

灰度图像交叉熵阈值法的三维推广

雷博, 范九伦

(西安邮电大学 通信与信息工程学院, 西安 710121)

摘要: 针对现有的灰度图像交叉熵阈值化方法无法有效分割含有混合噪声图像的问题, 在图像三维直方图的基础上提出三维交叉熵阈值化算法, 同时给出三维交叉熵阈值法的快速递推公式. 实验结果表明, 三维方法结合了图像中像素的灰度及其局部空间的均值和中值信息, 对于含有混合噪声的图像, 具有比现有交叉熵阈值化算法更好的分割效果.

关键词: 图像处理; 阈值化分割; 交叉熵; 三维直方图

中图分类号: TP391

文献标志码: A

Three dimensional extension of cross-entropy thresholding algorithm for gray-level images

LEI Bo, FAN Jiu-lun

(School of Communications and Information Engineering, Xi'an University of Posts and Telecommunications, Xi'an 710121, China. Correspondent: LEI Bo, E-mail: leileibo2015@163.com)

Abstract: The existing cross-entropy thresholding segmentation methods can not segment the image with mixed noise efficiently. The 3D cross-entropy thresholding method and its recursion formula are proposed based on the 3D histogram of an image. The experiment results show that the 3D thresholding method can get better segmentation results for the images with the mixed noise than the existing algorithms due to considering the gray value, the local average gray value and the neighbor median gray value of the image.

Keywords: image processing; thresholding; cross-entropy; 3D histogram

0 引言

图像分割是指根据图像中区域内的相似性及区域间的不同, 把图像分成不同的区域, 进而提取出感兴趣目标的技术和过程^[1]. 基于图像处理的目标识别与检测、图像的理解与分析都与图像分割的处理结果息息相关. 阈值化技术根据所定义的准则函数, 寻找最佳的分割阈值, 从而对图像中的像素进行分类, 是图像分割领域的研究热点之一^[1-4]. 由于图像分割问题的病态定义, 目前没有通用的算法适用于所有的图像. 传统的阈值化方法包括 Otsu 法^[5]、最大熵法^[6]和最小交叉熵阈值法^[7]等. 其中, 基于熵理论的阈值化分割技术由于有着信息论基础, 一直受到学者们的青睐. 交叉熵是信息论中用来描述两个概率分布之间差异程度的度量, 文献 [7] 通过使待分割图像与二值化后图像之间的交叉熵最小, 以寻求图像的最佳分割阈

值, 提出了一维交叉熵阈值化分割算法; Fan^[8]从条件相关混合概率模型的角度, 基于泊松分布对交叉熵方法进行了解释, 使得交叉熵方法的原理更为清晰.

一维阈值化方法是建立在图像的一维直方图之上的, 对含有噪声的图像分割效果不好. 为此, 人们引入了二维灰度直方图, 并提出了对应的二维阈值化方法^[9-12]. 二维直方图建立在图像像素灰度值与局部邻域均值的基础上, 所以较一维方法有更好的抗噪性能. 但是, 均值滤波仅对高斯噪声的滤除效果较好, 而对于含有混合噪声的图像, 分割效果并不理想. 文献 [13] 将 Otsu 法推广到三维情形, 可以有效去除图像中的混合噪声, 但是 Otsu 法对于小目标图像的分割效果不理想. 因此, 本文在图像三维直方图^[13-14]的基础上, 结合交叉熵算法的基本思想, 提出了三维交叉熵阈值化算法. 三维算法在寻找图像的最佳分割阈值

收稿日期: 2015-02-03; 修回日期: 2015-07-27.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61202183, 61340040); 陕西省教育厅专项科研项目(15JK1658); 陕西省国际科技合作与交流计划项目(2015KW-005).

作者简介: 雷博(1981-), 女, 副教授, 博士, 从事模式识别、图像处理的研究; 范九伦(1964-), 男, 教授, 博士生导师, 从事模糊系统与理论、图像处理等研究.

