第 31 卷 第 5 期
Vol. 31 No. 5
控 制 与 决 策
Control and Decision
2016 年 5 月
May 2016

文章编号: 1001-0920 (2016) 05-0935-08 **DOI:** 10.13195/j.kzyjc.2015.0385

考虑损失规避型供应商的 VMI 供应链协调

刘云志, 樊治平

(东北大学 工商管理学院，沈阳 110819)

摘 要: 给出损失规避型供应商和风险中性零售商组成的二级 VMI 供应链批发价格契约与协调的理论分析. 主要结论是: 损失规避型供应商的最优产品生产量可能小于 (等于或大于) 风险中性的供应商的最优产品生产量, 且最优产品生产量为单位剩余产品净残值 (单位缺货成本) 的增函数、单位库存成本的减函数、一定条件下的单位批发价格 (单位生产成本) 的增函数或减函数; 批发价格契约在一定条件下可使二级 VMI 供应链达到协调.

关键词: 损失规避；供应商管理库存；供应链协调；批发价格契约

中图分类号: F272；C931 **文献标志码:** A

VMI supply chain coordination with the loss-averse supplier

LIU Yun-zhi, *FAN Zhi-ping*

(School of Business Administration，Northeastern University，Shenyang 110819，China．Correspondent：LIU Yun-zhi，E-mail：yunzhi_liu@126.com)

Abstract: This paper investigates the two-stage VMI supply chain coordination problem with a loss-averse supplier and a risk-neutral retailer. The main conclusions can be obtained as follows: the loss-averse supplier's optimal production volume may be less than(equal to or more than) the risk-neutral supplier's optimal production volume; the loss-averse supplier's optimal production volume increases with the unit net salvage(unit shortage cost), decreases with the unit inventory cost, and increases or decreases with the unit wholesale price(unit manufacturing cost) under certain conditions; the wholesale price contract can coordinate the two-stage VMI supply chain under certain conditions.

Keywords: loss aversion；supplier managed inventory；supply chain coordination；wholesale price contract

0 引 言

供应商管理库存 (VMI) 是一种供应链战略, 指的是上级供应方管理下级订货方的库存, 从广义上来说, VMI 可以在供应链上的任何两个节点之间实现, VMI 使得供应方能够监视订货方的库存水平, 并承担必须的库存补给责任, 确保一定的库存周转目标和顾客服务水平, 增强供应链的运作效率[1]. VMI 作为一种集成化的库存管理方法, 能够促进信息分享、降低牛鞭效应和提高供应链协作水平[2], 受到许多学者的关注[3-5]. 然而, 通过 VMI 并不能使供应链达到协调, 即不能消除双重边际化效应对供应链管理带来的负面影响. 供应链契约是实现供应链协调的主要方法, 主要包括批发价格契约、回购契约、收益共享契约、数量折扣契约等. 通过合理的契约设计, 有助于减少双重边际化和信息不对称等不利因素对供应链管理带来的影响, 并提高供应链的整体利润, 以致供应链达到协调[6]. 批发价格契约作为供应链契约中形式最简单的契约, 因其执行起来较为便捷且管理成本较低, 在现实中被广泛采用. 因此, 近年来针对 VMI 模式下供应链的批发价格契约与协调的研究越来越受到学术界的关注[7-12]. 目前, 可以看到一些学者针对 VMI 模式下供应链的批发价格契约与协调的研究成果[7-12]. 例如, Gerchak 等[7]针对由多个供应商与单一零售商 (装配商) 组成的二级供应链协调问题, 研究了 VMI 模式下二级供应链在收益共享与批发价格契约下的协调情况, 并指出在双参数契约下供应链可达到协调, 且有利于供应链成员利润的增加, VMI 模式下供应链在单一收益共享契约下的运作效率要优于在单一批发价格契约下的运作效率. 唐宏祥[8]针对由一个供应商和一个零售商组成的二级供应链, 建立了

收稿日期: 2015-03-29；**修回日期:** 2015-09-03.

基金项目: 国家自然科学基金项目(71271051)；中央高校基本科研业务费专项基金项目(N130606001, N140607001).

作者简介: 刘云志(1985−), 男, 博士生, 从事运作管理、决策分析的研究；樊治平(1961−), 男, 教授, 博士生导师, 从事管理决策分析、运作管理等研究.

分散式供应链和VMI模式供应链的模型, 比较了两种模式供应链的性能, 并进一步地给出了提高VMI模式供应链性能的有效途径, 即在批发价格契约基础上零售商需承担部分滞销成本, 同时供应商需分担零售商的部分促销费用. 刘鹏飞[9]考虑了需求与零售商努力水平满足相乘型的情形, 研究了分散VMI决策和集成VMI决策下的最优努力水平, 并提出了采用零售承担供应商部分滞销成本, 供应商分担零售商部分努力成本的VMI模式下的改进批发价格契约来协调供应链, 同时说明了该契约可使供应链达到完美协调, 且零售商和供应商获得集成VMI供应链收益的比例与供应商和零售商各自在VMI供应链中承担的努力水平和滞销成本的比例相同. 从已有研究成果可以看到, 针对VMI模式下供应链的批发价格契约与协调的研究大多假定供应链成员是风险中性的, 即各供应链成员均以其期望利润最大化(或期望成本最小化)为决策目标. 但是, 近来通过研究发现, 供应链成员往往并非按照这一原则进行决策[13-14]. 因此, 一些学者开始从事非风险中性假设条件下供应链协调问题的研究[15-16], 其中一部分学者则是采用Kahneman等[17]提出的前景理论观点描述决策者的决策行为, 且前景理论的一个重要结论是决策者是损失规避的. 需要指出的是, 在考虑损失规避行为的情况下, 针对VMI模式下供应链的批发价格契约与协调的研究成果尚不多见, 且由于VMI作为一种集成化的库存管理方法, 与传统库存管理方法相比, 具备一些突出的优势(如能够降低牛鞭效应等), 因此, 有必要针对VMI模式下考虑损失规避行为的供应链的批发价格契约与协调问题进行深入的理论分析.

鉴于以上问题, 本文基于文献[18]的基本思路, 针对由一个损失规避型供应商和一个风险中性的零售商组成的二级VMI供应链协调问题, 分别分析分散VMI供应链情形下损失规避型供应商的最优策略与集中VMI供应链情形下供应链的最优策略, 进而分析此二级VMI供应链在批发价格契约下的协调情况.

1 问题描述和模型构建

本节针对由一个损失规避型供应商和一个风险中性的零售商组成的二级VMI供应链进行描述, 并给出相应的基本假设, 在此基础上构建各供应链成员的利润(效用)函数.

