

保持拓扑连通的多智能体网络有限时间聚集控制

于 镒, 董 巍, 任伟建

(东北石油大学 电气信息工程学院, 黑龙江 大庆 163318)

摘要: 针对个体动态为二阶积分器的多智能体网络, 研究有限时间聚集控制问题, 采用势能函数法和变结构控制思想设计分布式非光滑有界控制协议. 在网络初始能量有限的前提下, 得出该非线性耦合网络拓扑始终保持连通的结论. 基于不变集原理和Lyapunov函数的二阶集值李导数信息, 进行有限时间稳定性分析, 得出在选取合适牵制权值的情况下, 网络可实现保持拓扑连通的有限时间聚集的控制策略. 最后通过仿真实例验证了理论方案的有效性.

关键词: 保持拓扑连通; 有限时间控制; 聚集控制; 非光滑分析

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Finite-time rendezvous control of multi-agent networks with preserving topology connectivity

YU Di, DONG Wei, REN Wei-jian

(School of Electrical Information and Engineering, Northeast Petroleum University, Daqing 163318, China.
Correspondent: YU Di, E-mail: yudzlg@aliyun.com)

Abstract: The finite-time rendezvous control problem is investigated for multi-agent networks where the dynamic of agents is modeled as a second order integrator, the distributed non-smooth bounded control protocol is proposed based on the potential function method and variable structure control idea. Furthermore, it is proved that the nonlinear coupling network can keep connected with its finite initial power. The finite-time stability analysis is made according to the information of second order set-valued Lie derivative of the Lyapunov function and the invariance principle so as to obtain the control scheme that the network can achieve finite-time rendezvous with preserving topology connectivity through choosing suitable pinned weights. Finally, the simulation example is used to illustrate the effectiveness of theoretical results.

Keywords: preserving topology connectivity; finite-time control; rendezvous control; non-smooth analysis

0 引言

近年来, 随着科学技术的快速发展, 多智能体网络协调控制作为复杂系统、复杂性科学中的研究热点和控制领域的前沿课题, 备受研究人员的青睐. 尤其作为多智能体协调控制的典型情况, 聚集是一个有趣且具有挑战性的问题, 其要求一群移动的智能体只使用有限的环境信息, 通过局部交互最后能够到达同一位置. 如果网络中个体能在完成协调任务的同时保持拓扑连通, 则将提升整体安全性和执行效率. 譬如, 在无个体掉队或失踪的情况下, 一组机器人能更加顺利高效地完成火灾营救任务, 所以保持拓扑连通对完成聚集任务具有关键性的作用. 因此, 保持拓扑连通的聚集控制研究具有重要的理论研究意义和实际价值.

文献[1]首次提出了机器人聚集问题, 在此启发下, 学者们对于不同的实际情况提出了各种控制协议^[2-5]. 其中文献[2]根据独轮车的位置和方向, 提出了不连续分散反馈控制策略, 驱使一组独轮车在保持拓扑连通的同时到达一个聚集点, 并基于非光滑Lyapunov理论和图论证明了整个系统的稳定性. 在此基础上, 又涌现了很多优秀的成果^[6-13], 其中文献[6]为具有有限可视范围的一组移动机器人提出了著名的外心算法. 文献[7-8]提出了具有代表性的保持拓扑连通的势能函数法. 文献[9]假设初始网络连通, 采用势能函数法设计了只依赖邻居智能体间相对位置信息的控制协议, 不但保持网络拓扑连通, 而且使得所有智能体渐近地以期速度运动, 当两个连通智能

收稿日期: 2015-01-24; 修回日期: 2015-07-29.

基金项目: 国家自然科学基金优秀青年科学基金项目(61422301); 黑龙江省杰出青年基金项目(JC2015016); 黑龙江省科学基金项目(QC2013C066); 黑龙江省普通高等学校青年学术骨干支持计划项目(1254G004).

作者简介: 于镒(1977-), 女, 副教授, 博士, 从事多智能体协调控制和非线性控制的研究; 董巍(1990-), 男, 硕士生, 从事多智能体协调控制的研究.

