

多操纵面飞机变参数动态控制分配策略

陈勇, 易坚, 董新民, 支健辉, 石超

(空军工程大学 航空航天工程学院, 西安 710038)

摘要: 针对操纵面饱和时混合优化控制分配效率低的问题, 提出一种包含执行器动态的多操纵面变参数控制分配策略. 考虑执行器物理约束和动态特性, 构建多操纵面飞机控制分配模型. 以权系数变换矩阵为参数, 将非线性混合优化控制分配律线性化. 分别建立忽略和包含执行器动态的变参数控制分配线性矩阵不等式优化模型, 并研究控制分配系统对参数变化的灵敏度. 仿真结果验证了变参数动态控制分配策略的有效性.

关键词: 多操纵面飞机; 控制分配; 变参数; 线性矩阵不等式

中图分类号: V249.1

文献标志码: A

Parameter-varying dynamic control allocation for overactuated aircraft

CHEN Yong, YI Jian, DONG Xin-min, ZHI Jian-hui, SHI Chao

(College of Aeronautics and Astronautics Engineering, Air Force Engineering University, Xi'an 710038, China.

Correspondent: CHEN Yong, E-mail: chen_y043@163.com)

Abstract: To overcome the allocation low efficiency for saturated effectors, a parameter-varying control allocation scheme including actuator dynamics is presented for the overactuated aircraft. By considering the actuator constraints and dynamics, the control allocation model of the overactuated aircraft is built. The nonlinear control allocation law of mixed optimization is linearized through taking the weight coefficients matrix as varying parameters. The parameter-varying control allocation model is formulated in terms of the linear matrix inequality, in the case of neglecting actuator dynamic or not, respectively. Then the parameters sensitivity for control allocation is studied. The simulation result shows the effectiveness of the proposed parameter-varying dynamics control allocation scheme.

Keywords: overactuated aircraft; control allocation; parameter-varying; linear matrix inequality

0 引言

当前, 以B2“幽灵”远程战略轰炸机、X47B无人作战飞机等为代表的现代先进飞行器大胆突破传统气动布局, 去掉了垂尾、平尾和后机身, 极大地提高了飞机的隐身性能, 提升了战场生存能力和战场覆盖能力. 为了保证飞控系统的可靠性和安全性, 在机翼后缘常配置升降副翼、开裂式方向舵和扰流板等气动操纵面, 以弥补横侧向控制效能的不足. 但与此同时, 操纵面个数超过了飞行员可控范围, 甚至远大于3副, 直接增加了飞控系统的复杂度, 如何实现协调操控成为必须解决的首要问题. 控制分配技术^[1]能够考虑位置和速率约束, 综合所有操纵面的控制效能分配指令, 实现飞行员像驾驶常规飞机一样进行操控, 是多操纵面飞行控制系统的一项关键技术.

20年来, 控制分配技术已发展出伪逆、直接分配和混合优化等方法, 广泛用于战斗机、舰船、航天器

及机器人等诸多过驱动控制领域. 其中伪逆和直接分配属于非优化控制分配方法, 而混合优化综合考虑操纵面的控制性能和虚拟指令的跟踪性能, 能够避免加权伪逆^[2-3]出现奇异矩阵的现象, 是国内外研究热点. Harkegard等^[4]将混合优化分别转化为约束最小二乘、序列最小二乘和加权最小二乘问题, 采用有效集法验证了混合优化分配的有效性. Frost等^[5]引入机翼载荷约束, 构建了混合优化控制分配模型, 通过最小化结构载荷实现了阵风减缓. Kishore等^[6]将卫星运载火箭的混合优化分配转化为带约束的线性矩阵不等式优化模型, 弥补了执行器动态对控制分配性能的影响, 提高了闭环系统稳定性.

总体来看, 大部分控制分配方法都是定权系数的, 明显存在两个缺点: 1) 容易陷入操纵面局部饱和, 产生舵效中和现象; 2) 不能根据操纵面状态协调控制指令, 限制了控制效能的整体发挥. 为此, 文献[7]从

收稿日期: 2015-04-10; 修回日期: 2015-12-05.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61304120, 61473307); 航空科学基金项目(20155896026).

作者简介: 陈勇(1984—), 男, 讲师, 博士, 从事控制分配、故障诊断、容错控制的研究; 董新民(1963—), 男, 教授, 博士生导师, 从事飞行器控制理论及应用等研究.