1.1 问题描述与基本假设

考虑一个经营单一时令性产品的VMI模式下的二级供应链, 假设此二级VMI供应链由一个损失规避型供应商和一个风险中性的零售商构成, 且此二级VMI供应链的所有信息是完全共享的. 该产品的市场需求量D为一个随机变量, 随机需求量D的分布函数与概率密度函数分别为$F(x)$和$f(x)$, 期望为$E(D)=\mu$, $F(x)$是连续、可微及严格递增的, $F(0)=0$, 并记$\bar{F}(x)=1-F(x)$. 由于VMI模式下供应商需自主管理产品库存以及承担相应的损失, 其更加关注相应的契约合同, 并会主动参与设计和提出相应的契约合同, 这里进一步假设供应商与零售商签订批发价格契约合同. 在销售季前, 供应商依据批发价格契约生产产品, 单位生产成本为c, 产品生产量为q(决策变量). 在销售季中, 供应商以寄售的方式将产品通过零售商销售给顾客, 单位销售价格为p, 零售商依据批发价格契约将部分销售利润返还给供应商, 单位批发价格为w. 若在销售季中出现缺货的情形, 则供应商需承担相应的缺货损失, 单位缺货成本为g; 若在销售季中出现滞销的情形, 则供应商需承担相应的库存费用, 单位库存成本为h. 在销售季末, 若仍有剩余的产品未被销售, 则供应商将对剩余产品进行季末处理, 单位剩余产品净残值为v. 依据客观现实的合理性, 有$p>w>c>v>0, g,h>0$.

1.2 模型构建

针对风险中性的零售商, 其利润为

$$\pi_r(q)=p\min\{D,q\}-w\min\{D,q\}. \tag{1}$$

进一步地, 由式(1)计算得到风险中性的零售商的期望利润为

$$\mathrm{E}(\pi_r(q))=(p-w)q-(p-w)\int_0^q F(x)\mathrm{d}x. \tag{2}$$

针对风险中性的供应商, 其利润为

$$\pi_s(q)=w\min\{D,q\}+v\max\{q-D,0\}-cq-\\ h\max\{q-D,0\}-g\max\{D-q,0\}. \tag{3}$$

进一步地, 由式(3)计算得到风险中性的供应商的期望利润为

$$\mathrm{E}(\pi_s(q))=\\ (w+g-c)q-(w+g+h-v)\int_0^q F(x)\mathrm{d}x-g\mu. \tag{4}$$

同时, 风险中性的供应商的利润为

$$\pi_s(q)=\begin{cases}\pi_s^1(q,D),\ D\leqslant q;\\ \pi_s^2(q,D),\ D>q.\end{cases} \tag{5}$$

其中

$$\pi_s^1(q,D)=(w+h-v)D-(c+h-v)q,$$

$$\pi_s^2(q,D)=(w+g-c)q-gD.$$

进一步地, 由文献[19]的分析思想, 通过计算可得到如下性质.

性质1 对于风险中性的供应商, 存在两个利润盈亏平衡需求点

$$k_1(q)=\frac{(c+h-v)q}{w+h-v},\ k_2(q)=\frac{(w+g-c)q}{g}.$$

若 $D < k_1(q)$ $(D > k_2(q))$, 则 $\pi_s(q) \in (-\infty, 0)$; 若 $k_1(q) \leqslant D \leqslant k_2(q)$, 则 $\pi_s(q) \in [0, +\infty)$.

证明　设 k 为市场的实际需求值, 则有:

1) 若 $k \leqslant q$, 令 $\pi_s^1(q, D) = (w+h-v)k - (c+h-v)q = 0$, 则有 $k_1(q) = \dfrac{(c+h-v)q}{w+h-v}$. 又因为 $\dfrac{\mathrm{d}\pi_s^1(q,k)}{\mathrm{d}k} = w+h-v > 0$, $\pi_s^1(q,k)$ 为关于 k 的严格递增函数, 从而若 $k < k_1(q)$, 则 $\pi_s^1(q,k) \in (-\infty, 0)$; 若 $k_1(q) \leqslant k \leqslant q$, 则 $\pi_s^1(q,k) \in [0, +\infty)$.

2) 若 $k > q$, 令 $\pi_s^2(q, D) = (w+g-c)q - gk = 0$, 则有 $k_2(q) = \dfrac{(w+g-c)q}{g}$. 又因为 $\dfrac{\mathrm{d}\pi_s^2(q,k)}{\mathrm{d}k} = -g < 0$, $\pi_s^2(q,k)$ 为关于 k 的严格递减函数, 从而若 $k > k_2(q)$, 则 $\pi_s^2(q,k) \in (-\infty, 0)$; 若 $q < k \leqslant k_2(q)$, 则 $\pi_s^2(q,k) \in [0, +\infty)$.

综上, 若 $D < k_1(q)$ $(D > k_2(q))$, 则 $\pi_s(q) \in (-\infty, 0)$; 若 $k_1(q) \leqslant D \leqslant k_2(q)$, 则 $\pi_s(q) \in [0, +\infty)$. □

性质 1 表明: 若市场需求量过低 $(D < k_1(q))$ 或过高 $(D > k_2(q))$, 则供应商将面临一定的损失; 若市场需求量在一定的范围内 $(k_1(q) \leqslant D \leqslant k_2(q))$, 则供应商将获得一定的收益. 性质 1 的管理启示是: 风险中性的供应商在产品生产过程中可能会面临一定的损失风险, 故其对于产品生产量的控制是十分必要的.

设 W_0 为供应商的初始财富值, 考虑如下形式的损失规避效用函数[19-20]:

$$\mu(W) = \begin{cases} W - W_0,\ W \geqslant W_0; \\ \lambda(W - W_0),\ W < W_0. \end{cases} \tag{6}$$

其中参数 $\lambda \in [1, +\infty]$ 表示供应商的损失规避程度, $\lambda = 1$ 表明供应商是风险中性的, 即此供应商为风险中性的供应商; $\lambda > 1$ 表明供应商具有损失规避的行为特征, 即此供应商为损失规避型供应商, 且 λ 的值越大, 供应商的损失规避程度越大. 为了讨论的方便且不失一般性, 这里假定供应商的初始财富值为 0, 即 $W_0 = 0$.

由式 (5) 和 (6), 损失规避型供应商的期望效用为

$$\mathrm{E}(\mu(\pi_s(q))) = \mathrm{E}(\pi_s(q)) + \hat{\mathrm{E}}(\pi_s(q)), \tag{7}$$

其中

$$\hat{\mathrm{E}}(\pi_s(q)) = (\lambda - 1)\Big(\int_0^{k_1(q)} \pi_s^1(q,x)\mathrm{d}F(x) + \int_{k_2(q)}^{+\infty} \pi_s^2(q,x)\mathrm{d}F(x)\Big).$$

式 (7) 的经济学意义可以解释为: 损失规避型供应商的期望效用为供应商在风险中性条件下所获得的期望利润与供应商在具有损失规避行为特征下超产和缺货所遭受的期望损失之和.

