

## 多变量非方系统集中式PI控制器设计

栾小丽, 王志强, 刘 飞

(江南大学 a. 轻工过程先进控制教育部重点实验室, b. 自动化研究所, 江苏 无锡 214122)

**摘要:** 针对工业过程中含有多时滞的高维多变量非方系统, 基于等价传递函数理论, 研究其集中式PI控制器设计问题. 利用等价传递函数(ETF)与非方被控对象传递函数广义逆之间的关系, 提出一种精度更高的ETF参数化算法, 并推导出ETF模型的解析通式. 所提出的ETF算法既避免了求广义逆的复杂运算, 又提高了控制性能, 且适用于高维非方系统. 仿真实例验证了所提出的ETF算法的有效性和优越性.

**关键词:** 非方系统; 等价传递函数; 广义逆; 集中式PI控制

**中图分类号:** TP273

**文献标志码:** A

## Centralized PI control for multivariable non-square systems

LUAN Xiao-li, WANG Zhi-qiang, LIU Fei

(a. Key Laboratory of Advanced Process Control for Light Industry of Ministry of Education, b. Institute of Automation, Jiangnan University, Wuxi 214122, China. Correspondent: LUAN Xiao-li, E-mail: xiaoli\_luan@126.com)

**Abstract:** The centralized PI controller based on the equivalent transfer function(ETF) for high dimensional multivariable non-square systems with delays is investigated. By exploiting the relationship between the ETF and Moore-Penrose pseudo inverse of the transfer function of the non-square systems, a higher accuracy analytical expression of the ETF is derived. The proposed ETF design approach not only avoids the complexities of pseudo inverse matrix, the improves the control performance, but also can be applicable to high dimensional non-square systems. Several examples are employed to illustrate the effectiveness and the advantages of the designed method over others.

**Keywords:** non-square systems; equivalent transfer function; generalized inverse; centralized PI control

### 0 引言

实际工业生产过程中, 由于过程结构的复杂、输入变量的约束和操作条件的变化等, 往往存在输入变量与输出变量数目不相等的非方系统<sup>[1-3]</sup>, 特别是输入变量个数大于输出变量个数, 即所谓的“胖”系统. 针对该类系统, 传统的控制方法是通过删除输入量或添加输出量使非方系统转变为方形系统后进行控制<sup>[4-5]</sup>, 但添加输出变量会增加控制成本, 删除输入量会降低控制性能, 因此直接针对非方系统进行控制的策略受到了学者们的推崇<sup>[6]</sup>. 文献[7-8]利用非方系统的稳态增益矩阵推导控制器, 该方法实际上属于静态解耦, 解耦效果会受到限制. 为了克服静态解耦的缺陷, 文献[9]首先设计解耦器使多变量系统变成相应的单变量系统, 然后设计相应的主回路的控制器. 文献[10]将解耦部分和控制部分合二为一来设计

控制器. 但是上述解耦法设计步骤多而繁琐, 为了克服该问题, 近年来国内外学者提出了综合设计法. 文献[11-12]在内模结构下, 先将过程传递函数分解为最小相位部分和非最小部分, 再求取最小部分的广义逆, 通过补偿的方法处理求解广义逆产生的不稳定极点, 最后得到解耦控制器, 但是这种方法不但得到的控制器结构复杂不易实现, 而且只适合维数较低的系统. 为了避免求广义逆, 等价传递函数(ETF)方法应运而生. 文献[13-14]将相对有效增益阵列(ERGA)和相对归一化增益阵列(RNGA)等方法推广到非方系统, 分别提出了基于ETF的非方多变量控制方案. 但这两种方法得到的是近似ETF, 所以模型不精确.

为了解决上述问题, 本文直接利用ETF与被控过程传递函数广义逆之间的关系建立方程组, 推导出ETF模型的求解通式, 并利用ETF得到集中式PI

收稿日期: 2015-03-31; 修回日期: 2015-06-28.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61473137); 江南大学自主科研计划重点项目(JMSRP51407B).

作者简介: 栾小丽(1979-), 女, 副教授, 从事复杂系统先进控制与优化等研究; 王志强(1987-), 男, 硕士生, 从事多变量非方系统PI控制器设计的研究.

控制器. 与已有非方系统的ETF方法相比, 所提出的ETF参数化方法不仅具有精度高的优点, 而且适用于高维的多变量非方系统.

## 1 等价传递函数

考虑  $n$  个输入  $m$  个输出 ( $m < n$ ) 的开环稳定多变量非方对象, 闭环控制系统结构如图 1 所示.

