

## 一种非平稳环境下的自适应变步长盲源分离算法

季策, 杨坤, 陶奕名, 王新

(东北大学信息科学与工程学院, 沈阳 110004)

**摘要:** 提出一种基于不完整自然梯度的变步长约束算法, 用来处理非平稳环境下的瞬时盲源分离问题. 该算法利用系统上的扰动对代价函数进行约束, 对算法中的约束因子采用自适应形式, 根据分离情况对约束因子进行自适应调整, 以加快收敛速度. 同时, 引入基于代价函数梯度的变步长, 使其具有更好的跟踪性能. 仿真结果表明, 在非平稳环境下, 所提出的算法在提高收敛速度的同时可以有效分离源信号而不产生严重的稳态误差.

**关键词:** 盲源分离; 非平稳; 不完整自然梯度; 自适应约束因子; 变步长

**中图分类号:** TN 911.6

**文献标志码:** A

## An adaptive variable step-size blind source separation algorithm in non-stationary environment

Ji Ce, YANG Kun, TAO Yi-ming, WANG Xin

(College of Information Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang 110004, China. Correspondent: Ji Ce, E-mail: jice@ise.neu.edu.cn)

**Abstract:** A new constrained algorithm based on the non-holonomic natural gradient with variable step-size is proposed, which can deal with the instantaneous blind source separation problem in the non-stationary environments. In order to improve the convergence speed, an adaptive means is adopted to the constrain factor, which can do the adjustment adaptively according to the separation situation. At the same time, the variable step-size based on the gradient of cost function is also applied, so that the proposed algorithm has better tracking performance. The computer simulation results show that the proposed algorithm improves the convergence speed as well as separates source signals effectively without producing serious steady state error in the non-stationary environment.

**Keywords:** blind source separation; non-stationary; non-holonomic natural gradient; adaptation constrain factor; variable step-size

### 0 引言

盲源分离技术(BSS)的基本思想是在源信号和混合系统均为未知的情况下, 利用源信号之间的统计独立性, 从一组观测信号里分离出源信号. 目前, 在图像识别与增强、生物医学信号处理、语音识别与增强等方面都得到了广泛应用<sup>[1]</sup>. 不完整自然梯度算法是在自然梯度算法基础上发展而来的一种盲源分离算法<sup>[2]</sup>, 传统算法常采用固定步长, 会造成算法的收敛速度和稳态误差之间的矛盾. 一般而言, 大的步长收敛速度较快, 但稳态误差较大; 反之, 小的步长收敛速度较慢, 但稳态误差较小, 特别在非平稳环境下, 这种矛盾会尤为突出. 盲源分离中的非平稳性问题可以分

为以下3类<sup>[3]</sup>: 1) 混合系统时不变, 源信号为非平稳; 2) 混合系统时变, 源信号为平稳; 3) 混合系统时变, 源信号为非平稳. 本文主要针对第2种情况进行研究, 即混合系统(混合矩阵)是时变的情况, 此时由于系统扰动的存在, 外部环境是非平稳的. 混合系统时变又可分为混合矩阵的慢变和突变. 传统的盲源分离算法主要是针对平稳环境下的瞬时混合问题, 而在实际应用中, 常常需要考虑外部环境的非平稳性, 这就要求盲源分离算法具有较强的跟踪能力, 而传统算法无法满足这种要求. 文献[4]同时对步长因子和分离矩阵引入动量项, 提出了一种双动量项算法, 该算法在非平稳环境下可以得到良好的分离性能. 文献[5]通

收稿日期: 2015-02-02; 修回日期: 2015-06-15.

基金项目: 国家自然科学基金项目(11273001, 61273164, 61370152).

作者简介: 季策(1969—), 女, 副教授, 从事信号处理、非线性系统等研究; 杨坤(1988—), 男, 硕士生, 从事盲信号分离的研究.

