

带有大刚度柔性梁系统的非线性控制

王天雄, 薄煜明, 赵高鹏

(南京理工大学 自动化学院, 南京 210094)

摘要: 针对火炮身管振动影响射击准确度的问题, 建立考虑身管微形变的炮塔动力学模型和状态空间模型. 基于该系统模型, 利用多项式平方和(SOS)方法设计非线性状态反馈控制器和非线性状态观测器, 给出控制器和观测器在设计时满足分离原理的条件. 数值仿真结果表明, 所提出的方法可以使火炮随动系统在驱动炮台的同时有效抑制身管振动.

关键词: 身管振动; 动力学模型; 多项式平方和; 非线性控制

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Nonlinear control on systems with stiff flexible beam

WANG Tian-xiong, BO Yu-ming, ZHAO Gao-peng

(School of Automation, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China. Correspondent: BO Yu-ming, E-mail: byming@njust.edu.cn)

Abstract: The gun turret dynamic model and state-space model of barrel elastic deformation are established aiming at the issue that gun barrel vibration affects firing accuracy. Based on this system model, the nonlinear state-feedback controller and nonlinear state observer are designed by means of sum of squares(SOS). Conditions compatible with the separation principle for the controller and observer are given. The result of numerical simulation shows that this method performs effective restraint on gun barrel vibration as the gun following system drives the turret.

Keywords: barrel vibration; dynamic model; sum of squares; nonlinear control

0 引言

现代战争对武器反应的快速性和打击的准确性要求日益增高, 针对这一问题许多学者进行了大量研究. 文献[1]分析了炮口振动对立靶散布特性的影响; 文献[2]针对自行武器随动系统负载惯量大且具有时变性的特点, 设计了模型预测控制器; 文献[3-4]从弹炮作用的角度分析了弹丸激发时火炮身管的振动情况. 分析可知, 虽然身管刚度很大, 炮口扰动属于微形变, 但是由于火炮本身的特殊性, 微小的炮口扰动也会给射击带来很大的误差. 目前, 炮塔随动系统对于身管振动只是当作随机扰动来考虑, 并且将炮塔简化为恒定负载加扰动模型来处理^[2,5]. 这样做不但炮口指向控制精度有限, 而且延长了武器的反应时间. 为了克服这一问题, 进一步提高武器的反应速度和打击精度, 需要建立考虑身管微振动的非线性被控模型, 并研究相关的非线性控制算法.

近年来, 对多项式平方和(SOS)技术的研究促进了非线性控制理论的发展. SOS为寻找多项式矩阵不等式的保守解提供了有效算法, 是多项式非线性系统研究的有力工具. 文献[6]利用SOS方法设计了基于Lyapunov稳定性的非线性最优控制; 文献[7]基于SOS方法分析了多项式非线性系统的吸引域; 文献[8]针对多项式非线性系统设计了基于SOS方法的故障检测器; 文献[9-11]将SOS方法用于卫星姿态控制以及大角度机动控制律的设计; 文献[12]针对多项式模糊系统研究了基于SOS方法的系统建模与控制综合问题; 文献[13-16]研究了SOS方法在多项式非线性系统鲁棒控制中的应用.

本文建立了包含身管微振动的炮塔动力学模型和非线性状态空间模型, 并根据模型特征, 利用SOS方法分别给出了非线性状态观测器和非线性状态反馈控制器的设计方法, 分析了观测器和控制器在设计

收稿日期: 2015-03-17; 修回日期: 2015-08-18.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61203266).

作者简介: 王天雄(1986-), 男, 博士生, 从事火控及其自动化的研究; 薄煜明(1965-), 男, 研究员, 博士生导师, 从事多武器平台等研究.

时满足分离原理的条件.

1 考虑身管微振动的炮塔控制模型

1.1 炮塔的动力学模型

以坦克炮塔为研究对象, 其结构如图 1 所示.