变权系数的角度出发,针对线性和非线性加权伪逆法提出了含操纵面约束的变权控制分配方案;文献[8]针对约束混合优化分配问题,沿梯度方向变化控制系数,减少了操纵面的不必要饱和;文献[9]提出了一种自适应变权系数的加权伪逆分配方案,结合鲁棒D-稳定状态反馈研究了卫星运载火箭的姿态控制问题.研究表明^[10],操纵面权系数直接影响控制分配效率,在多目标Pareto最优解集中,最优权系数可将加权伪逆分配效率相对提高2.3倍,混合优化法甚至可以提高4倍.

为了提升混合优化分配效率,本文考虑执行器动态特性,提出一种多操纵面变参数动态控制分配策略.在建立控制分配模型的基础上,分析变权系数的可行性.将非线性混合优化分配律线性化,基于线性矩阵不等式分别建立忽略和包含执行器动态的变参数控制分配模型.最后通过对比仿真验证了本文方法对控制分配效能提升的有效性.

1 多操纵面动态控制分配模型

1.1 控制分配问题

对于多操纵面飞机而言,在小扰动条件下可以描述成如下多输入多输出模型:

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}}(t) = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{B}_u\boldsymbol{u}(t), \\ \boldsymbol{y}(t) = \boldsymbol{C}\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{D}_u\boldsymbol{u}(t). \end{cases} \quad (1)$$

其中: $\boldsymbol{x}(t) \in \boldsymbol{R}^{n_x}$ 为飞机的状态, $\boldsymbol{y}(t) \in \boldsymbol{R}^p$ 为输出变量, $\boldsymbol{u}(t) \in \boldsymbol{R}^m$ 为控制指令, n_x 、 p 、 m 表示变量维数, \boldsymbol{A} 、 \boldsymbol{B}_u 、 \boldsymbol{C} 和 \boldsymbol{D}_u 表示系统输入输出系数矩阵.

由于飞机的操纵面个数 $m > 3$, 常引入虚拟控制指令 $\boldsymbol{v}(t)$ (通常为三轴控制力矩或姿态角加速度), 从而根据飞机方程可建立控制分配模型

$$\boldsymbol{v}(t) = \boldsymbol{B}\boldsymbol{u}(t). \quad (2)$$

其中: $\boldsymbol{v}(t) \in \boldsymbol{R}^n$ 的维数 $n = 3$, $\boldsymbol{B} \in \boldsymbol{R}^{n \times m}$ 表示操纵面的控制效率矩阵. 进而以虚拟控制指令为输入, 可将多操纵面飞机方程转化为

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}}(t) = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{B}_v\boldsymbol{v}(t), \\ \boldsymbol{y}(t) = \boldsymbol{C}\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{D}_v\boldsymbol{v}(t). \end{cases} \quad (3)$$

其中: \boldsymbol{B}_v 和 \boldsymbol{D}_v 为系统的虚拟控制输入矩阵, 且满足

$$\begin{cases} \boldsymbol{B}_u = \boldsymbol{B}_v\boldsymbol{B}, \\ \boldsymbol{D}_u = \boldsymbol{D}_v\boldsymbol{D}. \end{cases} \quad (4)$$

定义 1 若控制效率矩阵 \boldsymbol{B} 可以划分为

$$\boldsymbol{B} = [\boldsymbol{b}_1 \ \boldsymbol{b}_2 \ \cdots \ \boldsymbol{b}_m],$$

则称 $\boldsymbol{b}_i \in \boldsymbol{R}^n$ 为操纵面 i 的三轴控制效率.

多操纵面飞机模型(3)将飞行控制律设计分成主环和伺服环两个独立的部分, 主环可以采用常规方法进行设计, 伺服环则单独设计控制分配器. 其优点是可以方便地处理操纵面控制效能的损失及控制量个

数的变化(如卡死、损毁等), 无需改变主环控制结构.

