

线性连续周期系统的模型参考跟踪控制

路 阳, 付艳明, 张卯瑞

(哈尔滨工业大学 航天学院, 哈尔滨 150001)

摘要: 基于周期系统 Lyapunov 稳定性理论, 给出控制器的存在条件. 利用广义 Sylvester 矩阵方程的参数化解, 提出模型参考跟踪控制器的参数化设计算法. 该控制器包括具有一定收敛速率的反馈镇定控制器和完全参数化的前馈跟踪补偿器两部分. 以基于 T-H 方程描述的两航天器绕飞任务下的控制系统进行仿真, 仿真结果验证了所提出控制方法的有效性.

关键词: 连续周期系统; 模型参考跟踪控制; 参量 Lyapunov 方法; 参数化方法; 航天器绕飞

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Model reference tracking control of linear continuous periodic system

LU Yang, FU Yan-ming, ZHANG Mao-rui

(School of Astronautics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China. Correspondent: ZHANG Mao-rui, E-mail: zhangmaorui@hit.edu.cn)

Abstract: The existence condition of the controller is deduced based on the Lyapunov stability theory. The parametric design algorithm is proposed by utilizing the parametric solution of the generalized Sylvester matrix equation. The controller consists of two parts, a certain convergence rate feedback stabilization controller and a fully parameterized feedforward compensator. The controller is simulated under the flying around task which is about the two spacecrafts based on the T-H equation description. The simulation results show the effectiveness of the proposed control method.

Keywords: continuous periodic system; model reference tracking control; parametric Lyapunov approach; parametric method; spacecrafts flying around

0 引 言

线性周期系统是线性时变系统的最简单形式. 对于任何控制系统, 对其稳定性的要求是最基本的, 线性周期系统也不例外. 关于周期系统的稳定性研究, 目前已有了一些论著^[1-2]. 关于周期系统控制方面的研究, 文献[3]给出了系统二次稳定的充要条件和鲁棒控制器的设计方法; 文献[4]将定常系统的小增益定理和正实性定理扩展到周期时变系统, 并给出了线性周期时变系统强有界实性和强正实性的两个充分必要条件; 文献[5]基于周期 Lyapunov 微分方程, 获得了一种新的求解线性时变周期系统 H_2 范数的计算方法; 文献[6]将不确定线性时变周期系统的鲁棒控制问题转化为一类范数有界问题进行求解, 并基于 LMI 方法获得了鲁棒镇定控制器.

模型参考跟踪控制是控制理论的一个重要问题,

该问题一直以来都受到学者的广泛关注. 文献[7]针对多变量线性系统, 提出了一种完全参数化形式的鲁棒模型参考控制器; 文献[8]针对多变量模型跟踪控制系统, 给出了模型参考的设计准则和控制器的一般性求解方法; 文献[9]研究了非线性系统的模型参考跟踪问题, 并得到了 LMI 形式的控制器求解算法.

基于 T-H 方程描述的航天器相对轨道机动控制问题可以转化为一类线性连续时间周期系统的控制问题, 但关于该方面的研究成果还比较少. 文献[10]针对空间椭圆交会问题, 求解了一个非线性反馈控制律使控制系统渐近稳定; 文献[11]考虑了控制受限情况下的椭圆轨道交会问题, 利用 Lyapunov 微分方程得到了系统的反馈镇定控制律; 文献[12]以 T-H 方程为背景, 运用模型参考跟踪理论和参量 Lyapunov 方法, 提出了卫星轨迹跟踪控制器的设计方法.

收稿日期: 2015-03-17; 修回日期: 2015-06-10.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (61104059).

作者简介: 路阳 (1987—), 男, 博士, 从事航天器轨道控制的研究; 张卯瑞 (1964—), 男, 教授, 博士生导师, 从事航天器控制等研究.

本文主要研究线性连续周期系统的模型参考跟踪控制问题,采用参量Lyapunov方法和广义Sylvester矩阵方程的参数化方法提出了线性连续周期系统的模型参考跟踪控制器设计算法.另一方面,以基于T-H方程描述的航天器相对轨道机动控制问题为应用背景,完成了两个航天器绕飞指令下的控制系统仿真.