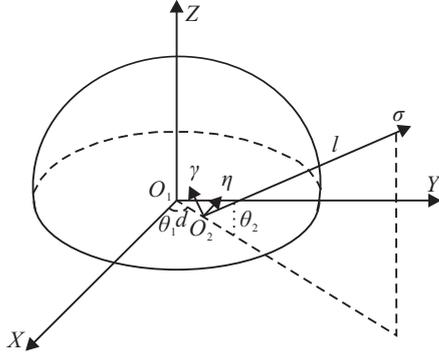


图 1 炮台结构

在图 1 中: O_1 为炮塔在方位向的旋转中心, O_2 为身管在俯仰向的旋转中心, 两中心的距离为 d ; 坐标系 O_1-XYZ 为车体坐标系, 坐标轴 O_1X 平行于水平面指向车体正前方, 坐标轴 O_1Z 垂直于水平面向上, 坐标轴 O_1Y 由右手法则确定; 坐标系 $O_2-\sigma\eta\gamma$ 为身管坐标系, 坐标轴 $O_2\sigma$ 沿未变形的炮身管中轴线指向炮口, 坐标轴 $O_2\eta$ 在水平面内垂直于 $O_2\sigma$ 轴指向身管左侧, 坐标轴 $O_2\gamma$ 由右手法则确定; θ_1 为炮塔方位角, θ_2 为身管俯仰角.

由弹性体振动相关知识推导可知, 对于形如身管的轴对称弹性体, 当其横向弹性形变 $w(\sigma, t)$ 为微小形变时, 可表示为

$$\begin{aligned} w(\sigma, t) &= \sqrt{w_\eta^2(\sigma, t) + w_\gamma^2(\sigma, t)}, \\ w_\eta(\sigma, t) &= \sum_{i=1}^N \Phi_i(\sigma) q_{1i}(t), \\ w_\gamma(\sigma, t) &= \sum_{i=1}^N \Phi_i(\sigma) q_{2i}(t). \end{aligned} \quad (1)$$

其中: $w_\eta(\sigma, t)$ 和 $w_\gamma(\sigma, t)$ 分别为身管形变在 $O_2\eta$ 和 $O_2\gamma$ 方向上的分量, $\Phi_i(\sigma)$ 为身管的第 i 阶振型函数, $q_{1i}(t)$ 和 $q_{2i}(t)$ 分别为对应于 $w_\eta(\sigma, t)$ 和 $w_\gamma(\sigma, t)$ 的第 i 阶模态坐标, N 为所考虑的模态数, t 为时间.

身管上某一点 P 在车体坐标系三轴向的分量表示如下:

$$\begin{aligned} P_Z &= \sigma \sin \theta_2 + w_\gamma(\sigma, t) \cos \theta_2, \\ P_X &= (\sigma \cos \theta_2 + d - w_\gamma(\sigma, t) \sin \theta_2) \cos \theta_1 - w_\eta(\sigma, t) \sin \theta_1, \\ P_Y &= (\sigma \cos \theta_2 + d - w_\gamma(\sigma, t) \sin \theta_2) \sin \theta_1 + w_\eta(\sigma, t) \cos \theta_1. \end{aligned} \quad (2)$$

以炮塔底端为零势能面, 炮塔的动能 T 和势能 V 分别表示如下:

$$T = \frac{1}{2} J_1 \dot{\theta}_1^2 + \frac{\rho}{2} \int_0^l v^2(\sigma) d\sigma, \quad (3)$$

$$V = - \int_0^l \rho g P_Z d\sigma + \frac{EI}{2} \int_0^l \left[\left(\frac{\partial^2 w_\eta(\sigma, t)}{\partial \sigma^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w_\gamma(\sigma, t)}{\partial \sigma^2} \right)^2 \right] d\sigma + V_0, \quad (4)$$

$$v^2(\sigma) = \dot{P}_X^2 + \dot{P}_Y^2 + \dot{P}_Z^2. \quad (5)$$

其中: J_1 为炮塔的转动惯量, $v(\sigma)$ 为身管 σ 处的速度, ρ 为身管线密度, g 为重力加速度, l 为身管长度, EI 为身管的抗弯刚度, V_0 为除去身管以外炮塔部分的重力势能, (\cdot) 运算为对时间 t 求导.

取拉格朗日量 $L = T - V$, 代入拉格朗日第二类方程^[17]

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_j} = Q_j. \quad (6)$$

其中: q 为拉格朗日广义坐标, 在这里为 $[\theta_1, \theta_2, q_{11}, \dots, q_{1N}, q_{21}, \dots, q_{2N}]^T$; Q_j 为对应第 j 个广义坐标 q_j 的主动广义力.

