

考虑多约束的混合流水车间MOJ调度

周炳海, 王 腾

(同济大学 机械与能源工程学院, 上海 201804)

摘要: 考虑晶圆加工过程中的多品种和与次序相关的换模时间约束, 以系统总完工时间最小为优化目标, 建立混合流水车间MOJ调度模型. 在此基础上, 提出了基于作业-产品-机器三层析取网络流的列生成算法. 为进一步改善列生成算法存在的尾效应, 将基于次梯度优化的拉格朗日松弛算法嵌入列生成算法框架中, 构建了采用双重迭代的改进型列生成(MCG)算法. 最后, 通过理论分析和仿真实验表明了MCG算法是有效、可行的.

关键词: 多品种; 换模时间; 析取网络流; 改进型列生成

中图分类号: TP391

文献标志码: A

Scheduling multiple orders per job with various constraints for hybrid flow shop

ZHOU Bing-hai, WANG Teng

(School of Mechanical Engineering, Tongji University, Shanghai 201804, China. Correspondent: ZHOU Bing-hai, E-mail: bhzhou@tongji.edu.cn)

Abstract: With a comprehensive consideration of multiple product types and sequence-dependent setup times constraints in which processes of wafer fabrications, a scheduling model of multiple orders per job(MOJ) in a hybrid flow shop with an objective function of minimizing total completion time of the system is developed. On the basis of the descriptions, a column generation algorithm based on the job-product-machine three level disjunctive network flow is proposed. Furthermore, to improve the degradation effects of column generation algorithm, Lagrangian relaxation with sub-gradient optimization is combined into the frame of column generation algorithm, and then a modified column generation(MCG) algorithm adopting dual iteration is proposed. Finally, theory analysis and simulation experiments show that the developed MCG algorithm is valid and feasible.

Keywords: multiple product types; setup times; disjunctive network flow; modified column generation

0 引言

单作业多订单(MOJ)调度问题^[1]作为对半导体生产线的高效运行带来重要影响的NP-hard问题^[2], 近年来受到了业界和学术界越来越多的关注. 为有效解决单机MOJ调度问题, 学者们提出了多种调度方法. 文献[2-4]对不考虑订单准备时间等因素的理想化单机MOJ调度问题进行了基于智能搜索算法的求解研究. Sarin等^[5]基于对理想化单机MOJ问题分析得到的性质定理, 提出了较传统整数规划模型更为有效的精确算法来求解中小规模MOJ调度问题. Mason等^[6]提出的启发式算法对订单规模数为100以上甚至达到10000的超大规模单机MOJ调度问题进行了有效求解. Jampani等^[7]对带准备时间的单机

MOJ调度问题, 构造了列生成启发式算法.

随着对单机MOJ问题研究的日趋完善, 对于多机MOJ调度问题的延伸探讨也开始受到重视. Laub等^[8]和 Sarin等^[9]对双机流水线车间MOJ调度问题, 构建了启发式算法进行有效求解. Jampani等^[7]和 Jun等^[10]对考虑订单到达时间的并行机MOJ调度问题, 提出了有效的启发式算法进行求解. Chen^[11]对考虑多品种、与次序相关的换模时间的流水线车间MOJ调度问题, 建立了混合整数规划模型, 但未对大规模的MOJ调度进行调度方法研究.

目前较少见到有关多品种MOJ调度问题的报道. 现有的诸多解决单一产品加工背景下的调度方法不能直接推广到多品种问题中.

收稿日期: 2015-04-01; **修回日期:** 2015-06-28.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61273035, 71471135).

作者简介: 周炳海(1965—), 男, 教授, 博士生导师, 从事制造系统的建模、调度等研究; 王腾(1988—), 男, 硕士生, 从事制造系统调度算法的研究.

本文研究的混合流水车间MOJ调度问题以最小化总完工时间为目标函数,同时考虑订单品种的多样性和与次序相关换模时间的约束.最后通过理论分析和仿真实验表明了MCG算法的有效性和可行性.

1 问题描述

混合流水车间MOJ调度问题见图1.首先将 n 个订单(O_1, O_2, \dots, O_n)成组分配到 m 个作业(J_1, J_2, \dots, J_m)中,再将 m 个作业排序成($J_2, J_3, \dots, J_m, \dots, J_1$)进入混合流水车间的 P 道工序流水加工,每道工序上有 $M_p \geq 1$ ($p \in \{1, 2, \dots, P\}$)台同速并行机且至少有一道工序的机器台数不少于2台.

为有效地描述混合流水车间MOJ调度问题,作如下假设:1)订单的调度需保持完整性;2)每个订单只含有一种产品;3)每个作业只含有产品种类相同的订单;4)每一个作业中载有的晶圆个数不能超过其承载上限 K ;5)参与调度的作业非空;6)每道工序中,一个作业只能分配到任意选择的一台并行同速机;7)每一台机器的同一位置上有且仅有一个作业在加工;8)机器在加工不同品种产品时所需的换模时间与次序相关;9)机器加工同一作业到加工完成前,不会中断工作;10)同一个作业中的所有订单有相同的完工时间;11)各工序的机器在0时刻空闲可用;12)所有订单初始时刻的到达时间为0;13)工序中分配到同一机器上的作业,按顺序加工;14)同一工序中的作业按到达时间先后,优先分配到空闲机器加工.

