

一种改进的输出反馈特征结构配置方法 在飞翼飞机增稳系统设计中的应用

彭程¹, 王新民¹, 马天力¹, 何澳²

(1. 西北工业大学自动化学院, 西安 710129; 2. 中航工业第一飞机设计研究院 飞控与液压研究室, 西安 710089)

摘要: 针对常规输出反馈特征结构配置方法不能完全保证闭环系统稳定性的问题, 提出一种改进的输出反馈特征结构配置方法. 该改进的算法通过引入二次型性能指标, 将闭环系统的稳定性问题转化为线性二次型最优控制问题, 从而保证闭环系统的稳定性; 考虑到采用特征结构配置方法所设计的闭环系统鲁棒性不强, 给出保证系统鲁棒性的条件, 以解决系统鲁棒性问题. 最后, 通过在飞翼飞机上的仿真结果验证了所提出算法的有效性.

关键词: 飞翼飞机; 特征结构配置; 稳定性; 鲁棒性

中图分类号: V249

文献标志码: A

Design on stability augmentation system of flying wing aircraft using improved eigenstructure assignment with output feedback

PENG Cheng¹, WANG Xin-min¹, MA Tian-li¹, HE Ao²

(1. College of Automation, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710129, China; 2. Department of Flight Control and Hydraulic, First Aircraft Institute of AVIC, Xi'an 710089, China. Correspondent: PENG Cheng, E-mail: wan11818@163.com)

Abstract: An improved eigenstructure assignment algorithm with output feedback is presented to solve the problem that the general eigenstructure assignment with output feedback can't completely guarantee the stability of the closed-loop system. In this improved algorithm, the quadratic performance index is introduced to convert the problem of the closed-loop stability into a linear quadratic optimal control problem, which ensures the stability of the closed-loop system. Taking into account that the closed-loop system designed by eigenstructure assignment has a poor robustness, the condition for ensuring the system robustness is given to solve the robust problem of the closed-loop system. Finally, simulation results on a flying wing aircraft show the effectiveness of the eigenstructure assignment proposed.

Keywords: flying wing aircraft; eigenstructure assignment; stability; robustness

0 引言

飞翼飞机具有翼载小、升阻比高等固有优点, 更为重要的是采用了翼身融合技术使其具有低可探测性(RCS), 有效地提高了飞机的战场生存能力, 从而受到军方的青睐^[1]. 但是, 飞翼飞机的机身较短, 升降舵的效率不高, 因此, 必须对飞翼飞机进行放宽静稳定性设计(RSS), 以提高飞机的纵向操纵效率. RSS带来的问题是降低了飞机的静稳定性, 甚至是静不稳定的, 这就需要同时对飞机进行增稳控制.

特征结构配置是一种基于时域的多变量系统设计方法, 可以同时闭环系统的特征值和相应的特征

向量进行配置. 考虑到系统的动态特性主要是由其特征值和特征向量所决定, 因此, 利用特征结构配置方法可以更好地掌控配置后闭环系统的性能, 在一定程度上可以认为它为系统的设计提供了全部的自由度. 同时, 特征结构配置理论也为线性系统的控制器参数优化提供了一种有效的方法^[2-3]. 目前, 特征结构配置方法已经在空中客车 A320、美国 B-2 隐身轰炸机以及波音 767 的控制律设计中取得了成功的应用, 并获得了好评^[4]. 综上所述, 本文将利用特征结构配置理论设计飞翼飞机的纵向增稳控制律.

鉴于状态反馈的特征结构配置理论可以任意配

收稿日期: 2015-03-25; 修回日期: 2015-08-10.

基金项目: 陕西省自然科学基金项目(2014JQ8342).

作者简介: 彭程(1987-), 男, 博士生, 从事飞翼飞机控制的研究; 王新民(1951-), 男, 教授, 博士生导师, 从事导航、制导与控制等研究.

置闭环系统的全部特征值^[5], 目前已经得到了广泛的应用^[6-11]. 但是, 全状态反馈首先要求系统的状态是可测的, 然而对于飞翼飞机而言, 某些状态量测量的精度较低, 往往不可用; 其次, 全状态反馈会导致控制器阶数较高, 为了便于工程实现, 希望能够简化控制器的结构. 因此, 在工程实际应用中, 基于输出反馈的特征结构配置理论^[12-13]具有更大的可行性. 但是, 基于输出反馈的特征结构配置理论存在的问题是并不能完全确保闭环系统的稳定性^[14], 这在特别强调系统稳定性的飞行控制领域是无法接受的.

针对上述问题, 本文提出一种改进的输出反馈特征结构配置方法. 在该改进算法中, 考虑到二次型性能指标不仅能够保证系统的稳定性, 而且能够保证闭环系统具有良好的时域响应特性^[15], 将二次型性能指标引入输出反馈特征结构配置理论中, 然后充分利用期望特征向量设计中所存在的自由度, 将系统的稳定性要求转化为有约束条件下的二次型性能指标的最优控制, 以解决系统的稳定性问题.

在解决了系统的稳定性问题之后, 还需要考虑系统的鲁棒性问题. 在设计反馈矩阵的过程中, 由于特征结构配置理论并没有考虑系统的鲁棒性问题, 其鲁棒性往往较差. 文献[16]提出了一种基于 μ 分析的鲁棒特征结构配置方法, 但需要知道系统的不确定性信息, 这在实际情况中很难做到; 文献[17-18]分别利用 H_∞ 和定量反馈(QFT)理论来提高系统的鲁棒性, 但其实质是以 H_∞ 和QFT理论来设计外环控制器, 并没有实质性地提高内环特征结构配置的鲁棒性. 本文经过推导, 引入了系统的鲁棒性指标, 在特征结构配置过程中不断优化该指标, 以此来确保配置后闭环系统的鲁棒性. 本文将确保系统稳定性的二次型性能指标和确保系统鲁棒性的性能指标概括为一个综合优化指标, 考虑到该优化问题是一非凸优化而且采用遗传算法求解非凸优化问题往往具有较高的效率和准确性^[9], 本文采用遗传算法来最小化该综合优化指标, 以得到最优的输出反馈矩阵.