过引入滑动参数提出了一种自适应组合型盲源分离算法, 并对其进行优化, 也可以较好地实现非平稳环境下的盲源分离. 目前, 存在一些建立在其他原理上的改进算法, 如基于核函数的杂系盲源分离算法<sup>[6]</sup>和基于非线性函数的非平稳盲源分离步长算法<sup>[7]</sup>等. 虽然仿真结果表明了上述算法在一定范围内的有效性, 但这些算法在本质上都没有考虑外界环境的干扰, 即算法本身并不是针对系统扰动的, 只是利用某种自适应性质来完成时变环境下的盲源分离. 因此, 上述算法还存在很大的局限性.

针对以上算法的缺点, 本文提出一种适用于非平稳环境下的自适应约束变步长不完整自然梯度算法. 首先, 对算法的约束因子采用自适应形式, 根据分离情况对约束因子进行自适应调整; 然后, 引入基于代价函数梯度的变步长, 以提高其收敛速度和跟踪性能. 该算法在混合系统存在明显扰动的情况下, 能够有效地改善传统算法所存在的不足. 最后, 通过仿真表明了所提出的算法在非平稳环境下的有效性.

## 1 非平稳环境下的不完整自然梯度算法

### 1.1 盲源分离与不完整自然梯度算法

在无噪情况下, 瞬时混合模型表示为

$$x(k) = As(k).$$

其中:  $x(k) = [x_1(k), x_2(k), \dots, x_N(k)]^T$  为混合信号,  $s(k) = [s_1(k), s_2(k), \dots, s_N(k)]^T$  为源信号,  $A$  为混合矩阵. 解混的线性变换模型为

$$y(k) = Wx(k).$$

其中:  $y(k) = [y_1(k), y_2(k), \dots, y_N(k)]^T$  是对源信号的估计,  $W$  为求解的分离矩阵. 自然梯度算法可以通过逐次修正  $W$  寻找最优分离矩阵  $W_{\text{opt}}$ , 即

$$W(k+1) = W(k) + \mu(k)[I - f(y(k))y^T(k)]W(k). \quad (1)$$

其中:  $\mu(k)$  为步长, 其大小影响算法的收敛速度和稳定性;  $f_i(y_i)$  为激活函数, 是一个非线性函数.

Amari 在自然梯度算法的基础上, 通过引入不完整基  $dX = dWW^{-1}$  限定了  $\delta W$  可能的变化方向, 得到如下形式的不完整自然梯度算法 (NNG):

$$\delta W(k) = \mu(k)[\Lambda - f(y(k))y^T(k)], \quad (2)$$

其中  $\Lambda = \text{diag}\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n\}$  为元素是  $\lambda_i = f(y_i)y_i^T$  的正对角矩阵. 利用式 (1) 可将不完整自然梯度算法描述为

$$W(k+1) = W(k) + \mu(k)[\Lambda - f(y(k))y^T(k)]W(k). \quad (3)$$

### 1.2 非平稳环境下的约束算法

如果混合环境是平稳的这个假设条件不成立, 则

传统的自然梯度算法的分离性能会降低. 实际情况中常常会出现这种现象, 即使混合系统上的扰动是在一定范围内的很小的变化, 现有的自然梯度算法也不能对其产生合理的有效的响应. 鉴于此, 本文拟采用非线性规划技术, 通过引入闸函数将约束问题转换成无约束的最优化问题, 保证混合系统在扰动作用下的鲁棒性<sup>[8]</sup>. 传统不完整自然梯度算法的代价函数  $J(W)$  采用基于互信息最小化的代价函数, 有