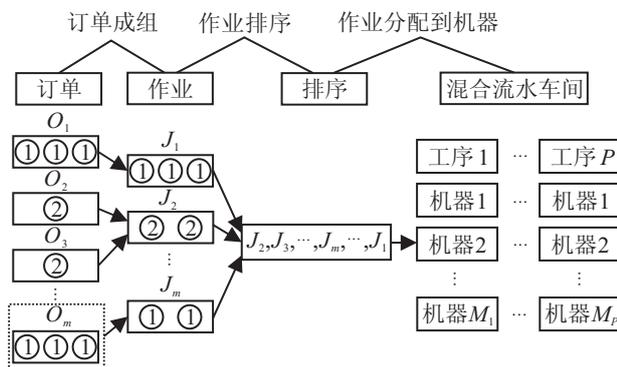


图1 混合流水车间MOJ调度问题

由假设1)可知,每一道工序中,一个订单只能且必须分配到一个作业和一台机器上,有

$$\sum_{m=1}^{M_p} \sum_{j=1}^{\varphi} X_{i,j,m,p} = 1, \quad i = 1, 2, \dots, N, p = 1, 2, \dots, P. \quad (1)$$

其中: $X_{i,j,m,p}$ 为0-1变量,如果在工序 p ,订单 i 被分配到机器 m 上加工的作业 j 中,则其值为1,否则为0; N 为订单数; φ 为作业数.

由假设2)和假设3)可知,对于不同订单,只有当品种相同时候才能分配到同一个作业中,即

$$f_i = \sum_{l=1}^{\varphi} l \lambda_{il}, \quad i = 1, 2, \dots, N; \quad (2)$$

$$f_i \leq f_{i'} + M_{\text{big}}(2 - X_{i,j,m,p} - X_{i',j,m,p}), \quad i, i' = 1, 2, \dots, N, i \neq i', j = 1, 2, \dots, \phi, m = 1, 2, \dots, M_p, p = 1, 2, \dots, P; \quad (3)$$

$$f_i \geq f_{i'} - M_{\text{big}}(2 - X_{i,j,m,p} - X_{i',j,m,p}), \quad i, i' = 1, 2, \dots, N, i \neq i', j = 1, 2, \dots, \phi, m = 1, 2, \dots, M_p, p = 1, 2, \dots, P. \quad (4)$$

其中: f_i 为订单 i 的产品标号, λ_{il} 为0-1变量,如果订单 i 属于产品 l ,则其值为1,否则为0; ϕ 为产品种类数; M_{big} 为一个较大的正数.

由假设4)可知,每个作业中所有订单的晶圆总数不能超过 K ,即需满足

$$\sum_{i=1}^N n_i X_{i,j,m,p} \leq K, \quad j = 1, 2, \dots, \phi, m = 1, 2, \dots, M_p, p = 1, 2, \dots, P, \quad (5)$$

其中 n_i 为订单 i 所含有的晶圆数.

由假设5)可知,作业数需满足

$$\phi = \sum_{l=1}^{\varphi} \left\{ \left\lfloor \frac{\sum_{i=1}^N n_i \lambda_{il}}{K} \right\rfloor + 1 \right\}. \quad (6)$$

由假设6)和7),可得

$$\sum_{r=1}^{\theta_{m,p}} \sum_{m=1}^{M_p} Q_{j,m,r,p} = 1, \quad j = 1, 2, \dots, \phi, p = 1, 2, \dots, P; \quad (7)$$

$$\sum_{m=1}^{M_p} \sum_{j=1}^{\phi} Q_{j,m,r,p} = 1, \quad r = 1, 2, \dots, \theta_{m,p}, p = 1, 2, \dots, P. \quad (8)$$

其中: $Q_{j,m,r,p}$ 为0-1变量,如果在工序 p ,作业 j 被分配到机器 m 的 r 位置上加工,则其值为1,否则为0; $\theta_{m,p}$ 为工序 p 中机器 m 拥有的位置数.

基于假设8)~假设10)可知,订单 i 的完工时间为作业 j (分配有订单 i)的开始加工时间、作业 j 内晶圆的批加工时间、与次序相关的换模时间之和,即

$$F_{i,j,m,p} = \rho^{f_i,p} + t_{j-1,j,m,p} + s_{i,j,m,p}, \quad i = 1, 2, \dots, N, j \in \{1, 2, \dots, \phi\}, m \in \{1, 2, \dots, M_p\}, p = 1, 2, \dots, P. \quad (9)$$

其中: $F_{i,j,m,p}$ 为订单 i 在工序 p 的机器 m 上的完工时间; $\rho^{f_i,p}$ 为 f_i 品种晶圆在工序 p 的机器 m 上的批加工时间; $t_{j-1,j,m,p}$ 为工序 p 上的机器 m 由加工作业 $j-1$ 切换到作业 j 时所需的换模时间,需满足

$$t_{j-1,j,m,p} = 0, \quad j = 1 \text{ 或 } j > 1 \text{ 且 } f_{j-1} = f_j, m \in \{1, 2, \dots, M_p\}, p = 1, 2, \dots, P; \quad (10)$$

f_j 为作业 j 的产品标号; $s_{i,j,m,p}$ 为工序 p 上的机器 m 可以开始加工订单 i 的时刻, 需满足

$$F_{i,0,m,1} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad m = 1, 2, \dots, M_1; \quad (11)$$