1 输出反馈特征结构配置理论

基于输出反馈的特征结构配置问题可描述如下: 对于线性系统

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{x}} &= \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}\boldsymbol{u}, \\ \boldsymbol{y} &= \boldsymbol{C}\boldsymbol{x}.\end{aligned}\quad (1)$$

其中: $\text{rank}(\boldsymbol{B}) = m, \text{rank}(\boldsymbol{C}) = r, \boldsymbol{x} \in R^n, \boldsymbol{u} \in R^m, \boldsymbol{y} \in R^r, \boldsymbol{A}, \boldsymbol{B}, \boldsymbol{C}$ 为相应维数的常数阵, 反馈控制律为 $\boldsymbol{u} = \boldsymbol{K}\boldsymbol{y}, \boldsymbol{K} \in R^{m \times r}$. 则有闭环系统

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}_c \boldsymbol{x}, \quad (2)$$

这里 $\boldsymbol{A}_c = \boldsymbol{A} + \boldsymbol{B}\boldsymbol{K}\boldsymbol{C}$. 输出反馈特征结构配置理论

设计的目标是: 给定自共轭特征值集 $\{\lambda_i^d\}$ 和相应的自共轭特征向量集 $\{\boldsymbol{v}_i^d\}$, 要求找出一个输出反馈矩阵 \boldsymbol{K} , 使得 \boldsymbol{A}_c 的特征值就是自共轭集 $\{\lambda_i^d\}$ 且相应的特征向量为自共轭集 $\{\boldsymbol{v}_i^d\}$. 其控制结构如图1所示.

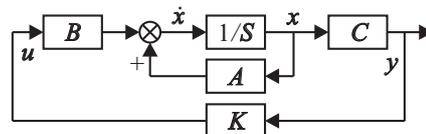


图1 输出反馈特征结构配置控制结构

下面需要解决的问题是: 1) 对于给定的期望特征值集 $\{\lambda_i^d\}$ 和相应的特征向量集 $\{\boldsymbol{v}_i^d\}$, 通过输出反馈是否可以达到; 2) 当期望的值不能够达到时, 如何确定最接近期望值的闭环系统特征值和特征向量.

定理1^[5] 对于式(1)所描述的可控可观系统, 通过输出反馈可以任意接近地配置 $\max(m, r)$ 闭环特征值.

在工程实际应用中, 尤其对于飞行控制系统设计, 输出总是大于输入变量的维数, 即 $r > m$. 也就是说, 通过输出反馈是可以保证任意配置 r 个期望的特征值. 对于特征向量的可配置情况, 有如下的结论^[15]: 当特征值 λ_i^d 对应的特征向量 \boldsymbol{v}_i^d 属于 $\boldsymbol{L}_i \triangleq (\lambda_i^d \boldsymbol{I}_n - \boldsymbol{A})^{-1} \boldsymbol{B}$ 的诸列张成的子空间时, 该特征向量才可以精确配置; 当期望的特征向量不属于 \boldsymbol{L}_i 时, 通过投影定理可以得到最可能达到的特征向量配置为 $\boldsymbol{v}_i^a = \boldsymbol{L}_i (\boldsymbol{L}_i^T \boldsymbol{L}_i)^{-1} \boldsymbol{v}_i^d$. 需要注意的是, $\boldsymbol{L}_i^T \boldsymbol{L}_i$ 的求逆可能会出现病态矩阵, 此时做一个奇异值或Choleaky分解即可^[2].

解决了闭环系统特征值和特征向量可配置的问题之后, 下面推导反馈矩阵 \boldsymbol{K} 的计算方法. 为便于计算, 这里对式(1)所表示的线性系统进行线性变换 $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{U}\bar{\boldsymbol{x}}$, 其中 \boldsymbol{U} 为 n 阶可逆矩阵, 则式(1)可等价

$$\begin{aligned}\dot{\bar{\boldsymbol{x}}} &= \bar{\boldsymbol{A}}\bar{\boldsymbol{x}} + \bar{\boldsymbol{B}}\boldsymbol{u}, \\ \bar{\boldsymbol{y}} &= \bar{\boldsymbol{C}}\bar{\boldsymbol{x}}.\end{aligned}\quad (3)$$

其中: $\bar{\boldsymbol{A}} = \boldsymbol{U}^{-1} \boldsymbol{A} \boldsymbol{U}, \bar{\boldsymbol{C}} = \boldsymbol{C} \boldsymbol{U}, \bar{\boldsymbol{B}} = \boldsymbol{U}^{-1} \boldsymbol{B} = (\boldsymbol{I}_m, \mathbf{0})^T$. 线性变换前后, 系统的特征值不变, $\lambda_i = \lambda_i^d$, 特征向量变为 $\bar{\boldsymbol{v}}_i = \boldsymbol{U}^{-1} \boldsymbol{v}_i^a$. 于是, 对于式(3), 可得

$$\begin{aligned}(\bar{\boldsymbol{A}} + \bar{\boldsymbol{B}}\boldsymbol{K}\bar{\boldsymbol{C}})\bar{\boldsymbol{v}}_i &= \lambda_i \bar{\boldsymbol{v}}_i \Rightarrow \\ (\lambda_i \boldsymbol{I}_n - \bar{\boldsymbol{A}})\bar{\boldsymbol{v}}_i &= \begin{bmatrix} \boldsymbol{I}_m \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \boldsymbol{K}\bar{\boldsymbol{C}}\bar{\boldsymbol{v}}_i.\end{aligned}\quad (4)$$