体的距离接近传感半径时, 上述势能函数均趋于无穷, 但这在实际应用中难以实现. 文献 [10] 提出有界聚集控制协议, 使得一组移动智能体收敛到相同的位置, 并以相同的速度运动, 同时研究了具有虚拟领航的聚集控制, 在只有一个智能体已知虚拟领航者信息的前提下, 得出所有的智能体能够渐近地保持期望速度. 文献 [11-12] 研究了具有外界干扰的二阶积分器多智能体网络保持连通的领航-跟随聚集问题. 文献 [13-14] 分别采用约束函数法和导航函数法设计有界控制协议, 实现了保持拓扑连通的聚集控制. 文献 [15] 提出了由一组分布式控制律组成的类似于长方形区域的拓扑保持协议, 它们共同保证离散多智能体网络实现聚集控制. 以上成果均实现渐近协调控制, 而文献 [16] 基于热力学原理^[17]和半稳定性理论^[18]研究了一阶积分器网络在无向拓扑情况下的有限时间聚集控制, 是迄今为止有限时间聚集控制研究方面的少有的代表性成果.

本文针对二阶积分器网络, 采取虚拟领航控制方案设计非线性有界控制协议, 以实现保持拓扑连通的有限时间聚集控制. 由于控制输入不连续, 从而整个多智能体网络表现为不连续动态系统. 在此种情况下, 动态系统的矢量场为状态的不连续函数, 此时需要采用微分包含理论和非光滑分析方法进行系统稳定性分析. 最后通过仿真实例验证了理论方案的有效性.

1 问题描述

多智能体网络由 $n + 1$ 个智能体 $\Sigma_i (i = 0, 1, \dots, n)$ 组成, Σ_0 为虚拟领航者, $\Sigma_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 代表跟随者. 跟随者动态由二阶积分器动态描述为

$$\begin{cases} \dot{x}_i = v_i, & x_i(0) = x_{i0}; \\ \dot{v}_i = u_i, & v_i(0) = v_{i0}. \end{cases} \quad (1)$$

其中: 对于每个 $i \in \{1, 2, \dots, n\}$, $x_i \in \mathbf{R}$ 和 $v_i \in \mathbf{R}$ 分别为第 i 个智能体的位置和速度, x_{i0} 和 v_{i0} 分别为第 i 个智能体的初始位置和初始速度, u_i 为 $t \geq 0$ 时的控制协议. 令 $p_i = [x_i, v_i]^T$ 代表第 i 个智能体的状态矢量, 领航者动态描述为

$$\begin{cases} \dot{x}_0 = v_0, & x_0(0) = x'_0; \\ \dot{v}_0 = 0, & v_0(0) = v_0. \end{cases} \quad (2)$$

其中: $x_0 \in \mathbf{R}$ 和 $v_0 \in \mathbf{R}$ 分别为领航者的位置和速度, 令 $p_0 = [x_0, v_0]^T$ 代表状态. 控制目的是设计分布式非线性控制协议, 使得由式 (1) 和 (2) 描述的多智能体网络实现有限时间聚集控制, 使得每个跟随者的位置达到领航者的指定位置, 并具有与领航者相同的速度.

2 保持拓扑连通的有限时间聚集控制

跟随者之间的拓扑用 G' 表示, 与其相关的连接矩阵 $A'(t) = [a_{ij}(t)]_{n \times n}$ 定义为 $a_{ij}(t) = 1, \varepsilon_{ij}(t) \in \varepsilon(t)$, 否则令 $a_{ij}(t) = 0, i \neq j, i, j = 1, 2, \dots, n$, 且

$$a_{ii}(t) = - \sum_{k=1, k \neq i}^n a_{ik}(t), \quad i = 0, 1, \dots, n.$$

受文献 [10, 16] 的启发, 设计具有有界势能函数的非线性混杂控制协议, 并基于微分包含理论和非光滑分析方法证明由式 (1) 和 (2) 描述的多智能体网络在有限时间内实现聚集控制. 设计第 i 个智能体的混杂有界控制协议

$$\begin{cases} u_i = u_{i1} + u_{i2} + u_{i3}, \\ u_{i1} = - \sum_{j=1}^n a_{ij}(t) \nabla_{x_i} \varphi(x_{ij}), \\ u_{i2} = - \sum_{j=1}^n a_{ij}(t) \text{sgn}(v_i - v_j), \\ u_{i3} = -a_{i0} \nabla_{x_i} \varphi(x_{i0}) - a_{i0} \text{sgn}(v_i - v_0). \end{cases} \quad (3)$$