由于身管振动属于微形变, 在求解式 (6) 时除身管弹性势能的项以外, 其他含有 $q_{11}, \dots, q_{1N}, q_{21}, \dots, q_{2N}$ 的乘积项可以忽略, 化简整理后可得如下由 $(2n+2)$ 个方程组成的方程组:

$$\left\{ \begin{aligned} & J_1 \ddot{\theta}_1 + \rho \int_0^l \left[f^2 \ddot{\theta}_1 + f \sum_{i=1}^N \Phi_i(\sigma) \ddot{q}_{1i} - \right. \\ & \left. 2 \sin \theta_2 f \sigma \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 - 2f \sin \theta_2 \sum_{i=1}^N \Phi_i(\sigma) \dot{q}_{2i} \dot{\theta}_1 \right] d\sigma = M_1, \\ & \rho \int_0^l \left[\sigma^2 \ddot{\theta}_2 + \sigma \sum_{i=1}^N \Phi_i(\sigma) \ddot{q}_{2i} + \sin \theta_2 f \sigma \dot{\theta}_1^2 + \right. \\ & \left. 2\sigma \sin \theta_2 \sum_{i=1}^N \Phi_i(\sigma) \dot{q}_{1i} \dot{\theta}_1 \right] d\sigma - \rho g \cos \theta_2 \int_0^l \sigma d\sigma = M_2, \\ & \rho \int_0^l \left[f \Phi_i(\sigma) \ddot{\theta}_1 + \Phi_i^2(\sigma) \ddot{q}_{1i} - 2\sigma \sin \theta_2 \Phi_i(\sigma) \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 - \right. \\ & \left. 2 \sin \theta_2 \Phi_i^2(\sigma) \dot{q}_{2i} \dot{\theta}_1 \right] d\sigma + EI \int_0^l \left(\frac{\partial^2 \Phi_i(\sigma)}{\partial \sigma^2} \right)^2 q_{1i} d\sigma = 0, \\ & \rho \int_0^l \left[\sigma \Phi_i(\sigma) \ddot{\theta}_2 + \Phi_i^2(\sigma) \ddot{q}_{2i} + f \sin \theta_2 \Phi_i(\sigma) \dot{\theta}_1^2 + \right. \\ & \left. 2 \sin \theta_2 \Phi_i^2(\sigma) \dot{q}_{1i} \dot{\theta}_1 \right] d\sigma - \rho g \int_0^l \Phi_i(\sigma) \cos \theta_2 d\sigma + \\ & \left. EI \int_0^l \left(\frac{\partial^2 \Phi_i(\sigma)}{\partial \sigma^2} \right)^2 q_{2i} d\sigma = 0. \right. \end{aligned} \right. \quad (7)$$

其中: $i = 1, 2, \dots, N$, $f = \sigma \cos \theta_2 + d$, M_1 、 M_2 为火炮随动系统在炮塔方位向和身管俯仰向的驱动力矩.

1.2 非线性状态空间方程

取 $x = [x_a^T, x_b^T]^T$, $x_a = [\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \theta_1, \theta_2, \sin \theta_2, (\cos \theta_2 - 1)]^T$, $x_b = [\dot{q}_{11}, \dots, \dot{q}_{1N}, \dot{q}_{21}, \dots, \dot{q}_{2N}, q_{11}, \dots, q_{1N}, (q_{21} - q_{210}), \dots, (q_{2N} - q_{2N0})]^T$, $x_c = [\sin \theta_2, \cos \theta_2]^T$. 其中 q_{210}, \dots, q_{2N0} 为俯仰角为零时身管在重力作用下弹性形变对应于各阶模态的坐标值. 通过求解式 (7) 可得到系统的非线性状态空间方程和输出方程

$$\dot{x} = \frac{1}{a(\cos \theta_2)} [A(x_a)x + B(x_a)(u + \zeta)], \quad y = Cx. \quad (8)$$

其中: $u = [M_1, M_2]^T$ 为系统控制输入量; ζ 为常数向量; $A(x_a)$ 为 $(4N+6)$ 阶关于 x_a 的多项式方阵, $B(x_a)$ 为 $(4N+6) \times 2$ 的关于 x_a 的多项式矩阵, $a(\cos \theta_2)$ 为关于 $\cos \theta_2$ 的多项式, $A(x_a)$, $B(x_a)$, $a(\cos \theta_2)$ 均通过式(7)求解 $\tilde{\theta}_1, \tilde{\theta}_2, \tilde{q}_{11}, \dots, \tilde{q}_{1N}, \tilde{q}_{21}, \dots, \tilde{q}_{2N}$ 后整理得到, 由于具体表达式比较复杂, 限于篇幅不再给出. 特别说明, $a(\cos \theta_2)$ 为式(7)求解结果中的分母多项式; 状态 x 中, x_a 可以由输出直接得到, 且 $y = x_a$; $C = [I_6, 0]$ 为 $6 \times (4N+6)$ 的常数阵, I_6 为 6 阶单位阵.