1 问题描述

本文考虑下述线性连续周期系统:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t), \\ y(t) = C(t)x(t). \end{cases} \quad (1)$$

其中: $x(t) \in R^n$ 、 $u(t) \in R^m$ 和 $y(t) \in R^r$ 分别代表系统的状态向量、控制向量和输出向量, R 为实数空间; $A(t) \in R^{n \times n}$ 、 $B(t) \in R^{n \times m}$ 和 $C(t) \in R^{r \times n}$ 分别代表周期为 T 的系统矩阵、控制矩阵和输出矩阵. 对于 $\forall t \in R$, 有

$$\begin{aligned} A(t+T) &= A(t), \\ B(t+T) &= B(t), \\ C(t+T) &= C(t), \end{aligned}$$

其中 T 为给定的正标量.

对于系统(1),选取如下形式的线性定常系统作为参考模型:

$$\begin{cases} \dot{x}_b(t) = A_b x_b(t), \\ y_b(t) = C_b x_b(t). \end{cases} \quad (2)$$

其中: $x_b(t) \in R^q$ 和 $y_b(t) \in R^n$ 分别表示参考模型的状态向量和输出向量, A_b 和 C_b 分别为相应维数的已知矩阵. 基于线性周期系统(1)和参考模型(2),下面给出本文的模型参考跟踪控制问题描述.

模型参考跟踪控制问题为: 给定线性连续周期系统(1)和参考模型(2),求取控制器使系统(1)的输出 $y(t)$ 可渐近跟踪参考模型(2)的输出 $y_b(t)$, 即

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \delta y(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} (y(t) - y_b(t)) = 0. \quad (3)$$

2 控制器的存在条件与设计算法

2.1 控制器的存在条件

因为参考模型(2)既可表征所设计控制系统的期望响应特性,又可代表被跟踪对象的模型,所以要使闭环系统满足条件(3),所设计的控制器应该包含受控模型和参考模型的状态信息,因此本文选取如下形式的控制器:

$$u(t) = K(t)x(t) + K_b(t)x_b(t). \quad (4)$$

关于控制器(4)的存在条件,本文提出如下定理.

定理 1 假设给定线性连续周期系统(1)可控,且存在两个矩阵 $G(t) \in R^{n \times q}$ 和 $H(t) \in R^{m \times q}$ 满足下列矩阵方程:

$$\begin{cases} \dot{G}(t) = A(t)G(t) + B(t)H(t) - G(t)A_b, \\ 0 = C(t)G(t) - C_b, \end{cases} \quad (5)$$

则对于系统(1)的任何一个状态反馈镇定器的增益矩阵 $K(t)$ 和前馈控制器增益矩阵

$$K_b(t) = H(t) - K(t)G(t), \quad (6)$$

控制器(4)可使系统(1)的输出满足式(3).

证明 令

$$\begin{cases} \delta x(t) = x(t) - G(t)x_b(t), \\ \delta u(t) = u(t) - H(t)x_b(t), \\ \delta y(t) = y(t) - y_b(t). \end{cases} \quad (7)$$

经计算可得

$$\begin{aligned} \delta \dot{x}(t) &= \dot{x}(t) - \dot{G}(t)x_b(t) - G(t)\dot{x}_b(t) = \\ &A(t)x(t) - (A(t)G(t) + B(t)H(t) - G(t)A_b)x_b(t) + \\ &B(t)u(t) - G(t)A_b x_b(t) = \\ &A(t)\delta x(t) + B(t)\delta u(t), \end{aligned} \quad (8)$$

$$\delta y(t) = C(t)\delta x(t) + (C(t)G(t) - C_b)x_b(t). \quad (9)$$

如果存在两个矩阵 $G(t) \in R^{n \times q}$ 和 $H(t) \in R^{m \times q}$ 满足矩阵方程(5),则 $\delta \dot{x}(t)$ 和 $\delta y(t)$ 可取以下形式:

$$\begin{cases} \delta \dot{x}(t) = A(t)\delta x(t) + B(t)\delta u(t), \\ \delta y(t) = C(t)\delta x(t). \end{cases} \quad (10)$$