时,同时计算了图像像素的灰度值与其邻域局部空间内像素之间的相关性,因此既有交叉熵阈值化算法可以有效提取小目标的特点,又有很好的抗噪性能.三维算法的阈值搜索空间大,直接计算存在较大的冗余,文中给出了三维交叉熵阈值法的快速递推公式.快速算法可以将三维交叉熵阈值法的时间复杂度由 $O(L^6)$ 降低到 $O(L^3)$,提高了算法效率.实验结果表明,相比于现有的低维交叉熵算法,本文提出的三维交叉熵阈值法对混合噪声图像有更好的适应性.

1 三维交叉熵阈值分割法

交叉熵(也称为相对熵、有向散度)是信息论中一个常用的用于刻画两个概率分布差异性的公式^[15].文献[10]在推导二维交叉熵阈值法时给出了特定矩阵上的广义交叉熵的定义方式,本文在推导三维交叉熵阈值化方法时也要用到该定义.限于篇幅,本文不再详细描述,具体的定义可查阅文献[10].

对于一幅大小为 $M \times N$ 的数字图像,用 $f(x, y)$ 、 $g(x, y)$ 和 $h(x, y)$ 分别表示图像上坐标为 (x, y) 的像素点的灰度值、 $K \times K$ 邻域的平均灰度值和 $K \times K$ 邻域的灰度中值.记由 $f(x, y)$ 、 $g(x, y)$ 和 $h(x, y)$ 组成的3元组为 (i, j, k) ,设3元组出现的频数为 f_{ijk} ,其联合概率密度 p_{ijk} 可以定义为 $p_{ijk} = f_{ijk}/(M \times N)$.假设在阈值 (s, t, q) 处将直方图分割成8个区域,如图1所示.

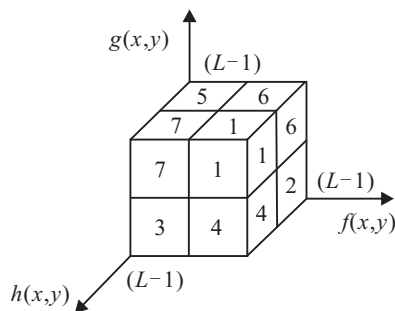


图1 三维直方图区域划分

在三维直方图区域划分中,区域0和区域1位于直方图立方体的主对角线上,直方图中大部分值集中分布在这一区域.因此,图像中的目标和背景分别对应区域0和区域1,分别记为 C_0 和 C_1 ,而区域2~区域7表示图像中边界附近的像素点和噪声点的分布.一般的,相比于整幅图像的像素点个数,边界附近的像素点个数很少,所以可以假设在三维直方图中区域2~区域7上,所有的 $p_{ijk} \approx 0$,即

$$\sum_B p_{ijk} \approx 0,$$

$$0 \leq i, j, k \leq L-1, B = 2, 3, \dots, 7.$$

根据上述假设,目标和背景出现的概率分别用下式计算:

$$P_0(s, t, q) = \sum_{i,j,k \in C_0} p_{ijk} = \sum_{i=0}^s \sum_{j=0}^t \sum_{k=0}^q p_{ijk}, \quad (1)$$

$$P_1(s, t, q) = \sum_{i,j,k \in C_1} p_{ijk} = \sum_{i=s+1}^{L-1} \sum_{j=t+1}^{L-1} \sum_{k=q+1}^{L-1} p_{ijk}. \quad (2)$$

满足

$$P_0(s, t, q) + P_1(s, t, q) \approx 1.$$

目标和背景对应的均值矢量为

$$\begin{aligned} \bar{\mu}_0 &= (\mu_{00}, \mu_{01}, \mu_{02})' = \\ &\left(\frac{\sum_{i=0}^s \sum_{j=0}^t \sum_{k=0}^q i p_{ijk}}{P_0(s, t, q)}, \frac{\sum_{i=0}^s \sum_{j=0}^t \sum_{k=0}^q j p_{ijk}}{P_0(s, t, q)}, \right. \\ &\left. \frac{\sum_{i=0}^s \sum_{j=0}^t \sum_{k=0}^q k p_{ijk}}{P_0(s, t, q)} \right), \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \bar{\mu}_1 &= (\mu_{10}, \mu_{11}, \mu_{12})' = \\ &\left(\frac{\sum_{i=s+1}^{L-1} \sum_{j=t+1}^{L-1} \sum_{k=q+1}^{L-1} i p_{ijk}}{P_1(s, t, q)}, \frac{\sum_{i=s+1}^{L-1} \sum_{j=t+1}^{L-1} \sum_{k=q+1}^{L-1} j p_{ijk}}{P_1(s, t, q)}, \right. \\ &\left. \frac{\sum_{i=s+1}^{L-1} \sum_{j=t+1}^{L-1} \sum_{k=q+1}^{L-1} k p_{ijk}}{P_1(s, t, q)} \right). \end{aligned} \quad (4)$$