1.2 执行器模型

实际执行器存在一定的偏转带宽, 通常可描述为

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}}_{\text{act}}(t) = \boldsymbol{A}_{\text{act}}\boldsymbol{x}_{\text{act}}(t) + \boldsymbol{B}_{\text{act}}\boldsymbol{u}(t), \\ \boldsymbol{\delta}(t) = \boldsymbol{C}_{\text{act}}\boldsymbol{x}_{\text{act}}(t) + \boldsymbol{D}_{\text{act}}\boldsymbol{u}(t). \end{cases} \quad (5)$$

其中: $\boldsymbol{x}_{\text{act}}(t) \in \boldsymbol{R}^{n_{\text{act}}}$ 为执行器状态, $\boldsymbol{\delta}_{\text{act}}(t) \in \boldsymbol{R}^m$ 表示实际偏转位置, $\boldsymbol{A}_{\text{act}}$ 、 $\boldsymbol{B}_{\text{act}}$ 、 $\boldsymbol{C}_{\text{act}}$ 和 $\boldsymbol{D}_{\text{act}}$ 为系统矩阵. 进一步, 得到含执行器动态的多操纵面飞机模型为

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}}(t) = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{B}_v\boldsymbol{v}(t), \\ \boldsymbol{y}(t) = \boldsymbol{C}\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{D}_v\boldsymbol{v}(t), \\ \dot{\boldsymbol{x}}_{\text{act}}(t) = \boldsymbol{A}_{\text{act}}\boldsymbol{x}_{\text{act}}(t) + \boldsymbol{B}_{\text{act}}\boldsymbol{u}(t), \\ \boldsymbol{\delta}(t) = \boldsymbol{C}_{\text{act}}\boldsymbol{x}_{\text{act}}(t) + \boldsymbol{D}_{\text{act}}\boldsymbol{u}(t), \\ \boldsymbol{v}(t) = \boldsymbol{B}\boldsymbol{\delta}(t). \end{cases} \quad (6)$$

操纵面偏转的位置约束集合为凸集, 即

$$\Omega_{\delta} = \{\boldsymbol{\delta}(t) | \boldsymbol{\delta}_{\min} \leq \boldsymbol{\delta}(t) \leq \boldsymbol{\delta}_{\max}\}, \quad (7)$$

其中 $\boldsymbol{\delta}_{\max}$ 和 $\boldsymbol{\delta}_{\min}$ 分别表示操纵面偏转量 $\boldsymbol{\delta}(t)$ 的上下极限位置. 操纵面偏转的速率约束集合为凸集, 即

$$\Omega_{\dot{\boldsymbol{\delta}}} = \{\dot{\boldsymbol{\delta}}(t) | \boldsymbol{\rho}_{\min} \leq \dot{\boldsymbol{\delta}}(t) \leq \boldsymbol{\rho}_{\max}\}, \quad (8)$$

其中 $\boldsymbol{\rho}_{\max}$ 和 $\boldsymbol{\rho}_{\min}$ 分别表示偏转速率 $\dot{\boldsymbol{\delta}}(t)$ 的上下极限. 若计算周期为 T , 则离散状态下操纵面约束集合

$$\Omega = \Omega_{\delta} \cap \Omega_{\dot{\boldsymbol{\delta}}} = \{\boldsymbol{\delta}(t) | \underline{\boldsymbol{\delta}}(t) \leq \boldsymbol{\delta}(t) \leq \bar{\boldsymbol{\delta}}(t)\}. \quad (9)$$

其中: $\bar{\boldsymbol{\delta}}(t)$ 和 $\underline{\boldsymbol{\delta}}(t)$ 表示当前操纵面的偏转上下限, 且满足

$$\begin{cases} \bar{\boldsymbol{\delta}}(t) = \min\{\boldsymbol{\delta}_{\max}, \boldsymbol{\delta}(t-T) + T\boldsymbol{\rho}_{\max}\}, \\ \underline{\boldsymbol{\delta}}(t) = \max\{\boldsymbol{\delta}_{\min}, \boldsymbol{\delta}(t-T) + T\boldsymbol{\rho}_{\min}\}. \end{cases} \quad (10)$$