2　VMI 模式下的供应链协调

本节针对由一个损失规避型供应商和一个风险中性的零售商组成的二级 VMI 供应链协调问题, 分别讨论分散 VMI 供应链情形下损失规避型供应商的最优策略和集中 VMI 供应链情形下供应链的最优策略, 并在此基础上进一步分析此二级 VMI 供应链在批发价格契约下的协调情况.

2.1　分散 VMI 供应链情形下损失规避型供应商的最优策略

在分散 VMI 供应链情形下, 损失规避型供应商被视为独立的经济个体, 其给出相应的最优策略以最大化其个体效用, 即确定最优产品生产量 q_λ^* 来实现其效用最大化.

定理 1　$\mathrm{E}(\mu(\pi_s(q)))$ 为关于 q 的严格凹函数, 且存在唯一最优产品生产量 q_λ^*, 满足

$$(w+g-c) - (w+g+h-v)F(q_\lambda^*) + (\lambda-1)(-(c+h-v)F(k_1(q_\lambda^*)) + (w+g-c)\bar{F}(k_2(q_\lambda^*))) = 0.$$

证明　针对式 (7) 求关于 q 的一阶与二阶导数, 有

$$\mathrm{dE}(\mu(\pi_s(q)))/\mathrm{d}q = (w+g-c) - (w+g+h-v)F(q) + (\lambda-1)(-(c+h-v)F(k_1(q)) + (w+g-c)\bar{F}(k_2(q))),$$

$$\mathrm{d}^2\mathrm{E}(\mu(\pi_s(q)))/\mathrm{d}q^2 = -(w+g+h-v)f(q) - (\lambda-1)\times \Big(\frac{(c+h-v)^2}{w+h-v}f(k_1(q)) + \frac{(w+g-c)^2}{g}f(k_2(q))\Big).$$

由于 $w - v > 0$, $g > 0$, $h > 0$, $\lambda > 1$, 有 $\dfrac{\mathrm{d}^2\mathrm{E}(\mu(\pi_s(q)))}{\mathrm{d}q^2} < 0$, $\mathrm{E}(\mu(\pi_s(q)))$ 为关于 q 的严格凹函数, 且存在唯一最优产品生产量 q_λ^* 满足 $\dfrac{\mathrm{dE}(\mu(\pi_s(q)))}{\mathrm{d}q}\Big|_{q=q_\lambda^*} = 0$, 即

$$(w+g-c) - (w+g+h-v)F(q_\lambda^*) + (\lambda-1)(-(c+h-v)F(k_1(q_\lambda^*)) + (w+g-c)\bar{F}(k_2(q_\lambda^*))) = 0.$$ □

定理 1 表明: 损失规避型供应商可确定唯一的产品生产量以最大化其个体效用. 特殊地, 若 $\lambda = 1$, 则表明损失规避型供应商退化为风险中性的供应商. 由定理 1 可知, 风险中性的供应商的最优产品生产量 q^* 满足 $(w+g-c) - (w+g+h-v)F(q^*) = 0$, 即

$$F(q^*) = \frac{w+g-c}{w+g+h-v},\ q^* = F^{-1}\Big(\frac{w+g-c}{w+g+h-v}\Big).$$

进一步地, 若 $g = 0$, 则风险中性的供应商的最优产品生产量 q^* 满足 $(w-c) - (w+h-v)F(q^*) = 0$, 即

$$F(q^*) = \frac{w-c}{w+h-v},\ q^* = F^{-1}\Big(\frac{w-c}{w+h-v}\Big).$$

定理2 已知损失规避型供应商的最优产品生产量 q_λ^*, 则有:

1) 若 $(w+g-c)\bar{F}(k_2(q_\lambda^*))-(c+h-v)F(k_1(q_\lambda^*))<0$, 则 $q_\lambda^*<q^*$, $\mathrm{d}q_\lambda^*/\mathrm{d}\lambda<0$;

2) 若 $(w+g-c)\bar{F}(k_2(q_\lambda^*))-(c+h-v)F(k_1(q_\lambda^*))=0$, 则 $q_\lambda^*=q^*$, $\mathrm{d}q_\lambda^*/\mathrm{d}\lambda=0$;

3) 若 $(w+g-c)\bar{F}(k_2(q_\lambda^*))-(c+h-v)F(k_1(q_\lambda^*))>0$, 则 $q_\lambda^*>q^*$, $\mathrm{d}q_\lambda^*/\mathrm{d}\lambda>0$.

证明 由定理1可知

$$\begin{aligned}&\mathrm{dE}(\mu(\pi_s(q_\lambda^*)))/\mathrm{d}q_\lambda^*=\\&(w+g-c)-(w+g+h-v)F(q_\lambda^*)+(\lambda-1)\times\\&(-(c+h-v)F(k_1(q_\lambda^*))+(w+g-c)\bar{F}(k_2(q_\lambda^*)))=0,\end{aligned}$$

进一步整理得到

$$\begin{aligned}&F(q_\lambda^*)=\\&\frac{w+g-c}{w+g+h-v}+\frac{\lambda-1}{w+g+h-v}\times\\&(-(c+h-v)F(k_1(q_\lambda^*))+(w+g-c)\bar{F}(k_2(q_\lambda^*))),\end{aligned}$$

即

$$\begin{aligned}&F(q_\lambda^*)=\\&F(q^*)+\frac{\lambda-1}{w+g+h-v}(-(c+h-v)F(k_1(q_\lambda^*))+\\&(w+g-c)\bar{F}(k_2(q_\lambda^*))).\end{aligned}$$

依据隐函数定理, 有

$$\begin{aligned}&\frac{\mathrm{d}q_\lambda^*}{\mathrm{d}\lambda}=-\frac{\mathrm{d}^2\mathrm{E}(\mu(\pi_s(q)))/\mathrm{d}q\mathrm{d}\lambda}{\mathrm{d}^2\mathrm{E}(\mu(\pi_s(q)))/\mathrm{d}q^2}|_{q=q_\lambda^*}=\\&-\frac{(w+g-c)\bar{F}(k_2(q_\lambda^*))-(c+h-v)F(k_1(q_\lambda^*))}{\mathrm{d}^2\mathrm{E}(\mu(\pi_s(q_\lambda^*)))/\mathrm{d}{q_\lambda^*}^2}.\end{aligned}$$