由于系统(10)和(1)具有相同的结构,对于任意状态反馈控制器 $u(t) = K(t)x(t)$ 均可镇定系统(1),则取状态反馈控制器

$$\delta u(t) = K(t)\delta x(t) \quad (11)$$

也一定能镇定系统(10),从而可实现控制目标(3). 联合式(7)和(11),可得如下控制器:

$$u(t) = K(t)x(t) + (H(t) - K(t)G(t))x_b(t). \quad (12)$$

由此定理 1 得证. \square

根据上述定理,可称式(4)中的 $K(t)$ 为状态反馈镇定器, $K_b(t)$ 为前馈跟踪补偿器. 模型参考跟踪控制问题的求解分为两部分,即状态反馈镇定器和前馈跟踪补偿器的设计.

2.2 状态反馈镇定器设计

下面采用参量Lyapunov方法求解状态反馈镇定器.

引理 1 ^[13] 设 $\gamma(t) : R \rightarrow R$ 为一个连续函数且满足 $\gamma(t+T) = \gamma(t)$, $\forall t \in R$. 考虑在 T -线性连续周

期系统(1)约束下的带有终端约束的最优控制问题

$$\inf_{u(t)} \left\{ \int_{t_0}^{\infty} \left(\exp \left(\int_{t_0}^t \gamma(s) ds \right) \right) u^T(t) R(t) u(t) dt \right\}, \quad (13)$$

$$\text{s.t.} \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \left(\exp \left(\frac{1}{2} \int_{t_0}^t \gamma(s) ds \right) x(t) \right) = 0. \quad (14)$$

其中

$$R(t+T) = R(t) > 0, \forall t \in R.$$

假设 $[A(t), B(t)]$ 可镇定, 则状态反馈镇定器的增益矩阵可表示为

$$K(t) = -R^{-1} B^T(t) P(t), \forall t \in R, \quad (15)$$

当且仅当

$$\int_0^T \gamma(s, \varepsilon) ds \neq 2 \ln(|\mu|), \forall \mu \in \ell(A(t)). \quad (16)$$

其中: $\ell(A(t))$ 表示 $A(t)$ 的特征乘子集合, $P(t) \in R^{n \times n}$ 是 T -周期 Riccati 微分方程

$$-\dot{P}(t) = -P(t) B(t) R^{-1}(t) B^T(t) + P(t) A(t) + A^T(t) P(t) + \gamma(t) P(t) \quad (17)$$

的极大 T -周期解。

由引理 1 可知, 通过求解矩阵微分方程(17)可得 $P(t)$, 将其代入式(15)可求解反馈镇定器增益。

2.3 前馈跟踪补偿器设计

设计前馈跟踪补偿器的关键是要要求两矩阵 $G(t) \in R^{n \times q}$ 和 $H(t) \in R^{m \times q}$ 满足方程(5)。由矩阵分析相关理论可知, 当 $B(t)$ 列满秩时, 如果线性连续周期矩阵 $C(t)$ 存在一个与之相应的广义逆矩阵 $C^{-1}(t)$, 满足矩阵方程

$$C^{-1}(t) C(t) C_b = C_b, \quad (18)$$

则线性矩阵方程(5)有解, 其解可以表示为

$$G(t) = C^{-1}(t) C_b + [I - C^{-1}(t) C(t)] Y_i, \quad (19)$$

其中 Y_i 为与 $G(t)$ 具有相同维数的任意自由变量矩阵。将矩阵公式(19)和(5)联立, 可得

$$\begin{aligned} & [I - C^{-1}(t) C(t)] Y_i A_b - \\ & A(t) [I - C^{-1}(t) C(t)] Y_i + \dot{G}(t) = \\ & B(t) H(t) + [A(t) C^{-1}(t) C_b - C^{-1}(t) C_b A_b]. \end{aligned} \quad (20)$$

令

$$\begin{aligned} E(t) &= I - C^{-1}(t) C(t), \hat{A}(t) = A(t) E(t), \\ J(t) &= A(t) C^{-1}(t) C_b - C^{-1}(t) C_b A_b, \end{aligned}$$