控制分配系统综合考虑操纵面控制效能和执行器物理约束, 将虚拟控制指令分配到各操纵面上, 实现 $\boldsymbol{v}(t) \rightarrow \boldsymbol{\delta}(t)$ 的指令转化. 考虑执行器动态特性, 建立多操纵面动态控制分配模型为

$$\begin{aligned} & \min_{\boldsymbol{u}(t)} J(\boldsymbol{x}_{\text{act}}, \boldsymbol{v}, \boldsymbol{\delta}, \boldsymbol{u}); \\ & \text{s.t. } \boldsymbol{v}(t) = \boldsymbol{B}\boldsymbol{\delta}(t), \\ & \quad \dot{\boldsymbol{x}}_{\text{act}}(t) = \boldsymbol{A}_{\text{act}}\boldsymbol{x}_{\text{act}}(t) + \boldsymbol{B}_{\text{act}}\boldsymbol{u}(t), \\ & \quad \boldsymbol{\delta}(t) = \boldsymbol{C}_{\text{act}}\boldsymbol{x}_{\text{act}}(t) + \boldsymbol{D}_{\text{act}}\boldsymbol{u}(t), \\ & \quad \bar{\boldsymbol{\delta}}(t) = \min\{\boldsymbol{\delta}_{\max}, \boldsymbol{\delta}(t-T) + T\boldsymbol{\rho}_{\max}\}, \\ & \quad \underline{\boldsymbol{\delta}}(t) = \max\{\boldsymbol{\delta}_{\min}, \boldsymbol{\delta}(t-T) + T\boldsymbol{\rho}_{\min}\}. \end{aligned} \quad (11)$$

其中 $J(\boldsymbol{x}_{\text{act}}, \boldsymbol{v}, \boldsymbol{\delta}, \boldsymbol{u})$ 表示控制目标函数.

2 变参数控制分配策略

根据操纵面不同的物理特征及气动特性, 常在控制分配中赋予不同的偏转权重, 以实现偏转耗能最小、隐身截面最小及虚拟指令跟踪最准等控制目标, 从而出现了赋权控制分配策略. 美国空军研究实验室^[11]发现, 通过配置不同的参考位置、权系数等控制

分配参数,可以很好地协调操纵面出舵量,并对无尾飞机设计了最小偏量、最小阻力、最小机翼载荷、最小RCS、最小推力及零空间映射等6种控制分配模式.

2.1 混合优化控制分配

在研究混合优化控制分配之前,首先给出以操纵面偏转误差最小为目标的加权伪逆模型.

定理1 若正定对称权系数阵 $\mathbf{W}_1 \in \mathbf{R}^{m \times m}$ 非奇异,则加权伪逆分配优化模型为^[10]

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{u}(t)} J_1 &= \|\mathbf{W}_1(\mathbf{u}(t) - \mathbf{u}_s(t))\|_2^2; \\ \text{s.t. } \mathbf{v}_d(t) &= \mathbf{B} \cdot \mathbf{u}(t). \end{aligned} \quad (12)$$

对应的最优解为

$$\begin{cases} \mathbf{u}(t) = (\mathbf{I} - \mathbf{G}_1 \mathbf{B}) \mathbf{u}_s(t) + \mathbf{G}_1 \mathbf{v}_d(t), \\ \mathbf{G}_1 = \mathbf{W}_1^{-1} (\mathbf{B} \mathbf{W}_1^{-1})^\dagger. \end{cases} \quad (13)$$

其中: $\mathbf{u}_s(t)$ 和 $\mathbf{v}_d(t)$ 分别为期望控制指令和虚拟控制指令,上标“ \dagger ”表示 Moore-Penrose 逆.

推论1 加权伪逆法能够有解的关键在于矩阵 $\mathbf{B} \mathbf{W}_1^{-0.5}$ 必须满秩,以保证非奇异要求.

当飞机出现结构异常、操纵面损毁、执行器卡死等特殊情形时,满秩条件可能不成立,加权伪逆将无可行解.对于奇异情形,文献[12]提出了引入无关阻尼或奇异值分解的分配方法,但必然造成额外的控制分配误差.另一种有效的方法是混合优化控制分配.

定理2 以操纵面控制误差和虚拟控制误差为优化目标,建立混合优化控制分配模型

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{u}(t)} J_2 &= \|\mathbf{W}_2(\mathbf{v}(t) - \mathbf{v}_d(t))\|_2^2 + \\ &\quad \gamma \|\mathbf{W}_3(\mathbf{u}(t) - \mathbf{u}_s(t))\|_2^2; \\ \text{s.t. } \mathbf{v}(t) &= \mathbf{B} \cdot \mathbf{u}(t). \end{aligned} \quad (14)$$