$$J(W) = -\log |\det(W)| - \sum_{i=1}^n E\{\log q_i(y_i)\}. \quad (4)$$

使用约束条件对代价函数进行约束, 约束条件的引入就是为了使最小化互信息最大化. 基于不等式约束的最优化问题可以表述如下: 在满足不等式约束  $g(W) \geq 0$  的情况下, 使得  $J(W)$  到达最小. 本文通过引入闸函数  $B(W)$ , 使增广代价函数  $J_A(W) = J(W) + RB(W)$  达到最小. 其中:  $B(W) = -\ln g(W)$  为对数闸函数, 用来阻止可行解离开由不等式约束所确定的区域;  $R(W)$  为约束因子, 用来控制闸函数. 约束条件的设定是由假设的初始分离矩阵与加在混合矩阵上的扰动得到的, 设  $A_0$  为平稳环境下的混合系统 (即没有干扰时的混合矩阵),  $E$  为混合系统上的扰动. 定义扰动系数  $r = \|A_0^{-1}E\|_F$ , 由矩阵范数的定义可知

$$\|(A_0 + E)^{-1}\|_F \leq \frac{\|A_0^{-1}\|_F}{1-r}. \quad (5)$$

由于  $A_0 + E$  表示实时混合矩阵, 式 (5) 的  $(A_0 + E)^{-1}$  可以用  $W$  代替,  $W$  为对应的分离矩阵, 同理,  $A_0^{-1}$  可以用  $W_0$  代替,  $W_0$  为初始分离矩阵. 式 (5) 改写为

$$\|W\|_F \leq \frac{\|W_0\|_F}{1-r}. \quad (6)$$

对两边分别求平方, 得到

$$\|W\|_F^2 \leq \frac{\|W_0\|_F^2}{(1-r)^2}, \quad (7)$$

不平等约束表示为

$$g(W) = \frac{\|W_0\|_F^2}{(1-r)^2} - \|W\|_F^2. \quad (8)$$

由此得到对数闸函数为

$$B(W) = -\ln \left( \frac{\|W_0\|_F^2}{(1-r)^2} - \|W\|_F^2 \right). \quad (9)$$

增广代价函数可以表示为

$$J_A(W) = J(W) - R \ln \left( \frac{\|W_0\|_F^2}{(1-r)^2} - \|W\|_F^2 \right), \quad (10)$$

进而有

$$\begin{aligned} \partial J_A(k) / \partial W(k) = & -[\Lambda - f(y(k))y^T(k)]W(k) - \\ & R \left[ \frac{2W(k)}{\|W(k)\|_F^2} - \frac{\|W_0\|_F^2}{(1-r)^2} \right]. \end{aligned} \quad (11)$$

为了下文表述更方便, 记

$$P(k) = [\Lambda - f(y(k))y^T(k)],$$

$$M(k) = \left[ \frac{2W(k)}{\|W(k)\|_F^2 - \frac{\|W_0\|_F^2}{(1-r)^2}} \right],$$

式(11)可以简写为

$$\partial J_A(k)/\partial W(k) = -P(k)W(k) - RM(k), \quad (12)$$

最后得到

$$W(k+1) = W(k) + \mu P(k)W(k) + \mu RM(k). \quad (13)$$

式(13)即为约束代价函数下的不完整自然梯度算法,简称约束不完整自然梯度算法(C-NNG).

## 2 非平稳环境下的自适应变步长约束算法

### 2.1 自适应约束因子

约束因子对算法存在一定的影响,约束因子越大,算法收敛速度越快,但是波动越大,这与步长因子对算法的影响相似<sup>[9]</sup>.考虑到约束因子对算法的影响,对约束因子采用自适应的方法加以调整.约束因子的迭代更新公式如下:

$$R(k) = R(k-1) - \rho \nabla_R J_A(k)|_{R=R(k-1)}, \quad (14)$$

其中  $\rho$  为一个常数.利用矩阵内积运算,式(14)右端的梯度项可以表示为

$$\begin{aligned} \nabla_R J_A(k)|_{R=R(k-1)} &= \\ \langle \partial J_A(k)/\partial W(k), \partial W(k)/\partial R(k-1) \rangle &= \\ \text{tr}(\partial J_A(k)/\partial W(k)^T \times \partial W(k)/\partial R(k-1)). \end{aligned} \quad (15)$$

