = \left. \frac{\partial h(x)}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}_{k|k-1}}. \quad (29)$$

考虑到 y_k 的泰勒级数逼近 $\hat{x}_{k|k-1}$, 采用区间数学描述, 方程(9)等价于

$$\begin{aligned} y_k = \\ h(\hat{x}_{k|k-1}) + H_k(x_k - \hat{x}_{k|k-1}) + R_2(\Delta \tilde{x}_k, \tilde{X}_k) + v_k. \end{aligned} \quad (30)$$

其中拉格朗日余项区间定义为

$$\begin{aligned} R_2(\Delta \tilde{x}_{k-1}, \tilde{X}_{k-1}) = \\ [R_2^1(\Delta \tilde{x}_{k-1}, \tilde{X}_{k-1}), \dots, \\ R_2^i(\Delta \tilde{x}_{k-1}, \tilde{X}_{k-1}), \dots, R_2^m(\Delta \tilde{x}_{k-1}, \tilde{X}_{k-1})], \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} R_2^i(\Delta \tilde{x}_{k-1}, \tilde{X}_{k-1}) = \\ \frac{1}{2}\Delta \tilde{x}_{k-1}^T \frac{\partial^2 h^i(\tilde{X}_k)}{\partial x^2} \Delta \tilde{x}_{k-1}, \quad i = 1, 2, \dots, m. \end{aligned} \quad (32)$$

Step 3 包含盒子 \bar{V}_k 的椭球状态边界为

$$\bar{V}_k = \{\bar{v}_k : |\bar{v}_k^i| \leq r_i, \quad i = 1, 2, \dots, m\}, \quad (33)$$

$$r_i = \text{rad}(R_2^i(\Delta \tilde{x}_{k-1}, \tilde{X}_{k-1})) + v_k^i, \quad (34)$$

其中边界 v_k^i 使得 $|\bar{v}_k^i| \leq v_k^i$. m 对超平面边界的交集产生一个条状集合

$$S_k = \bigcap_{i=1}^m \{x_k : z_k^i - r_i \leq H_{k,i}^T x_k \leq z_k^i + r_i\}, \quad (35)$$

其中

$$z_k^i = y_k^i - h_i(\hat{x}_{k|k-1}) + H_{k,i}^T \hat{x}_{k|k-1}. \quad (36)$$

在每一次迭代过程中, 最小容积椭圆 $P_{k|k}$ 包含椭圆和条状边界的交集 $(P_{k|k-1} \cap S_k)$. 其中详细的计算方法见文献 [27].

Step 4 椭圆状态边界的中心和大小方向矩阵初始化:

$$\hat{x}_k^0 = \hat{x}_{k|k-1}, \quad (37)$$

$$P_k^0 = P_{k|k-1}. \quad (38)$$

给出 $i = 1, 2, \dots, m$ 的递归计算步骤:

$$g_i = H_{k,i}^T P_k^{i-1} H_{k,i}, \quad (39)$$

$$\alpha_i^+ = z_k^i - H_{k,i}^T \hat{x}_k^{i-1} + r_k^i, \quad (40)$$

$$\alpha_i^- = z_k^i - H_{k,i}^T \hat{x}_k^{i-1} - r_k^i. \quad (41)$$

若 $\alpha_i^+ > 1$, 则集合 $\alpha_i^+ = 1$; 若 $\alpha_i^- < -1$, 则集合 $\alpha_i^- = -1$; 若 $\alpha_i^+ \alpha_i^- < -1/n$, 则 $P_k^i = P_k^{i-1}$, $x_k^i = x_k^{i-1}$; 否则

$$\hat{x}_k^i = \hat{x}_k^{i-1} + \frac{\hat{P}_k^i H_{k,i} e_i}{d_i^2}, \quad (42)$$

$$P_k^i = \left(1 + q_i - \frac{q_i e_i^2}{d_i^2 + q_i g_i}\right) \hat{P}_k^i, \quad (43)$$

其中

$$\hat{P}_k^i = P_k^{i-1} - \frac{q_i}{d_i^2 + q_i g_i} P_k^{i-1} H_{k,i} H_{k,i}^T P_k^{i-1}, \quad (44)$$

且

$$e_i = \frac{\sqrt{g_i}(\alpha_i^+ + \alpha_i^-)}{2},$$

$$d_i = \frac{\sqrt{g_i}(\alpha_i^+ - \alpha_i^-)}{2}.$$

通过求取参数 q_i 的正根获得 P_k^i 最小容积

$$\begin{aligned} & (n-1)g_i^2 q_i^2 + ((2n-1)d_i^2 - g_i + e_i^2)g_i q_i + \\ & (n(d_i^2 - e_i^2) - g_i)d_i^2 = 0. \end{aligned} \quad (45)$$

最终 $\hat{x}_k = \hat{x}_k^m$, $P_k = P_k^m$.