则等式(20)可写为

$$E(t) Y_i A_b - \hat{A}(t) Y_i + \dot{G}(t) = B(t) H(t) + J(t). \quad (21)$$

为了求解式(21), 假设当 $G(t)$ 和 $H(t)$ 退化为定常矩阵 G_i 和 H_i 时, 式(21)可写成如下时变方程形式:

$$E(t) Y_i A_b - \hat{A}(t) Y_i = B(t) H_i + J(t). \quad (22)$$

其中: $H_i \in R^{m \times q}$, $E(t) \in R^{n \times n}$ 和 $\hat{A}(t) \in R^{n \times n}$ 为系统参数矩阵。为了求解等式(22), 下面给出该方程的一种参数化求解方法。

引理 2^[14] 如果矩阵 $[\hat{A}(t), B(t)]$ 能控, 则存在一个么模矩阵 $V(s) \in R^{(n+m) \times (n+m)}[s]$ 满足下列矩阵方程:

$$[sE(t_0) - \hat{A}(t_0) - B(t_0)] V(s) = [I_n \ 0]. \quad (23)$$

其中: t_0 为系统对应初始时刻; $E(t_0)$, $\hat{A}(t_0)$ 和 $B(t_0)$ 分别为 t_0 初始时刻下的状态。通过等式(23), 将线性连续时间问题的求解转换为关于对线性定常时间问题的求解。对于连续时间 t , 可分别计算其每一时刻对应的时间 t_i , 以满足等式(23)的么模矩阵 $V_{t_i}(s) \in R^{(n+m) \times (n+m)}[s]$ 。

将么模矩阵 $V(s)$ 写成如下分块形式:

$$V(s) = \begin{bmatrix} U(s) & N(s) \\ Q(s) & D(s) \end{bmatrix}. \quad (24)$$

其中分块矩阵 $U(s)$, $N(s)$, $Q(s)$ 和 $D(s)$ 分别为以下形式:

$$\begin{aligned} U(s) &= [u_{ij}(s)]_{n \times n}, U(s) \in R^{n \times n}[s]; \\ N(s) &= [n_{ij}(s)]_{n \times r}, N(s) \in R^{n \times r}[s]; \\ Q(s) &= [q_{ij}(s)]_{r \times n}, Q(s) \in R^{r \times n}[s]; \\ D(s) &= [d_{ij}(s)]_{r \times r}, D(s) \in R^{r \times r}[s]. \end{aligned} \quad (25)$$

令

$$\begin{aligned} \alpha &= \max_{1 \leq i, j \leq n} (\deg u_{ij}(s), \deg q_{ij}(s), \\ & \deg n_{ij}(s), \deg d_{ij}(s)), \end{aligned}$$

则矩阵 $U(s)$, $N(s)$, $Q(s)$ 和 $D(s)$ 可表示为

$$\begin{aligned} U(s) &= \sum_{j=0}^{\alpha} U_j s^j, U_j \in R^{n \times n}; \\ N(s) &= \sum_{j=0}^{\alpha} N_j s^j, N_j \in R^{n \times r}; \\ Q(s) &= \sum_{j=0}^{\alpha} Q_j s^j, Q_j \in R^{r \times n}; \\ D(s) &= \sum_{j=0}^{\alpha} D_j s^j, D_j \in R^{r \times r}. \end{aligned} \quad (26)$$

定理 2 如果矩阵 $[\hat{A}(t), B(t)]$ 能控, 则矩阵 (Y_i, H_i) 关于广义 Sylvester 方程(22)的通解为

$$\begin{cases} Y_i = \sum_{j=0}^{\alpha} N_j Z_i A_b^j + \sum_{j=0}^{\alpha} U_j J_i A_b^j, \\ H_i = \sum_{j=0}^{\alpha} D_j Z_i A_b^j + \sum_{j=0}^{\alpha} Q_j J_i A_b^j. \end{cases} \quad (27)$$