为了进一步推导, 不妨将 $\bar{\boldsymbol{v}}_i$ 和 $\bar{\boldsymbol{A}}$ 分块并代入式(4), 可以得到

$$\begin{bmatrix} \lambda_i \boldsymbol{I}_m - \bar{\boldsymbol{A}}_{11} & -\bar{\boldsymbol{A}}_{12} \\ -\bar{\boldsymbol{A}}_{21} & \lambda_i \boldsymbol{I}_{n-m} - \bar{\boldsymbol{A}}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\boldsymbol{z}}_i \\ \bar{\boldsymbol{w}}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{I}_m \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \boldsymbol{K}\bar{\boldsymbol{C}}\bar{\boldsymbol{v}}_i.\quad (5)$$

其中: $\bar{\boldsymbol{A}}_{11} \sim \bar{\boldsymbol{A}}_{22}$ 为 $\bar{\boldsymbol{A}}$ 的分块矩阵, 其维数如式(5)所

示; \bar{z}_i, \bar{w}_i 是 \bar{v}_i 的分段列向量, 分别为 $m, n-m$ 维. 从中取得第1行矩阵方程

$$(\lambda_i I_m - \bar{A}_{11})\bar{z}_i - \bar{A}_{12}\bar{w}_i = \bar{K}\bar{C}\bar{v}_i. \quad (6)$$

将式(6)重新整理, 可得

$$(\bar{A}_1 + \bar{K}\bar{C})\bar{v}_i = \lambda_i \bar{z}_i, \quad (7)$$

其中 $\bar{A}_1 = [\bar{A}_{11} \quad \bar{A}_{12}]$. 同理, 对于任意的期望特征值 $\lambda_1 \sim \lambda_r$ 和对应的可达特征向量 $\bar{v}_1 \sim \bar{v}_r$, 式(7)仍然成立. 当 $i = 1, 2, \dots, r$ 变化时, 式(7)可用矩阵的形式表示为

$$(\bar{A}_1 + \bar{K}\bar{C})\bar{V} = \bar{Z}, \quad (8)$$

整理后得

$$\bar{K} = (\bar{Z} - \bar{A}_1\bar{V})(\bar{C}\bar{V})^{-1}. \quad (9)$$

其中: $\bar{V} = [\bar{v}_1 \quad \dots \quad \bar{v}_r]_{n \times r}$, $\bar{Z} = [\lambda_1 \bar{z}_1 \quad \dots \quad \lambda_r \bar{z}_r]_{m \times r}$.

上述推导过程实际上也间接地证明了基于输出反馈的特征结构配置方法所求出的反馈矩阵 \bar{K} 只能保证系统的 r 个特征值是稳定的^[14], 其余 $n-r$ 个特征值是任意的. 也就是说, 当用 $u = Ky$ 实现 r 个特征值和特征向量配置时, 未配置的 $n-r$ 个特征值将会改变, 有可能导致系统的不稳定, 这在飞行控制中是无法接受的. 另外, 还需要考虑系统的鲁棒性. 因为系统在建模过程中往往存在误差, 如果系统的鲁棒性不强, 则会出现不稳定现象, 而基于输出反馈的特征结构配置理论在整个设计过程中并没有考虑系统的鲁棒性, 因而控制系统的鲁棒性往往是不好的.

2 改进的输出反馈特征结构配置方法

针对基于输出反馈的特征结构配置理论所存在的问题, 本节利用期望特征向量设计中所存在的自由度, 通过引入系统稳定性和鲁棒性指标, 提出一种改进的输出反馈特征结构理论, 用以解决输出反馈特征结构配置理论所存在的问题.

2.1 期望特征向量中所存在的自由度

由式(9)可知, 基于输出反馈的特征结构配置理论中的反馈矩阵 \bar{K} 的求解是由期望的闭环系统特征值和相应的特征向量所决定的. 然而, 在实际应用中, 只需对期望特征向量中的某些元素进行指定即可, 这就为反馈矩阵 \bar{K} 的设计提供了一定自由度.

对于飞机的纵向运动而言, 其基本模态是短周期和长周期运动^[14], 根据飞行品质的要求, 可得到期望的短周期特征值为 $-3 \pm 2i$, 期望的长周期特征值为 $-0.5 \pm 0.5i$. 由飞行控制系统理论可知, 对于短周期运动, 最重要的状态量是 α, q , 以 α 为主, 希望消除 V 对短周期运动的耦合影响; 对于长周期运动, 最重要的状态量是 V, θ , 以 V 为主, 希望消除 α 对长周期运动的耦合影响.

假定系统的状态向量为 $x = (V, \alpha, \theta, q, \delta_e, \delta_T)^T$, 分别为飞机速度、迎角、俯仰角、俯仰角速率、升降舵偏角和油门量. 从向量 $v_1^d \sim v_4^d$, 共有16个可供设计的自由变量, 但在实际应用中为减少计算量, 可以将相同运动模态的特征向量中的某些自由变量设置为相同值, 则期望的特征向量 $\{v_i^d\}_{i=1}^4$ 为

$$\{v_i^d\}_{i=1}^4 = \begin{bmatrix} V & 0 & 0 & 1 & a_{10} \\ \alpha & 1 & a_5 & 0 & 0 \\ \theta & a_1 & a_1 & a_6 & 1 \\ q & a_2 & 1 & a_7 & a_7 \\ \delta_e & a_3 & a_3 & a_8 & a_8 \\ \delta_T & a_4 & a_4 & a_9 & a_9 \end{bmatrix},$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{v_1^d, v_2^d} \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{v_3^d, v_4^d}$

其中 $a_1 \sim a_{10}$ 表示待设计的参数. 由式(9)可知, 反馈矩阵 $\bar{K} = f(a_1 \dots a_{10})$.