$$s_{i,j,m,p} = F_{i',j-1,m,p}, \quad i, i' = 1, 2, \dots, N, \quad i \neq i',$$

$$j \in \{1, 2, \dots, \phi\}, \quad m \in \{1, 2, \dots, M_p\},$$

$$p = 1, 2, \dots, P. \quad (12)$$

由假设 14) 可知, 将订单 i 分配到工序 p 的机器上加工时, 订单 i 的到达时间 $r_{i,p}$ 将对分配方案起决定作用, 其中 $r_{i,p}$ 需满足

$$r_{i,p} = F_{i,j,m,p-1}, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad j \in \{1, 2, \dots, \phi\},$$

$$m \in \{1, 2, \dots, M_{p-1}\}, \quad p = 2, 3, \dots, P; \quad (13)$$

$$r_{i,1} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, N; \quad (14)$$

$$r_{i,p} > 0, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad p = 2, 3, \dots, P; \quad (15)$$

$$r_{i,p} \leq s_{i,j,m,p}, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad j = 1, 2, \dots, \phi,$$

$$m = 1, 2, \dots, M_p, \quad p = 1, 2, \dots, P. \quad (16)$$

调度目标为最小化订单总完工时间, 有

$$\min \sum_{i=1}^N F_{i,j,m,p=P},$$

$$j \in \{1, 2, \dots, \phi\}, \quad m \in \{1, 2, \dots, M_P\}. \quad (17)$$

因此, 研究的混合流水车间 MOJ 调度为以式 (17) 为目标函数, 以式 (1)~(16) 为约束的混合整数规划 (MIP) 问题.

2 算法构建

传统列生成算法对 MIP 模型进行数学处理, 仍然存在约束复杂、计算困难的不足. 本文针对问题域的特殊性, 提出了基于作业-产品-机器 3 层析取网络流的列生成算法 (CG). 为改善列生成算法的尾效应, 将基于次梯度的拉格朗日松弛 (LR) 算法嵌入列生成算法框架中, 形成 LR&CG 混合算法, 即改进型的列生成算法 (MCG).

2.1 析取网络流模型

结合问题域, 对作业-产品-机器 3 层析取网络流建模步骤描述如下^[12].

Step 1: 创建工序 p 的虚拟源节点 η .

Step 2: 建立机器层. 设置 M_p 个机器结点, 对每一机器结点 m 均有弧 (η, m) , 流量为 $U_{\eta,m,p} \in [0, N]$.

Step 3: 产品层构建. 每 ϕ 个产品结点关联机器层的一个机器结点 m , 产品层共有 $\phi \times M_p$ 个产品结点, 每一产品结点 l 均有弧 (m, l) 且流量为 $U_{m,l,p} \in [0, N_l]$, 其中 N_l 为产品 l 所含有的订单数.

Step 4: 作业层构建. 每 φ 个作业结点关联一产品结点 l , 得到 $\phi \times M_p \times \varphi$ 个作业结点, 每一作业结点 j 又通过 N_l 条弧 (l, j) 与产品层结点 l 连接, 其中弧 (l, j) 的流量 $U_{l,j,p}$ 为 0-1 决策变量.

Step 5: 创建虚拟宿节点 λ . 每一作业结点 j 通过弧 (j, λ) 连接到 λ . 若 $p < P$, 则将 λ 设置为下一工序的 η , 返回 Step 1, 否则停止, 建模完成.

由 Step 2~Step 5 可知, 对于每一工序 p 的作业-产品-机器 3 层析取网络流的总流入量和总流出量均应为晶圆订单的总数, 于是有

$$\sum_{f \in T(d)} U_{d=\eta_p, f, p} = N, \quad \forall p \in \{1, 2, \dots, P\}; \quad (18)$$

$$\sum_{d \in H(f)} U_{d, f=\lambda_p, p} = N, \quad \forall p \in \{1, 2, \dots, P\}. \quad (19)$$

其中: η_p 和 λ_p 分别为工序 p 的源节点和宿节点, $T(d)$ 为以 d 为源结点的弧的终结点集, $H(f)$ 为以 f 为终结点的弧的源结点集.

由基尔霍夫定理可知, 作业-产品-机器 3 层析取网络流模型中的任一结点均需满足网络流量守恒约束, 因此需建立约束

$$\sum_{d \in H(a)} U_{d, a, p} - \sum_{f \in T(a)} U_{a, f, p} = 0,$$

$$\forall a \in \gamma_p - \{\eta_p, \lambda_p\}, \quad p \in \{1, 2, \dots, P\}. \quad (20)$$

其中: γ_p 为工序 p 网络中的结点集, a 为弧结点标号.

对于式 (18)~(20) 的关键变量 $U_{d, f, p}$ 的求解, 可由 Step 2~Step 5 推导而出, 有

$$U_{d, f, p} = \begin{cases} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{\phi} X_{i, j, l, m, p}, & \forall d = \eta_p, \quad f = \delta^1(m); \\ \sum_{i=1}^{N_l} \sum_{j=1}^{\phi} X_{i, j, l, m, p}, & \forall d = \delta^1(m), \quad f = \delta^2(l, m); \\ X_{i, j, l, m, p}, & \forall E(d, f) = \vartheta(i, j, l, m); \\ \sum_{i=1}^N X_{i, j, l, m, p}, & \forall d = \delta^3(j, l, m), \quad f = \lambda_p. \end{cases} \quad (21)$$

其中: $\delta^1(m)$ 为机器结点 m ; $\delta^2(l, m)$ 为与机器结点 m 相连的产品结点 l ; $\delta^3(j, l, m)$ 为与产品层 l 和机器层 m 对应的作业结点 j ; $\vartheta(i, j, l, m)$ 为与订单 i 、作业结点 j 、产品结点 l 和机器结点 m 对应的弧; $X_{i, j, l, m, p}$ 为 0-1 变量, 如果在工序 p , 品种标号为 l 的订单 i 被分配到机器 m 上的作业 j 中, 则其值为 1, 否则为 0.