其中: $Z_i \in R^{m \times q}$ 为一个任意参数化矩阵, 代表存在于解 (Y_i, H_i) 中的自由度。

证明 考虑如下方程:

$$\sum_{j=0}^{\alpha} E_j Y_i A_b^j = \sum_{j=0}^{\alpha} B_j H_i A_b^j + J. \quad (28)$$

当

$$E_0 = -\hat{A}, E_1 = E, E_2 = E_3 = \dots = E_j = 0,$$

$$B_0 = B, B_1 = B_2 = \dots = B_j = 0$$

时, 式(22)等价于(28). 设

$$Y_i = Y_{ip} + Y_{ig}, H_i = H_{ip} + H_{ig},$$

若 Y_{ip} 和 H_{ip} 为式(28)的特解, 则满足

$$\sum_{j=0}^{\alpha} E_j Y_{ip} A_b^j = \sum_{j=0}^{\alpha} B_j H_{ip} A_b^j + J; \quad (29)$$

若 H_{ig} 和 Y_{ig} 为

$$\sum_{j=0}^{\alpha} E_j Y_i A_b^j = \sum_{j=0}^{\alpha} B_j H_i A_b^j \quad (30)$$

的通解, 则满足

$$\sum_{j=0}^{\alpha} E_j Y_{ig} A_b^j = \sum_{j=0}^{\alpha} B_j H_{ig} A_b^j. \quad (31)$$

联合式(29)和(31), 可得

$$\sum_{j=0}^{\alpha} E_j (Y_{ig} + Y_{ip}) A_b^j = \sum_{j=0}^{\alpha} B_j (H_{ig} + H_{ip}) A_b^j + J, \quad (32)$$

说明 H_i 和 Y_i 为式(22)的通解. 令

$$\begin{cases} Y_{ig} = \sum_{j=0}^{\alpha} N_j Z_i A_b^j, \\ H_{ig} = \sum_{j=0}^{\alpha} D_j Z_i A_b^j. \end{cases} \quad (33)$$

将式(33)代入(31), 可得

$$\sum_{j=0}^{\alpha} E_j Y_{ig} A_b^j = \sum_{k=0}^{2\alpha} \left(\sum_{j=0}^{\kappa} E_j N_{k-j} \right) Z_i A_b^k, \quad (34)$$

$$\sum_{j=0}^{\alpha} B_j H_{ig} A_b^j = \sum_{k=0}^{2\alpha} \left(\sum_{j=0}^{\kappa} B_j D_{k-j} \right) Z_i A_b^k. \quad (35)$$

由于 $N(s)$ 和 $D(s)$ 满足右互质分解, 并且有

$$\hat{E}(s)N(s) - \hat{B}(s)D(s) = 0, \quad (36)$$

令 $\hat{E}(s) = \sum_{j=0}^{\alpha} E_j s^j$, $\hat{B}(s) = \sum_{j=0}^{\alpha} B_j s^j$, 将 $N(s)$ 、 $D(s)$ 、 $\hat{E}(s)$ 和 $\hat{B}(s)$ 代入式(36), 可得

$$\sum_{k=0}^{2\alpha} \left(\sum_{j=0}^{\kappa} (E_j N_{k-j} - B_j D_{k-j}) \right) s^k = 0. \quad (37)$$

由式(34)、(35)和(37)可得(31)成立, 即证明式(33)为(30)的通解. 同理可证下式为式(29)的特解:

$$\begin{cases} Y_{ip} = \sum_{j=0}^{\alpha} U_j J_i A_b^j, \\ H_{ip} = \sum_{j=0}^{\alpha} Q_j J_i A_b^j, \end{cases} \quad (38)$$

故 Y_i 和 H_i 为式(22)的通解. \square

根据以上分析可得以下矩阵方程的完全参数化

解:

$$G_i(t) = C^{-1}(t)C_b + E(t) \sum_{j=0}^{\alpha} N_j Z_i A_b^j + E(t) \sum_{j=0}^{\alpha} U_j J_i A_b^j, \quad (39)$$

并且可通过优化 Z_i 获得系统的一些其他性能. 考虑到篇幅有限, 优化过程不再赘述.

2.4 求解控制器的具体算法

结合上述分析, 并根据控制器存在的条件, 下面给出模型参考跟踪控制问题的求解算法.