2.2 系统稳定性指标

针对基于输出反馈的特征结构配置理论并不能保证系统的稳定性这一问题, 同时充分利用反馈矩阵 \bar{K} 设计所存在的自由度, 本文引入最优控制理论中的二次型性能指标来保证系统的稳定性. 在实际工程问题中, 二次型性能指标具有鲜明的物理意义, 其实质是在保证系统稳定的情况下, 花费尽量小的控制能量而获得较小误差的最优控制^[15]. 该指标的定义为

$$J_1 = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \{x^T Q x + u^T R u\} dt, \quad (10)$$

其中 Q, R 分别为半正定和正定的对称加权矩阵, 是待设计参数. 本节的设计目标就是寻找一最优的反馈矩阵 \bar{K} , 在满足式(2)和(8)且系统稳定的情况下, 使得 J_1 最小.

不妨假设满足条件的反馈矩阵 \bar{K} 已得到, 由于要保证系统的稳定性, 由 Lyapunov 稳定性可知, 对于任意给定的正定对称矩阵 G , 如下的 Riccati 方程必有唯一的正定对称解 P :

$$A_c^T P + P A_c + G = 0. \quad (11)$$

不妨令 $G = (\bar{K}\bar{C})^T R \bar{K}\bar{C} + Q$, 代入式(11)得

$$A_c^T P + P A_c = -[(\bar{K}\bar{C})^T R \bar{K}\bar{C} + Q]. \quad (12)$$

下面对优化指标进一步化简, 将 $u = Ky$ 、式(2)和(12)分别代入(10), 得

$$\begin{aligned} J_1 &= \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \{x^T [(\bar{K}\bar{C})^T R \bar{K}\bar{C} + Q] x\} dt = \\ &= \frac{1}{2} \int_0^{\infty} [x^T (A_c^T P + P A_c) x] dt = \\ &= \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (x^T A_c^T P x + x^T P A_c x) dt = \\ &= \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (\dot{x}^T P x + x^T P \dot{x}) dt = \end{aligned}$$

$$\frac{1}{2}[\mathbf{x}^T(0)\mathbf{P}\mathbf{x}(0) - \lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{x}^T(t)\mathbf{P}\mathbf{x}(t)]. \quad (13)$$

考虑到系统是渐近稳定的, $\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{x}(t) = 0$, 于是有

$$J_1 = 0.5\mathbf{x}^T(0)\mathbf{P}\mathbf{x}(0) = 0.5 \operatorname{tr}(\mathbf{P}\mathbf{X}_0). \quad (14)$$

其中 \mathbf{X}_0 为系统的初始自相关矩阵, 为一常值, 故最小化式 (14) 可等价为最小化

$$J_1 = \operatorname{tr}(\mathbf{P}). \quad (15)$$

至此, 在约束条件 (2) 和 (8) 下使式 (10) 最小来确定 \mathbf{K} 的优化问题就等价地转换为在约束 (11) 的条件下使式 (16) 最小的优化问题, 即

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{K}} J_1 &= \operatorname{tr}(\mathbf{P}); \\ \text{s.t. } \mathbf{A}_c^T \mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A}_c + [(\mathbf{K}\mathbf{C})^T \mathbf{R}\mathbf{K}\mathbf{C} + \mathbf{Q}] &= 0. \end{aligned} \quad (16)$$

2.3 系统鲁棒性指标

由上述推导过程可知, 在特征结构配置理论的推导过程中并没有考虑系统摄动对控制结构的影响, 因此特征结构配置的鲁棒性往往较差. 本节针对这一问题, 引入一鲁棒性指标来增强特征结构配置的鲁棒性.

不妨设系统矩阵的标称值为 $\mathbf{A}_0 \in R^{n \times n}$, 矩阵的特征值为 $\lambda_i, i = 1, 2, \dots, n$, 并假设系统矩阵可对角化, 即存在可逆的系统转换矩阵 \mathbf{T} 使得 $\mathbf{T}\mathbf{A}_0\mathbf{T}^{-1} = \mathbf{A}$, $\mathbf{A} = \operatorname{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$. 这样的假设在飞行控制系统设计中是合理的, 因为飞机的运动往往是由多个模态组成的, 故为了方便分析系统的运动特性, 在设计闭环系统时其特征根 (特征值) 往往是由多组不同的值组成的, 由矩阵论知识可知系统是可对角化的. 由于建模不确定性的影响, 存在 $\Delta\mathbf{A}$ 的摄动, 则新的系统矩阵为 $\mathbf{A} = \mathbf{A}_0 + \Delta\mathbf{A}$, 特征值为 $\xi_i, i = 1, 2, \dots, n$. 现在要考察的是系统矩阵 \mathbf{A} 的特征值相对于 \mathbf{A}_0 的特征值的变化情况, 特征值的变化越小, 说明系统的鲁棒性越强. 易得系统矩阵 \mathbf{A}_0 有 n 个特征值, 在衡量特征值变化情况时, 实际上只需要比较差距最大的那组特征值的变化情况即可, 其数学表达式为

$$h(\mathbf{A}_0) = \max_{1 \leq j \leq n} (\min_{1 \leq i \leq n} |\lambda_i - \xi_j|). \quad (17)$$

式 (17) 的含义如下: $\min_{1 \leq i \leq n} |\lambda_i - \xi_j|$ 表示与系统摄动后特征值 ξ_j 最近的距离, 此时对应的特征值 λ_i 实际上就是系统摄动前 ξ_j 对应的旧特征值 (注意, 由于特征值的编号是随意的, 新旧特征值的编号不一定相同). 显然, 对 $\min_{1 \leq i \leq n} |\lambda_i - \xi_j|$ 取极大值表示的就是系统摄动后差距最大的那组特征值的变化距离.