其中: u_{i1} 为基于各跟随者之间相对位置的非线性控制项, 作用是使每个智能体之间的位置趋于一个共同值; u_{i2} 为速度一致项, 调整每个智能体之间的速度趋于一个共同值; u_{i3} 为领航反馈项, 使得跟随者的状态在有限时间内趋于领航者的状态, 且

$$\nabla_{x_i} \varphi(x_{ij}) = G(\|x_i - x_j\|) \text{sgn}(x_i - x_j). \quad (4)$$

其中

$$\begin{aligned} \varphi(x_{ij}) &\triangleq \begin{cases} 0, & x_{ij} > r \text{ 或 } x_{ij} = 0; \\ \frac{r/2}{r-x+\gamma}, & \frac{r}{2} < x_{ij} \leq r, \quad x_{ij} \in [0, r); \\ r/2 \cdot x_{ij}, & 0 < x_{ij} \leq r/2. \end{cases} \\ G(x_{ij}) &\triangleq \begin{cases} 0, & x_{ij} > r \text{ 或 } x_{ij} = 0; \\ \frac{r/2}{(r-x+\gamma)^2}, & \frac{r}{2} < x_{ij} \leq r, \quad x_{ij} \in [0, r); \\ r/2, & 0 < x_{ij} \leq r/2. \end{cases} \\ \text{sgn}(x_i - x_j) &\triangleq \begin{cases} 1, & x_i - x_j > 0; \\ 0, & x_i - x_j = 0; \\ -1, & x_i - x_j < 0. \end{cases} \end{aligned}$$

$x_{ij} = \|x_i - x_j\|, \gamma$ 为正常数.

假设 1 初始网络连通且只有智能体 Σ_i 已知领航者信息, 则 $a_{i0} > 0, a_{j0} = 0, j \neq i, j = 1, 2, \dots, N$.

令整个网络的状态为 $p = [x, v]^T$, 则整个网络动态为 $\dot{p} = f(p)$. 因为拓扑切换和控制协议 (3) 不连续, 在 Filippov 意义下理解网络系统状态的变化. 令 $e_i = x_i - x_0$ 和 $\dot{e}_i = v_i - v_0$ 分别代表第 i 个智能体与虚拟领航者之间的位置和速度偏差, 并根据分布式非线性控制协议 (3), 得到网络误差动态为

$$\begin{aligned} \dot{e}_i &= \dot{e}_i, \\ \ddot{e}_i &= - \sum_{j=0}^n a_{ij}(t) \nabla_{x_i} \varphi(e_{ij}) - \sum_{j=0}^n a_{ij}(t) \text{sgn}(\dot{e}_i - \dot{e}_j), \end{aligned} \quad (5)$$

其中 $e_{ij} = e_i - e_j$. 由式 (4) 和 (5) 得到误差动态为

$$\dot{e}_i = \dot{e}_i,$$

$$\begin{aligned} \dot{e}_i = & - \sum_{j=0}^n a_{ij}(t)G(\|e_j - e_i\|_1)\text{sgn}(e_j - e_i) - \\ & \sum_{j=0}^n a_{ij}(t)\text{sgn}(\dot{e}_i - \dot{e}_j). \end{aligned} \quad (6)$$

因误差动态 Lebesgue 可测且局部本质有界, 式(6)的 Filippov 解为微分包含

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_i \\ \ddot{e}_i \end{bmatrix} \in K \begin{bmatrix} \dot{e}_i \\ - \sum_{j=0}^n a_{ij}(t)G(\|e_j - e_i\|_1)\text{sgn}(e_j - e_i) - \sum_{j=0}^n a_{ij}(t)\text{sgn}(\dot{e}_i - \dot{e}_j) \end{bmatrix} =$$

$$K[F](e_i, \dot{e}_i) \quad (7)$$

的绝对连续解. 由集值李导数的二阶信息证明网络误差动态(7)的有限时间稳定性, 从而证明有限时间内式(1)和(2)描述的多智能体网络能够实现聚集控制.