由于 $w-v>0$, $g>0$, $h>0$, $\lambda>1$, 有

$$\begin{aligned}&\mathrm{d}^2E(\mu(\pi_s(q_\lambda^*)))/\mathrm{d}{q_\lambda^*}^2=\\&-(w+g+h-v)f(q_\lambda^*)-(\lambda-1)\times\\&\Big(\frac{(c+h-v)^2}{w+h-v}f(k_1(q_\lambda^*))+\frac{(w+g-c)^2}{g}f(k_2(q_\lambda^*))\Big)<0.\end{aligned}$$

进一步得到如下结论:

1) 若 $(w+g-c)\bar{F}(k_2(q_\lambda^*))-(c+h-v)F(k_1(q_\lambda^*))<0$, 则 $F(q_\lambda^*)<F(q^*)$, 即 $q_\lambda^*<q^*$, 且 $\mathrm{d}q_\lambda^*/\mathrm{d}\lambda<0$;

2) 若 $(w+g-c)\bar{F}(k_2(q_\lambda^*))-(c+h-v)F(k_1(q_\lambda^*))=0$, 则$F(q_\lambda^*)=F(q^*)$, 即 $q_\lambda^*=q^*$, 且 $\mathrm{d}q_\lambda^*/\mathrm{d}\lambda=0$;

3) 若 $(w+g-c)\bar{F}(k_2(q_\lambda^*))-(c+h-v)F(k_1(q_\lambda^*))>0$, 则 $F(q_\lambda^*)>F(q^*)$, 即 $q_\lambda^*>q^*$, 且 $\mathrm{d}q_\lambda^*/\mathrm{d}\lambda>0$. □

定理2揭示了损失规避型供应商的最优产品生产量与风险中性的供应商的最优产品生产量的关系, 即损失规避型供应商的最优产品生产量可能小于 (等于或大于) 风险中性的供应商的最优产品生产量. 同时, 定理2表明了损失规避型供应商的最优产品生产量与损失规避系数的关系.

推论1 已知损失规避型供应商的最优产品生产量 q_λ^*, 若 $g=0$, 则 $q_\lambda^*<q^*$, $\mathrm{d}q_\lambda^*/\mathrm{d}\lambda<0$.

证明 若 $g=0$, 则由定理1可知

$$\begin{aligned}&\mathrm{dE}(\mu(\pi_s(q_\lambda^*)))/\mathrm{d}q_\lambda^*=\\&(w-c)-(w+h-v)F(q_\lambda^*)-\\&(\lambda-1)(c+h-v)F(k_1(q_\lambda^*))=0,\end{aligned}$$

进一步整理得到

$$\begin{aligned}&F(q_\lambda^*)=\\&\frac{w-c}{w+h-v}-\frac{\lambda-1}{w+h-v}(c+h-v)F(k_1(q_\lambda^*)),\end{aligned}$$

即

$$F(q_\lambda^*)=F(q^*)-\frac{\lambda-1}{w+h-v}(c+h-v)F(k_1(q_\lambda^*)).$$

依据隐函数定理, 有

$$\begin{aligned}&\frac{\mathrm{d}q_\lambda^*}{\mathrm{d}\lambda}=-\frac{\mathrm{d}^2\mathrm{E}(\mu(\pi_s(q)))/\mathrm{d}q\mathrm{d}\lambda}{\mathrm{d}^2\mathrm{E}(\mu(\pi_s(q)))/\mathrm{d}q^2}|_{q=q_\lambda^*}=\\&\frac{(c+h-v)F(k_1(q_\lambda^*))}{\mathrm{d}^2\mathrm{E}(\mu(\pi_s(q_\lambda^*)))/\mathrm{d}{q_\lambda^*}^2}.\end{aligned}$$

由于 $w-v>0$, $h>0$, $\lambda>1$, 有

$$\begin{aligned}&\frac{\mathrm{d}^2\mathrm{E}(\mu(\pi_s(q_\lambda^*)))}{\mathrm{d}{q_\lambda^*}^2}=\\&-(w+h-v)f(q_\lambda^*)-\\&(\lambda-1)\frac{(c+h-v)^2}{w+h-v}f(k_1(q_\lambda^*))<0.\end{aligned}$$

进一步地, 由于 $w-v>0$, $c-v>0$, $h>0$, $\lambda>1$, 则 $F(q_\lambda^*)<F(q^*)$, 即 $q_\lambda^*<q^*$, 且 $\mathrm{d}q_\lambda^*/\mathrm{d}\lambda<0$. □

推论1表明: 若忽略缺货损失, 则损失规避型供应商的最优产品生产量始终小于风险中性的供应商的最优产品生产量, 且为损失规避系数的减函数. 推论1的现实意义是: 在不考虑缺货损失的情形下, 损失规避型供应商仅需承担超产损失, 故与风险中性的供应商相比, 其往往会减少相应的产品生产量, 以规避可能的超产损失风险, 且供应商的损失规避行为越明显 (即损失规避系数越大), 其产品生产量越少.

定理3 已知损失规避型供应商的最优产品生产量 q_λ^*, 则有:

1) $\mathrm{d}q_\lambda^*/\mathrm{d}v>0$, $\mathrm{d}q_\lambda^*/\mathrm{d}g>0$, $\mathrm{d}q_\lambda^*/\mathrm{d}h<0$.

2) 若 $\bar{F}(q_\lambda^*)+(\lambda-1)G_1(k_1(q_\lambda^*),k_2(q_\lambda^*))>0$ ($\bar{F}(q_\lambda^*)+(\lambda-1)G_1(k_1(q_\lambda^*),k_2(q_\lambda^*))\leqslant 0$), 则 $\mathrm{d}q_\lambda^*/\mathrm{d}w>0$ ($\mathrm{d}q_\lambda^*/\mathrm{d}w\leqslant 0$), 其中

$$\begin{aligned}&G_1(k_1(q_\lambda^*),k_2(q_\lambda^*))=\\&\bar{F}(k_2(q_\lambda^*))-k_2(q_\lambda^*)f(k_2(q_\lambda^*))+\\&\frac{c+h-v}{w+h-v}k_1(q_\lambda^*)f(k_1(q_\lambda^*)).\end{aligned}$$

3) 若 $-1+(\lambda-1)G_2(k_1(q_\lambda^*),k_2(q_\lambda^*))>0$ ($-1+(\lambda-1)G_2(k_1(q_\lambda^*),k_2(q_\lambda^*))\leqslant 0$), 则 $\mathrm{d}q_\lambda^*/\mathrm{d}c>0$ ($\mathrm{d}q_\lambda^*/\mathrm{d}c\leqslant 0$), 其中

$$G_2(k_1(q_\lambda^*),k_2(q_\lambda^*))=$$
$$-F(k_1(q_\lambda^*))-k_1(q_\lambda^*)f(k_1(q_\lambda^*))-$$
$$\bar{F}(k_2(q_\lambda^*))+k_2(q_\lambda^*)f(k_2(q_\lambda^*)).$$