2 非线性局部镇定控制

2.1 预备知识

定义 1 设 $f(x)$ 是一个关于 $x \in \mathbf{R}^n$ 的多项式, 若存在一组多项式 $f_1(x), \dots, f_m(x)$, 使得 $f(x) = \sum_{i=1}^m f_i^2(x)$, 则称 $f(x)$ 为 SOS 多项式.

SOS 多项式是非负的, 反之则不一定成立. 检验一个多项式是否为 SOS 多项式是一个凸优化问题, 所以在研究控制问题时, 若将检验多项式的非负性放宽为 SOS 检验, 则会得到一个求解保守解的有效方法.

引理 1 设 $P(x)$ 为对称多项式矩阵, 若其对于所有 $x \in \mathbf{R}^n$ 都非奇异, 则有

$$\frac{\partial P(x)}{\partial x_i} = -P(x) \frac{\partial P^{-1}}{\partial x_i} P(x), \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

定理 1 设 $\beta \subset \mathbf{R}^n$, $F(x)$ 、 $D(x)$ 分别为 q 阶和 p 阶对称矩阵, $E(x) \in \mathbf{R}^{p \times q}$, 且其元素均为关于 $x \in \beta$ 的连续函数, 则下列陈述等价: 1) $D(x) < 0$, $F(x) < 0$; 2) 存在标量 $\mu > 0$, 使得 $\begin{bmatrix} D(x) & E(x) \\ E^T(x) & \mu F(x) \end{bmatrix} < 0$.

证明 类似于参考文献 [9], 2) \Rightarrow 1) 显然成立. 1) \Rightarrow 2), 记 $G(x) = E^T(x)D^{-1}(x)E(x)$, 易知 $G(x) \leq 0$, 且其特征值是关于 x 的连续函数, 故在 $x \in \beta$ 上存在最小特征值 $\lambda_G \leq 0$. 同理, 在 $x \in \beta$ 上, $F(x)$ 存在最大特征值 $\bar{\lambda}_F \leq 0$. λ_G 和 $\bar{\lambda}_F$ 分别满足

$$\lambda_G I_q \leq G(x) = E^T(x)D^{-1}(x)E(x), \quad \forall x \in \beta; \quad (9)$$

$$F(x) \leq \bar{\lambda}_F I_q, \quad \forall x \in \beta. \quad (10)$$

取 $\mu_0 = \lambda_G \bar{\lambda}_F^{-1} \geq 0$, 结合式(9)、(10), 当 $\mu > \mu_0$ 时, 有 $\mu F(x) < \lambda_G I_q \leq E^T(x)D^{-1}(x)E(x)$, $\forall x \in \beta$. 再由 Schur 补引理可知, 2) 成立. \square

2.2 非线性控制器设计

为了后文叙述方便, 设 $\alpha \subset \mathbf{R}^{4N+6}$ 为有界闭集.

定理 2 对于系统(8), 假设有 $(4N+6)$ 阶对称多项式矩阵 $P_1(x_c)$, 对于 $x \in \alpha$ 非奇异, $2 \times (4N+6)$ 的多项式矩阵 $K(x_a)$ 以及常数 $\epsilon_1 > 0$, $\epsilon_2 > 0$, $\epsilon_3 > 0$, 表达式 $a(\cos \theta_2) - \epsilon_1, v^T(P_1(x_c) - \epsilon_2 I)v, -v^T(P_1(x_c) \times A^T(x_a) + K^T(x_a)B^T(x_a) + A(x_a)P_1(x_c) + B(x_a)K(x_a) - \sum_{j \in J} \frac{\partial P_1(x_c)}{\partial x_j} A_j(x_a)x + \epsilon_3 I)v$ 为 SOS 多项式, 则存在

非线性状态反馈控制器 $u(x) = K(x_a)P_1^{-1}(x_c)x - \zeta$ 使得系统(8)渐近稳定. 其中 $J = \{5, 6\}$ 对应于 x_c 在 x 中的行数, 相应 $B(x_a)$ 的 J 行元素均为 0, $v \in \mathbf{R}^{4N+6}$.