其中: $\mathbf{W}_2 \in \mathbf{R}^{n \times n}$, $\mathbf{W}_3 \in \mathbf{R}^{m \times m}$ 均为正定的非奇异对称权系数矩阵; $\gamma > 0$ 为松弛因子.对应的最优解为

$$\begin{cases} \mathbf{u}(t) = \mathbf{G}_2 (\mathbf{B}^T \mathbf{W}_2^T \mathbf{W}_2 \mathbf{v}_d(t) + \gamma \mathbf{W}_3^T \mathbf{W}_3 \mathbf{u}_s(t)), \\ \mathbf{G}_2 = (\mathbf{B}^T \mathbf{W}_2^T \mathbf{W}_2 \mathbf{B} + \gamma \mathbf{W}_3^T \mathbf{W}_3)^{-1}. \end{cases} \quad (15)$$

证明 混合优化控制目标 J_2 可以转化为

$$J_2 = \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{W}_2 \mathbf{B} \\ \gamma^{0.5} \mathbf{W}_3 \end{bmatrix} \mathbf{u}(t) - \begin{bmatrix} \mathbf{W}_2 \mathbf{v}_d(t) \\ \gamma^{0.5} \mathbf{W}_3 \mathbf{u}_s(t) \end{bmatrix} \right\|_2^2.$$

若存在 $\mathbf{u}(t)$ 使得 J_2 最小,则 $\mathbf{u}(t)$ 需满足

$$\begin{bmatrix} \mathbf{W}_2 \mathbf{B} \\ \gamma^{0.5} \mathbf{W}_3 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{W}_2 \mathbf{B} \\ \gamma^{0.5} \mathbf{W}_3 \end{bmatrix} \mathbf{u} = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_2 \mathbf{B} \\ \gamma^{0.5} \mathbf{W}_3 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{W}_2 \mathbf{v}_d \\ \gamma^{0.5} \mathbf{W}_3 \mathbf{u}_s \end{bmatrix}.$$

两侧分别左乘 \mathbf{G}_2 ,进而展开可知定理成立. \square

推论2 对比式(13)和(15)可知,混合优化法将 $\mathbf{B} \mathbf{W}_1^{-1}$ 的伪逆转化为 $\mathbf{B}^T \mathbf{W}_2^T \mathbf{W}_2 \mathbf{B} + \gamma \mathbf{W}_3^T \mathbf{W}_3$ 求逆的形式,保证了控制分配律的可行.

2.2 变参数控制分配

混合优化分配模型(14)包括待分配操纵面、控制目标和分配约束等基本要素,直接影响分配结果.对于任意飞行状态,给定待分配操纵面,系统对应唯一的控制效率阵和分配约束,因而控制目标成为实现分配效能的重要因素.进一步可知,为了提高分配效能以最优实现控制目标,混合优化法可用于调节的参数只有控制权系数 \mathbf{W}_2 、虚拟控制权系数 \mathbf{W}_3 和松弛因子 γ .

通常对飞机三轴控制权重要求相同,不妨令

$$\mathbf{W} = \gamma^{0.5} \|\mathbf{W}_2\|_1^{-1} \mathbf{W}_3, \quad (16)$$

则结合式(15)知,混合优化分配律可转换为

$$\begin{cases} \mathbf{u}(t) = \mathbf{G}_3 \mathbf{W}^2 \mathbf{u}_s(t) + \mathbf{G}_3 \mathbf{B}^T \mathbf{v}_d(t), \\ \mathbf{G}_3 = (\mathbf{W}^2 + \mathbf{B}^T \mathbf{B})^{-1}. \end{cases} \quad (17)$$

推论3 在混合优化的权系数空间中,权值矩阵 \mathbf{W}_2 和 \mathbf{W}_3 的变化存在交叉耦合影响,其控制效果与式(17)中仅变化 \mathbf{W} 一致^[10].

对于混合优化分配律(17), $\mathbf{u}(t)$ 是关于权系数阵 \mathbf{W} 的非线性函数.不妨假设初始权阵为 \mathbf{W}_0 ,变化后对应 \mathbf{W}_Δ ,则混合优化分配律转变为

$$\begin{cases} \mathbf{u}(t) = \mathbf{R}_\Delta^{-1} (\mathbf{W}_\Delta^2 \mathbf{u}_s(t) + \mathbf{B}^T \mathbf{v}_d(t)), \\ \mathbf{R}_\Delta = \mathbf{W}_\Delta^2 + \mathbf{B}^T \mathbf{B}. \end{cases} \quad (18)$$

其中: $\mathbf{W}_\Delta = \mathbf{W}_0 + \Delta \mathbf{W} > 0$, $\Delta \mathbf{W} > 0$ 为变化矩阵.