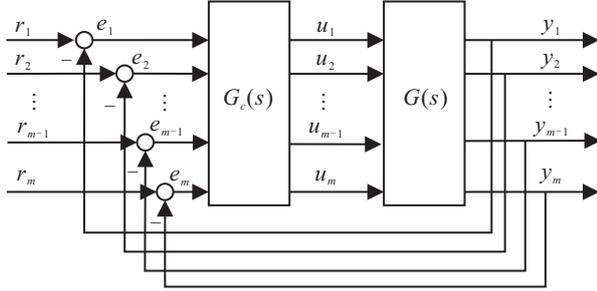


图 1 闭环多变量非方系统控制结构

图 1 中:  $r_i$ 、 $e_i$ 、 $y_i$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) 和  $u_i$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) 分别为参考输入、跟踪误差、系统输出、控制输入;  $G(s)$  为开环稳定对象的传递函数矩阵,  $G_c(s)$  为全矩阵结构的控制器, 分别表示为

$$G(s) = \begin{bmatrix} g_{11}(s) & g_{12}(s) & \dots & g_{1n}(s) \\ g_{21}(s) & g_{22}(s) & \dots & g_{2n}(s) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{m1}(s) & g_{m2}(s) & \dots & g_{mn}(s) \end{bmatrix},$$

$$G_c(s) = \begin{bmatrix} g_{c,11}(s) & g_{c,12}(s) & \dots & g_{c,1m}(s) \\ g_{c,21}(s) & g_{c,22}(s) & \dots & g_{c,2m}(s) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{c,n1}(s) & g_{c,n2}(s) & \dots & g_{c,nm}(s) \end{bmatrix}.$$

根据图 1, 闭环系统的传递函数矩阵为

$$H(s) = (I + G(s)G_c(s))^{-1}G(s)G_c(s). \quad (1)$$

对式 (1) 进行整理, 可得相应的控制器为

$$G_c(s) = G^{-1}(s)(H^{-1}(s) - I)^{-1}. \quad (2)$$

由于被控对象是非方系统, 需假设  $G(s)$  是一个行满秩矩阵, 根据文献 [15], 可得  $G(s)$  的广义逆为

$$G^+(s) = G^T(-s)[G(s)G^T(-s)]^{-1}.$$

在广义逆和闭环传递函数已知的基础上, 解出控制器  $G_c(s)$ . 但矩阵广义逆的求解比较复杂, 特别是维数较高的非方系统, 所以找到替代求解广义逆的方法成为重点.

根据非方 ETF 的性质<sup>[15]</sup>, 被控对象的广义逆与等价传递函数存在如下关系:

$$\hat{G}(s) = G^{+T}(s). \quad (3)$$

利用式 (3), 为避免求广义逆, 将控制器的求解转换为求取被控对象的 ETF 模型. 用一阶纯滞后模型 (FOPDT) 近似描述实际系统, 有

$$g_{ij} = \frac{k_{ij}e^{-\theta_{ij}s}}{\tau_{ij}s + 1},$$

$$i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n.$$

相应  $\hat{G}(s)$  矩阵中的各元素表述为

$$\hat{g}_{ij}(s) = \frac{\hat{k}_{ij}e^{-\hat{\theta}_{ij}s}}{\hat{\tau}_{ij}s + 1},$$

$$i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n.$$

针对上述 FOPDT 模型, 结合式 (3), 有

$$\hat{G}^T(s) = G^+(s) = G^T(-s)(G(s)G^T(-s))^{-1}. \quad (4)$$

令

$$G(s)G^T(-s) = E(s), \quad (5)$$

式 (4) 变为

$$\hat{G}^T(s) = G^T(-s) \times E^{-1}(s), \quad (6)$$

即

$$\frac{\hat{\tau}_{ji}s + 1}{\hat{k}_{ji}}e^{\hat{\theta}_{ji}s} = \sum_{t=1}^m \left( G_{tj}^T(-s) \frac{\text{adj}E_{ti}(s)}{|E(s)|} \right). \quad (7)$$

其中:  $|E(s)|$  为  $E(s)$  的行列式,  $\text{adj}E_{ti}(s)$  为  $E(s)$  的伴随矩阵. 在式 (7) 两边对  $s$  求一阶导数, 有

$$\frac{\hat{\tau}_{ji}e^{\hat{\theta}_{ji}s} + (\hat{\tau}_{ji}s + 1)\hat{\theta}_{ji}e^{\hat{\theta}_{ji}s}}{\hat{k}_{ji}} = \sum_{t=1}^m \left( G_{tj}^T(-s) \frac{\text{adj}E_{ti}(s)}{|E(s)|} - G_{tj}^T(-s) \frac{1}{|E(s)|^2} \sum_{p=1}^m \left( \sum_{q=1}^m (\text{adj}E_{iq}(s))e'_{qp}(s) \right) \text{adj}E_{pj}(s) \right). \quad (8)$$