证明 沿用参考文献 [6] 的思路, 取 Lyapunov 函数 $V_1 = x^T P_1^{-1}(x_c)x$, 易证结论成立. \square

注 1 关于定理 2 中的 $a(\cos \theta_2) - \epsilon_1$, 只要对于 $x \in \alpha$, $a(\cos \theta_2)$ 恒正或恒负, 即可利用 SOS 方法对系统进行控制设计, 而且 $a(\cos \theta_2)$ 由系统结构决定, 不能设计. 这里提出 $a(\cos \theta_2) - \epsilon_1$ 的要求, 一是为了使定理叙述紧凑, 二是由于在本文建立的控制模型中, 经计算 $a(\cos \theta_2)$ 是关于 $\cos \theta_2$ 的 SOS 多项式.

由于一部分状态 x_b 不能从系统输出中直接得到, 为了实现系统的状态反馈控制, 需要设计一个非线性观测器从输出 y 中观测系统状态.

2.3 非线性状态观测器设计

设系统观测器的状态方程和输出方程为

$$\dot{\hat{x}} = \frac{1}{a(\cos \theta_2)} [A(x_a)\hat{x} + B(x_a)(u + \zeta) + P_2^{-1}(x_c)L(x_a)(y - \hat{y})],$$

$$\hat{y} = C\hat{x}. \quad (11)$$

其中: \hat{y} 、 \hat{x} 、 $\dot{\hat{x}}$ 分别为 y 、 x 、 \dot{x} 的观测值, $P_2^{-1}(x_c)L(x_a)$ 为待设计的观测增益. 取观测误差 $e = x - \hat{x}$, 结合式(8)、(11)可得

$$\dot{e} = \frac{1}{a(\cos \theta_2)} [A(x_a) - P_2^{-1}(x_c)L(x_a)C]e. \quad (12)$$

非线性状态观测设计问题具体而言是设计观测增益 $P_2^{-1}(x_c)L(x_a)$ 使系统(12)对于 $x \in \alpha$ 渐近稳定.

定理 3 对于系统(12), 假设有 $(4N+6)$ 阶对称多项式矩阵 $P_2(x_c)$, 对于 $x \in \alpha$ 非奇异, $(4N+6) \times 6$ 的多项式矩阵 $L(x_a)$ 以及常数 $\epsilon_1 > 0$, $\epsilon_4 > 0$, $\epsilon_5 > 0$, 且表达式 $a(\cos \theta_2) - \epsilon_1, v^T(P_2(x_c) - \epsilon_4 I)v, -v^T(A^T(x_a) \times P_2(x_c) - C^T L^T(x_a) + P_2(x_a)A(x_a) - L(x_a)C + \sum_{j \in J} \frac{\partial P_2(x_c)}{\partial x_j} A_j(x_a)x + \epsilon_5 I)v$ 为 SOS 多项式, 则系统(12)渐近稳定. 其中: $J = \{5, 6\}$ 对应于 x_c 在 x 中的行数, 相应 $B(x_a)$ 的 J 行元素均为 0, $v \in \mathbf{R}^{4N+6}$.

证明 同定理 1 的证明, 取 Lyapunov 函数 $V_2 = e^T P_2(x_c)e$, 易证结论成立. \square

2.4 非线性系统综合

下面分析带有状态观测器(11)的非线性系统(8)的控制问题. 设系统的控制输入为 $u(x) = K(x_a) \times P_1^{-1}(x_c)\hat{x} - \zeta$, 则系统(8)、(12)可重写为

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{e} \end{bmatrix} = \frac{1}{a(\cos \theta_2)} \begin{bmatrix} H_1 & H_2 \\ 0 & H_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ e \end{bmatrix}. \quad (13)$$

其中: $H_1 = A(x_a) + B(x_a)K(x_a)P_1^{-1}(x_c)$, $H_2 = -B(x_a)K(x_a)P_1^{-1}(x_c)$, $H_3 = A(x_a) - P_2^{-1}(x_c) \times L(x_a)C$.

定理 4 若系统(8)存在非线性状态反馈控制

律 $u(x) = K(x_a)P_1^{-1}(x_c)x - \zeta$ 和非线性观测增益 $P_2^{-1}(x_c)L(x_a)$, 则存在非线性状态反馈控制器和观测器使得系统 (13) 在 $x \in \alpha$ 内渐近稳定.