引理 1^[19] 令 V 是局部 Lipschitz 连续且正则函数, $x(0) \in Q \subset \mathbf{R}^n$, Q 是系统 $\dot{x}(t) = X(x(t))$ 的紧的强不变集. 假定对于所有的 $x \in Q$, $\max L_X V(x) \leq 0$ 或 $L_X V(x) = \emptyset$. 令 $\Omega = \{x \in \mathbf{R}^n : 0 \in L_X V(x)\}$, M 为 $Q \cap \Omega$ 的最大弱不变子集, 则 $\lim_{t \rightarrow \infty} \text{dist}(x(t), M) = 0$.

引理 2^[19] 令 V 是局部 Lipschitz 连续且正则函数, $x(0) \in Q \subset \mathbf{R}^n$, 其中 Q 是系统 $\dot{x}(t) = X(x(t))$ 的紧的强不变集, 并且令 $\Omega = \{x \in \mathbf{R}^n : 0 \in L_X V(x)\}$. 假定对于所有的 $x \in Q$, 都有 $\max L_X V(x) \leq 0$ 或 $L_X V(x) = \emptyset$, $-L_X V(z)$ 是单值、局部 Lipschitz 连续且正则函数. 在 Q 中存在 $\Omega \cap Q$ 的一个邻域 U , 若对于几乎每个 $z \in U \setminus (\Omega \cap Q)$ 都有 $\max L_X (-L_X V(z)) \leq -\varepsilon < 0$, 则起始于 $z(t_0) \in Q$ 的系统 $\dot{x}(t) = X(x(t))$ 的任意解在有限时间内到达 $\Omega \cap Q$.

定理 1 考虑由式(1)和(2)描述的多智能体网络, 若满足假设 1, 则在协议(3)的作用下网络拓扑一直保持连通.

证明 令能量函数为

$$\Phi(e, \dot{e}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (J_i(e_i) + \dot{e}_i^T \dot{e}_i),$$

其中 $J_i(e_i) = \sum_{i=0}^n a_{ij}(t)\varphi(e_i)$. 则网络误差动态(6)为

$$\begin{aligned} \dot{e}_i &= \dot{e}_i, \\ \ddot{e}_i &= - \sum_{i=0}^n a_{ij}(t)\nabla_{e_i}\varphi(e_{ij}) - \sum_{i=0}^n a_{ij}(t)\text{sgn}(\dot{e}_i - \dot{e}_j). \end{aligned}$$

其中 $e_{ij} = e_i - e_j$. 初始网络连通, 由势能函数 $\varphi(\cdot)$ 的定义可知网络初始能量有限. 假设 $G'(t)$ 在时刻 t_k ($k = 1, 2, \dots$) 发生变化, 在每个时间间隔 $[t_{k-1}, t_k)$ 内均为无向图, 对能量函数求导, 可得

$$\dot{\Phi} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \dot{J}_i(e_i) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \dot{e}_i^T \dot{e}_i =$$

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^n \dot{e}_i^T \sum_{i=0}^n a_{ij}(t)\nabla_{e_i}\varphi_i(e_i) + \sum_{i=1}^n \dot{e}_i^T \sum_{i=0}^n \ddot{e}_i = \\ & \sum_{i=1}^n \dot{e}_i^T \sum_{i=0}^n a_{ij}(t)\nabla_{e_i}\varphi_i(e_i) - \sum_{i=1}^n \dot{e}_i^T \sum_{i=0}^n a_{ij}(t) \times \\ & \nabla_{x_i}\varphi(e_{ij}) - \sum_{i=1}^n \sum_{i=0}^n a_{ij}(t)\dot{e}_i^T \text{sgn}(\dot{e}_i - \dot{e}_j) = \\ & - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{i=0}^n a_{ij}(t)\|\dot{e}_i - \dot{e}_j\|_1 \leq 0, \end{aligned}$$