其中:  $e_{qp}(s)$  为矩阵  $E(s)$  中的元素,  $e'_{qp}(s)$  为  $e_{qp}(s)$  的一次导数. 继续在式 (8) 两边对  $s$  求一阶导数, 有

$$\frac{2\hat{\tau}_{ji}\hat{\theta}_{ji}e^{\hat{\theta}_{ji}s} + (\hat{\tau}_{ji}s + 1)\hat{\theta}_{ji}^2e^{\hat{\theta}_{ji}s}}{\hat{k}_{ji}} = \sum_{t=1}^m \left[ G_{tj}^T(-s) \frac{\text{adj}E_{ti}(s)}{|E(s)|} + D(s)F(s) - 2G_{tj}^T(-s) \frac{1}{|E(s)|^2} \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^m \text{adj}E_{ip}(s)e'_{qp}(s)\text{adj}E_{pj}(s) \right], \quad (9)$$

其中

$$D(s) =$$

$$G_{tj}^T(-s) \frac{2}{|E(s)|^3} \sum_{u=1}^m \sum_{v=1}^m \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^m \text{adj}E_{iq}(s) \times$$

$$e'_{qp}(s)\text{adj}E_{pv}(s)e'_{vu}(s)\text{adj}E_{uj}(s),$$

$$F(s) = \frac{1}{|E(s)|^2} \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^m \text{adj}E_{ip}(s)e''_{qp}(s)\text{adj}E_{pj}(s),$$

$e''_{qp}(s)$  为  $e_{qp}(s)$  的二次导数.

令式 (7)~(9) 中的  $s = 0$ , 有

$$\hat{k}_{ji} = \sum_{t=1}^m \frac{1}{k_{tj} a_{ti}}, \quad (10)$$

$$\hat{\tau}_{ji} = \left( \sum_{t=1}^m ((-k_{tj}(\theta_{tj} + \tau_{tj})a_{ti} + k_{tj}b_{ti})^2 - (k_{tj}(\theta_{tj}^2 + 2\tau_{tj}\theta_{tj} + 2\tau_{tj}^2)a_{ti} - 2k_{tj}(\theta_{tj} + \tau_{tj})b_{ti} + k_{tj}c_{ti})) \right)^{1/2}, \quad (11)$$

$$\hat{\theta}_{ji} = \sum_{t=1}^m (-k_{tj}(\theta_{tj} + \tau_{tj})a_{ti} + k_{tj}b_{ti}) - \hat{\tau}_{ji}. \quad (12)$$

其中

$$a_{ti} = \left. \frac{\text{adj}E_{ij}(s)}{|E(s)|} \right|_{s=0},$$

$$b_{ti} =$$

$$-\frac{1}{|E(s)|^2} \sum_{p=1}^m \left( \sum_{q=1}^m (\text{adj}E_{iq}(s))e'_{qp}(s) \right) \text{adj}E_{pj}(s) \Big|_{s=0},$$

$$c_{ti} = D(s)|_{s=0} - F(s)|_{s=0}.$$

由式(10)~(12)可见,所求ETF模型的关键参数与被控过程参数之间存在直接解析关系.因此,相较于文献[13-14]中的ERGA、RNGA等ETF近似求法,具有更高的精度.同时,式(10)~(12)给出了ETF模型参数的解析通式,与系统的维数没有关系,可应用到更高维数的多变量非方过程.

## 2 PI控制器设计

根据内模控制理论<sup>[10]</sup>,期望闭环对角传递函数具有如下形式:

$$h_{ii} = \frac{e^{-d_i s}}{\lambda_i s + 1} \prod_{k=1}^{q_i} \frac{z_k - s}{z_k^* + s}, \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (13)$$

其中:  $d_i$  为ETF矩阵第  $i$  行元素的最大时滞,  $z_k$  和  $z_k^*$  为被控过程传递函数广义逆第  $i$  个对角元素的右半平面零点和相应的共轭复数,  $q_i$  为右半平面零点的总个数,  $\lambda_i$  为可调参数.由式(13),经过计算有

$$(H^{-1}(s) - I) = \begin{bmatrix} \frac{h_{11}}{1-h_{11}} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \frac{h_{mm}}{1-h_{mm}} \end{bmatrix}. \quad (14)$$