2.2 基于析取网络流的列生成算法

2.2.1 限制主问题

基于网络流调度模型, 将列生成算法中的 1 列看成 1 个可行的订单调度方案. 令 $F_{i,c}$ 表示 c 列中订单 i 的完工时间, $c \in C(i)$, $C(i)$ 为订单 i 所能选择的列集合; $X_{i,c}$ 为 0-1 变量. 若订单 i 选择了 c 列, 则其值为 1, 否则为 0. 调度目标为最小化订单总完工时间, 可得限制主问题的目标函数为 $\min \sum_{i=1}^N \sum_{c \in C(i)} F_{i,c} X_{i,c}$.

由假设1)可知, 每个订单*i*有且仅有1列可选择, 由此可得

$$\sum_{c \in C(i)} X_{i,c} = 1, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (22)$$

令 $A_{i,j,p,c}$ 为0-1变量, 如果订单*i*在*c*列中的*p*工序分配到了作业*j*中, 则其值为1, 否则为0. 由假设4)中的作业能力约束, 有

$$\sum_{i=1}^N \sum_{c \in C(i)} n_i A_{i,j,p,c} \leq K, \quad j = 1, 2, \dots, \phi, \quad p = 1, 2, \dots, P. \quad (23)$$

2.2.2 价格子问题

对松弛与订单调度分配呈弱相关性的约束(6)和(9)~(16)进行D-W分解, 得到与限制主问题对应的价格子问题 SP^i , 其目标函数为

$$\min \left(F_{i,c} - \sum_{p=1}^P \sum_{j=1}^{\phi} u_{j,p} n_i A_{i,j,p,c} - v_i \right), \quad c \in C(i). \quad (24)$$

其中: v_i 为式(22)的对偶解(影子价格), $u_{j,p}$ 为式(23)的对偶解.

基于网络流建模思路, 对订单*i* ($i \in \{1, 2, \dots, N\}$) 在工序*p* ($p \in \{1, 2, \dots, P\}$) 调度时需满足的约束描述如下:

$$\sum_{f \in T(d)} Y_{d=\eta_p, f}^{i,p} = 1; \quad (25)$$

$$\sum_{d \in H(f)} Y_{d, f=\lambda_p}^{i,p} = 1; \quad (26)$$

$$\sum_{d \in H(f)} Y_{d, f=a}^{i,p} - \sum_{f \in T(d)} Y_{d=a, f}^{i,p} = 0,$$

$$\forall a \in \gamma_p - \{\eta_p, \lambda_p\}. \quad (27)$$

式(25)和(26)分别限制订单*i*在工序*p*的源节点和宿节点的网络流量为1. 式(27)保证了订单*i*在工序*p*各结点的网络流量守恒. $Y_{d,f}^{i,p}$ 为0-1变量, 如果订单*i*在工序*p*选择了弧(*d, f*), 则其值为1, 否则为0.

令 $\sum_{d \in \omega_p} \sum_{f \in \psi_p} C_{d,f}^{i,p} Y_{d,f}^{i,p} = r_{i,p'}$, 其中 $C_{d,f}^{i,p}$ 为订单*i*在工序*p*选择弧(*d, f*)的完工时间, $p' = p + 1$, 返回式(25)~(27), 进入下一工序*p'* ($p' < P$) 的求解.

2.2.3 拉格朗日松弛算法

对MIP模型中的约束(5)进行机器标号降维处理, 用一维标号 $m = m_j^p$ 取代 M_p 维标号 $m = 1, 2, \dots, M_p$, 可得改进后的约束条件为

$$\sum_{i=1}^N n_i X_{i,j,m,p} \leq K, \quad j = 1, 2, \dots, \phi,$$

$$m = m_j^p \in \{1, 2, \dots, M_p\}, \quad p = 1, 2, \dots, P. \quad (28)$$

定义拉格朗日乘子向量 $\mu = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_\phi, \dots, \mu_{p \times \phi}, \dots, \mu_{P \times \phi})$, 其中 μ_ξ 对应约束(28)中的第

ξ 行, 在对约束(5)进行机器标号降维处理的基础上, 拉格朗日乘子向量的维度由 $\phi \times \left(\sum_{p=1}^P M_p \right)$ 维精简到 $\phi \times P$ 维, 降低了问题求解的时间复杂度, 有效提升了算法的求解效率.