所以 $\Phi(t) \leq \Phi(0) < \infty, \forall t \in [t_0, t_1)$. 由势能函数定义可得在 $[t_0, t_1)$ 时刻内任意两智能体之间的边的距离都小于 r , 这表明在 t_1 时刻之前不存在边的丢失. 因此, 在切换时刻 t_1 , 一定有新边加入到网络拓扑中, 并且 $\Phi(t_1)$ 有限. 按照上述思路, 可得 $\Phi(t) \leq \Phi(t_{k-1}), \forall t \in [t_{k-1}, t_k), k = 1, 2, \dots$, 表明对于 $\forall t \in [t_{k-1}, t_k), k = 1, 2, \dots$, 网络都不存在边的丢失. 由于初始网络连通, 可以证明无向网络 $G(t)$ 一直保持拓扑连通. \square

定理 2 考虑由式(1)和(2)描述的多智能体网络, 若满足假设 1 且权值满足 $a_{i0} \geq \varepsilon + \sum_{j=1}^n a_{ij}$, ε 为正数, 则协议(3)实现有限时间聚集控制.

证明 1) 首先证明混杂控制协议(3)使得多智能体网络渐近聚集到领航者的位置, 即 $x_1 = \dots = x_n = x_0, v_1 = \dots = v_n = v_0$. 选择 Lyapunov 函数

$$V(e, \dot{e}) = \frac{1}{2} \dot{e}^T \dot{e} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=0}^n a_{ij}(t)\varphi(\|e_i - e_j\|).$$

其中: $e = (e_1^T, e_2^T, \dots, e_n^T)^T, \dot{e} = (\dot{e}_1^T, \dot{e}_2^T, \dots, \dot{e}_n^T)^T, (e(t_0), \dot{e}(t_0)) \in D \subset \mathbf{R}^{2n}, 0 \subset \mathbf{R}^{2n} \in D$.

由广义梯度定义可得

$$\partial V \subset \{ \{\Omega_1^T\} \times \{\Omega_2^T\} \times \dots \times \{\Omega_n^T\} \times \{\dot{e}_1^T\} \times \{\dot{e}_2^T\} \times \dots \times \{\dot{e}_n^T\} \},$$

其中 $\Omega_i \in \sum_{j=0}^n a_{ij}(t)G(\|e_j - e_i\|_1)\text{sgn}(e_j - e_i)$. 由于 $V(e, \dot{e})$ 为局部 Lipschitz 连续函数, 其集值李导数为

$$L_f V \subset \partial V(e, \dot{e})K[f] \subset$$

$$K \left(\sum_{i=1}^n \dot{e}_i^T \left(\sum_{j=0}^n a_{ij}(t)G(\|e_j - e_i\|_1)\text{sgn}(e_j - e_i) \right) - \right.$$

$$\left. \sum_{i=1}^n \dot{e}_i^T \left(\sum_{j=0}^n a_{ij}(t)G(\|e_j - e_i\|_1)\text{sgn}(e_j - e_i) \right) - \right.$$

$$\left. \sum_{i=1}^n \dot{e}_i^T \sum_{j=0}^n a_{ij}(t)\text{sgn}(\dot{e}_i - \dot{e}_j) \right) \subset$$

$$- K \left(\sum_{i=1}^n \dot{e}_i^T \sum_{j=0}^n a_{ij}(t)\text{sgn}(\dot{e}_i - \dot{e}_j) \right) \subset$$

$$- K \left(\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=0}^n a_{ij}(t)\|\dot{e}_i - \dot{e}_j\|_1 \right) =$$

$$-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=0}^n a_{ij}(t) \|\dot{e}_i - \dot{e}_j\|_1 \leq 0.$$

由于只有智能体 Σ_i 已知领航节点的信息, $\dot{e}_i = 0$, $t \rightarrow \infty$, 由范数非负性质可得, 当且仅当 $\dot{e}_i = 0$, $i = 1, 2, \dots, n$, $0 \in L_f V(e, \dot{e})$, 有

$$\Omega = \{(e^T, \dot{e}^T)^T \in R^{2n} : \forall e_i, \dot{e}_i = 0, i = 1, 2, \dots, n\}.$$

进而可得最大的不变集为

$$M = \Omega \cap Q = \{(r^T, v^T)^T \in R^{2n} : r_i = r_j, v_i = v_0\}.$$

通过引理1可得出网络误差动态(6)是渐近收敛的, 即在虚拟领航情况下实现渐近聚集.