利用等价传递函数、式(2)和(14),可以确定多变量控制器为

$$g_{c,ji} = \frac{1}{\hat{g}_{ij}} \left( \frac{e^{-d_i s}}{\lambda_i s + 1} \prod_{k=1}^{q_i} \frac{z_k - s}{z_k^* + s} \right). \quad (15)$$

实际中常用的PI控制器形式为

$$g_{c,ji} = k_{C,ji} + \frac{k_{I,ji}}{s}. \quad (16)$$

其中:  $k_{C,ji}$  为控制比例增益,  $k_{I,ji}$  为积分增益.联立

式(15)和(16),有

$$g_{c,ji} = k_{C,ji} + \frac{k_{I,ji}}{s} = \frac{1}{\hat{g}_{ij}} \left( \frac{e^{-d_i s}}{\lambda_i s + 1} \prod_{k=1}^{q_i} \frac{z_k - s}{z_k^* + s} \right). \quad (17)$$

对式(17)两边同时乘以  $s$ , 得到

$$s k_{C,ji} + k_{I,ji} = \frac{s}{\hat{g}_{ij}} \left( \frac{e^{-d_i s}}{\lambda_i s + 1} \prod_{k=1}^{q_i} \frac{z_k - s}{z_k^* + s} \right). \quad (18)$$

令

$$f_{ji}(s) = \frac{s}{\hat{g}_{ij}} \left( \frac{e^{-d_i s}}{\lambda_i s + 1} \prod_{k=1}^{q_i} \frac{z_k - s}{z_k^* + s} \right), \quad (19)$$

有

$$s k_{C,ji} + k_{I,ji} = f_{ji}(s). \quad (20)$$

对式(20)求  $s$  的一阶导数,有

$$k_{C,ji} = f'_{ji}(s). \quad (21)$$

令式(20)和(21)中的  $s = 0$ , 则PI控制器的参数可以确定为

$$k_{C,ji} = f'_{ji}(0), \quad (22)$$

$$k_{I,ji} = f_{ji}(0). \quad (23)$$

## 3 仿真实例

**例1** 以文献[9]中  $2 \times 3$  的搅拌槽非方系统为例,其操作变量为液体的流速,控制变量分别为搅拌槽的液位高度和输出浓度.过程传递函数矩阵为

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{4e^{-100s}}{20s+1} & \frac{4e^{-100s}}{20s+1} & \frac{4e^{-100s}}{20s+1} \\ \frac{3e^{-50s}}{10s+1} & \frac{-3e^{-100s}}{10s+1} & \frac{5e^{-50s}}{10s+1} \end{bmatrix}.$$

根据过程传递函数矩阵和所提出的ETF参数化方法,可以得到该过程每个回路的ETF模型为

$$\begin{aligned} \hat{g}_{11} &= \frac{14.85e^{-72s}}{31.75s+1}, & \hat{g}_{12} &= \frac{7.17e^{-109s}}{30.78s+1}, \\ \hat{g}_{13} &= \frac{23.11e^{-43s}}{34.73s+1}, & \hat{g}_{21} &= \frac{26e^{-69s}}{28.02s+1}, \\ \hat{g}_{22} &= \frac{-7.42e^{-56s}}{25.32s+1}, & \hat{g}_{23} &= \frac{10.4e^{-48s}}{26.99s+1}. \end{aligned}$$

根据式(13),期望闭环传递函数为

$$H(s) = \begin{bmatrix} h_{11}(s) & 0 \\ 0 & h_{22}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{e^{-109s}}{\lambda_1 s + 1} & 0 \\ 0 & \frac{e^{-69s}}{\lambda_2 s + 1} \end{bmatrix},$$

其中  $\lambda_i$  ( $i=1, 2$ ) 为自主调节参数.基于RNGA的ETF参数化方法<sup>[14]</sup>进行仿真比较,通过调节  $\lambda_i$  使该方法

比文献 [14] 具有更好的抵抗不确定性鲁棒稳定程度. 考虑乘性输出不确定性, 闭环系统稳定需要满足如下条件<sup>[16]</sup>:

$$\gamma < [(I + G(j\omega)G_c(j\omega))^{-1}G(j\omega)G_c(j\omega)]/\sigma.$$

其中:  $\gamma$  为鲁棒稳定程度,  $\sigma$  为最大奇异值. 为公平比较控制性能, 所取  $\gamma$  值大于或者等于比较方法的  $\gamma$  值. 根据式 (22) 和 (23), 可得全矩阵结构的 PI 控制器参数如表 1 所示.