将约束(28)松弛到目标函数(17)中, 经整理后可得到拉格朗日松弛问题

$$Z_D(\mu) = \min \left[\sum_{i=1}^N \left(F_{i,j,m,p=P} - \sum_{\xi=1}^{\phi P} n_i \mu_\xi X_{i,j_\xi, m_\xi, p_\xi} \right) + \sum_{\xi=1}^{\phi P} \mu_\xi K \right],$$

$$j \in \{1, 2, \dots, \phi\}, \quad m \in \{1, 2, \dots, M_p\},$$

其中 j_ξ 、 m_ξ 和 p_ξ 分别为约束(28)中第 ξ 行的作业标号、机器标号和工序标号. 依据订单*i*将拉格朗日松弛问题分解为*N*个子问题 $Z_i(\mu)$, 有

$$Z_i(\mu) = \min \left(F_{i,j,m,p=P} - \sum_{\xi=1}^{\phi P} n_i \mu_\xi X_{i,j_\xi, m_\xi, p_\xi} \right),$$

$$i = 1, 2, \dots, N, \quad j \in \{1, 2, \dots, \phi\},$$

$$m \in \{1, 2, \dots, M_p\}. \quad (29)$$

进而有

$$\sum_{i=1}^N Z_i(\mu) + \sum_{\xi=1}^{\phi P} \mu_\xi K = \min \left[\sum_{i=1}^N F_{i,j,m,p=P} - \sum_{\xi=1}^{\phi P} \mu_\xi \left(\sum_{i=1}^N n_i X_{i,j_\xi, m_\xi, p_\xi} - K \right) \right]. \quad (30)$$

$Z_i(\mu)$ 对应着一个订单在混合流水车间的子问题. 因为拉格朗日松弛问题 $Z_D(\mu)$ 松弛了作业能力约束, 所以拉格朗日松弛问题的解空间包含原问题的不可行解. 令 \mathbf{X}^* 为拉格朗日松弛问题 $Z_D(\mu)$ 的最优解, 有

$$\sum_{i=1}^N n_i X_{i,j,m,p}^* - K \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, \phi, \quad m = m_j^p \in \{1, 2, \dots, M_p\}, \quad p = 1, 2, \dots, P. \quad (31)$$

因为拉格朗日乘子 $\mu \geq 0$, 所以有

$$\sum_{i=1}^N Z_i(\mu) + \sum_{\xi=1}^{\phi P} \mu_\xi K = Z_D(\mu) \leq Z_{MIP},$$

其中 Z_{MIP} 为MIP模型的最优解. 拉格朗日松弛问题的最优解可以为原MIP模型提供一个下界 $LB(\mu)$, 有

$$LB(\mu) = Z_D(\mu). \quad (32)$$

拉格朗日对偶问题是寻找最优乘子, 使得 $Z_D(\mu)$ 的值最大, 即 $Z_{LD} = \max\{Z_D(\mu)\}$.

定理1 若将影子价格 \mathbf{u} 当作拉格朗日乘子, 则价格子问题 SP^i 与拉格朗日松弛子问题 $Z_i(\mu)$ 等价.

证明 令式(29)中的调度方案为 c ($c \in C(i)$), 则

有 $F_{i,c} = F_{i,j,m,p=P}$, $X_{i,j,m,p} = A_{i,i,p,c}$. 对式 (24) 消除常数对偶值 v_i 可得

$$\min \left(F_{i,c} - \sum_{p=1}^P \sum_{j=1}^{\phi} u_{j,p} n_i A_{i,j,p,c} \right), c \in C(i). \quad (33)$$

如果影子价格 $\mathbf{u} = \boldsymbol{\mu}$, 则式 (33) 与 (29) 除常数差外等价, 即 SP^i 与 $Z_i(\boldsymbol{\mu})$ 的调度目标除常数差外等价. \square

由定理 1 可知, 对 $Z_i(\boldsymbol{\mu})$ 的求解可以转换为对 SP^i 的求解, 通过基于网络流分析的方法求解 $Z_i(\boldsymbol{\mu})$, 较传统方法更为快速方便. 次梯度法是有有效寻找拉格朗日对偶问题最优乘子的近似方法, 基于次梯度法求解拉格朗日对偶问题的步骤描述如下.

Step 1: 对于选定的拉格朗日乘子 $\boldsymbol{\mu}$, 通过求解 $Z_i(\boldsymbol{\mu})$, 并由式 (32) 得到下界 $LB(\boldsymbol{\mu})$, 若 $LB(\boldsymbol{\mu}) > LB^*$, 其中 LB^* 是历史最好下界, 则有 $LB^* = LB(\boldsymbol{\mu})$.

Step 2: 基于拉格朗日松弛子问题的解, 构造原问题的可行解. 利用约束 (28) 对拉格朗日松弛子问题得到的调度解进行作业能力约束检查, 对于超负荷的作业 j , 标记与作业 j 具有相同品种标号 f_j 的订单, 并重新生成 φ_{f_j} 个作业, 将品种标号为 f_j 的订单重新按约束 (28) 进行分配, 从而得到新的可行解.

Step 3: 将 Step 2 得到的可行解作为拉格朗日对偶问题的上界 $UB(\boldsymbol{\mu})$. 令 UB^* 为历史最好上界, 若 $UB(\boldsymbol{\mu}) < UB^*$, 则 $UB^* = UB(\boldsymbol{\mu})$.

Step 4: 检查对偶间隙 $Gap = (UB^* - LB^*)/LB^*$ 是否小于给定阈值 ε , 或达到最大迭代次数, 若是, 则停止, 否则, 进入 Step 5.

Step 5: 对拉格朗日乘子 $\boldsymbol{\mu}$ 采用次梯度法进行更新, 有 $\mu_\xi = \max \left\{ 0, \mu_\xi + \lambda g_\xi(\boldsymbol{\mu}) \frac{UB^* - LB(\boldsymbol{\mu})}{\|g_\xi(\boldsymbol{\mu})\|^2} \right\}$, 其中次梯度 $g_\xi(\boldsymbol{\mu}) = K - \sum_{i=1}^N n_i X_{i,j_\xi,m_\xi,p_\xi}$, λ 的取值规则可参考文献 [14]. 得到新的拉格朗日乘子后, 返回 Step 1.