2) 然后证明存在一个有限时间 $T > 0$, 使得对于所有的 $t \geq T$, 有

$$x(t) \in$$

$$Q \triangleq \{x \in R, \|x_i - x_j\| < r/2, i, j = 1, 2, \dots, n\}.$$

若不成立, 则存在 $k, l \in \{1, 2, \dots, n\}$, $k \neq l$, 使得 $t \geq 0$ 有 $\|x_k - x_l\| \geq r/2$. 因为由式(1)和(2)描述的多智能体网络渐近稳定, 且 $\lim_{t \rightarrow \infty} x_i(t) = x_0$, $i = 1, 2, \dots, n$, 则 $\lim_{t \rightarrow \infty} x_k(t) - x_l(t) = 0$ 与假设矛盾, 所以在有限时间内 $x(t)$ 进入集合 Q 中.

3) 最后证明网络实现有限时间聚集. 针对距离小于 $r/2$ 的智能体, 可以得到非负函数

$$V(x) = \frac{r}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=0}^n a_{ij}(t) |e_i - e_j| + \frac{1}{2} \dot{e}^T \dot{e}.$$

由前面证明可得, 对于任何 $x \in Q$, $-L_f V(e, \dot{e})$ 是单值、局部 Lipschitz 连续且正则函数. 基于 Clarke 广义梯度的定义和微分包含计算方法, 可得

$$\partial(-L_f V(e, \dot{e})) \subset \underbrace{\{0_{m \times l}^T\} \times \{0_{m \times l}^T\} \times \dots \times \{0_{m \times l}^T\}}_n \times \{\Phi_1^T\} \times \{\Phi_2^T\} \times \dots \times \{\Phi_n^T\}^T.$$

$-L_f V(e, \dot{e})$ 的集值李导数为

$$L_f(-L_f V(e, \dot{e})) \subset \bigcap_{\zeta} \zeta^T \varphi \subset \sum_{i=1}^n \bigcap_{\zeta_i} (\zeta_i^T \varphi_i) \subset \sum_{i=1}^n \sum_{l=0}^n \bigcap_{\zeta_{i,l}} (\zeta_{i,l} \varphi_{i,l}).$$

其中

$$\zeta = \{(\zeta_1^T, \zeta_2^T, \dots, \zeta_n^T)^T, \zeta_i \in \Phi_i\},$$

$$\Phi_i = \sum_{j=0}^n a_{ij}(t) \text{sgn}(\dot{e}_i - \dot{e}_j),$$

$\zeta_{i,l}$ 为矢量 ζ_i 的第 l 个分量; 且有

$$\varphi = \{(\varphi_1^T, \varphi_2^T, \dots, \varphi_n^T)^T\},$$

$$\varphi_i \in -\frac{2}{r} \sum_{j=0}^n a_{ij}(t) \text{sgn}(e_i - e_j) - \sum_{j=0}^n a_{ij}(t) \text{sgn}(\dot{e}_i - \dot{e}_j),$$

$\varphi_{i,l}$ 为矢量 φ_i 的第 l 个分量.

下面分析 $L_f(-L_f V(e, \dot{e}))$ 在集合 $Q \setminus M$ 上的取

值情况, 其中 Q 为多智能体网络一个能量函数的紧的强不变集, M 为最大不变子集. 不失一般性, 令智能体 Σ_1 接受领航者的信息, 分别对以下3种情况进行分别讨论:

① 若存在 h , 对于所有的 $j \in N_1(t)$, 使得 $e_{j,h} - e_{1,h} \neq 0$, 且 $\dot{e}_{j,h} - \dot{e}_{1,h} \neq 0$, 则有