当 $\Delta \mathbf{W}$ 摄动上界 λ_0 ($\lambda_0 \geq 0$) 较小时,根据泰勒定理将式(17)在 \mathbf{W}_0 展开,忽略二次项可得

$$\begin{aligned} \mathbf{u}(t) &= \\ & (\mathbf{W}_\Delta^2 + \mathbf{B}^T \mathbf{B})^{-1} (\mathbf{W}_\Delta^2 \mathbf{u}_s(t) + \mathbf{B}^T \mathbf{v}_d(t)) \cong \\ & \mathbf{R}_0^{-1} (\mathbf{W}_0^2 \mathbf{u}_s(t) + \mathbf{B}^T \mathbf{v}_d(t)) + 2\mathbf{R}_0^{-1} \mathbf{W}_0 \Delta \mathbf{W} \mathbf{u}_s(t) - \\ & 2\mathbf{R}_0^{-1} \mathbf{W}_0 \Delta \mathbf{W} \mathbf{R}_0^{-1} (\mathbf{W}_0^2 \mathbf{u}_s(t) + \mathbf{B}^T \mathbf{v}_d(t)), \end{aligned} \quad (19)$$

其中 $\mathbf{R}_0 = \mathbf{W}_0^2 + \mathbf{B}^T \mathbf{B}$.从而得到如下约束控制分配定理.

定理3 对于 $\lambda > 0$,当 $\Delta \mathbf{W}$ 满足线性矩阵不等式

$$\begin{aligned} & \min_{\Delta \mathbf{W}} \eta; \\ \text{s.t. } & \mathbf{u}_0(t) + 2\mathbf{R}_0^{-1} \mathbf{W}_0 \Delta \mathbf{W} (\mathbf{u}_s(t) - \mathbf{u}_0(t)) < \delta_{\max}, \\ & -\mathbf{u}_0(t) - 2\mathbf{R}_0^{-1} \mathbf{W}_0 \Delta \mathbf{W} (\mathbf{u}_s(t) - \mathbf{u}_0(t)) < -\delta_{\min}, \\ & \dot{\mathbf{u}}_0(t) + 2\mathbf{R}_0^{-1} \mathbf{W}_0 \Delta \mathbf{W} (\dot{\mathbf{u}}_s(t) - \dot{\mathbf{u}}_0(t)) < \rho_{\max}, \\ & -\dot{\mathbf{u}}_0(t) - 2\mathbf{R}_0^{-1} \mathbf{W}_0 \Delta \mathbf{W} (\dot{\mathbf{u}}_s(t) - \dot{\mathbf{u}}_0(t)) < -\rho_{\min}, \\ & \begin{bmatrix} \eta & * \\ \mathbf{u}_0(t) + 2\mathbf{R}_0^{-1} \mathbf{W}_0 \Delta \mathbf{W} (\mathbf{u}_s(t) - \mathbf{u}_0(t)) & \mathbf{I} \end{bmatrix} > 0, \\ & \begin{bmatrix} \lambda \mathbf{I} & * \\ \mathbf{W}_\Delta & \lambda \mathbf{I} \end{bmatrix} > 0, \\ & \mathbf{W}_\Delta = \mathbf{W}_\Delta^T = \mathbf{W}_0 + \Delta \mathbf{W} > 0 \end{aligned} \quad (20)$$

时, 存在矩阵 \mathbf{W}_Δ 使得模型 (14) 有混合优化分配律. 其中 $\mathbf{u}_0(t) = \mathbf{R}_0^{-1}(\mathbf{W}_0^2 \mathbf{u}_s(t) + \mathbf{B}^T \mathbf{v}_d(t))$.