其中:  $\langle \cdot \rangle$  表示内积,  $\text{tr}(\cdot)$  表示矩阵的迹.由式(13)求得

$$\frac{\partial W(k)}{\partial R(k-1)} = \mu M(k-1), \quad (16)$$

再由式(12)、(14)和(16)可以得到  $R(k)$  的自适应形式为

$$\begin{aligned} R(k) = R(k-1) - \rho \text{tr} [ & -P(k)W(k) - \\ & R(k)M(k)^T (\mu M(k-1)) ]. \end{aligned} \quad (17)$$

因此,基于自适应约束因子的不完整自然梯度算法可以表示为

$$W(k+1) = W(k) + \mu P(k)W(k) + \mu R(k)M(k), \quad (18)$$

简称自适应约束不完整自然梯度算法(AC-NNG).

### 2.2 自适应变步长

迭代步长  $\mu$  的选择对算法的稳态误差和收敛速度有重要影响,固定步长会限制算法的性能.步长过大,会导致稳态误差过大;步长过小,会导致收敛速度过慢.为了克服固定步长算法的不足,本文采用一种基于代价函数梯度的自适应变步长算法.迭代更新公式如下:

$$\mu(k) = \mu(k-1) - \lambda \nabla_{\mu} J_A(k)|_{\mu=\mu(k-1)}, \quad (19)$$

其中  $\lambda$  为一个小常数.利用矩阵内积运算,梯度项可以表示为

$$\begin{aligned} \nabla_{\mu} J_A(k)|_{\mu=\mu(k-1)} &= \\ - \langle \nabla J_A(k)/\nabla W(k), \nabla W(k)/\nabla \mu(k-1) \rangle &= \\ \text{tr}(\nabla J_A(k)/\nabla W(k)^T \times \nabla W(k)/\nabla \mu(k-1)). \end{aligned} \quad (20)$$

由式(13)可求得

$$\begin{aligned} \partial W(k)/\partial \mu(k-1) &= \\ P(k-1)W(k-1) + R(k-1)M(k-1), \end{aligned} \quad (21)$$

再由式(12)、(19)和(21)可以得到  $\mu(k)$  的自适应形式为

$$\begin{aligned} \mu(k) &= \\ \mu(k-1) - \lambda \text{tr} [ & (-P(k)W(k) - R(k)M(k))^T \times \\ & (P(k-1)W(k-1) + R(k-1)M(k-1)) ]. \end{aligned} \quad (22)$$

因此,基于自适应约束因子的变步长不完整自然梯度算法可以表示为

$$\begin{aligned} W(k+1) &= \\ w(k) + \mu(k)P(k)W(k) + \mu(k)R(k)M(k), \end{aligned} \quad (23)$$

简称自适应约束变步长不完整自然梯度算法(ACV-NNG).

与AC-NNG算法相比,ACV-NNG算法用自适应变量  $\mu(k)$  取代了常量  $\mu$ ,通过它的自适应调整可加快算法的收敛速度,从而达到更好的分离效果.改进算法的实现流程如图1所示.