表 1 控制器参数

方法	环路	$k_{C,ij}$ $j=1$	$k_{I,ij}$ $j=1$	$k_{C,ij}$ $j=2$	$k_{I,ij}$ $j=2$	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\gamma$
	$i=1$	0.01	0.0004	0.01	0.0003			
本文	$i=2$	0.05	0.001	-0.03	-0.001	50	50	0.89
	$i=3$	0.001	0.0003	0.02	0.001			
	$i=1$	0.01	0.0003	0.007	0.001			
RAGA	$i=2$	0.04	0.01	-0.01	-0.003	0.004	0.020	0.41
	$i=3$	0.001	0.0002	0.07	0.002			

当参考输入  $r_1, r_2$  分别发生阶跃变化时, 利用表 1 中的控制器信息可以得到图 2~图 5. 由图 4 和图 5 可见, 该方法控制作用具有较小的超调. 利用如下平方误差积分 ISE 指标<sup>[17]</sup>比较闭环系统控制性能:

$$ISE = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m ISE_{y_i-r_j}.$$

其中

$$ISE_{y_i-r_i} = \int_0^\infty [1 - y_i]^2 dt,$$

$$ISE_{y_i-r_j} = \int_0^\infty [0 - y_i]^2 dt, \quad j \neq i.$$

按照两种设计方法得到的系统 ISE 性能指标值见表 2. 由图 2、图 3 的输出响应曲线和表 2 所示的 ISE 性能指标值可见, 本文所提出的方法具有更好的控制性能.

**例 2** 考虑 4 个房间的 HVAC (heating, ventilation and air conditioning)<sup>[18]</sup> 系统, 操作变量分别为 4 个房间的送风量, 控制变量分别为 4 个房间的温度. 在一些特殊情况下, 对第 3 个房间的温度不作要求, 此时方形的多变量系统可简化为如下非方系统:

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{-0.098e^{-17s}}{122s+1} & \frac{-0.036e^{-27s}}{149s+1} \\ \frac{-0.043e^{-25s}}{147s+1} & \frac{-0.092e^{-16s}}{130s+1} \\ \frac{-0.013e^{-32s}}{156s+1} & \frac{-0.015e^{-31s}}{159s+1} \\ \frac{-0.014e^{-32s}}{158s+1} & \frac{-0.017e^{-30s}}{155s+1} \\ \frac{-0.011e^{-33s}}{156s+1} & \frac{-0.012e^{-34s}}{157s+1} \\ \frac{-0.029e^{-25s}}{144s+1} & \frac{-0.108e^{-18s}}{128s+1} \end{bmatrix} \rightarrow \leftarrow$$