参照文献[10]中二维交叉熵阈值法的推导方式,同理可推得

$$\begin{aligned} \eta(s, t, q) &= \\ &\sum_{i,j,k \in C_0} p_{ijk} \left[i \log \frac{i}{\mu_{00}} + j \log \frac{j}{\mu_{01}} + k \log \frac{k}{\mu_{02}} \right] + \\ &\sum_{i,j,k \in C_1} p_{ijk} \left[i \log \frac{i}{\mu_{10}} + j \log \frac{j}{\mu_{11}} + k \log \frac{k}{\mu_{12}} \right] \approx \\ &\sum_{i=0}^{L-1} \sum_{j=0}^{L-1} \sum_{k=0}^{L-1} p_{ijk} [i \log(i) + j \log(j) + \\ &k \log(k)] - \xi(s, t, q), \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \xi(s, t, q) &= \\ &P_0[\mu_{00} \log \mu_{00} + \mu_{01} \log \mu_{01} + \mu_{02} \log \mu_{02}] + \\ &P_1[\mu_{10} \log \mu_{10} + \mu_{11} \log \mu_{11} + \mu_{12} \log \mu_{12}]. \end{aligned} \quad (6)$$

由于

$$\sum_{i=0}^{L-1} \sum_{j=0}^{L-1} \sum_{k=0}^{L-1} p_{ijk} [i \log i + j \log j + k \log k]$$

是常数,最佳阈值也可选取在

$$(s^*, t^*, q^*) = \text{Arg max} \xi(s, t, q). \quad (7)$$

式(7)即为三维交叉熵阈值法的准则函数.直接计算三维阈值法,其空间和时间复杂度均太高.穷举

搜索算法的时间复杂度高达 $O(L^6)$, 不能适用于一般的图像处理系统. 通过分析三维算法的计算过程, 可以发现其存在大量的冗余计算, 因此给出三维交叉熵阈值法的快速递推公式. 可以在保证分割效果的前提下, 将三维交叉熵阈值法的时间复杂度由 $O(L^6)$ 降低到 $O(L^3)$, 从而提高算法的计算效率.

2 三维交叉熵阈值法的快速递推公式

记

$$\bar{\mu}_{00} = \sum_{i=0}^s \sum_{j=0}^t \sum_{k=0}^q i p_{ijk},$$

$$\bar{\mu}_{01} = \sum_{i=0}^s \sum_{j=0}^t \sum_{k=0}^q j p_{ijk},$$

$$\bar{\mu}_{02} = \sum_{i=0}^s \sum_{j=0}^t \sum_{k=0}^q k p_{ijk},$$

则 $\mu_{00} = \frac{\bar{\mu}_{00}}{P_0}$, $\mu_{01} = \frac{\bar{\mu}_{01}}{P_0}$, $\mu_{02} = \frac{\bar{\mu}_{02}}{P_0}$. 为了递推求解判别式 (6), 建立 4 个查找表 P_0 、 $\bar{\mu}_{00}$ 、 $\bar{\mu}_{01}$ 和 $\bar{\mu}_{02}$. $P_0(s, t, q)$ 、 $\bar{\mu}_{00}(s, t, q)$ 、 $\bar{\mu}_{01}(s, t, q)$ 和 $\bar{\mu}_{02}(s, t, q)$ 的递推计算公式如下:

$$\begin{aligned} P_0(s, t, q) = & P_0(s-1, t, q) + P_0(s, t-1, q) + \\ & P_0(s, t, q-1) - P_0(s-1, t-1, q) - \\ & P_0(s, t-1, q-1) - P_0(s-1, t, q-1) + \\ & P_0(s-1, t-1, q-1) + P_{stq}, \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \bar{\mu}_{00}(s, t, q) = & \bar{\mu}_{00}(s-1, t, q) + \bar{\mu}_{00}(s, t-1, q) + \\ & \bar{\mu}_{00}(s, t, q-1) - \bar{\mu}_{00}(s-1, t-1, q) - \\ & \bar{\mu}_{00}(s, t-1, q-1) - \bar{\mu}_{00}(s-1, t, q-1) + \\ & \bar{\mu}_{00}(s-1, t-1, q-1) + sP_{stq}, \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \bar{\mu}_{01}(s, t, q) = & \bar{\mu}_{01}(s-1, t, q) + \bar{\mu}_{01}(s, t-1, q) + \\ & \bar{\mu}_{01}(s, t, q-1) - \bar{\mu}_{01}(s-1, t-1, q) - \\ & \bar{\mu}_{01}(s, t-1, q-1) - \bar{\mu}_{01}(s-1, t, q-1) + \\ & \bar{\mu}_{01}(s-1, t-1, q-1) + tP_{stq}, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \bar{\mu}_{02}(s, t, q) = & \bar{\mu}_{02}(s-1, t, q) + \bar{\mu}_{02}(s, t-1, q) + \\ & \bar{\mu}_{02}(s, t, q-1) - \bar{\mu}_{02}(s-1, t-1, q) - \\ & \bar{\mu}_{02}(s, t-1, q-1) - \bar{\mu}_{02}(s-1, t, q-1) + \\ & \bar{\mu}_{02}(s-1, t-1, q-1) + qP_{stq}. \end{aligned} \quad (11)$$

利用上述的递推公式, 可以将三维交叉熵阈值法

的时间复杂度由 $O(L^6)$ 降低到 $O(L^3)$, 节省了大量的运行时间, 同时与穷举搜索算法有相同的性能, 有利于算法的实际应用.

3 实验结果及分析

仿真实验的硬件环境为 Intel Core 3.4 GHz CPU 和 4G 内存微处理器, 软件利用 Matlab 7 进行实验仿真. 为了对本文算法的有效性进行验证, 在实验中比较了含有混合噪声的不同图像的分割结果. 限于篇幅, 这里仅列出加了混合噪声的细菌图像和细胞图像的分割结果, 如图 2 和图 3 所示. 这两幅图像均可由 Matlab 图像处理工具箱中获得. 实验对比了文献 [13] 提出的三维 Otsu 法 (实验中采用其对应的递推算法, 记为 3DOtsu 法)、一维交叉熵阈值法^[7] (记为 1DCE 法)、二维交叉熵阈值法 (实验中采用其对应的递推算法, 记为 2DCE 法)^[9] 和本文提出的三维交叉熵阈值法 (实验中采用其对应的递推算法, 记为 3DCE 法) 对上述两幅图像的分割结果. 在二维灰度直方图和三维灰度直方图的构造中, 邻域窗口大小选为 3×3 .

对于图像阈值化分割而言, 其分割结果优劣的评价分为主观视觉效果评价和客观指标评价, 实验中分别采用两种方法对两幅图像的阈值分割结果进行评价. 首先通过图 2 和图 3 的比较, 从视觉效果上给出分析, 然后利用分割图像质量评价的指标来进行客观比较. 这里选用分类误差 (ME)^[11] 作为客观评价的指标.