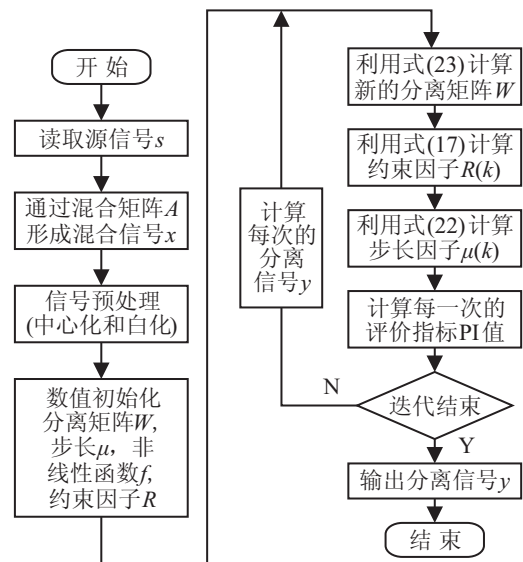


图1 算法流程

## 3 仿真实验

为了验证所提出算法的有效性,采用通信信号对NNG算法、C-NNG算法、AC-NNG算法和ACV-NNG算法共4种算法在非平稳环境下进行仿真.一般情况下,混合系统的扰动都是在一定范围内很小的变化,因此本文取扰动系数  $r = 0.2$ .为了对不同算法的分离效果进行比较,采用PI值作为性能指标,PI值定义如下:

$$PI = \sum_{i=1}^N \left[ \sum_{j=1}^N \frac{|D_{ij}|}{\max_k |D_{ik}|} - 1 \right] + \sum_{j=1}^N \left[ \sum_{i=1}^N \frac{|D_{ij}|}{\max_k |D_{kj}|} - 1 \right], \quad (24)$$

其中  $C = WA$  为系统的性能矩阵.  $PI$  值为一个不小于零的数, 计算出来的  $PI$  值越小, 算法的分离效果越好.

**情况 1** 混合系统在每一个采样点均受到干扰.

使用下列通信信号进行仿真实验:  $s_1 = \sin(2\pi 800t)$  为高频正弦信号,  $s_2 = \sin(2\pi 90t)$  为低频正弦信号, 采样频率  $f = 10 \text{ kHz}$ . 混合矩阵设计为时变混合矩阵, 表示为

$$A_0 = A_0 + \varepsilon, \quad \varepsilon = \beta(\text{randn}(\text{size}(A_0))),$$

初始值  $A_0 = \begin{bmatrix} 1.0 & 0.6 \\ -0.5 & 0.5 \end{bmatrix}$ ,  $\text{rand}(\text{size}(A_0))$  表示生成一个与  $A_0$  维数相同, 且每一个元素值都在  $[0,1]$  之间的随机矩阵,  $\beta = 0.001$ . 由于源信号的峭度为负, 取非线性函数  $f(y) = y^3$ . NNG 算法、C-NNG 算法、AC-NNG 算法的步长设置为  $\mu = 0.006$ , ACV-NNG 算法的初始步长设置为  $\mu_0 = 0.001$ , 仿真结果如图 2~图 5 所示. 为了更明显地对比各种算法的分离效果, 图 2 和图 3 选取的迭代次数为 1500~3000 之间的信号采样点.