Step 1: 选取模型参考的参数矩阵 A_b 和 C_b 以及参数 γ 和 $R(t)$;

Step 2: 基于 T -周期 Lyapunov 微分方程(17)求解 $P(t)$;

Step 3: 基于等式(15), 求解反馈镇定控制器增益矩阵 $K(t)$;

Step 4: 基于等式(27), 计算 Y_i 和 H_i , 进一步通过式(39)计算 G_i ;

Step 5: 基于上面计算出来的 G_i 、 H_i 和 $K(t)$, 利用式(6)计算前馈跟踪补偿器增益矩阵 $K_b(t)$.

注 1 对于系统(1)中的矩阵 $A(t)$ 、 $B(t)$ 和 $C(t)$ 以及式(2)中的 A_b 和 C_b , 假设 $C(t)$ 存在一个广义逆矩阵 $C^{-1}(t)$, 满足 $C(t)C^{-1}(t)C_b = C_b$, 以及 $[\hat{A}(t), B(t)]$ 可控.

注 2 本文引用参量 Lyapunov 方法来求解 T -周期连续线性系统的反馈镇定控制器. 值得注意的是, 该控制器是具有收敛速率

$$\left(\exp \left(-\frac{1}{2} \int_{t_0}^t \gamma(s) ds \right) \right)$$

保证的能量最优控制. 关于 T -周期参量 Lyapunov 微分方程的求解可参见文献[13].

注 3 本文采用广义 Sylvester 矩阵方程的参数化方法设计了前馈跟踪补偿器, 其增益矩阵中的参数可用来实现其他一些性能, 如鲁棒性等.

3 仿真例子

下面以椭圆轨道进行绕飞跟踪的航天器相对运动控制系统为背景, 对本文所提出的模型参考跟踪控制器的有效性进行验证.

假设跟踪航天器绕飞轨迹是以目标航天器为圆心, 半径为 40 km 的圆, 初始参数为 $w_0 = \pi/360$ rad/s, $\varphi_0 = 0.5\pi$, 选取跟踪航天器初始状态为 $x_0 = [6000 \ 18000 \ 0.5 \ 0.5]^T$. 两航天器相对运动方程的系数矩阵为^[11]

$$A(\theta) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 3/\rho & -2 & 0 \end{bmatrix},$$

$$B(\theta) = \frac{1}{k^4 \rho^3} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T,$$

$$C(\theta) = \frac{1}{\rho} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

其中： $\rho = 1 + e \cos \theta$, θ 为真近点角, $k = \mu/h^{1.5}$. 取真近点角的初值 $\theta_0 = 0.05\pi$, 目标航天器轨道参数取半长轴 $a = 2.4616 \times 10^7 \text{ m}$, 引力常数 $\mu = 3.986 \times 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$, 角动量 $h = 6.762 \times 10^{10} \text{ m}^2/\text{s}$, 周期 $T = 38436 \text{ s}$, 偏心率 $e = 0.73$, 并选取参数 $R = I_2/k^8 \rho^6$, $\gamma = 1.4$.

通过数值仿真, 可以得到反馈增益矩阵和前馈增益矩阵, 控制输入矩阵和系统输出的曲线如图1~图4所示.