证明　由定理 1 可知

$$\mathrm{dE}(\mu(\pi_s(q_\lambda^*)))/\mathrm{d}q_\lambda^*=$$
$$(w+g-c)-(w+g+h-v)F(q_\lambda^*)+$$
$$(\lambda-1)(-(c+h-v)F(k_1(q_\lambda^*))+$$
$$(w+g-c)\bar{F}(k_2(q_\lambda^*)))=0.$$

1) 依据隐函数定理, 有

$$\frac{\mathrm{d}q_\lambda^*}{\mathrm{d}v}=-\frac{\mathrm{d}^2\mathrm{E}(\mu(\pi_s(q)))/\mathrm{d}q\mathrm{d}v}{\mathrm{d}^2\mathrm{E}(\mu(\pi_s(q)))/\mathrm{d}q^2}|_{q=q_\lambda^*}=$$
$$-\frac{\Lambda_1(q_\lambda^*)}{\mathrm{d}^2\mathrm{E}(\mu(\pi_s(q_\lambda^*)))/\mathrm{d}q_\lambda^{*2}},$$
$$\frac{\mathrm{d}q_\lambda^*}{\mathrm{d}g}=-\frac{\mathrm{d}^2\mathrm{E}(\mu(\pi_s(q)))/\mathrm{d}q\mathrm{d}g}{\mathrm{d}^2\mathrm{E}(\mu(\pi_s(q)))/\mathrm{d}q^2}|_{q=q_\lambda^*}=$$
$$-\frac{\Lambda_2(q_\lambda^*)}{\mathrm{d}^2\mathrm{E}(\mu(\pi_s(q_\lambda^*)))/\mathrm{d}q_\lambda^{*2}},$$
$$\frac{\mathrm{d}q_\lambda^*}{\mathrm{d}h}=-\frac{\mathrm{d}^2\mathrm{E}(\mu(\pi_s(q)))/\mathrm{d}q\mathrm{d}h}{\mathrm{d}^2\mathrm{E}(\mu(\pi_s(q)))/\mathrm{d}q^2}|_{q=q_\lambda^*}=$$
$$\frac{\Lambda_1(q_\lambda^*)}{\mathrm{d}^2\mathrm{E}(\mu(\pi_s(q_\lambda^*)))/\mathrm{d}q_\lambda^{*2}}.$$

其中

$$\Lambda_1(q_\lambda^*)=F(q_\lambda^*)+(\lambda-1)\Big[F(k_1(q_\lambda^*))+$$
$$\frac{w-c}{w+h-v}k_1(q_\lambda^*)f(k_1(q_\lambda^*))\Big],$$
$$\Lambda_2(q_\lambda^*)=\bar{F}(q_\lambda^*)+(\lambda-1)\Big[\bar{F}(k_2(q_\lambda^*))+$$
$$\frac{w-c}{g}k_2(q_\lambda^*)f(k_2(q_\lambda^*))\Big].$$

由于 $w-v>0, g>0, h>0, \lambda>1$, 有

$$\mathrm{d}^2\mathrm{E}(\mu(\pi_s(q_\lambda^*)))/\mathrm{d}q_\lambda^{*2}=$$
$$-(w+g+h-v)f(q_\lambda^*)-(\lambda-1)\times$$
$$\Big(\frac{(c+h-v)^2}{w+h-v}f(k_1(q_\lambda^*))+\frac{(w+g-c)^2}{g}f(k_2(q_\lambda^*))\Big)<0.$$

进一步地, 由于 $w-v>0$, $w-c>0$, $g>0$, $h>0$, $\lambda>1$, 则 $\mathrm{d}q_\lambda^*/\mathrm{d}v>0$, $\mathrm{d}q_\lambda^*/\mathrm{d}g>0$, $\mathrm{d}q_\lambda^*/\mathrm{d}h<0$.

2) 依据隐函数定理, 有

$$\frac{\mathrm{d}q_\lambda^*}{\mathrm{d}w}=-\frac{\mathrm{d}^2\mathrm{E}(\mu(\pi_s(q)))/\mathrm{d}q\mathrm{d}w}{\mathrm{d}^2\mathrm{E}(\mu(\pi_s(q)))/\mathrm{d}q^2}|_{q=q_\lambda^*}=$$
$$-\frac{\bar{F}(q_\lambda^*)+(\lambda-1)G_1(k_1(q_\lambda^*),k_2(q_\lambda^*))}{\mathrm{d}^2\mathrm{E}(\mu(\pi_s(q_\lambda^*)))/\mathrm{d}q_\lambda^{*2}},$$

其中

$$G_1(k_1(q_\lambda^*),k_2(q_\lambda^*))=$$
$$\bar{F}(k_2(q_\lambda^*))-k_2(q_\lambda^*)f(k_2(q_\lambda^*))+$$
$$\frac{c+h-v}{w+h-v}k_1(q_\lambda^*)f(k_1(q_\lambda^*)).$$

由于 $w-v>0, g>0, h>0, \lambda>1$, 有

$$\mathrm{d}^2\mathrm{E}(\mu(\pi_s(q_\lambda^*)))/\mathrm{d}q_\lambda^{*2}=$$
$$-(w+g+h-v)f(q_\lambda^*)-(\lambda-1)\times$$
$$\Big(\frac{(c+h-v)^2}{w+h-v}f(k_1(q_\lambda^*))+\frac{(w+g-c)^2}{g}f(k_2(q_\lambda^*))\Big)<0.$$

进一步可得到如下结论: 若 $\bar{F}(q_\lambda^*)+(\lambda-1)G_1(k_1(q_\lambda^*), k_2(q_\lambda^*))>0$, 则 $\mathrm{d}q_\lambda^*/\mathrm{d}w>0$; 若 $\bar{F}(q_\lambda^*)+(\lambda-1)G_1(k_1(q_\lambda^*), k_2(q_\lambda^*))\leqslant 0$, 则 $\mathrm{d}q_\lambda^*/\mathrm{d}w\leqslant 0$.