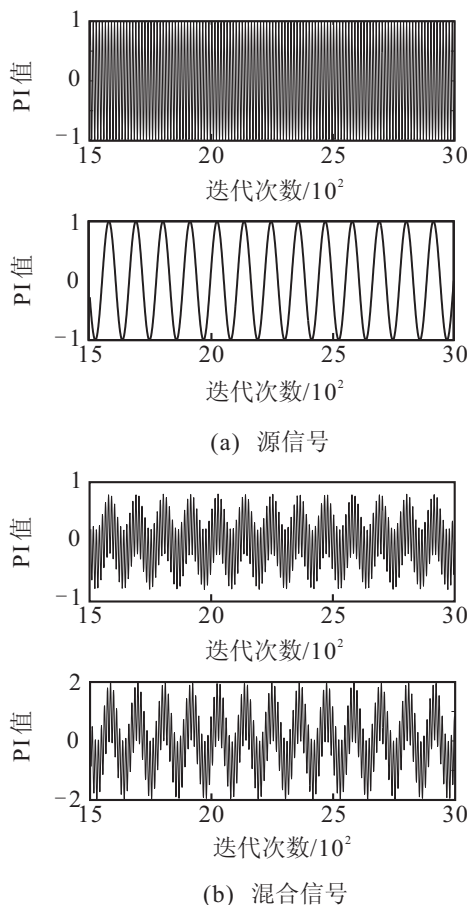


图 2 源信号和混合信号

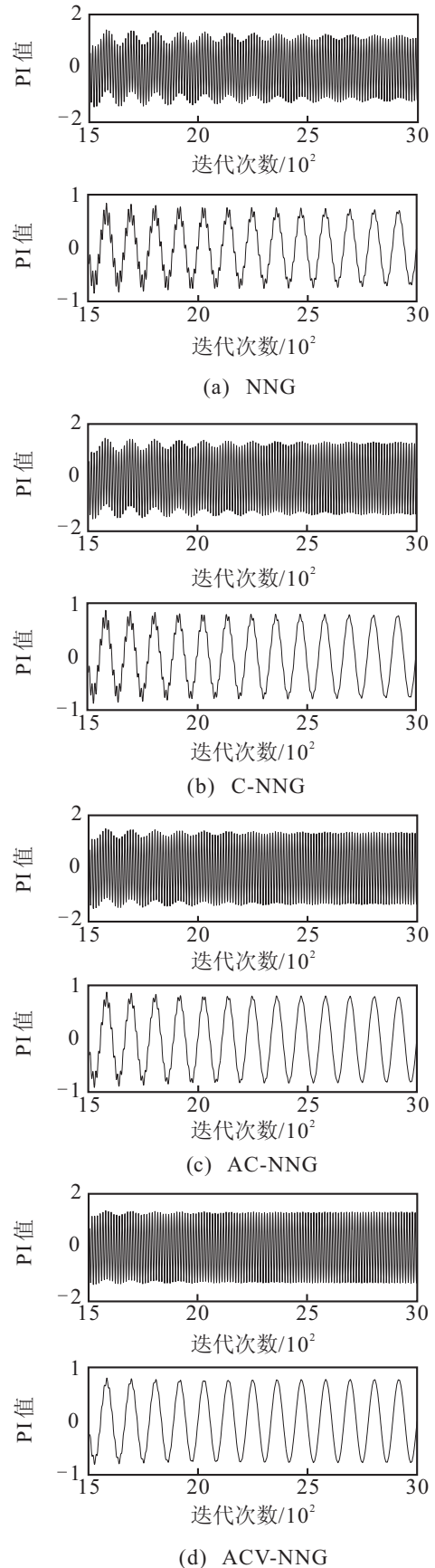


图 3 4种算法估计的源信号

**情况 2** 混合系统在采样点数为 4000 时发生突变.

初始混合矩阵  $A_0 = \begin{bmatrix} 1.0 & 0.6 \\ -0.5 & 0.5 \end{bmatrix}$ , 突变之后的

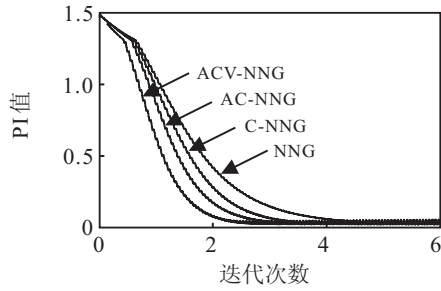


图4 4种算法的分离性能曲线(情况1)

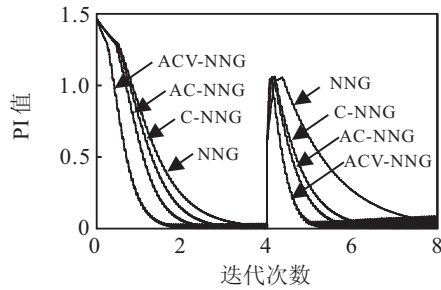


图5 4种算法的分离性能曲线(情况2)

混合矩阵可以表示为

$$A = A_0 + \sigma(\text{rand}(\text{size}(A_0)))$$

其中:  $\sigma = 0.01$ ,  $\text{rand}(\text{size}(A_0))$  表示生成一个与  $A_0$  维数相同, 且每一个元素值都在  $[0,1]$  之间的随机矩阵. 此种情况下的PI性能曲线如图5所示.