不妨假设任意取一值 ξ 为 \mathbf{A} 的特征值, 但不是 \mathbf{A}_0 的特征值, 对于 ξ 同为 \mathbf{A} 和 \mathbf{A}_0 的特征值这种情况稍后再讨论. 由前面的假设可知, 矩阵 $\xi\mathbf{I}_n - \mathbf{A}$ 是非奇异阵, 又设 \mathbf{v} 是 \mathbf{A} 关于 ξ 的特征向量, 于是可得

$$(\mathbf{A} - \mathbf{A}_0)\mathbf{v} = (\xi\mathbf{I}_n - \mathbf{A}_0)\mathbf{v} = \mathbf{T}^{-1}(\xi\mathbf{I}_n - \mathbf{A})\mathbf{T}\mathbf{v}. \quad (18)$$

考虑到 $(\xi\mathbf{I}_n - \mathbf{A})$ 可逆, 可得

$$\mathbf{v} = \mathbf{T}^{-1}(\xi\mathbf{I}_n - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{T}(\mathbf{A} - \mathbf{A}_0)\mathbf{v}. \quad (19)$$

由矩阵范数相容性的要求得

$$\begin{aligned} \|\mathbf{v}\| &= \\ \|\mathbf{T}^{-1}(\xi\mathbf{I}_n - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{T}(\mathbf{A} - \mathbf{A}_0)\mathbf{v}\| &\leq \\ \|\mathbf{T}^{-1}\| \cdot \|(\xi\mathbf{I}_n - \mathbf{A})^{-1}\| \cdot \|\mathbf{T}\| \cdot \|(\mathbf{A} - \mathbf{A}_0)\| \cdot \|\mathbf{v}\|. \end{aligned} \quad (20)$$

由于 $\|\mathbf{v}\| \neq 0$, 方程两边同除以 $\|\mathbf{v}\|$ 得

$$1 \leq \|\mathbf{T}^{-1}\| \cdot \|(\xi\mathbf{I}_n - \mathbf{A})^{-1}\| \cdot \|\mathbf{T}\| \cdot \|(\mathbf{A} - \mathbf{A}_0)\|, \quad (21)$$

即

$$\|(\xi\mathbf{I}_n - \mathbf{A})^{-1}\|^{-1} \leq \|\mathbf{T}^{-1}\| \cdot \|\mathbf{T}\| \cdot \|(\mathbf{A} - \mathbf{A}_0)\|. \quad (22)$$

对不等式两边同取 2 范数, 得

$$\|(\xi\mathbf{I}_n - \mathbf{A})^{-1}\|_2^{-1} \leq \|\mathbf{T}^{-1}\|_2 \cdot \|\mathbf{T}\|_2 \cdot \|(\mathbf{A} - \mathbf{A}_0)\|_2. \quad (23)$$

由矩阵 2 范数的定义以及考虑到 ξ 是 \mathbf{A} 的任意特征值可知, $\|(\xi\mathbf{I}_n - \mathbf{A})^{-1}\|_2^{-1}$ 表示的就是那组差距最大的特征值, 于是

$$h(\mathbf{A}_0) \leq \|\mathbf{T}^{-1}\|_2 \cdot \|\mathbf{T}\|_2 \cdot \|\Delta\mathbf{A}\|_2. \quad (24)$$

记 $\delta(\mathbf{T}) = \|\mathbf{T}^{-1}\|_2 \cdot \|\mathbf{T}\|_2$, 于是可得

$$h(\mathbf{A}_0) \leq \delta(\mathbf{T}) \cdot \|\Delta\mathbf{A}\|_2. \quad (25)$$

其中: $\|\Delta\mathbf{A}\|_2$ 只取决于矩阵所受摄动的强度, 可以看作一常数; $\delta(\mathbf{T})$ 为对角转换矩阵 \mathbf{T} 的条件数. 因此, 式 (25) 的意义为: 一个矩阵的对角转换矩阵 \mathbf{T} 的条件数越小, 该矩阵在摄动下的特征值的偏移量越小.

下面考虑当 ξ 同为 \mathbf{A} 和 \mathbf{A}_0 的特征值的情况. 由 $h(\mathbf{A}_0)$ 的定义可知, 该 ξ 显然不是最大的特征值摄动量, 再重新取一特征值 ξ' , 重复上述推导过程, 式 (25) 仍然是正确的. 由上述推导过程可知, 系统的鲁棒性是与系统的转换矩阵相关的, $\delta(\mathbf{T})$ 越小, 系统的鲁棒性越强, 因此, 不妨引入 $\delta(\mathbf{T})$ 作为系统鲁棒性的衡量指标, 即

$$J_2 = \delta(\mathbf{T}) = \|\mathbf{T}^{-1}\|_2 \cdot \|\mathbf{T}\|_2. \quad (26)$$