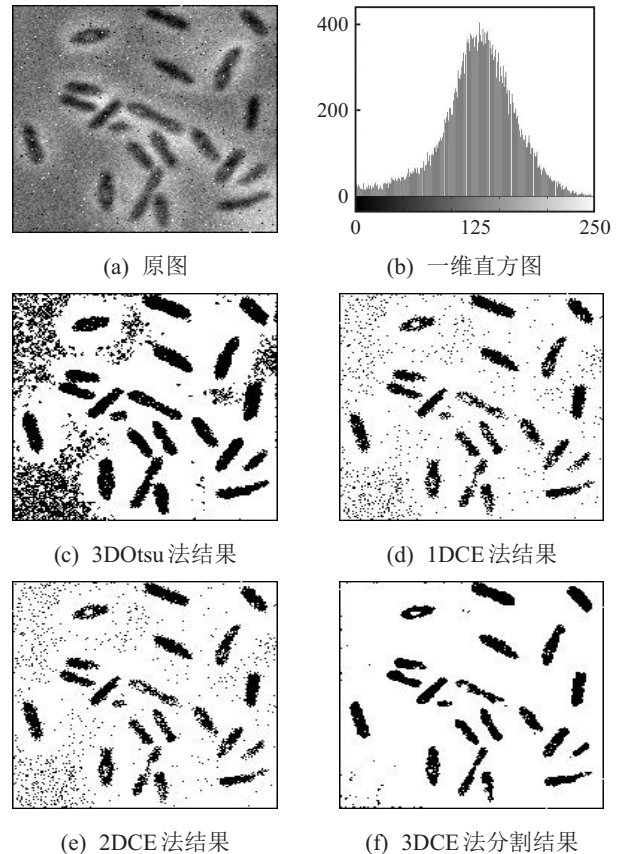


图 2 细菌图像的分割结果

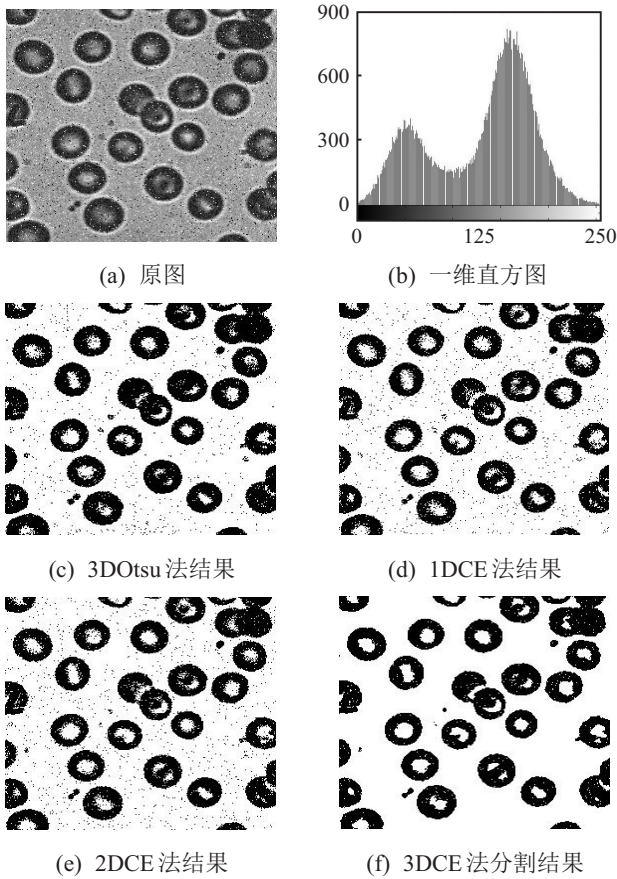


图 3 细胞图像的分割结果

图 2(a)为加了 1% 的椒盐噪声和方差 0.005 的高斯噪声的细菌图像, 图 2(b)为其一维直方图. 该含有混合噪声的图像的一维直方图在 0 附近有一个小的峰值, 此时 Otsu 方法不能有效分割图像, 如图 2(c) 所示. 图 2(d)为一维交叉熵阈值分割法的分割结果, 一维算法不能有效分割含有噪声的图像, 因此分割结果中有很多的错分. 图 2(e)为二维交叉熵阈值法的分割结果, 二维交叉熵方法考虑了图像中的邻域均值信息, 但均值滤波对于椒盐噪声的去除效果不好, 因此二维方法分割结果在背景中仍含有大量的噪声. 图 2(f)为本文提出的三维交叉熵阈值法的分割结果, 三维算法通过计算像素均值和像素中值来构造直方图信息, 可以同时去除图像中的高斯噪声和椒盐噪声, 分割效果最好.