由图4和图5可见, 在以上两种非平稳环境情况下, 相比于传统的不完整自然梯度算法, 新算法都取得了更好的分离效果, 即它们的稳态误差基本没有差别, 但收敛速度加快了, 这表明改进后的算法具有更好分离性能. 同时可以看出, 情况2中4种算法在迭代次数为4000次之前的收敛效果要好于情况1, 即收敛更快, PI值更小. 这是由于4000次之前没有扰动出现, 相比于在每一个采样点都存在扰动的情况1, 分离性能更好, 即使在4000次系统出现扰动, 应用本文所提出的算法也能在迭代次数为6000时达到收敛.

### 4 结 论

针对非平稳环境下的盲源分离问题, 本文提出了一种新算法. 该算法考虑了混合系统上的干扰, 并对算法的约束因子和步长采取自适应形式, 以平衡收敛速度与稳态误差. 仿真结果表明, 所提出的算法相比于传统算法, 可以快速分离出源信号而不产生严重的稳态误差.

### 参考文献(References)

[1] Liang Y, Chen G, Naqvi S M R, et al. Independent vector analysis with multivariate student's  $t$ -distribution source

prior for speech separation[J]. Electronics Letters, 2013, 49(16): 1035-1036.

[2] Amari S, Chen T, Cichocki A. Nonholonomic orthogonal in learning algorithm for blind source separation[J]. Neural Computation, 2000, 6(12): 1463-1484.

[3] 刘建强. 非平稳环境中的盲源分离算法研究[D]. 西安: 西安电子科技大学工程学院, 2009. (Liu J Q. Blind source separation algorithm in non-stationary environment[D]. Xi'an: College of Electronics and Engineering, Xi'an Electronic and Science University, 2009.)

[4] 宋国廷. 融合动量技术的盲源分离算法研究[D]. 烟台: 烟台大学光电信息科学技术学院, 2012: 45-63. (Song G T. Research on the algorithms of blind source separation with momentum technology[D]. Yantai: School of Opta-electronle Information Science and Technology, Yantai University, 2012: 45-63.)

[5] 欧世峰, 高颖, 赵晓晖. 自适应组合型盲源分离算法及其优化方案[J]. 电子与信息学报, 2011, 33(5): 1243-1247. (Ou S F, Gao Y, Zhao X H. Adaptive combination algorithm and its modified scheme for blind source separation[J]. J of Electronics and Information Technology, 2011, 33(5): 1243-1247.)

[6] 刘顺兰, 程勇. 一种基于核函数的杂系盲源分离算法[J]. 计算机应用研究, 2011, 28(6): 2330-2332. (Liu S L, Cheng Y. Blind source separation algorithm based on kernel function to hybrid signals[J]. Application Research of Computers, 2011, 28(6): 2330-2332.)

[7] 李著成. 基于非线性函数的非平稳盲源分离变步长算法[J]. 电视技术, 2012, 36(21): 142-144. (Li Z C. Step-size algorithm based on non-linear function for non-stationary blind source separation[J]. Video Engineering, 2012, 36(21): 142-144.)

[8] Xia Y S, Feng G, Wang J. A novel recurrent neural network for solving nonlinear optimization problems with inequality constraints[J]. IEEE Trans on Neural Networks, 2008, 19(6): 1340-1353.

[9] 季策, 杨坤, 王艳茹, 等. 基于符号算子的变步长不完整自然梯度算法[J]. 模式识别与人工智能, 2014, 27(11): 1026-1031. (Ji C, Yang K, Wang Y R, et al. Variable step-size non-holonomic natural gradient algorithm based on sign operator[J]. Pattern Recognition and Artificial Intelligence, 2014, 27(11): 1026-1031.)

(责任编辑: 郑晓蕾)