证明 取 Lyapunov 函数 $V_0 = [x, e]^T P_0(x_c)[x, e]$. 其中: $P_0(x_c) = \text{diag}\{P_1^{-1}(x_c), \mu P_2(x_c)\}$, μ 为某一标量常数. 由于系统 (8) 满足定理 2 和定理 3, $P_1(x_c)$ 、 $P_2(x_c)$ 均正定, 显然对于 $x \in \alpha$, 有 $V_0 > 0$. 又有

$$\frac{\partial V_0}{\partial t} = \frac{1}{a(\cos \theta_2)} \begin{bmatrix} x \\ e \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} S_1 & S_2 \\ S_2^T & \mu S_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ e \end{bmatrix}, \quad (14)$$

其中

$$S_1 = P_1^{-1}(x_c)A(x_a) + P_1^{-1}(x_c)B(x_a)K(x_a)P_1^{-1}(x_c) + A^T(x_a)P_1^{-1}(x_c) + P_1(x_c)K^T(x_a)B^T(x_a)P_1^{-1} + \sum_{j \in J} \frac{\partial P_1^{-1}(x_c)}{\partial x_j} A_j(x_a)x,$$

$$S_2 = -B(x_a)K(x_a)P_1^{-1}(x_c),$$

$$S_3 = P_2(x_a)A(x_a) - L(x_a)C + A^T(x_a)P_2(x_c) - C^T L^T(x_a) + \sum_{j \in J} \frac{\partial P_2(x_c)}{\partial x_j} A_j(x_a)x.$$

$J = \{5, 6\}$ 对应于 x_c 在 x 中的行数, 相应 $B(x_a)$ 的 J 行元素均为 0.

将式 (14) 分别左乘和右乘 $\text{diag}\{P_1(x_c), I\}$, 并由引理 1 得到

$$\frac{\partial V_0}{\partial t} = \frac{1}{a(\cos \theta_2)} \begin{bmatrix} x \\ e \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} F_1 & F_2 \\ F_2^T & \mu F_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ e \end{bmatrix}, \quad (15)$$

其中: $F_1 = A(x_a)P_1(x_c) + B(x_a)K(x_a) + P_1(x_c)A^T(x_a) + K^T(x_a)B^T(x_a) - \sum_{j \in J} \frac{\partial P_1(x_c)}{\partial x_j} A_j(x_a)x$, $F_2 = -P_1(x_c) \times B(x_a)K(x_a)$, $F_3 = S_3$.

由于系统 (8) 满足定理 2, $a(\cos \theta_2) > 0$. 取 $D(x) = F_1$, $E(x) = F_2$, $F(x) = F_3$, 又由定理 1~定理 3 可知, 一定存在一个标量 μ , 使得式 (14) 小于零, 即对于 $x \in \alpha$, $\partial V_0 / \partial t < 0$. 因此系统 (13) 渐近稳定. \square

定理 4 实质上说明了对于系统 (8), 若 $x \in \alpha$, 则其非线性控制器和非线性观测器的设计满足分离原理, 可以根据定理 2 和定理 3 独立设计.

3 数值仿真

设炮塔除身管外部分的转动惯量为 $17792 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$, 身管长度为 6 m , 线密度为 92.38 kg/m , 抗弯刚度为 $3.65 \times 10^7 \text{ N}\cdot\text{m}^2$, 炮塔旋转中心到身管旋转中心的距离为 0.5 m .

为了计算方便, 以炮塔俯仰向为例仅考虑前两阶振动模态来设计观测器和控制器, 此时系统状态变为 $[\dot{\theta}_2, \theta_2, \sin \theta_2, (\cos \theta_2 - 1), q_{21}, q_{22}, (q_{21} - q_{210}), (q_{22} - q_{220})]^T$, 同时系统 (8) 也作相应变化. 设炮塔需要从俯仰角 15° 调整到零, 即初始状态为 $[0, 0.2618, 0.2588, -0.0341, 0, 0, 9.5 \times 10^{-5}, 5.754 \times 10^{-5}]^T$, 目标状态为 $[0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]^T$.

根据定理 2 和定理 3 求解得到非线性状态观测器增益和控制器增益, 此时 P_1 和 P_2 求得为常数矩阵. 限于篇幅, 这里只给出观测增益的第 1 行. $K(\dot{\theta}_2)P_1^{-1} = [-147.12 \dot{\theta}_2^2 + 745.2 \dot{\theta}_2 - 15737.8, -0.079 \dot{\theta}_2^2 + 0.37 \dot{\theta}_2 - 7.8, -128.3 \dot{\theta}_2^2 + 386.6 \dot{\theta}_2 - 13692.7, 210.3 \dot{\theta}_2^2 - 1436.9 \dot{\theta}_2 + 22799.6, -40.2 \dot{\theta}_2^2 + 291 \dot{\theta}_2 - 4958.9, 77.7 \dot{\theta}_2^2 + 44.7 \dot{\theta}_2 + 3852.8, 4366.3 \dot{\theta}_2^2 + 947.7 \dot{\theta}_2 - 544225.0, -19708.8 \dot{\theta}_2^2 - 2645.5 \dot{\theta}_2 - 5447788.0]$. $P_2^{-1} \times L(\dot{\theta}_2)$ 的第 1 行为 $[8676.5 \dot{\theta}_2^2 - 8.9 \dot{\theta}_2 + 25320.1, 1.2 \dot{\theta}_2^2 - 10.3 \dot{\theta}_2 + 925.3, 1.4 \dot{\theta}_2^2 + 496.0 \dot{\theta}_2 + 1385.9, -0.4 \dot{\theta}_2^2 + 280.1 \dot{\theta}_2 + 14050.6]$.