当外界因素导致系统存在坏值数据时, 集合交集 $P_{k,k-1} \cap S_k$ 是一个空集, 即

$$P_{k,k-1} \cap S_k = \emptyset. \quad (46)$$

根据此条件, 坏值的出现能够被识别, 即 $\alpha_i^+ < -1$ 或 $\alpha_i^- > 1$.

本节的最后, 确定 ESMF 的计算复杂度. 整个计算过程中计算量最主要的部分是在每次时间更新计算椭圆矩阵 $P_{k|k-1}$, 计算量为 $o(n^4)$, 测量更新 P_k 计算复杂度 $o(m \times n^3)$. 因此, 基于硬边界的实现需要大量的计算.

3 仿真实验

为了测试新滤波算法在 GPS 信号跟踪中的性能, 本文选取接收机载体运动轨迹如图 2 所示. 载体运动在三维空间, 运动过程包含 360° 旋转, 其中水平面的

径向加速度为 $3.8g$, 垂直方向速度为 5 m/s .

GPS 仿真信号由信号模拟器产生, 选取 19 号卫星, 中频 (IF) 信号 1.25 MHz , 采样频率 5 MHz , 载噪比 $C/N_0 = 42\text{ dB}\cdot\text{Hz}$, 此时的信噪比 (SNR) 约为 -21 dB , 积分清除时间 1 ms . 采集的中频信号利用 Matlab 仿真处理.

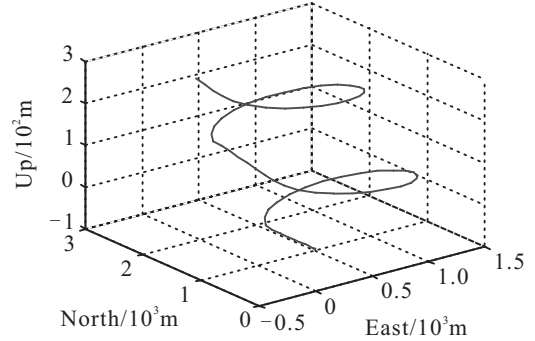


图 2 接收机运动轨迹

多普勒频率是指由于载体和卫星之间的相对运动引起多普勒效应, 使得接收机接收的信号存在频率偏移. 多普勒频率可以通过模拟器给定的伪距速率获得, 图 3 表示载体与 19 号卫星之间的多普勒频率随时间的变化曲线.

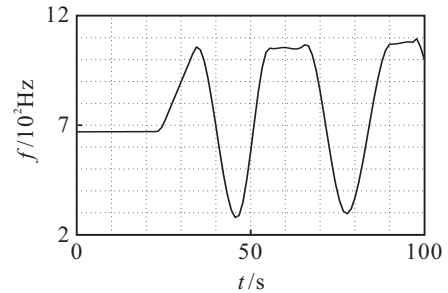


图 3 运动引起的接收机多普勒频率

下面通过 ESMF 估计多普勒频率, 状态方程为四阶, 假定由于模型不准确引入的过程噪声是一个有界噪声, 且满足

$$\begin{cases} |w_k^1| \leq \varepsilon_k^1; \\ |w_k^2| \leq \varepsilon_k^2; \\ |w_k^3| \leq \varepsilon_k^3; \\ |w_k^4| \leq \varepsilon_k^4. \end{cases}$$

测量方程为一阶, 同样, 定义测量噪声为一个有界噪声, 且满足

$$|v_k| \leq \nu_k.$$

测量噪声边界与信噪比的大小及噪声统计特性相关, 设定噪声 ν_k 符合均匀分布 $U \sim [-\pi/12; \pi/12]$, 则边界 ν_k 选取范围为 $\pi/12 < \nu_k < \pi/4$.