图 3 给出了对加了 3% 的椒盐噪声和方差 0.005 的高斯噪声的细胞图像的分割结果. 从图 3(b)的一维直方图可以看出, 此时含噪图像的灰度分布为双峰分布, 三维 Otsu 方法虽然可以有效提取目标, 但是背景上含有大量噪声. 一维交叉熵阈值法和二维交叉熵阈值法的分割结果中图像背景区域也含有大量的噪声. 图 3(f)为三维交叉熵阈值法的分割结果, 可以看出, 三维算法基本上消除了背景中的椒盐噪声, 分割结果最理想.

为了定量比较几种算法分割效果的优劣, 实验中

采用分类误差来进行比较^[1]. ME 取值越小, 表明分割误差越小, 分割后图像的效果越接近理想分割. 图 4 给出了分类误差的柱状对比图.

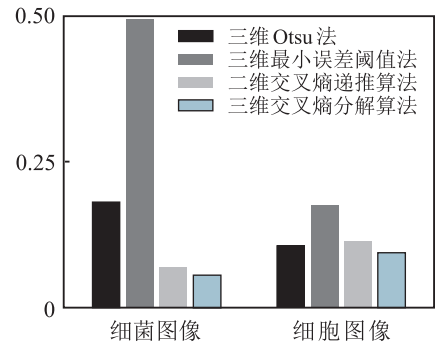


图 4 ME 值比较柱状图

从图 4 可以看出, 对于实验中两幅含有混合噪声的图像, 本文提出的三维交叉熵阈值法分类误差值最小, 分割效果最好. 与上面的主观视觉分析效果相一致, 这从另一个方面验证了三维交叉熵阈值法的有效性.

图 5 给出了 4 种方法在运行时间上的柱状图比较, 这里运行时间统计的是从读入图像到输出分割后图像所用的 CPU 耗时.

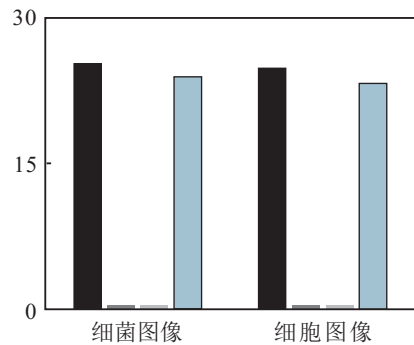


图 5 CPU 耗时比较柱状图

从图 5 可以看出, 三维算法虽然使用了快速算法, 但其时间复杂度仍为 $O(L^3)$, 耗时较多; 三维 Otsu 法和三维交叉熵阈值法的耗时均在 20 s 以上, 耗时有些过长. 为了解决这一问题, 可以考虑加入优化搜索策略, 如遗传算法、PSO 算法等提高算法的运算速度. 另一方面, 可以考虑参考文献 [14] 中的算法, 将三维算法降维, 从而提高算法的计算效率. 本文在这些方面进行了一些尝试, 在运算效率上有了很大的改进, 限于篇幅, 这里没有给出具体的算法思路. 但是, 优化算法带来的问题是易于陷入局部极值, 而降维算法也不能找到与穷举算法相同的分割阈值, 因此, 上述算法的分割效果还需要进行进一步的整理和分析.

4 结 论

交叉熵阈值法对于目标和背景方差相差较大的图像有更好的适应性. 本文在图像三维直方图的基础

上,结合交叉熵阈值法的原理,提出了三维交叉熵阈值化算法.三维交叉熵阈值法是基于图像中的像素值信息以及像素的局部邻域空间信息,因此对于含有混合噪声的图像较一维和二维方法有更好的分割效果.实验结果验证了本文算法对于含有混合噪声的图像较低维方法有更好的适应性.

另一方面,由于三维交叉熵阈值法的计算量复杂度为 $O(L^6)$,直接计算耗时过长.为了提高三维算法的计算速度,减少其计算的冗余,文中给出了三维交叉熵算法的快速递推公式.快速算法可将三维交叉熵阈值法的时间复杂度降为 $O(L^3)$,提高了算法的计算速度.但是三维交叉熵快速算法的耗时还是过长,因此下一步的工作是寻找三维方法的高效计算算法.