2.3 改进型列生成算法

基于定理 1 和文献 [13], 可以得到如下定理 2.

定理 2 如果式 (34) 中的影子价格 \mathbf{u} 是 CG 算法的对偶可行解, $\boldsymbol{\mu}^*$ 是当前最好拉格朗日乘子, 则将新乘子 $\boldsymbol{\mu}'$ 传入 LR 算法, 可以提高 LR 算法的低界, 有

$$\boldsymbol{\mu}' = \alpha \mathbf{u} + (1 - \alpha) \boldsymbol{\mu}^*, 0 < \alpha \leq 1. \quad (34)$$

证明 令 $\mathbf{X}_{i,j,m,p}^*$ 和 $F_{i,j,m,p}^*$ ($i \in \{1, 2, \dots, N\}$) 为当前最好拉格朗日乘子 $\boldsymbol{\mu}^*$ 对应的拉格朗日松弛子问题的最优解, 有

$$LB(\alpha \mathbf{u} + (1 - \alpha) \boldsymbol{\mu}^*) = \alpha \left(\sum_{i=1}^N \left(F_{i,j,m,p=P}^* - \sum_{\xi=1}^{\phi P} n_i X_{i,j_\xi,m_\xi,p_\xi}^* \mathbf{u}_\xi \right) + \right.$$

$$\left. \sum_{\xi=1}^{\phi P} \mathbf{u}_\xi K \right) + (1 - \alpha) \left(\sum_{i=1}^N \left(F_{i,j,m,p=P}^* - \sum_{\xi=1}^{\phi P} n_i X_{i,j_\xi,m_\xi,p_\xi}^* \boldsymbol{\mu}_\xi^* \right) + \sum_{\xi=1}^{\phi P} \boldsymbol{\mu}_\xi^* K \right). \quad (35)$$

设 CG 算法求解限制主问题时得到的最优值为 Z_{RMP} , 影子价格为 (\mathbf{u}, \mathbf{v}) . 由于 \mathbf{u} 是 CG 算法的对偶可行解, $\mathbf{X}_{i,j,m,p}^*$ 和 $F_{i,j,m,p}^*$ ($i \in \{1, 2, \dots, N\}$) 对列的消减费用非负, 可得

$$F_{i,j,m,p=P}^* - \sum_{\xi=1}^{\phi P} n_i X_{i,j_\xi,m_\xi,p_\xi}^* \mathbf{u}_\xi - v_i \geq 0, \quad i \in \{1, 2, \dots, N\}. \quad (36)$$

因为

$$LB(\boldsymbol{\mu}^*) = \sum_{i=1}^N \left(F_{i,j,m,p=P}^* - \sum_{\xi=1}^{\phi P} n_i X_{i,j_\xi,m_\xi,p_\xi}^* \boldsymbol{\mu}_\xi^* \right) + \sum_{\xi=1}^{\phi P} \boldsymbol{\mu}_\xi^* K, \quad (37)$$

所以由式 (36) 和 (37) 可将 (35) 整理为

$$LB(\alpha \mathbf{u} + (1 - \alpha) \boldsymbol{\mu}^*) \geq \alpha \left(v_i + \sum_{\xi=1}^{\phi P} \mathbf{u}_\xi K \right) + (1 - \alpha) LB(\boldsymbol{\mu}^*), \quad (38)$$

即

$$LB(\boldsymbol{\mu}') \geq \alpha (Z_{RMP} - LB(\boldsymbol{\mu}^*)) + LB(\boldsymbol{\mu}^*). \quad (39)$$

综上, $LB(\boldsymbol{\mu}') > LB(\boldsymbol{\mu}^*)$ 恒成立, 即如果式 (34) 中的影子价格 \mathbf{u} 是 CG 算法的对偶可行解, 则将新乘子 $\boldsymbol{\mu}'$ 传入 LR 算法, 能提高 LR 算法的低界. \square

由定理 2 可知, 采用式 (34) 更新拉格朗日乘子, 如果得到的新拉格朗日乘子不是限制主问题的影子价格, 则可以降低限制主问题的解 Z_{RMP} , 否则, 可以提升 LR 算法的低界 LB^* , 由此提高算法的收敛性能.

MCG 算法的步骤描述如下.

Step 1: 初始化列池. 执行基于 3 层析取网络流的 LR 算法, 为 CG 算法提供初始列池, 记录当前最好拉格朗日乘子 $\boldsymbol{\mu}^*$ 和最好下界 $LB^* = LB(\boldsymbol{\mu}^*)$.

Step 2: 外层求解限制主问题. 基于 Step 1 的列池, 求解外层 CG 算法的限制主问题, 得到 Z_{RMP} 和影子价格 (\mathbf{u}, \mathbf{v}) , 由式 (34) 更新拉格朗日乘子, 得到新乘子 $\boldsymbol{\mu}'$.

Step 3: 内层 LR 算法寻优. 根据 Step 2 得到的拉格朗日新乘子 $\boldsymbol{\mu}'$ 执行 LR 算法, 若得到负消减费用列, 则返回 Step 2, 否则更新因子, 令 $\alpha = \alpha + \Delta\alpha$, 其中 $\Delta\alpha$ 为更新步长. 当 $\alpha = 1$ 时, 若仍不能得到负消减费用列, 则表明限制主问题已得到最优解, 停止算法运算.