3) 依据隐函数定理, 有

$$\frac{\mathrm{d}q_\lambda^*}{\mathrm{d}c}=-\frac{\mathrm{d}^2\mathrm{E}(\mu(\pi_s(q)))/\mathrm{d}q\mathrm{d}c}{\mathrm{d}^2\mathrm{E}(\mu(\pi_s(q)))/\mathrm{d}q^2}|_{q=q_\lambda^*}=$$
$$-\frac{-1+(\lambda-1)G_2(k_1(q_\lambda^*),k_2(q_\lambda^*))}{\mathrm{d}^2\mathrm{E}(\mu(\pi_s(q_\lambda^*)))/\mathrm{d}q_\lambda^{*2}},$$

其中

$$G_2(k_1(q_\lambda^*),k_2(q_\lambda^*))=$$
$$-F(k_1(q_\lambda^*))-k_1(q_\lambda^*)f(k_1(q_\lambda^*))-$$
$$\bar{F}(k_2(q_\lambda^*))+k_2(q_\lambda^*)f(k_2(q_\lambda^*)).$$

由于 $w-v>0, g>0, h>0, \lambda>1$, 有

$$\mathrm{d}^2\mathrm{E}(\mu(\pi_s(q_\lambda^*)))/\mathrm{d}q_\lambda^{*2}=$$
$$-(w+g+h-v)f(q_\lambda^*)-(\lambda-1)\times$$
$$\Big(\frac{(c+h-v)^2}{w+h-v}f(k_1(q_\lambda^*))+\frac{(w+g-c)^2}{g}f(k_2(q_\lambda^*))\Big)<0.$$

进一步可得到如下结论: 若 $-1+(\lambda-1)G_2(k_1(q_\lambda^*), k_2(q_\lambda^*))>0$, 则 $\mathrm{d}q_\lambda^*/\mathrm{d}c>0$; 若 $-1+(\lambda-1)G_2(k_1(q_\lambda^*), k_2(q_\lambda^*))\leqslant 0$, 则 $\mathrm{d}q_\lambda^*/\mathrm{d}c\leqslant 0$. □

定理 3 表明: 损失规避型供应商的最优产品生产量为单位剩余产品净残值 (单位缺货成本) 的增函数、单位库存成本的减函数、一定条件下的单位批发价格 (单位生产成本) 的增函数或减函数. 由定理 1 可知, 风险中性供应商的最优产品生产量为

$$q^*=F^{-1}\Big(\frac{w+g-c}{w+g+h-v}\Big),$$

易知 $\mathrm{d}q^*/\mathrm{d}v>0$, $\mathrm{d}q^*/\mathrm{d}g>0$, $\mathrm{d}q^*/\mathrm{d}h<0$, $\mathrm{d}q^*/\mathrm{d}w>0$, $\mathrm{d}q^*/\mathrm{d}c<0$, 故风险中性供应商的最优产品生产量为单位剩余产品净残值 (单位缺货成本、单位批发价格) 的增函数、单位库存成本 (单位生产成本) 的减函数. 定理 3 的管理启示是: 与风险中性的供应商相比, 批发价格契约下损失规避型供应商的最优产品生产量与单位批发价格 (单位生产成本) 的关系更为复杂, 即单位批发价格 (单位生产成本) 的增加, 未必会促使损失规避型供应商增加 (减少) 最优产品生产量.

2.2　集中 VMI 供应链情形下供应链的最优策略与供应链协调

在集中 VMI 供应链情形下, 供应商和零售商被视为统一经济体, 且供应商和零售商均是风险中性的, 并联合给出相应的最优策略来最大化整体利润, 即统

一确定最优产品生产量 $\bar{q}^*$ 来实现整体利润的最大化.

由式 (1) 和 (3), 集中 VMI 供应链情形下供应链的总利润为

$$\pi(q)=\pi_r(q)+\pi_s(q)=$$
$$p\min\{D,q\}+v\max\{q-D,0\}-cq-$$
$$h\max\{q-D,0\}-g\max\{D-q,0\}. \quad (8)$$

进一步计算得到集中VMI供应链情形下供应链的总期望利润为

$$\mathrm{E}(\pi(q))=$$
$$(p+g-c)q-(p+g+h-v)\int_0^q F(x)\mathrm{d}x-g\mu. \quad (9)$$

针对式 (9), 求关于 q 的一阶与二阶导数, 有

$$\frac{\mathrm{dE}(\pi(q))}{\mathrm{d}q}=(p+g-c)-(p+g+h-v)F(q),$$
$$\frac{\mathrm{d}^2\mathrm{E}(\pi(q))}{\mathrm{d}q^2}=-(p+g+h-v)f(q).$$

由于 $p-v>0, g>0, h>0$, 有 $\frac{\mathrm{d}^2\mathrm{E}(\pi(q))}{\mathrm{d}q^2}<0$, $\mathrm{E}(\pi(q))$ 为关于 q 的严格凹函数. 令 $\frac{\mathrm{dE}(\pi(q))}{\mathrm{d}q}=0$, 即 $F(q)=\frac{p+g-c}{p+g+h-v}$, 进一步得到集中 VMI 供应链情形下的最优产品生产量为

$$\bar{q}^*=F^{-1}\Big(\frac{p+g-c}{p+g+h-v}\Big).$$

定理 4 若 $(w+g-c)-(w+g+h-v)F(\bar{q}^*)+(\lambda-1)(-(c+h-v)F(k_1(\bar{q}^*))+(w+g-c)\bar{F}(k_2(\bar{q}^*)))=0$, 则考虑损失规避型供应商的二级VMI供应链在批发价格契约下达到协调.

证明 若 $(w+g-c)-(w+g+h-v)F(\bar{q}^*)+(\lambda-1)(-(c+h-v)F(k_1(\bar{q}^*))+(w+g-c)\bar{F}(k_2(\bar{q}^*)))=0$, 由定理 1, 则有 $q_\lambda^*=\bar{q}^*$. 进而, 依据 Cachon 的供应链协调定义[21]可知, 考虑损失规避型供应商的二级 VMI 供应链在批发价格契约下达到协调. □

定理 4 表明: 批发价格契约在一定条件下可使考虑损失规避型供应商的二级 VMI 供应链达到协调, 这表明了供应链的整体利润在批发价契约下可实现帕累托改进并达到协调, 即损失规避型供应商与零售商中至少有一方的利润是增加的. 需要说明的是, 若二级 VMI 供应链达到协调后, 供应链成员中有一方的利润是增加的, 另一方的利润是减少的, 则各供应链成员需依据改进的批发价格契约 (如在原有批发价格契约中引入固定转移支付费用) 或进行协商谈判, 从而实现对二级 VMI 供应链的整体利润的重新分配, 以达到各供应链成员利润的帕累托改进. 定理 4 的管理启示是: 若考虑损失规避型供应商的二级 VMI 供应链的最优策略与系统参数满足协调条件

$$((w+g-c)-(w+g+h-v)F(\bar{q}^*)+$$
$$(\lambda-1)(-(c+h-v)F(k_1(\bar{q}^*))+$$
$$(w+g-c)\bar{F}(k_2(\bar{q}^*)))=0),$$

则无论从损失规避型供应商还是零售商的立场来看, 二者均更具意愿来签订批发价格契约合同.