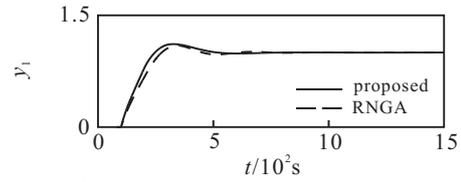


图 2  $r_1 = 1, r_2 = 0$  时, 闭环系统输出响应曲线

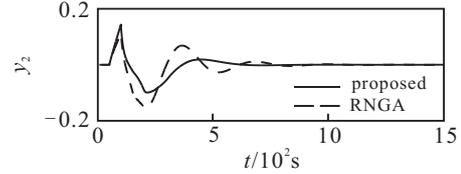


图 3  $r_1 = 0, r_2 = 1$  时, 闭环系统输出响应曲线

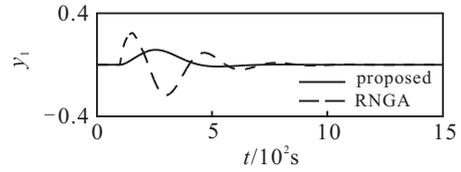


图 4  $r_1 = 1, r_2 = 0$  时, 控制作用输出曲线

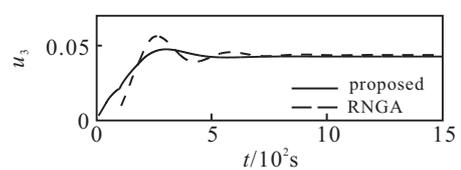
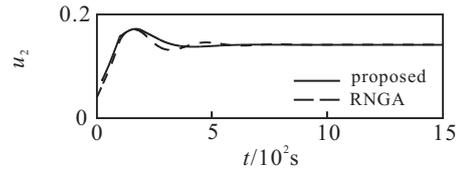
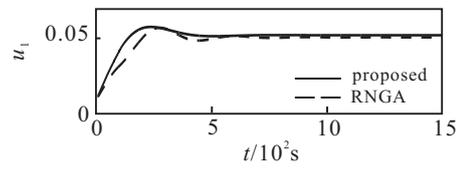
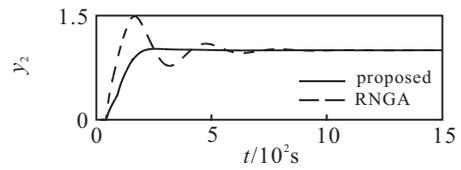


图 5  $r_1 = 0, r_2 = 1$  时, 控制作用输出曲线

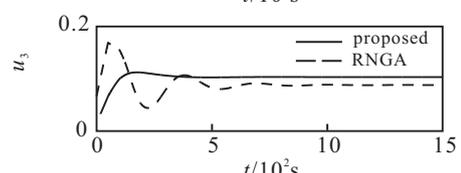
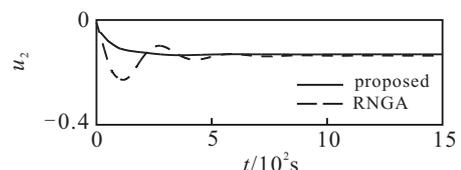
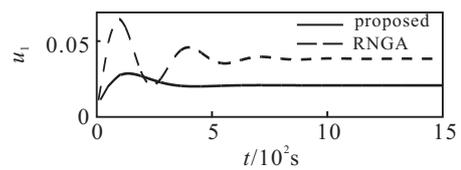


图 5  $r_1 = 0, r_2 = 1$  时, 控制作用输出曲线

表2 ISE性能指标

方法	发生阶跃变化位置	$y_1$ 对应ISE值	$y_2$ 对应ISE值	ISE
本文	$r_1$	139.88	1.41	141.29
	$r_2$	1.89	91.43	93.32
RNGA	$r_1$	147.27	2.76	150.03
	$r_2$	9.11	85.71	94.82

利用式(10)~(12)分别求取该系统的ETF模型, 有

$$\begin{aligned} \hat{g}_{11} &= \frac{-0.08e^{-19s}}{106s+1}, \hat{g}_{12} = \frac{0.17e^{-18s}}{81s+1}, \\ \hat{g}_{13} &= \frac{1.88e^{-7s}}{108s+1}, \hat{g}_{14} = \frac{1.76e^{-7s}}{111s+1}, \\ \hat{g}_{21} &= \frac{0.21e^{-16s}}{81s+1}, \hat{g}_{22} = \frac{-0.07e^{-17s}}{115s+1}, \\ \hat{g}_{23} &= \frac{1.54e^{-41s}}{64s+1}, \hat{g}_{24} = \frac{0.89e^{-11s}}{94s+1}, \\ \hat{g}_{31} &= \frac{0.51e^{-23s}}{77s+1}, \hat{g}_{32} = \frac{1.15e^{-1s}}{133s+1}, \\ \hat{g}_{33} &= \frac{-0.16e^{-27s}}{124s+1}, \hat{g}_{34} = \frac{-0.12e^{-17s}}{128s+1}. \end{aligned}$$

由式(13), 期望闭环传递函数为

$$H(s) = \begin{bmatrix} \frac{e^{-19s}}{\lambda_1 s + 1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{e^{-41s}}{\lambda_2 s + 1} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{e^{-27s}}{\lambda_3 s + 1} \end{bmatrix},$$

其中 $\lambda_i (i = 1, 2, 3)$ 为自主调节参数. 根据式(22)和(23)可得全矩阵结构PI控制器参数如表3所示.

表3 控制器参数

方法	环路	$k_{C,ij}$ $j=1$	$k_{I,ij}$ $j=1$	$k_{C,ij}$ $j=2$	$k_{I,ij}$ $j=2$	$k_{C,ij}$ $j=3$	$k_{I,ij}$ $j=3$	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	$\gamma$
本文	$i=1$	-11	-0.10	3.03	0.05	1.40	0.02				
	$i=2$	4.02	0.05	-14.04	-0.14	0.89	0.01	100	60	80	1.2
	$i=3$	0.43	0.004	0.46	0.01	-7.44	-0.06				
	$i=4$	0.47	0.005	0.80	0.01	-9.45	-0.08				
解耦法	$i=1$	-11	-0.10	4.16	0.04	1.45	0.01	-	-	-	1.2
	$i=2$	5.16	0.05	-11.80	-0.13	0.60	0.01				
	$i=3$	-0.46	-0.005	0.045	0.001	-1.89	-0.02				
	$i=4$	0.74	0.008	1.137	0.01	-8.08	-0.09				