3 仿真分析

为有效评价算法的求解性能,以求解时间和解的质量作为算法评价指标.

算法的求解时间主要由其时间复杂度决定,时间复杂度越高,求解时间越长.算法的求解质量通过设置解的优值PR(performance ratio)^[12]和界值指标(如对偶间隙和上、下界改进量^[13])进行评判.设置评价指标如下:

$$PR_1 = \frac{MCG}{MIPH(6)}, PR_2 = \frac{CG}{MIPH(6)},$$

$$PR_3 = \frac{LR}{MIPH(6)}, PR_4 = \frac{MIPH(6)}{MIPH(6)}.$$

其中: PR_1 、 PR_2 、 PR_3 和 PR_4 分别为MCG算法、CG算法、LR算法和MIPH(6)的PR指标;MIPH(6)为MIP模型在6小时求解时间内得到的结果.MCG算法和LR算法的对偶间隙分别为

$$Gap_{MCG} = \frac{UB_{MCG} - LB_{MCG}}{LB_{MCG}},$$

$$Gap_{LR} = \frac{UB_{LR} - LB_{LR}}{LB_{LR}}.$$

MCG算法较LR算法的上界改进量和下界改进量分别为

$$Im_{UB} = \frac{UB_{LR} - UB_{MCG}}{UB_{LR}}, Im_{LB} = \frac{LB_{MCG} - LB_{LR}}{LB_{LR}}.$$

基于visual studio 2012开发环境,采用C++编程语言实现上述算法,在主频为2.2GB,内存为2GB的PC机上进行仿真实验.

3.1 参数设计

仿真研究的混合流水车间调度环境如图2所示^[12],即 $P = 3, M_1 = 2, M_2 = 2$ 和 $M_3 = 1$.

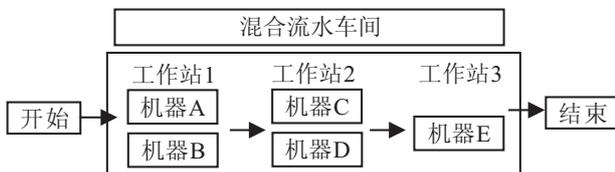


图2 混合流水车间仿真环境

设置相关参数如下:按照订单数将调度问题分为中小规模和大规模两类,订单数为10~20时属于中小规模^[12],订单数为30~100时属于大规模;每个订单含有的晶圆数服从[3,8]的均匀分布;产品的种类数服从[1,5]的均匀分布;每个作业的承载上限值为13,其他实验参数见文献[3,11,14].

3.2 算法的求解时间分析

通过计算得到,MCG算法的时间复杂度为

$$O\left(2\varphi^2 N^3 P^3 \left(\sum_{p=1}^P M_p\right)^2 + \varphi^3 N^2 P^3 \left(\sum_{p=1}^P M_p\right)^2\right),$$

CG算法时间复杂度为

$$O\left(2\varphi^3 N^4 P^4 \left(\sum_{p=1}^P M_p\right)^3 + \varphi^4 N^3 P^4 \left(\sum_{p=1}^P M_p\right)^3\right),$$

LR算法时间复杂度为

$$O\left(4N^5 \varphi^3 P^5 \left(\sum_{p=1}^P M_p\right)^3 + N^3 \varphi^5 P^5 \left(\sum_{p=1}^P M_p\right)^3\right).$$

由此可知,LR算法的时间复杂度最高,CG算法次之,MCG算法最低.

对于中小规模的混合流水车间MOJ调度问题,由第3.1节的实验参数设计原则,在批加工方式下随机生成20个实例,并分别利用算法MCG、CG和LR对实例进行求解,得到平均求解时间如图3所示.

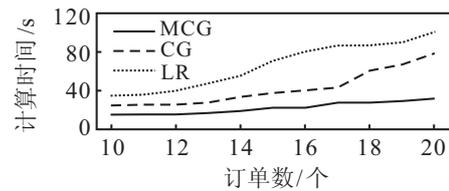


图3 各算法的平均求解时间

由图3可见,对于中小规模混合流水车间MOJ调度问题的求解,MCG算法的平均求解时间最优,CG算法次之,LR算法最差,这与算法时间复杂度的分析结果相吻合.考虑混合流水车间MOJ调度的NP-hard特性,对于大规模的混合流水车间MOJ调度的算法分析,采取在相同求解时间比较平均求解优值PR和相关界值指标的分析策略.

3.3 算法的PR值分析

对于订单数为10~20的中小规模混合流水车间MOJ调度问题,求解结果如图4所示.对于订单数为30~100的大规模混合流水车间MOJ调度问题,求解结果如图5所示.