证明 混合优化分配律 (19) 可转化为

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{u}_0(t) + 2\mathbf{R}_0^{-1}\mathbf{W}_0\Delta\mathbf{W}(\mathbf{u}_s(t) - \mathbf{u}_0(t)), \quad (21)$$

因而操纵面的物理约束可描述为

$$\begin{cases} \delta_{\min} < \\ \mathbf{u}_0(t) + 2\mathbf{R}_0^{-1}\mathbf{W}_0\Delta\mathbf{W}(\mathbf{u}_s(t) - \mathbf{u}_0(t)) < \delta_{\max}, \\ \rho_{\min} < \\ \dot{\mathbf{u}}_0(t) + 2\mathbf{R}_0^{-1}\mathbf{W}_0\Delta\mathbf{W}(\dot{\mathbf{u}}_s(t) - \dot{\mathbf{u}}_0(t)) < \rho_{\max}. \end{cases} \quad (22)$$

由于 $m > n$, 对于任意 $\mathbf{u}_s(t)$ 和 $\mathbf{v}_d(t)$, 在权系数阵变化 $\Delta\mathbf{W}$ 的情况下, 可能存在无数组可行的最优解. 但最优解对应的能量集合必定存在下界 η , 且满足

$$\begin{bmatrix} \eta & * \\ \mathbf{u}(t) & \mathbf{I} \end{bmatrix} > 0. \quad (23)$$

为了保证权系数阵 \mathbf{W} 正定对称, 结合式 (21)~(23), 可以得到 LMI 最优化模型 (20), 即定理成立. \square

定理 3 表明, 在混合优化分配指令出现饱和时, 可通过调整权系数 \mathbf{W}_Δ 使其满足物理约束式 (22), 从而实现操纵面指令按控制效能重新协调分配.

2.3 变参数动态控制分配

多操纵面飞机的冗余执行机构具有不同的控制效率和偏转带宽. 若某个或多个执行机构的带宽小于飞机运动频率, 则舵机执行指令将存在延时和衰减, 直接影响控制分配的精度和效率, 甚至导致飞控系统闭环不稳定^[13-14]. 控制权系数的变化可以改变多操纵面组合控制指令, 挖掘冗余控制效能, 在优化控制目标的同时对执行器动态进行有效补偿.

定理 4 对于 $\lambda > 0$, 当 $\Delta\mathbf{W}$ 满足线性矩阵不等式

$$\begin{aligned} & \min_{\Delta\mathbf{W}} \eta; \\ & \text{s.t. } \mathbf{C}_d\mathbf{A}_d\mathbf{x}_d(k) + \mathbf{C}_d\mathbf{B}_d\mathbf{u}_0(k) + \\ & \quad 2\mathbf{C}_d\mathbf{B}_d\mathbf{R}_0^{-1}\mathbf{W}_0\Delta\mathbf{W}(\mathbf{u}_s(k) - \mathbf{u}_0(k)) < \bar{\delta}(k+1), \\ & \quad \mathbf{C}_d\mathbf{A}_d\mathbf{x}_d(k) + \mathbf{C}_d\mathbf{B}_d\mathbf{u}_0(k) + \\ & \quad 2\mathbf{C}_d\mathbf{B}_d\mathbf{R}_0^{-1}\mathbf{W}_0\Delta\mathbf{W}(\mathbf{u}_s(k) - \mathbf{u}_0(k)) > \underline{\delta}(k+1), \\ & \quad \begin{bmatrix} \eta & * \\ \mathbf{C}_d\mathbf{A}_d\mathbf{x}_d(k) + \mathbf{C}_d\mathbf{B}_d\mathbf{u}_0(k) + \\ 2\mathbf{C}_d\mathbf{B}_d\mathbf{R}_0^{-1}\mathbf{W}_0\Delta\mathbf{W}(\mathbf{u}_s(k) - \mathbf{u}_0(k)) & \mathbf{I} \end{bmatrix} > 0, \\ & \quad \begin{bmatrix} \lambda\mathbf{I} & * \\ \mathbf{W}_\Delta & \lambda\mathbf{I} \end{bmatrix} > 0, \\ & \quad \mathbf{W}_\Delta = \mathbf{W}_\Delta^T = \mathbf{W}_0 + \Delta\mathbf{W} > 0 \end{aligned} \quad (24)$$

时, 存在矩阵 \mathbf{W}_Δ , 在模型 (14) 的基础上得到包含执行器动态特性的混合优化分配律. 其中: \mathbf{A}_d 、 \mathbf{B}_d 、 \mathbf{C}_d

为执行器动态的离散系统矩阵.