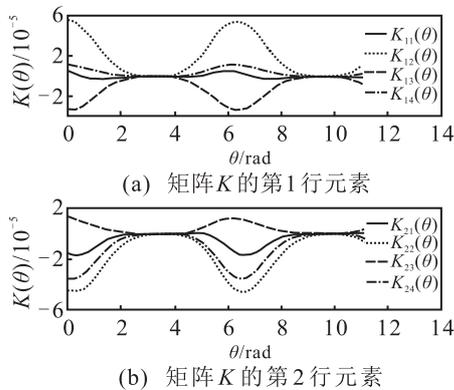


图1 反馈增益矩阵 K 的每个分量

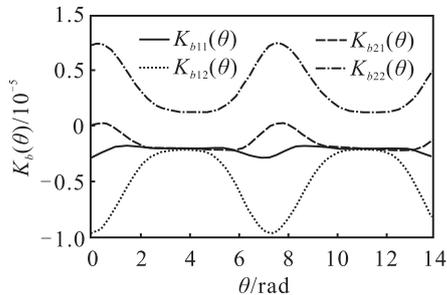


图2 前馈增益矩阵 K_b 的每个分量

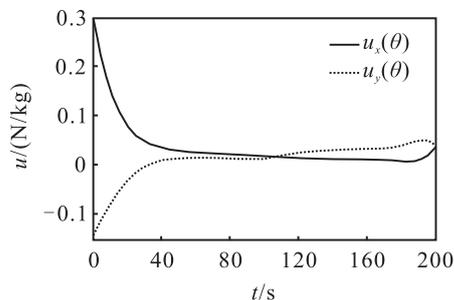


图3 控制器 u 的输出力矩曲线

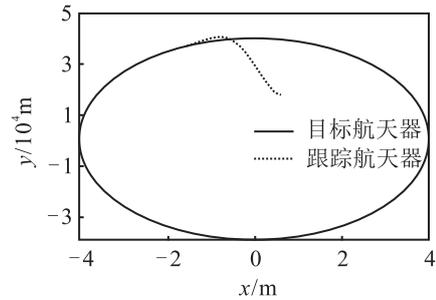


图4 绕飞跟踪航天器的运动轨迹

由图1和图2可以看出, 状态反馈镇定器的增益矩阵 K 和前馈跟踪补偿器的增益矩阵 K_b 的每个元素周期为 2π . 由理论分析易知, 本文采用的参量 Lyapunov 方法所设计的状态反馈镇定器的周期应是 2π , 图1与理论分析相符合. 另一方面, 由于状态反馈镇定器的增益矩阵 K 的每个分量周期为 2π , 根据前馈跟踪补偿器的增益矩阵 K_b 的形式以及基于广义 Sylvester 矩阵方程的参数化方法所求出的矩阵 G 和 H , 理论上 K_b 的周期也应为 2π , 图2恰好说明了这一点. 由图3可以看出, 控制器输出并不是渐近收敛到零的, 这是由于要实现跟踪航天器相对目标航天器的绕飞运动, 跟踪航天器的运行轨道应为非开普勒轨道, 因此要实现长时间的绕飞, 控制器的输出理论上应实时地作用于系统. 另外, 由于绕飞轨迹为圆, 控制器的输出也呈现出了周期性, 不难想象, 当跟踪航天器远离目标航天器时, 控制器的输出增大, 反之亦然. 图3验证了所设计控制器的有效性. 由图4可以看出, 绕飞过程平缓无震荡, 说明闭环控制系统是渐近稳定的. 在给定的初始条件下, 跟踪航天器在该控制器的作用下, 使用约 0.3 N/kg 的输出力矩, 经过大约 60 s 便进入稳态过程; 在稳态过程之后, 使用约 0.05 N/kg 的输出力矩便能实现对目标航天器的轨迹跟踪. 这说明跟踪航天器能够准确、快速地达到期望的跟踪轨迹, 从而可实现对目标航天器的绕飞运动.

注4 基于 T-H 方程描述的航天器相对轨道机动控制问题可抽象为一类线性连续时间周期系统的控制问题. 特别地, 两航天器相对轨道机动控制问题中的空间交会、空间拦截、空间悬停、碰撞规避可简化为本文所提出的连续时间周期系统模型参考跟踪控制问题.

注5 在描述航天器相对轨道运动的 T-H 方程中, Y 方向与 $X-Z$ 平面内的运动已经解耦, 而 Y 方向上的运动可看作为 SISO 系统, 其轨迹跟踪控制问题可利用线性系统中的极点配置方法进行求解, 故本文主要对 $X-Z$ 平面内的运动控制问题进行研究. 此时跟踪航天器与目标航天器相对运动的动态特征不明显, 因此可将所跟踪的轨迹视为阶跃信号. 此时, 参考

模型(2)的参数矩阵选为 $A_b = \mathbf{0}_{2 \times 2}$, $C_b = \mathbf{I}_{2 \times 2}$.