将其与文献[7]的结果进行比较. 由于文献[7]采用的是静态解耦方法, 不存在相应的 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ 的值. 当输入 $r_1, r_2, r_3$ 分别发生阶跃变化时, 利用表3和控制器参数可以得到图6~图8所示的闭环系统输出响应曲线. 由图6~图8可见, 对于高维的多变量非方过程, 基于本文所提出的ETF的PI控制算法同样可以得到满意的控制效果. 按照两种设计方法得到的系统ISE性能指标值见表4. 可见, 无论是针对一般非方系统还是高维非方系统, 本文所提出的基于ETF的PI控制方法均具有较好的控制效果.

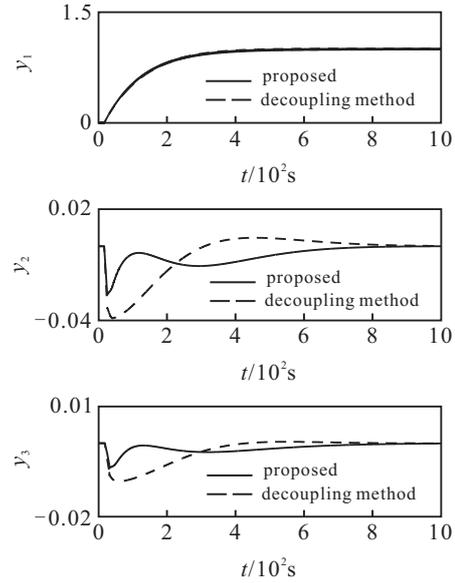


图6  $r_1 = 1, r_2 = 0$ 和 $r_3 = 0$ 时, 闭环系统输出响应曲线

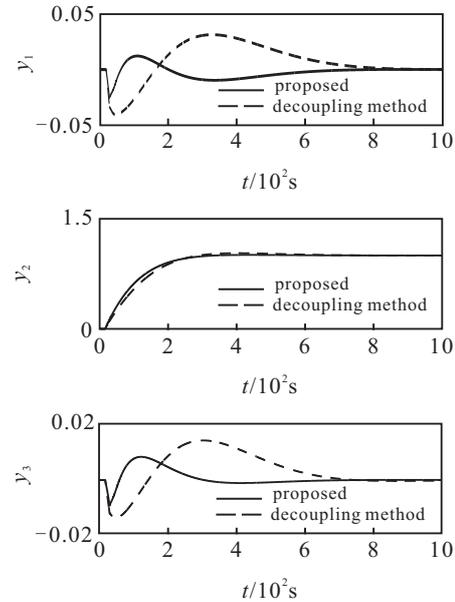


图7  $r_1 = 0, r_2 = 1$ 和 $r_3 = 0$ 时, 闭环系统输出响应曲线

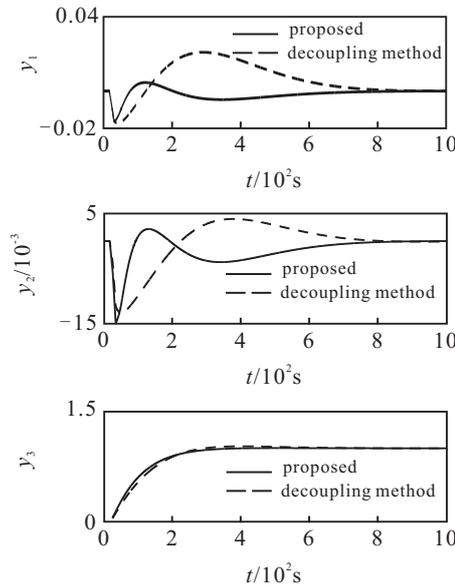


图8  $r_1 = 0, r_2 = 0$ 和 $r_3 = 1$ 时, 闭环系统输出响应曲线

表 4 ISE性能指标

方法	发生阶跃 变化位置	$y_1$ 对应 ISE值	$y_2$ 对应 ISE值	$y_3$ 对应 ISE值	ISE
本文	$r_1$	71.785	0.047	0.003	71.835
	$r_2$	0.038	60.072	0.009	60.119
	$r_3$	0.011	0.009	62.786	62.806
解耦法	$r_1$	72.667	0.165	0.016	72.848
	$r_2$	0.350	68.416	0.062	68.828
	$r_3$	0.121	0.018	69.523	69.662

## 4 结 论

本文针对工业过程中常见的非方系统, 基于等价传递函数理论, 利用等价传递函数与被控过程传递函数广义逆之间的关系, 得到等价传递函数的参数解析通式, 并进一步设计集中式 PI 控制器. 与传统非方系统的 ETF 模型近似化方法相比, 不仅具有更高的精度, 且可应用于高维非方系统.