2.4 综合优化指标

对于反馈矩阵 \mathbf{K} 的优化问题, 为了同时考虑系统的稳定性和鲁棒性指标, 通过设置加权值 w_1 、 w_2 定义系统的综合优化指标为

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{K}} J &= w_1 J_1 + w_2 J_2; \\ \text{s.t. } \begin{cases} \mathbf{A}_c^T \mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A}_c + [(\mathbf{K}\mathbf{C})^T \mathbf{R}\mathbf{K}\mathbf{C} + \mathbf{Q}] = 0, \\ \mathbf{T}\mathbf{A}_0\mathbf{T}^{-1} = \mathbf{A}. \end{cases} \end{aligned} \quad (27)$$

对于飞行器这样的被控对象, 因为飞行安全是首要的选择, 所以对控制系统的稳定性有较高的要求,

可以适当地让权重系数 w_2 的值大一些, 本文选择 $w_1 = 1, w_2 = 5$. 上文只是给出了本文改进算法的计算过程, 并没有说明这样的解是否存在. 实际上, 特征结构配置只是极点配置理论的一种延伸^[19], 而本文所提出的改进算法只是从特征结构配置的众多解中选择一个最优解, 因此可以得出这样的结论: 只要相应的传统输出反馈特征结构配置有能够保证闭环系统稳定的解, 则本文所提出的算法就一定有解.

优化问题(27)是一个非凸优化问题, 对于该类问题的求解, 传统的优化算法已不再适用, 为此, 本文使用遗传算法来求解上述非凸优化问题. 该算法是一种随机并行搜索算法, 它主要模拟自然界中生物的遗传进化机制. 相比于经典的优化算法, 遗传算法不需要知道优化问题的梯度信息, 因而非常适合解决采用传统搜索算法不容易求解的复杂的非凸优化问题, 并且往往有较高的效率和准确性^[20]. 遗传算法的基本操作如下.

1) 生成初始种群. 遗传算法无法直接使用待优化问题解空间的参数, 所以首先需要将待优化问题的可行解编码成遗传算法可以处理的形式. 由于遗传算法是模拟生物的进化, 通常称编码后的数据为染色体, 每个染色体又称为种群的一个个体. 本文选取二进制方式优化参数 $a_1 \sim a_{10}$ 以及加权矩阵 \mathbf{Q} 、 \mathbf{R} 进行编码, 为了降低优化参数的数量, 在二次型性能指标优化的过程中往往将加权矩阵限制为对角阵. 编码完成后, 需生成初始种群, 可以选择随机算法或混沌算法生成初始种群, 以增强进化的多样性.

2) 选择适应度函数. 该操作是用来模拟生物进化中的自然选择过程. 适应度函数通常是由目标函数变化而来, 通过比较种群中每个个体的适应度值来决定个体的好坏, 它是每个个体“优胜劣汰”的唯一依据. 本文中将综合优化指标 J 的倒数作为适应度函数, J 越小, 适应度值越大, 个体越优. 适应度计算函数为

$$F(J) = 1/J. \quad (28)$$

3) 选择操作. 从旧群体中以一定概率选择优良个体组成新的种群, 以繁殖下一代个体. 个体 $F(J)$ 越大, 被选中概率越高. 本文用基于适应度比例的策略来选择个体, 个体 i 被选中的概率为

$$p_i = F_i / \sum_{j=1}^N F_j. \quad (29)$$

4) 交叉和变异操作. 种群中的优秀个体可以通过选择操作得出, 但它却不能为种群引入新的血液, 即无法产生新的个体. 通过模拟生物演化中的基因重组或繁殖过程, 交叉操作将两个染色体进行交换组合,

从而产生新的优良个体. 变异操作是随机选择群体中的个体并随机产生变异点位置, 实现基因码的翻转, 这样做可以维持种群的多样性.

3 仿真结果与分析

以某飞翼飞机的纵向运动为例, 将上述改进的输出反馈特征结构配置方法用于该飞翼飞机的纵向增稳系统的设计. 飞机飞行条件是高度 2000 m, 速度 $V = 200$ m/s; 状态方程为式(1)所示的线性定常系统, 系统的状态量为 $\mathbf{x} = (V, \alpha, \theta, q, \delta_e, \delta_T)^T$, 分别为飞行速度、迎角、俯仰角、俯仰角速度、升降舵偏转位置和油门大小; 输入量为 $\mathbf{u} = (\delta_{ec}, \delta_{Tc})^T$, 分别为升降舵指令和油门指令.

考虑到飞翼飞机采用了翼身融合技术且特别强调隐身性, 所以对传感器的安装位置和尺寸有特殊的要求, 再加上迎角传感器本身的测量精度也不高, 因此, 在实际应用中设计控制系统时尽量不要采用迎角信号. 另外, 为了便于工程实现, 需要尽可能地降低控制器的阶数, 考虑到飞机的短周期运动和长周期运动主要是由力矩变化所引起的, 反馈油门信号 δ_T 对系统性能影响不大, 因此本文中飞机的输出量为 $\mathbf{y} = (V, \theta, q, \delta_e)^T$, 即输出矩阵的秩 $\text{rank}(\mathbf{C}) = 4$, 刚好能够任意配置飞机短周期和长周期运动的 4 个特征根. 闭环系统期望的特征值和相应的期望特征向量为 $\mathbf{v}_1^d \sim \mathbf{v}_4^d$, 由 2.1 节给出.

根据本文所述的改进的特征结构配置方法, 反馈矩阵 \mathbf{K} 的计算步骤如下.

Step 1: 确定闭环系统的期望特征值 $\{\lambda_i^d\}_{i=1}^4$ 以及相应的特征向量 $\{\mathbf{v}_i^d\}_{i=1}^4$.