系统状态观测误差如图 2 和图 3 所示, 身管俯仰角度和末端振动情况如图 4 和图 5 所示.

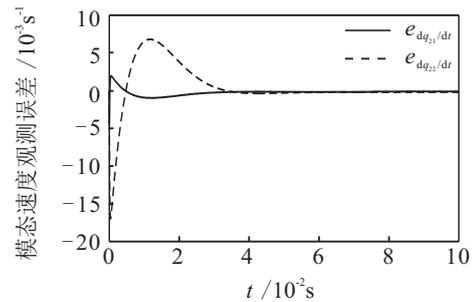


图 2 模态速度观测误差

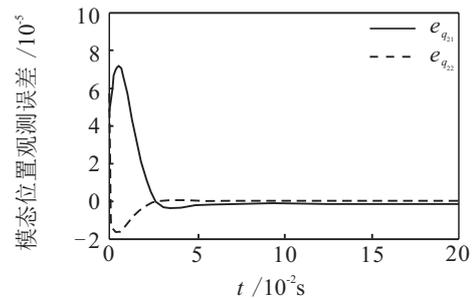


图 3 模态位置观测误差

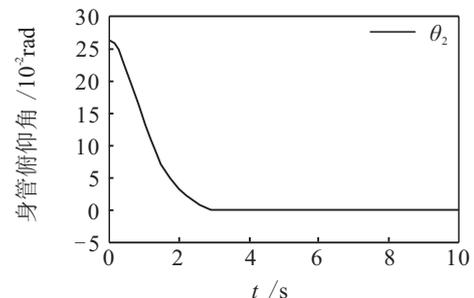


图 4 身管俯仰角

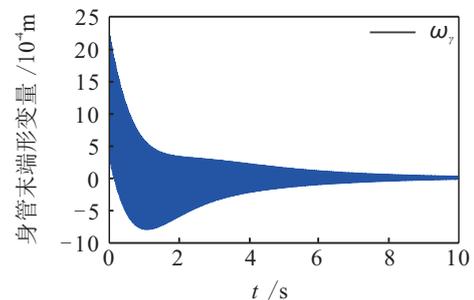


图 5 身管末端形变量

从图中可以看出, 观测误差收敛迅速, 系统在非线性状态反馈控制器作用下, 俯仰角向目标角度机动的同时身管振动得到了一定的抑制。

4 结 论

结合身管刚度大, 微形变不可忽略的特点, 建立并简化了带有大刚度柔性梁结构的炮塔动力学模型和状态空间模型. 以 SOS 方法为基础给出了该系统非线性状态观测器和控制器的设计方法, 仿真算例表明该方法正确有效. 考虑到在实际作战对抗中, 炮塔会受到外界各种谱噪声的干扰, 所以将噪声干扰引入到前述模型中, 研究其非线性鲁棒控制方法是下一步工作的重点。

另外, 由于系统模型较复杂且硬件设备条件有限, 此次未能给出炮塔方位向和俯仰向同时机动控制的仿真实验结果. 待设备条件成熟或找到进一步简化模型的方法后还需补充此部分工作。

参考文献(References)