### 参考文献(References)

- [1] Liu J C, Chen N, Xia Y, et al. Modified internal model control for nonsquare systems based on Smith delay compensator control[J]. *Sensors & Transducers*, 2014, 165(2): 96-101.
- [2] Jing Q B, Hao F, Wang Q. A multivariable IMC-PID method for non-square large time delay systems using NPSO algorithm[J]. *J of Process Control*, 2014, 23(5): 649-663.
- [3] Liu J C, Chen N, Yu X. Modified two-degrees-of-freedom internal model control for non-square systems with multiple time delays[J]. *J of Harbin Institute of Technology*, 2014, 21(2): 122-128.
- [4] Ren L H, Luo X L, Liu Y B, et al. A new variable pairing method and its application in non-square multivariable systems[C]. *The 10th World Congress on Intelligent Control and Automation*. Beijing: IEEE, 2012: 2215-2220.
- [5] Luo Y H, Liu H B, Cai W J, et al. Control configuration selection based on RNGA for non-square multivariable processes[C]. *Proc of 31st Chinese Control Conf*. Hefei: IEEE, 2012: 4722-4727.
- [6] Treiber S, Hoffman, D W. Multivariable constraint control using a frequency domain design approach[C]. *Proc of the 3rd Conf on Chem Proc Control*. Amsterdam: Elsevier Science Publisher, 1986: 185-230.
- [7] Sharma K L N, Chidambaram. Design of centralized controllers for non-square systems[C]. *Proc of the National Conf on Instrumentation and Control*. Trichirapalli: IEEE, 2003: 5-6.
- [8] Rao A S, Chidambaram M. Smith delay compensator for multivariable non-square systems with multiple time delays[J]. *Computers and Chemical Engineering*, 2006, 30(8): 1243-1255.
- [9] Rao A S, Chidambaram M. Decoupling Smith predictor for multivariable non-square systems with multiple time delays[J]. *J of the Indian Institute of Science*, 2013, 86(3): 235-256.
- [10] Juan C, He Z F, Qi X. A new control method for MIMO first order time delay non-square systems[J]. *J of Process Control*, 2011, 21(4): 538-546.
- [11] Jing Q B, Guo Y, Liu Z Y, et al. Decoupling internal model control for non-square process with time delays[C]. *Int Conf on Measuring Technology and Mechatronics Automation*. Changsha: IEEE, 2010: 898-901.
- [12] Chen P Y, Ou L L, Gu D Y, et al. Robust analytical scheme for linear non-square systems[C]. *Proc of the 48th IEEE Conf on Decision and Control*. Shanghai: IEEE, 2009: 1890-1895.
- [13] Chiranjeevi T, Vijetha I V V, Chakravarthi B, et al. Tuning and control of multi-variable systems[J]. *Int J of Electronics and Electrical Engineering*, 2014, 2(4): 309-320.
- [14] Shen Y L, Sun Y X, Xu W. Centralized PI/PID controller design for multivariable processes[J]. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 2014, 53(25): 10439-10447.
- [15] Rao A S, Chidambaram M. Smith delay compensator for multivariable non-square systems with multiple time delays[J]. *Computers and Chemical Engineering*, 2006, 30(8): 1243-1255.
- [16] 栾小丽, 陈强, 刘飞. 高维多变量系统集中式 PI 控制器设计[J]. *控制与决策*, 2014, 29(4): 605-610.  
(Luan X L, Chen Q, Liu F. Centralized PI control for high dimensional multivariable systems[J]. *Control and Decision*, 2014, 29(4): 605-610.)
- [17] Lin J S, Jang S S, Shieh S S, et al. Gen-eralized multivariable dynamic artificial neural network modeling for chemical processes[J]. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 1999, 38(12): 4700-4711.
- [18] Shen Y, Cai W J, Li S. Normalized decoupling control for high-dimensional MIMO processes for application in room temperature control HVAC systems[J]. *Control Engineering Practice*, 2010, 18(6): 652-694.

(责任编辑: 郑晓蕾)