$$\begin{aligned} \zeta_{1,h} &= \sum_{j=0}^n a_{1j}(t) \text{sgn}(\dot{e}_{1,h} - \dot{e}_{j,h}), \\ \varphi_{1,h} &= -\frac{2}{r} \sum_{j=0}^n a_{1j}(t) \text{sgn}(e_{1,h} - e_{j,h}) - \\ &\quad \sum_{j=0}^n a_{1j}(t) \text{sgn}(\dot{e}_{1,h} - \dot{e}_{j,h}) \bigcap_{\zeta_{1,h}} (\zeta_{1,h} \varphi_{1,h}) = \\ &\quad -\frac{2}{r} \left(\sum_{j=0}^n a_{1j}(t) \text{sgn}(e_{1,h} - e_{j,h}) \right) \times \\ &\quad \left(\sum_{j=0}^n a_{1j}(t) \text{sgn}(\dot{e}_{1,h} - \dot{e}_{j,h}) \right) - \\ &\quad \left(\sum_{j=0}^n a_{1j}(t) \text{sgn}(\dot{e}_{1,h} - \dot{e}_{j,h}) \right)^2. \end{aligned}$$

若权值满足 $a_{10} \geq \varepsilon + \sum_{j=1}^n a_{1j}$, 则

$$\bigcap_{\zeta_{1,h}} (\zeta_{1,h} \varphi_{1,h}) \leq -(r/2 + 1)\varepsilon^2.$$

② 若存在 h , 使得 $e_{1,h} \neq 0$, 且对于所有的 $j \in N_1(t)$, 有 $e_{j,h} - e_{1,h} = 0$, $e_{1,h} \neq 0$, 权值满足 $a_{10} \geq \varepsilon + \sum_{j=1}^n a_{1j}$, 则 $\bigcap_{\zeta_{1,h}} (\zeta_{1,h} \varphi_{1,h}) = \emptyset$, $\bigcap_{\zeta} \zeta^T \varphi = \emptyset$.

③ 若存在 h , 使得 $e_{1,h} = 0$, 权值满足 $a_{10} \geq \varepsilon + \sum_{j=1}^n a_{1j}$, 则 $\bigcap_{\zeta_{1,h}} (\zeta_{1,h} \varphi_{1,h}) = 0$.

综上有 $\max L_f(-L_f V(e)) \leq -(r/2 + 1)\varepsilon^2 < 0$.

由引理2可得出协议(3)能够实现有限时间一致. \square

3 仿真分析

在三维空间内对9个智能体 Σ_i ($i = 1, 2, \dots, 9$) 进行仿真研究, 其中智能体的初始位置和初始速度可以随机地从三维集合 $[0, 10] \times [0, 10] \times [0, 10]$ 和 $[0, 4] \times [0, 4] \times [0, 4]$ 中选取. 令传感半径为 $r = 3$, 初始网络连通且只有智能体 Σ_1 已知领航者信息, $a_{10} = 7$, $\gamma = 0.0032$. 对这组智能体施加非线性控制作用(3)进行数值仿真. 仿真结果见图1和图2. 图1给出了智能体的运动轨迹, 其中领航智能体的初始位置用星框表示, 最终聚集位置用方型表示, 其他智能体的初始位置用圆圈表示. 由图1可见, 智能体在有限时间实现了聚集控制, 且与领航者具有相同的速度. 由图2可见, 大约在2s处, 智能体均能聚集到达动态领航者的位置, 且与其保持相同的速度运动. 仿真结果表明,

该非线性网络可实现有限时间聚集控制,与定理2的结论相符.仿真中智能体的个数可以继续增加,如果想继续加快收敛速度,则可以增加牵制个体的个数.

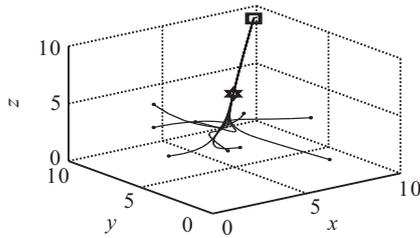


图1 智能体的运动轨迹曲线

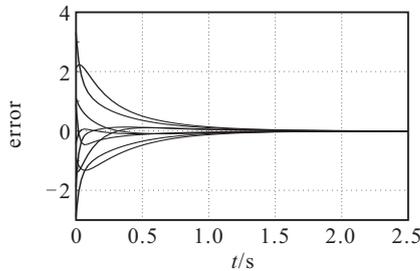


图2 位置跟踪误差曲线

4 结 论

本文针对个体动态为二阶积分器的无向网络,研究有限时间聚集控制.设计关于势能函数梯度的非光滑有界控制协议,假设只有一个个体已知聚集目标信息,并基于上述非线性控制协议和微分包含概念定义网络误差动态,从而将有限时间聚集问题转化成网络误差有限时间收敛问题.应用非光滑分析中的不变集原理,并根据Lyapunov函数的集值李导数的二阶信息得出,选取合适的牵制权值可使得非线性耦合网络实现保持拓扑连通的有限时间聚集.最后通过仿真例验证了所提出方案的有效性和正确性.