- [1] 王宝元, 许耀峰. 炮口振动与立靶散布特性试验研究[J]. 振动与冲击, 2014, 33(8): 83-87.
(Wang B Y, Xu Y F. Effect of muzzle vibration on vertical target dispersion[J]. J of Vibration and Shock, 2014, 33(8): 83-87.)
- [2] 汪正军, 王军政. 大惯量随动系统解析模型预测控制[J]. 北京理工大学学报, 2011, 31(11): 1308-1312.
(Wang Z J, Wang J Z. Explicit model predictive control for large inertia servo system[J]. Trans of Beijing Institute of Technology, 2011, 31(11): 1308-1312.)
- [3] 张志新, 胡振东. 考虑弹丸与身管轴向运动耦合的火炮系统时变动力学分析[J]. 振动与冲击, 2013, 32(20): 67-71.
(Zhang Z X, Hu Z D. Artillery time-varying dynamic system considering coupling between bullet's moving and barrel's axial movement[J]. J of Vibration and Shock, 2013, 32(20): 67-71.)
- [4] 陈世业, 王良明, 史伟. 虚拟体在弹炮耦合系统力学模型中的应用[J]. 振动与冲击, 2013, 32(24): 33-37.
(Chen S Y, Wang L M, Shi W. Application of virtual objects in dynamic model of a projectile-barrel coupled system[J]. J of Vibration and Shock, 2013, 32(24): 33-37.)
- [5] 李仪, 郭宏. 永磁同步电动机大惯量负载的滑模变结构控制[J]. 北京航空航天大学学报, 2007, 33(10): 1208-1211.
(Li Y, Guo H. Sliding mode control of permanent magnet synchronous motor with great inertia load[J]. J of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2007, 33(10): 1208-1211.)
- [6] Prajna S, Papachristodoulou A, Wu F. Nonlinear control synthesis by sum of squares optimization: A Lyapunov-based approach[C]. Proc of the 5th Control Conf. Melbourne: IEEE Press, 2004: 157-165.
- [7] 何朕, 孟范伟, 王广雄. 非线性系统设计和分析中的 SOS 方法[J]. 电机与控制学报, 2013, 17(6): 69-74.
(He Z, Meng F W, Wang G X. SOS approaches for nonlinear system analysis and design[J]. Electric Machines and Control, 2013, 17(6): 69-74.)
- [8] Franze G, Famularo D. A robust fault detection filter for polynomial nonlinear systems via sum-of-squares decompositions[J]. Systems & Control Letters, 2012, 61(8): 839-848.
- [9] 周燕茹, 黄文超, 曾建平. 挠性卫星姿态非线性局部镇定控制[J]. 控制理论与应用, 2014, 31(3): 293-298.
(Zhou Y R, Huang W C, Zeng J P. Nonlinear local stabilization control of flexible satellite attitude system[J]. Control Theory & Applications, 2014, 31(3): 293-298.)
- [10] 何朕, 孟范伟, 王广雄. 卫星大角度姿态机动控制的 SOS 设计[J]. 中国空间科学技术, 2013, 33(5): 69-75.
(He Z, Meng F W, Wang G X. SOS design for control of large attitude maneuvers of satellites[J]. Chinese Space Science and Technology, 2013, 33(5): 69-75.)
- [11] Narendra G, Luis R. Control of large angle attitude maneuvers for rigid bodies using sum of squares[C]. Proc of the 2007 American Control Conf. New York: IEEE Press, 2007: 3156-3161.
- [12] Tanaka K, Yoshida H, Ohtake H. A sum-of-squares approach to modeling control of nonlinear dynamical systems with polynomial fuzzy systems[J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 2009, 17(4): 911-922.
- [13] 黄文超, 孙洪飞, 曾建平. 一类多项式非线性系统的鲁棒 H_∞ 控制[J]. 控制理论与应用, 2012, 29(12): 1588-1593.
(Huang W C, Sun H F, Zeng J P. Robust H_∞ control for a class of polynomial nonlinear systems[J]. Control Theory & Applications, 2012, 29(12): 1588-1593.)
- [14] 黄文超, 孙洪飞, 曾建平. 一类含多面体不确定性多项式系统鲁棒镇定[J]. 控制与决策, 2013, 28(9): 1329-1334.
(Huang W C, Sun H F, Zeng J P. Robust stabilization for a class of polynomial systems with polytopic uncertainties[J]. Control and Decision, 2013, 28(9): 1329-1334.)
- [15] Huang W C, Sun H F, Zeng J P. Robust control synthesis of polynomial nonlinear systems using sum of squares technique[J]. Acta Automatica Sinica, 2013, 39(6): 799-805.
- [16] Anderson J, Papachristodoulou A. Robust nonlinear stability and performance analysis of an F/A-18 aircraft model using sum of squares programming[J]. Int J of Robust and Nonlinear Control, 2013, 23(10): 1099-1114.
- [17] 王伟, 赖永星. 振动力学与工程应用[M]. 郑州: 郑州大学出版社, 2008: 190-214.
(Wang W, Lai Y X. Vibration mechanics and its applications[M]. Zhengzhou: Zhengzhou University Press, 2008: 190-214.)