3 数值实验

为了验证上述理论分析结果, 本节给出相应的数值实验分析. 为了简化分析, 假设随机需求量 D 服从 [0, 200] 上的均匀分布, 即 $F(x)=x/200$, 并依据现实情况, 考虑 $p>w>c>v>0$, $g,h>0$. 同时, 批发价格契约下 VMI 供应链的系统参数取值为: $p=50$, $w=30$, $c=20$, $v=5$, $g=20$, $h=10$, $\lambda=2$.

将损失规避系数 λ 视为变量, 考察参数 λ 变化 (如考虑 λ 从 2 变化到 20) 对分散 VMI 供应链情形下最优产品生产量的影响, 相应的数值分析结果如图 1 所示. 由图 1 可见, 随着损失规避系数的增加, 损失规避型供应商的最优产品生产量是减少的, 且小于风险中性的供应商的最优产品生产量, 这与定理 2 中的结论是吻合的.

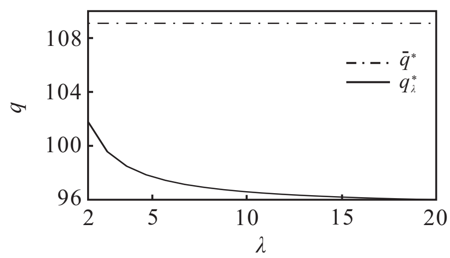

图 1 损失规避系数对最优产品生产量的影响

将单位剩余产品净残值 v 视为变量, 考察参数 v 变化 (如考虑 v 从 0 变化到 20) 对分散 VMI 供应链和集中 VMI 供应链情形下的最优产品生产量的影响, 相应的数值分析结果如图 2 所示. 由图 2 可见, 随着单位剩余产品净残值的增加, 分散 VMI 供应链和集中 VMI 供应链情形下的最优产品生产量均是增加的, 这与定理 3 中的结论是吻合的.

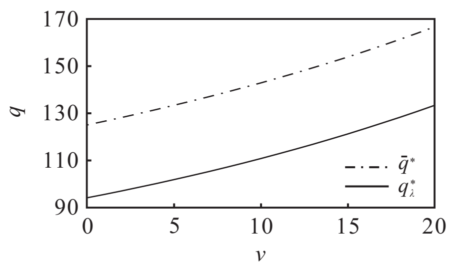

图 2 单位剩余产品净残值对最优产品生产量的影响

将单位缺货成本 g 视为变量, 考察参数 g 变化 (如考虑 g 从 0 变化到 20) 对分散 VMI 供应链和集中 VMI 供应链情形下的最优产品生产量的影响, 相应的数值分析结果如图 3 所示. 由图 3 可见, 随着单位缺货成本的增加, 分散 VMI 供应链和集中 VMI 供应链情

形下的最优产品生产量均是增加的, 这与定理 3 中的结论是吻合的.

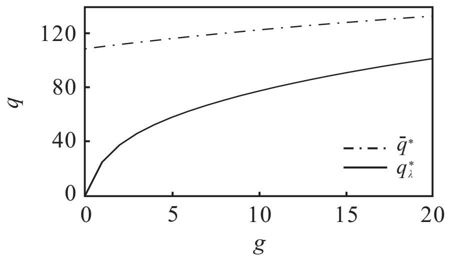

图 3　单位缺货成本对最优产品生产量的影响

将单位库存成本 h 视为变量, 考察参数 h 变化 (如考虑 h 从 0 变化到 20) 对分散 VMI 供应链和集中 VMI 供应链情形下的最优产品生产量的影响, 相应的数值分析结果如图 4 所示. 由图 4 可见, 随着单位库存成本的增加, 分散 VMI 供应链和集中 VMI 供应链情形下的最优产品生产量均是减少的, 这与定理3中的结论是吻合的.

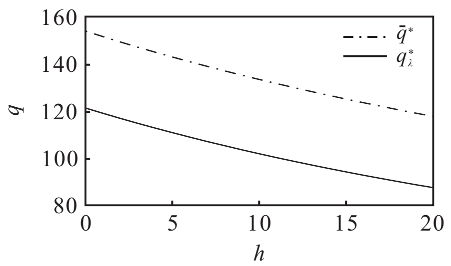

图 4　单位库存成本对最优产品生产量的影响

将单位批发价格 w 视为变量, 考察参数 w 变化 (如考虑 w 从 30 变化到 50) 对分散 VMI 供应链和集中 VMI 供应链情形下的最优产品生产量的影响, 相应的数值分析结果如图 5 所示. 由图 5 可见, 随着单位批发价格的增加, 分散 VMI 供应链情形下的最优产品生产量是先增加后减少的, 而集中 VMI 供应链情形下的最优产品生产量则是不变的, 这与定理3中的结论是吻合的.

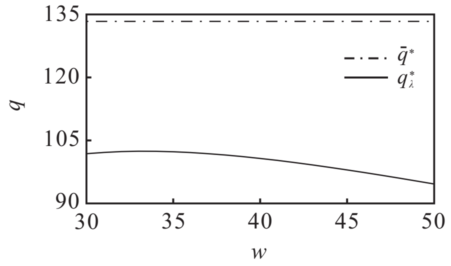

图 5　单位批发价格对最优产品生产量的影响

将单位生产成本 c 视为变量, 考察参数 c 变化 (如考虑 c 从 5 变化到 30) 对分散 VMI 供应链和集中 VMI 供应链情形下的最优产品生产量的影响, 相应的数值分析结果如图 6 所示. 由图 6 可见, 随着单位生产成本的增加, 分散 VMI 供应链情形下的最优产品生产量是先增加后减少的, 而集中 VMI 供应链情形下的最优产品生产量则是减少的, 这与定理 3 中的结论是吻合的.

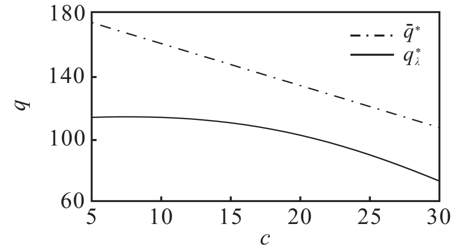

图 6　单位生产成本对最优产品生产量的影响

综合上述参数分析结果可以看出, 分散 VMI 供应链情形下的最优产品生产量始终小于集中 VMI 供应链情形下的最优产品生产量, 这表明二级 VMI 供应链的最优策略和系统参数不满足定理 4 中的协调条件, 即

$$\begin{aligned}&(w+g-c)-(w+g+h-v)F(\bar{q}^*)+\\&(\lambda-1)(-(c+h-v)F(k_1(\bar{q}^*))+\\&(w+g-c)\bar{F}(k_2(\bar{q}^*)))=0,\end{aligned}$$

故此二级 VMI 供应链不能在批发价格契约下达到协调.