Step 2: 将 $\{\mathbf{v}_i^d\}_{i=1}^4$ 中的自由参数以及加权矩阵 \mathbf{Q} 、 \mathbf{R} 中的参数进行编码形成个体, 并得到初始种群, 种群规模选择为 $N = 80$.

Step 3: 将种群中个体的值进行解码, 并代入式(19)计算出反馈矩阵 \mathbf{K} , 再将 \mathbf{K} 代入式(27)得到 J 的值, 从而得到每个个体的适应度值 $F(J)$.

Step 4: 由每个个体的适应度值依次进行选择、交叉、变异操作, 并得到新的群体. 本文采用单点交叉算子来完成交叉操作, 交叉概率选择 $p_c = 0.6$; 利用基本位变异算子实现变异操作, 变异概率 $p_m = 0.05$.

Step 5: 判断进化代数是否满足要求, 若不满足, 则返回 Step 3; 若满足, 则得到最优反馈矩阵 \mathbf{K} . 经过反复实验, 终止代数 $G = 100$ 即可取得满意的效果.

根据上述步骤计算的最优反馈矩阵为

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 0.0375 & -0.0027 & 0.1092 & 0.7579 \\ 0.7953 & -0.4126 & 27.5740 & -52.1977 \end{bmatrix}.$$

系统的开环特征值以及特征结构配置后的闭环

系统特征值如表1所示。

表1 系统特征值

特征值	开环系统	闭环系统
$\lambda_{1,2}$	$-0.7658 \pm 0.7889i$	$-3 \pm 2i$
$\lambda_{3,4}$	$-0.0022 \pm 0.0568i$	$-0.5 \pm 0.5i$
λ_5	-25	-21.2331
λ_6	-1	-1.0689

由反馈矩阵 K 的表达式可知, 采用输出反馈特征结构配置理论得到的反馈矩阵阶数为 2×4 , 相比于全状态反馈时反馈矩阵阶数 2×6 , 降低了控制器的阶数; 配置后的特征值全部是稳定的, 并且实现了飞机短周期和长周期模态期望特征值的配置。

由于闭环系统期望的特征向量往往不在闭环特征向量的可达空间内^[4], 配置后得到的特征向量往往与期望特征向量是有差别的, 因而直接判断二者的区别是有困难的. 考虑到特征向量配置的目的是降低短周期模态与长周期模态的耦合度, 可通过仿真的方式观察短周期模态和长周期模态的解耦情况来判断特征向量是否得到了配置. 为此, 分别给系统加入短周期扰动 $\Delta\alpha = 5^\circ$, 长周期扰动 $\Delta V = 10 \text{ m/s}$. 同时, 为了验证控制系统的鲁棒性, 这里给出了系统矩阵 A 摄动 50% 时的仿真曲线, 如图2和图3所示。

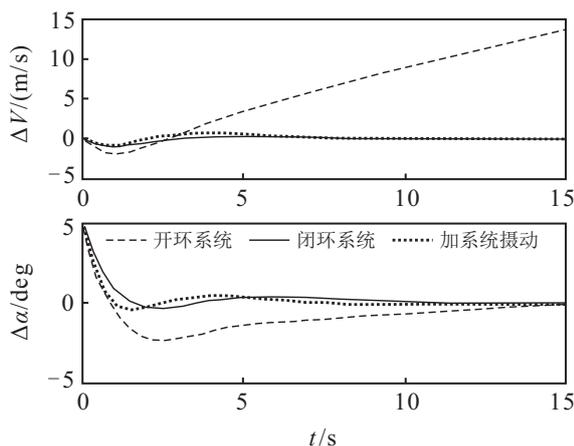


图2 迎角扰动时仿真曲线

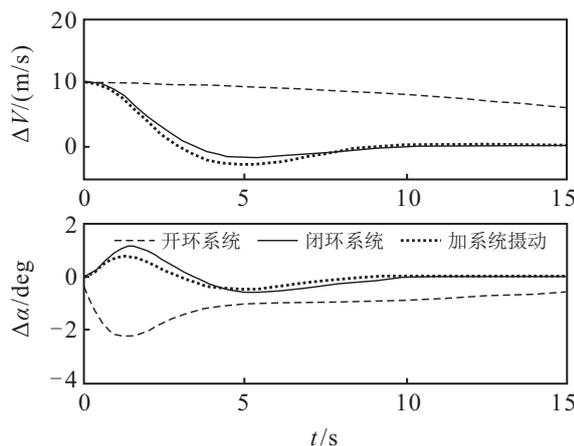


图3 前飞速度扰动时仿真曲线

由图2和图3的仿真结果可以看出: 当加入短周期扰动量 $\Delta\alpha$ 时, 相比于开环系统, 闭环系统中的前飞速度 V 变化量比较小, 而且迅速恢复到原来的状态, 具有良好的时域响应特性; 当加入长周期扰动量 ΔV 时, 相比于开环系统, 闭环系统中的迎角 α 变化量也比较小, 而且也能够迅速恢复到原来的状态, 同样具有良好的时域响应特性. 这说明特征向量配置达到了降低短周期模态和长周期模态耦合度的目的. 另外, 从图2和图3中还可以看出, 当系统矩阵 A 摄动 50% 时, 闭环系统的响应变化不大, 说明本文给出的改进的输出反馈特征结构配置方法具有较好的鲁棒性能。

4 结论

本文在常规的输出反馈特征结构配置方法的基础上, 引入了系统稳定性和鲁棒性指标, 并将这两个指标通过加权的方式概括为一综合优化指标, 采用遗传优化算法进行寻优求解, 进而得到最优的输出反馈矩阵解. 该反馈矩阵既能够保证系统的稳定性和鲁棒性, 又能够保证系统具有良好的时域响应特性. 在飞翼飞机纵向增稳系统设计中的成功应用表明了该改进算法可以较好地弥补常规特征结构算法配置的不足, 取得了较好的控制效果。