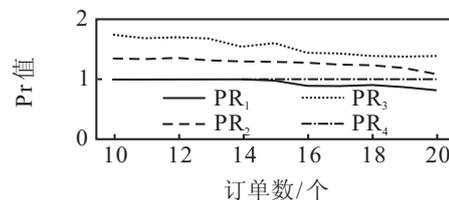


图4 中小规模问题各算法的平均PR值

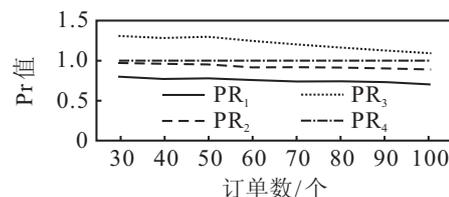


图5 大规模问题各算法的平均PR值

对比图3和图4可见:MCG算法在中小规模的混合流水车间MOJ调度问题的求解上,其求解时间和求解优值均明显优于CG、LR和MIPH(6)的求解结果;对于大规模的混合流水车间MOJ调度问题的求

解,由图5可见,MCG算法得到的PR值求解结果也明显优于CG、LR和MIPH(6),且随着问题规模的增大,MCG算法的求解结果稳定且令人满意。

3.4 算法的界值分析

为进一步对MCG算法和LR算法的求解性能进行分析,对两种算法的界值指标进行比较,见表1。

表1 MCG算法和LR算法的界值指标

订单数	对偶间隙		上、下界改进量	
	Gap _{MCG}	Gap _{LR}	Im _{UB}	Im _{LB}
10	0.029	0.043	0.430	0.045
15	0.022	0.080	0.390	0.057
20	0.028	0.110	0.401	0.079
30	0.102	0.715	0.390	0.120
50	0.124	0.773	0.401	0.126
100	0.130	0.798	0.356	0.173
均值	0.072	0.420	0.395	0.100

由表1可见,MCG算法的平均对偶间隙为0.072,相比LR算法的平均对偶间隙0.420改进了约82.9%。此外,MCG算法对LR算法的上、下界平均改进量分别为39.5%和10.0%,可见,MCG算法较LR算法对问题求解的改进效果较为显著。

综上所述,MCG融合算法较CG算法和LR算法具有更高的求解效率,MCG的求解结果稳定且令人满意,对调度模型也有良好的适应性,从而证明了MCG算法的有效性。

4 结论

本文针对带多品种和与次序相关换模时间的混合流水车间MOJ问题的特殊性,考虑到基于MIP模型建立的传统列生成算法仍然存在约束复杂、计算困难的缺点,提出了作业-产品-机器3层析取网络流的列生成建模方法。为进一步提升基于网络流的CG算法的收敛性能,构建了LR&CG嵌套算法即MCG算法。仿真实验结果表明,MCG算法较CG算法和LR算法具有更高的求解效率,求解结果稳定且令人满意,验证了MCG算法的有效性和可行性。

参考文献(References)

[1] Monch L, Fowler J W, Dauzere-Peres S, et al. A survey of problems, solution techniques, and future challenges in scheduling semiconductor manufacturing operations[J]. *J of Scheduling*, 2011, 14(6): 583-599.

[2] Qu P, Mason S J. Using tabu search on the single machine multi-orders per job scheduling problem[C]. *IIE Annual Conf and Exhibition 2004*. Houston: Institute of Industrial Engineers, 2004: 1831-1835.

[3] Qu P, Mason S J. Metaheuristic scheduling of 300 mm jobs containing multiple orders[J]. *IEEE Trans on Semiconductor Manufacturing*, 2005, 18(4): 633-643.

[4] Sobeyko O, Monch L. Genetic algorithms to solve a single machine multiple orders per job scheduling problem[C]. *2010 Winter Simulation Conference*. Piscataway: IEEE, 2010: 2493-2503.

[5] Sarin S C, Wang L, Cheng M. A single-machine, single-wafer-processing, multiple-lots-per-carrier scheduling problem to minimize the sum of lot completion times[J]. *Computers & Operations Research*, 2012, 39(7): 1411-1418.

[6] Mason S J, Chen J S. Scheduling multiple orders per job in a single machine to minimize total completion time[J]. *European J of Operational Research*, 2010, 207(1): 70-77.

[7] Jampani J, Mason S J. Column generation heuristics for multiple machine, multiple orders per job scheduling problems[J]. *Annals of Operations Research* 2008, 159(1): 261-273.

[8] Laub J D, Fowler J W, Keha A B. Minimizing makespan with multiple-orders-per-job in a two-machine flowshop[J]. *European J of Operational Research*, 2007, 182(1): 63-79.

[9] Sarin S C, Wang L, Cheng M. Minimising makespan for a two-machine, flow shop, single-wafer-processing, multiple-jobs-per-carrier scheduling problem[J]. *Int J of Planning and Scheduling*, 2012, 1(3): 171-208.

[10] Jia J, Mason S J. Semiconductor manufacturing scheduling of jobs containing multiple orders on identical parallel machines[J]. *Int J of Production Research*, 2009, 47(10): 2565-2585.

[11] Chen J S. Optimization models for the flow-shop scheduling problem with multiple orders per job[C]. *The 40th Int Conf on Computers and Industrial Engineering*. Piscataway: IEEE, 2010: 1-6.

[12] Jampani J, Mason S J. A column generation heuristic for complex job shop multiple orders per job scheduling[J]. *Computers & Industrial Engineering*, 2010, 58(1): 108-118.

[13] 汪恭书,唐立新.并行机实时调度问题的LR&CG算法[J]. *控制与决策*, 2013, 28(6): 829-836.
(Wang G S, Tang L X. LR&CG algorithm for parallel machine real-time scheduling problem[J]. *Control and Decision*, 2013, 28(6): 829-836.)

[14] 杜书魁,万国华.一种汽车内饰件的批量生产模型及其算法研究——基于拉格朗日松弛的方法[D].上海:上海交通大学机械与能源工程学院,2012.
(Du S K, Wan G H. The study on lot-sizing and scheduling model and its algorithms of an automotive interior parts production-based on Lagrangian relaxation[D]. Shanghai: School of Mechanical Engineering, Shanghai Jiaotong University, 2012.)