本文采用的 ESMF 算法仿真结果如图 4 所示, 这里显示了 $20 \sim 39\text{ s}$ 时间段的多普勒频率跟踪图 (与

图3在该时间段的真实值对应), 传统的跟踪方法只有一个估计值, 而这里有3根曲线, 其中实线值为有效估计值, 点线和虚线分别为上边界值和下边界值. 其意义说明, 当设定的噪声边界值不小于实际噪声边界时, 则ESMF的估计值也在一个硬边界内.

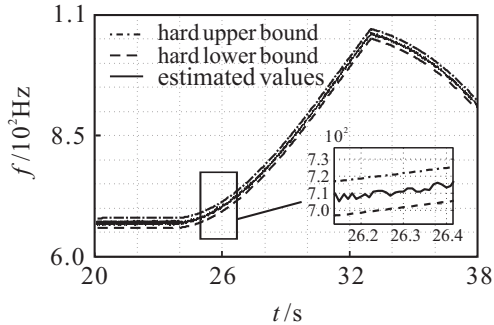


图4 接收机多普勒频率估计值

ESMF算法的另一个优势是可以检测坏值发生的时刻, 这里的坏值是指实际噪声值超出设定的噪声边界范围. 假定坏值发生在第10s和第60s, 图5显示的是ESMF算法解得的 α^+ 和 α^- 值, 可以发现在出现坏值时, α^- 超出门限值1.

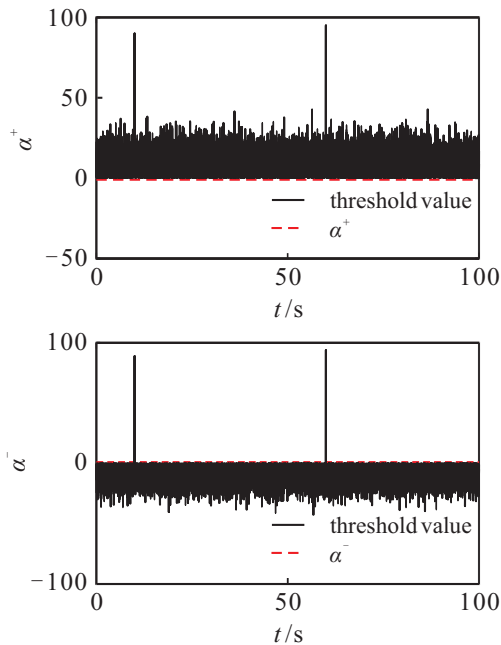


图5 α^+ 和 α^- 检测坏值

4 结论

本文提出将ESMF算法用于解决GPS信号的多普勒频率估计问题, ESMF算法的特点是定义噪声为未知但有界, 避免了对噪声统计特性的要求, 估计的状态值也在一个硬边界内, 且认为边界内的估计值都是可靠的, 从而保证了接收机在复杂环境下的稳定性. 然而, ESMF算法对边界的设定是需要先验已知的, 过大的边界设置会导致估计精度下降, 过小的边界设置会导致估计值不可靠. 实际系统中边界值可能会随着

外界环境变化而变化. 因此, 根据实际情况动态设置边界会提高估计性能, 也是未来需要研究的方向.

参考文献(References)

- [1] Nesreen I Ziedan, James L Garrison. Extended Kalman filter-based tracking of weak GPS signals under high dynamic conditions[C]. ION GNSS 2004. California: The Institute of Navigation, 2004: 20-31.
- [2] Psiaki M L. Smoother-based GPS signal tracking in a software receiver[C]. ION GNSS 2001. Lake City: The Institute of Navigation, 2001: 2900-2913.
- [3] Driscoll C O, Petovello M, Lachapelle G. Choosing the coherent integration time for Kalman filter-based carrier-phase tracking of GNSS signals[J]. GPS Solutions, 2011, 15(4): 345-356.
- [4] Wang J, Liang Q H, Liang K, et al. A new extended kalman filter based carrier tracking loop[C]. Microwave, Antenna, Propagation and EMC Technologies for Wireless Communications. Guilin: IEEE, 2009: 1181-1184.
- [5] Yuan G N, Xie Y J, Song Y, et al. Multipath parameters estimation of weak GPS signal based on new colored noise unscented kalman filter[C]. Int Conf on Information and Automation. Harbin: IEEE, 2010: 1852-1856.
- [6] Chen X, Wang W J, Meng W X, et al. A Novel UKF Based Scheme for GPS Signal Tracking in High Dynamic Environment[C]. Systems and Control in Aeronautics and Astronautics(ISSCAA). Harbin: IEEE, 2010: 202-206.
- [7] Chen X, Wang W J, Meng W X, et al. High dynamic GPS signal tracking based on UKF and carrier aiding technology[C]. Communications and Mobile Computing(CMC). Shenzhen: IEEE, 2010: 476-480.
- [8] Witsenhausen H S. Sets of possible states of linear systems given perturbed observations[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1968, 13(5): 556-558.
- [9] Scheppe F C. Recursive state estimation: Unknown but bounded errors and system inputs[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1968, 13(1): 22-28.
- [10] Fogel E, Huang Y F. On the value of information in system identification-bounded noise case[J]. Automatica, 1982, 18(2): 229-238.
- [11] Maksiarov D G, Norton J P. State bounding with ellipsoidal set description of the uncertainty[J]. Int J of Control, 1996, 65(5): 847-866.
- [12] Scholte E, Campbell M E. On-line nonlinear guaranteed estimation with application to a high performance aircraft[C]. Proc of the American Control Conf. Anchorage: IEEE, 2002: 184-190.