参考文献(References)

- [1] 李卫星. 飞翼无人机机动飞行控制律设计[D]. 南京: 南京航空航天大学自动化学院, 2014: 1-7.
(Li W X. The research of maneuver flight control of the flying-wing UAV[D]. Nanjing: College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2014: 1-7.)
- [2] 马小娟. 特征结构配置方法在飞控系统中的应用[D]. 西安: 西北工业大学自动化学院, 2006: 1-6.
(Ma X J. Research on eigenstructure assignment method and its application in the design of flight control system[D]. Xi'an: College of Automation Engineering, Northwestern Polytechnical University, 2006: 1-6.)
- [3] 穆旭. 特征结构配置在大型飞机飞行控制系统设计中的应用[D]. 西安: 西北工业大学自动化学院, 2007: 6-13.
(Mu X. Application of eigenstructure assignment theory in flight control system design on large aircraft[D]. Xi'an: College of Automation Engineering, Northwestern Polytechnical University, 2007: 6-13.)
- [4] 王伟, 马小娟, 李爱军, 等. 一种改进的特征结构配置方法在飞行控制系统设计中的应用[J]. 西北工业大学学报, 2006, 24(4): 410-413.
(Wang W, Ma X J, Li A J, et al. Improved eigenstructure assignment method in the design of aircraft control

- systems[J]. J of Northwestern Polytechnical University, 2006, 24(4): 410-413.)
- [5] Andry A N, Shapiro E Y, Chung J C. Eigenstructure assignment for linear system[J]. IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems, 1983, 19(5): 711-729.
- [6] Satoh Atsushi, Sugimoto Kenji. Partial eigenstructure assignment approach for robust flight control[J]. J of Guidance, 2013, 27(1): 145-150.
- [7] Crespo J, Aranda J. Eigenstructure assignment-based controllers applied to flexible spacecraft[J]. J of Aerospace Engineering, 2011, 225(6): 709-720.
- [8] Zhang Biao. Parametric eigenstructure assignment for descriptor systems via proportional plus derivative state feedback[J]. Int J of Control, Automation and Systems, 2011, 9(1): 15-22.
- [9] Wang G S, Duan G. State feedback eigenstructure assignment with minimum control effort[C]. Proc of the 5th World Congress on Intelligent Control and Automation. Hangzhou, 2004, 1: 35-38.
- [10] 黄一敏, 高正, 王永. 基于混合灵敏度优化的鲁棒特征结构配置[J]. 控制理论与应用, 2003, 20(3): 411-414.
(Huang Y M, Gao Z, Wang Y. Robust eigenstructure assignment combined with mixed sensitivity to optimization[J]. Control Theory & Application, 2003, 20(3): 411-414.)
- [11] 张威娜. 基于复合切换的BTT导弹鲁棒自动驾驶仪的设计[D]. 哈尔滨工业大学控制科学与工程系, 2007: 17-35.
(Zhang W N. Robust autopilot design of BTT missile based on composite switching[D]. Harbin: Department of Control Science and Engineering, Harbin Institute of Technology, 2007: 17-35.)
- [12] Kshatriya N, Hughes F M, Gole A M. Optimized partial eigenstructure assignment-based design of a combined PSS and active damping controller for a DFIG[J]. IEEE Trans on Power Systems, 2010, 25(2): 866-876.
- [13] Nieto-Wire C, Sobel K. Eigenstructure assignment for a tailless aircraft[C]. Guidance, Navigation and Control Conf. New York: AIAA, 2007, 1: 1053-1073.
- [14] 章卫国, 李爱军, 李广文, 等. 现代飞行控制系统设计[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 2009: 158-166.
(Zhang W G, Li A J, Li G W, et al. Modern flight control system design[M]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University Press, 2009: 158-166.)
- [15] Li Y B, Chen C, Chen W. Research on longitudinal control algorithm for flying wing UAV based on LQR technology[J]. Int J on Smart Sensing and Intelligent Systems, 2013, 6(5): 2155-2181.
- [16] 高博, 杨凌宇, 申功璋. 基于 μ 分析的鲁棒特征结构配置飞行控制律设计[J]. 北京航空航天大学学报, 2012, 38(1): 111-115.
(Gao B, Yang L Y, Shen G Z. Robust eigenstructure assignment based on μ analysis applied to flight control law design[J]. J of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2012, 38(1): 111-115.)
- [17] 唐磊, 陈澜. 特征结构配置和 H_∞ 鲁棒控制的飞行控制器设计[J]. 火力与指挥控制, 2012, 37(4): 172-175.
(Tang L, Chen L. Design of flight controller based on eigenstructure assignment and H_∞ robust control[J]. Fire Control & Command Control, 2012, 37(4): 172-175.)
- [18] Mansilla R, Aranda J, Diaz J M, et al. Robust control for high-speed crafts using QFT and eigenstructure assignment[J]. IET Control Theory and Applications, 2010, 4(7): 1265-1276.
- [19] 段广仁. 广义线性系统的分析与设计[M]. 北京: 科学出版社, 2012: 305-329.
(Duan G R. Analysis and design of descriptor linear system[M]. Beijing: Science Press, 2012: 305-329.)
- [20] Clarke T, Davies R. Robust eigenstructure assignment using the genetic algorithm and constrained state feedback[C]. Proc of the Institution of Mechanical Engineers. New York: MEP, Edmunds, 1997, 211(1): 53-61.

(责任编辑: 曹洪武)