参考文献(References)

- [1] Sezgin M, Sankur B. Survey over image thresholding techniques and quantitative performance evaluation[J]. J of Electronic Imaging, 2004, 13(1): 146-165.
- [2] Xiao Yang, Cao Zhiguo, Yuan Junsong. Entropic image thresholding based on GLGM histogram[J]. Pattern Recognition Letters, 2014, 40(4): 47-55.
- [3] 龙建武, 申铨京, 臧慧, 等. 高斯尺度空间下估计背景的自适应阈值分割算法[J]. 自动化学报, 2014, 40(8): 1773-1782.
(Long J W, Chen X J, Zang H, et al. An adaptive thresholding algorithm by background estimation in gaussian scale space[J]. Acta Automatica Sinica, 2014, 40(8): 1773-1782.)
- [4] 龙建武, 申铨京, 陈海鹏. 自适应最小误差阈值分割算法[J]. 自动化学报, 2012, 38(7): 1134-1144.
(Long J W, Chen X J, Chen H P. Adaptive minimum error thresholding algorithm[J]. Acta Automatica Sinica, 2012, 38(7): 1134-1144.)
- [5] Otsu N. A thresholding selection method from gray-level histograms[J]. IEEE Trans on System, Man, and Cybernetic, 1979, 9(1): 62-66.
- [6] Kapur N, Sahoo P K, Wong A K C. A new method for gray-level picture thresholding using the entropy of the histogram[J]. Computer Vision, Graphics, and Image Processing, 1985, 29(85): 273-285.
- [7] Li C H, Lee C K. Minimum cross entropy thresholding[J]. Pattern Recognition, 1993, 26(4): 617-625.
- [8] Fan J L. Notes on Poisson distribution-based minimum error thresholding[J]. Pattern Recognition Letters, 1998, 19(98):425-431.
- [9] 雷博, 范九伦. 灰度图像的二维交叉熵阈值分割法[J]. 光子学报, 2009, 38(6): 1572-1576.
(Lei B, Fan J L. Two-dimensional cross-entropy thresholding segmentation method for gray-level images[J]. Acta Photonica Sinica, 2009, 38(6): 1572-1576.)
- [10] 范九伦, 雷博. 灰度图像的二维交叉熵直线型阈值分割法[J]. 电子学报, 2009, 37(3): 476-480.
(Fan J L, Lei B. Two-dimensional cross-entropy linear-type threshold segmentation method for gray-level images[J]. Acta Electronica Sinica, 2009, 37(3): 476-480.)
- [11] 岳峰, 左旺孟, 王宽全. 基于分解的灰度图像二维阈值选取算法[J]. 自动化学报, 2009, 35(7): 1022-1027.
(Yue F, Zuo W M, Wang K Q. Decomposition based two-dimensional threshold algorithm for gray images[J]. Acta Automatica Sinica, 2009, 35(7): 1022-1027.)
- [12] 汪海洋, 潘德炉, 夏德深. 二维otsu自适应阈值选取算法的快速实现[J]. 自动化学报, 2007, 33(9): 968-971.
(Wang H Y, Pan D L, Xiao D S. A fast algorithm for two-dimensional otsu adaptive threshold algorithm[J]. Acta Automatica Sinica, 2007, 33(9): 968-971.)
- [13] 范九伦, 赵凤, 张雪峰. 三维otsu阈值分割方法的递推算法[J]. 电子学报, 2007, 35(7): 1398-1402.
(Fan J L, Zhao F, Zhang X F. Recursive algorithm for three-dimensional Otsu.s thresholding segmentation method[J]. Acta Electronica Sinica, 2007, 35(7): 1398-1402.)
- [14] 申铨京, 龙建武, 陈海鹏, 等. 三维直方图重建和降维的otsu阈值分割算法[J]. 电子学报, 2011, 39(5): 1108-1114.
(Shen X J, Long J W, Chen H P, et al. Otsu thresholding algorithm based on rebuilding and dimension reduction of the3-dimensional histogram[J]. Acta Electronica Sinica, 2011, 39(5): 1108-1114.)
- [15] Kullback S. Information theory and statistics[M]. New York: Wiley, 1959.

(责任编辑: 齐 霖)