4　结　论

本文针对由一个损失规避型供应商和一个风险中性的零售商组成的二级 VMI 供应链协调问题, 分别分析了分散 VMI 供应链情形下损失规避型供应商的最优策略与集中 VMI 供应链情形下供应链的最优策略, 并进一步分析了此二级 VMI 供应链在批发价格契约下的协调情况. 通过理论分析, 得到的主要结论是: 损失规避型供应商的最优产品生产量可能小于 (等于或大于) 风险中性的供应商的最优产品生产量, 且最优产品生产量为单位剩余产品净残值 (单位缺货成本) 的增函数、单位库存成本的减函数、一定条件下的单位批发价格 (单位生产成本) 的增函数或减函数; 批发价格契约在一定条件下可使二级 VMI 供应链达到协调.

通过本文研究得到的管理启示是: 1) 与风险中性的供应商相比, 批发价格契约下损失规避型供应商的最优产品生产量与单位批发价格 (单位生产成本) 的关系更为复杂, 即单位批发价格 (单位生产成本) 的增加, 未必会促使损失规避型供应商增加 (减少) 最优产品生产量; 2) 若考虑损失规避型供应商的二级 VMI 供应链的最优策略与系统参数满足协调条件, 则无论从损失规避型供应商还是零售商的立场来看, 二者均更具意愿来签订批发价格契约合同. 与已有研究不同的是, 本文在 VMI 模式下供应链的批发价格契约与协调问题中考虑了供应商的损失规避行

为, 所得到的理论分析结果具有现实管理意义. 今后需要进一步开展的研究工作是: 研究考虑损失规避型供应商与促销行为的 VMI 供应链协调契约模型等.

参考文献(References)

[1] 蔡建湖, 黄卫来, 周根贵. 基于收益分享契约的VMI模型研究[J]. 中国管理科学, 2006, 14(4): 108-113.
(Cai J H, Huang W L, Zhou G G. Study on VMI model based on revenues-sharing contract[J]. Chinese J of Management Science, 2006, 14(4): 108-113.)

[2] Waller M, Johnson M E, Davis T. Vendor-managed inventory in the retail supply chain[J]. J of Business Logistics, 1999, 20(1): 183-203.

[3] Cetinkaya S, Lee C Y. Stock replenishment and shipment scheduling for vendor-managed inventory systems[J]. Management Science, 2000, 46(2): 217-232.

[4] Yu Y, Chu F, Chen H. A Stackelberg game and its improvement in a VMI system with a manufacturing vendor[J]. European J of Operational Research, 2009, 192(3): 929-948.

[5] Darwish M A, Odah O M. Vendor managed inventory model for single-vendor multi-retailer supply chains[J]. European J of Operational Research, 2010, 204(3): 473-484.

[6] 李绩才, 周永务, 肖旦, 等. 考虑损失厌恶一对多型供应链的收益共享契约[J]. 管理科学学报, 2013, 16(2): 71-82.
(Li J C, Zhou Y W, Xiao D, et al. Revene-sharing contract in supply chains with single supplier and multiple loss-averse retailers[J]. J of Management Sciences in China, 2013, 16(2): 71-82.)

[7] Gerchak Y, Wang Y. Revenue-sharing vs Wholesale-price contracts in assembly systems with random demand[J]. Production and Operations Management, 2004, 13(1): 23-33.

[8] 唐宏祥. VMI对供应链性能的影响分析[J]. 中国管理科学, 2004, 12(2): 60-65.
(Tang H X. Analysis on influence of VMI on the performance of supply chain[J]. Chinese J of Management Science, 2004, 12(2): 60-65.)

[9] 刘鹏飞. 需求依赖零售商努力水平的VMI协调[J]. 系统工程学报, 2012, 27(5): 679-684.
(Liu P F. Coordination the VMI with retailer effort level dependent demand[J]. J of Systems Engineering, 2012, 27(5): 679-684.)

[10] 张旭梅, 乔丰娟, 宋寒, 等. VMI下需求受库存和努力水平影响的供应链协调[J]. 工业工程, 2010, 13(5): 8-12.
(Zhang X M, Qiao F J, Song H, et al. Coordination of VMI supply chain with inventory and retail effor-level dependent demand[J]. Industrial Engineering J, 2010, 13(5): 8-12.)

[11] 安彤, 赵道致. 需求受促销影响下基于转移支付的VMI模型[J]. 系统工程, 2010, 28(12): 6-11.
(An T, Zhao D Z. Vendor management inventory model based on transfer payment under the influence of promotion on demand[J]. Systems Engineering, 2010, 28(12): 6-11.)

[12] 刘志学, 储力. 基于供应链缺货的VMI激励机制研究[J]. 管理学报, 2005, 2(2): 180-183.
(Liu Z X, Chu L. Mechanism of VMI incentive based on stock out in supply chains[J]. Chinese J of Management, 2005, 2(2): 180-183.)

[13] Kahn J A. Why is production more volatile than sales? Theory and evidence on the stockout-avoidance motive for inventory-holding[J]. The Quarterly J of Economics, 1992, 107(2): 481-510.

[14] Fisher M, Raman A. Reducing the cost of demand uncertainty through accurate response to early sales[J]. Operations Research, 1996, 44(1): 87-99.

[15] Anupindi R, Bassok Y. Supply contracts with quantity commitments and stochastic demand[M]. New York: Springer, 1999: 197-232.

[16] Tsay A A, Nahmias S, Agrawal N. Modeling supply chain contracts: A review[M]. New York: Springer, 1999: 299-336.

[17] Kahneman D, Tversky A. Prospect theory: An analysis of decision under risk[J]. Econometric, 1979, 47(2): 263-291.

[18] Chen X, Hao G, Li L. Channel coordination with a loss-averse retailer and option contracts[J]. Int J of Production Economics, 2014, 150(1): 52-57.

[19] Wang C X, Webster S. The loss-averse newsvendor problem[J]. Omega, 2009, 37(1): 93-105.

[20] Schweitzer M E, Cachon G P. Decision bias in newsvendor problem with a known demand distribution: Experimental evidence[J]. Management Science, 2000, 46(3): 404-420.

[21] Cachon G P. Supply chain coordination with contract[M]. Amsterdam: Elsevier, 2003: 229-339.

(责任编辑：郑晓蕾)