参考文献(References)

- [1] Ando H, Suzuki I, Yamashita M. Formation and agreement problems for synchronous mobile robots with limited visibility[C]. Proc of IEEE Int Symposium on Intelligent Control. Monterey: IEEE Press, 1995: 453-460.
- [2] Dimarogonas D V, Kyriakopoulos K J. On the rendezvous problem for multiple nonholonomic agents[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2007, 52(5): 916-922.
- [3] Martinez S, Bullo F, Cortes Jetal. On synchronous robotic networks, Part II: Time complexity of rendezvous and deployment algorithms[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2007, 52(12): 2214-2226.
- [4] Li D, Spong M W. Stable flocking of multiple inertial agents on balanced graphs[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2007, 52(8): 1469-1475.
- [5] Litus Y, Zebrowski P, Vaughan R T. A distributed heuristic for energy efficient multirobot multiplace rendezvous[J]. IEEE Trans on Robotics, 2009, 25(1): 130-135.
- [6] Ando H, Oasa Y, Suzuki Ietal. Distributed memoryless point convergence algorithm for mobile robots with limited visibility[J]. IEEE Trans on Robotics and Automation, 1999, 15(5): 818-828.
- [7] Ji M, Egerstedt M. Distributed coordination control of multi-agent systems while preserving connectedness[J]. IEEE Trans on Robotics, 2007, 23(4): 693-703.
- [8] Zavlanos M M, Jadbabaie A, Pappas G J. Flocking while preserving network connectivity[C]. Proc of the 46th IEEE Conf on Decision and Control. New Orleans: IEEE Press, 2007: 2919-2924.
- [9] Su H, Wang X, Chen G. A connectivity-preserving flocking algorithm for multi-agent systems based only on position measurements[J]. Int J of Control, 2009, 82(7): 1334-1343.
- [10] Su H, Wang X, Chen G. Rendezvous of multiple mobile agents with preserved network connectivity[J]. Systems and Control Letters, 2010, 59(5): 313-322.
- [11] Dong Y, Huang J. A leader-follower rendezvous problem of double integrator multi-agent systems[J]. Automatica, 2013, 49(5): 1386-1391.
- [12] Dong Y, Huang J. Leader-following connectivity preservation rendezvous of multiple double integrator systems based on position measurement only[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2014, 59(9): 2598-2603.
- [13] Fan Y, Feng G, Gao Q. Bounded control for preserving connectivity of multi-agent systems using the constraint function approach[J]. IET Control Theory and Application, 2012, 6(11): 1752-1757.
- [14] Li X P, Sun D, Yang J. Preserving multirobot connectivity in rendezvous tasks in the presence of obstacles with bounded control input[J]. IEEE Trans on Control Systems Technology, 2013, 21(6): 2306-2314.
- [15] Xiao F, Wang L, Chen T W. Connectivity preservation for multi-agent rendezvous with link failure[J]. Automatica, 2012, 48(1): 25-35.
- [16] Hui Q. Finite-time rendezvous algorithms for mobile autonomous agents[C]. IEEE Trans on Automatic Control, 2011, 56(1): 201-211.
- [17] Haddad W M, Chellaboina V, Nersisov S G. Thermodynamics: A dynamical systems approach[M]. Princeton: Princeton University Press, 2005: 7-16.
- [18] Hui Q, Haddad W M. Semistability, finite-time stability, differential inclusions, and discontinuous dynamical systems having a continuum of equilibria[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2009, 54(10): 2465-2470.
- [19] Cortes J. Finite-time convergent gradient flows with applications to network consensus[J]. Automatica, 2006, 42(11): 1993-2000.