- [13] Schole E, Cambell M E. A nonlinear set-membership filter for on-line applications[J]. *Int J of Robust and Nonlinear Control*, 2003, 13(15): 1337-1358.
- [14] Shamma J S, Tu K. Approximate set-valued observes for nonlinear systems[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1997, 42 (5): 648-658.
- [15] Jaulin L, Walter E. Set inversion via interval analysis for nonlinear bounded error estimation[J]. *Automatica*, 1993, 29(4): 1053-1064.
- [16] Di Marco M, Garulli A, Lacroix S, et al. Set membership localization and mapping for autonomous navigation[J]. *Int J of Robust and Nonlinear Control*, 2001, 11(7): 709-743.
- [17] Jaulin L. A nonlinear set membership approach for the localization and map building of underwater robots[J]. *IEEE Trans on Robotics*, 2009, 25(1): 88-98.
- [18] 宋大雷, 齐俊桐, 韩建达, 等. 旋翼飞行机器人系统建模与主动模型控制理论及实验研究[J]. *自动化学报*, 2011, 37(4): 480-495.
(Song D L, Qi J T, Han J D, et al. Model identification and active modeling control for rotor fly-robot: Theory and experiment[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2011, 37(4): 480-495.)
- [19] 孙先仿, 王世纪, 张海. 扩展集员滤波在捷联惯导大方位失准角初始对准中的应用[J]. *中国惯性技术学报*, 2008, 16(5): 505-508.
(Sun X F, Wang S J, Zhang H. Application of extended set-membership filter in SINS initial alignment of large azimuth misalignment[J]. *J of Chinese Inertial Technology*, 2008, 16(5): 505-508.)
- [20] Qing X Y, Yang F W, Wang X Y. Extended set-membership filter for power system dynamic state estimation[J]. *Electric Power Systems Research*, 2013, 99(6): 56-63.
- [21] Fagarasan I, Ploix S, Gentil S. Causal fault detection and isolation based on a set-membership approach[J]. *Automatica*, 2004, 40(12): 2099-2110.
- [22] Combastel C, Zhang Q H. Robust fault diagnosis based on adaptive estimation and set-membership computations[C]. *Proc of the 6th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical*. Beijing: IFAC, 2006: 7314-7319.
- [23] 柴伟, 孙先仿. 非线性椭圆集员滤波及其在故障诊断中的应用[J]. *航空学报*, 2007, 28(4): 948-952.
(Chai W, Sun X F. Nonlinear set membership filtering using ellipsoids and its application in fault diagnosis[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2007, 28(4): 948-952.)
- [24] Kaplan E D, Hegarty C. *Understanding GPS principles and applications*[M]. 2nd ed. Massachusetts: Artech House, 2006: 184-186.
- [25] Hansen E, Walster G W. *Global optimization using interval analysis*[M]. 2nd ed. New York: Marcel Dekker, 2003: 386-390.
- [26] 彭瑞, 岳继光. 区间分析及其在控制理论中的应用[J]. *控制与决策*, 2006, 21(11): 1201-1207.
(Peng R, Yue J G. A review on interval analysis and its applications to control problems[J]. *Control and Decision* 2006, 21(11): 1201-1207.)
- [27] Maksarov D G, Norton J P. Computationally efficient algorithms for state estimation with ellipsoidal approximations[J]. *Int J of Adaptive Control and Signal Processing*, 2002, 16(6): 411-434.

(责任编辑: 齐 霖)