4 结 论

本文讨论了线性连续时间周期系统的模型参考控制问题,给出了控制器的存在条件和求解算法.本文所提出的模型参考跟踪控制器包含两部分:一部分是具有收敛速率保障的状态反馈镇定控制器,另一部分是基于参数化方法的前馈跟踪补偿器.最后,以两航天器相对运动轨迹为椭圆情形下的绕飞任务进行了数值仿真,仿真结果表明了所设计的控制器能够快速、准确地实现跟踪航天器对目标航天器的绕飞运动.

参考文献(References)

- [1] 黄琳. 稳定性理论[M]. 北京: 北京大学出版社, 2001: 121-134.
(Huang L. Stability theory[M]. Beijing: Peking University Press, 2001: 121-134.)
- [2] Sergio B, Patrizio C. Periodic system: Filtering and control[M]. London: Springer Verlag, 2008: 47-56.
- [3] 谈侃, 王朝珠. 线性时变周期系统的鲁棒稳定及 H_∞ 控制[J]. 自动化学报, 1996, 22(5): 611-614.
(Tan K, Wang C Z. Robust stabilization of linear time-varying periodic system and H_∞ control[J]. Acta Automatica Sinica, 1996, 22(5): 611-614.)
- [4] 陈阳舟. 周期时变线性系统的小增益定理和正实性定理[J]. 自动化学报, 2002, 28(6): 1030-1033.
(Chen Y Z. Small gain theorem and positivity theorem for periodically time-varying linear systems[J]. Acta Automatica Sinica, 2002, 28(6): 1030-1033.)
- [5] Peng H J, Wu Z G, Zhong W X. H_2 -norm computation of linear time-varying periodic systems via the periodic Lyapunov differential equation[J]. Int J of Control, 2011, 84(12): 2058-2066.
- [6] 张雪峰, 杨明. 基于LMI的线性时变周期系统的稳定性及鲁棒控制[J]. 控制与决策, 2012, 27(2): 291-294.
(Zhang X F, Yang M. Stability and robust control based on LMIs of linear time-varying periodic systems[J]. Control and Decision, 2012, 27(2): 291-294.)
- [7] Duan G R, Liu W Q, Liu G P. Robust model reference control for multivariable linear systems: A parametric approach[J]. J of Systems and Control Engineering, 2001, 215(6): 599-610.
- [8] 周军, 周凤岐. 线性多变量模型跟踪控制系统的参考模型设计[J]. 控制理论与应用, 1997, 14(2): 283-286.
(Zhou J, Zhou F Q. Research on reference model design for linear multivariable model following control systems[J]. Control Theory & Applications, 1997, 14(2): 283-286.)
- [9] 胡跃冰, 张庆灵, 张艳. 非线性系统广义模糊跟踪控制[J]. 自动化学报, 2007, 33(12): 1341-1344.
(Hu Y B, Zhang Q L, Zhang Y. Fuzzy descriptor tracking control design for nonlinear systems[J]. Acta Automatica Sinica, 2007, 33(12): 1341-1344.)
- [10] Christopher D K. Robust rendezvous navigation in elliptical orbit[J]. J of Guidance, Control, and Dynamics, 2006, 29(2): 495-499.
- [11] Zhou B, Lin Z L, Duan G R. Lyapunov differential equation approach to elliptical orbital rendezvous with constrained controls[J]. J of Guidance, Control, and Dynamics, 2011, 34(2): 345-358.
- [12] 付艳明, 李伟, 段广仁. 基于T-H方程的卫星轨迹模型参考输出跟踪控制方法[J]. 宇航学报, 2013, 34(4): 496-502.
(Fu Y M, Li W, Duan G R. Satellite trajectory model reference output tracking control based on T-H equation[J]. J of Astronautics, 2013, 34(4): 496-502.)
- [13] Zhou B, Duan G R. Periodic Lyapunov equation based approaches to the stabilization of continuous-time periodic linear systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2012, 57(8): 2139-2146.
- [14] Wu A G, Duan G R. Explicit general solution to the matrix equation $AV + BW = EVF + R$ [J]. IET Control Theory and Applications, 2008, 2(1): 56-60.

(责任编辑: 滕蓉)