证明 在 k 时刻, 执行器动态模型离散化为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_d(k) = \mathbf{A}_d\mathbf{x}_d(k) + \mathbf{B}_d\mathbf{u}(k), \\ \delta(k) = \mathbf{C}_d\mathbf{x}_d(k). \end{cases} \quad (25)$$

由于操纵面存在物理约束, 结合式 (9) 和 (10) 可知, 在 $k+1$ 时刻满足

$$\begin{cases} \underline{\delta}(k+1) \leq \delta(k+1) \leq \bar{\delta}(k+1), \\ \bar{\delta}(k+1) = \min\{\delta_{\max}, \delta(k) + T\rho_{\max}\}, \\ \underline{\delta}(k+1) = \max\{\delta_{\min}, \delta(k) + T\rho_{\min}\}. \end{cases} \quad (26)$$

由式 (19) 和 (25) 可知

$$\begin{aligned} \delta(k+1) &= \\ & \mathbf{C}_d\mathbf{A}_d\mathbf{x}_d(k) + \mathbf{C}_d\mathbf{B}_d\mathbf{u}_0(k) + \\ & 2\mathbf{C}_d\mathbf{B}_d\mathbf{R}_0^{-1}\mathbf{W}_0\Delta\mathbf{W}(\mathbf{u}_s(k) - \mathbf{u}_0(k)). \end{aligned} \quad (27)$$

在 \mathbf{W} 正定对称的基础上, 结合式 (23)、(25)~(27), 可以得到包含执行器动态的 LMI 混合优化分配模型 (24), 从而定理成立. \square

定理 4 表明, 当混合优化分配指令出现饱和时, 可以根据执行器动态特性调整 \mathbf{W} 满足物理约束 (26), 实现操纵面指令按控制效能和执行器动态重新协调分配.

2.4 控制分配的参数灵敏度

权系数作为混合优化分配的重要参数, 如何评价其变化对控制分配结果的影响, 是描述控制分配参数灵敏度的出发点. Frost 等^[15] 基于混合优化分配机理, 研究了多操纵面飞机的指令灵敏度. 具体可描述为: 对预定的可达虚拟指令 $\mathbf{v}_{d1}(t)$, 生成的控制分配指令为 $\mathbf{u}_{d1}(t)$, 而存在摄动时对应的虚拟指令和控制指令分别为 $\mathbf{v}_{d2}(t)$ 和 $\mathbf{u}_{d2}(t)$, 则指令灵敏度定义为

$$S_u^v = \frac{\|\mathbf{u}_{d2}(t) - \mathbf{u}_{d1}(t)\|_2}{m\|\mathbf{v}_{d2}(t) - \mathbf{v}_{d1}(t)\|_2}. \quad (28)$$

类似地, 定义权系数摄动时控制分配的参数灵敏度

$$S_u^W = \frac{\|\mathbf{u}_{d2}(t) - \mathbf{u}_{d1}(t)\|_2}{m\|\mathbf{W}_{d2} - \mathbf{W}_{d1}\|_2} = \frac{\|\mathbf{e}(t)\|_2}{m\|\mathbf{W}_{d2} - \mathbf{W}_{d1}\|_2}. \quad (29)$$

其中: \mathbf{W}_{d1} 和 \mathbf{W}_{d2} 为摄动前后的权系数矩阵, $\mathbf{e}(t)$ 为操纵面指令的变化量. 结合式 (17) 和 (18), 存在

$$\begin{aligned} \mathbf{e}(t) &= (\mathbf{R}_\Delta^{-1}\mathbf{W}_\Delta^2 - \mathbf{G}_3\mathbf{W}^2)\mathbf{u}_s(t) + \\ & (\mathbf{R}_\Delta^{-1} - \mathbf{G}_3)\mathbf{B}^T\mathbf{v}_d(t). \end{aligned} \quad (30)$$

参数灵敏度可以直观地反映控制权系数变化时控制分配策略的变化情况, 从侧面说明了系统参数变化对应操纵面指令响应速度.

3 仿真实验

以瑞典防卫机构开发的六自由度多操纵面战斗机 ADMIRE 模型^[13, 16] 为仿真对象, 选择虚拟控制指令 $\mathbf{v} = [\dot{p}, \dot{q}, \dot{r}]^T$ 分别表示滚转、俯仰和偏航角加速度,

控制量 $\delta = [\delta_c, \delta_{le}, \delta_{re}, \delta_r]^T$ 分别表示飞机的鸭翼、左升降副翼、右升降副翼和方向舵. 操纵面偏转的位置约束和速率约束为

$$\begin{aligned} \delta_{\max} &= [25 \ 30 \ 30 \ 30]^T, \\ \delta_{\min} &= -1 \times [55 \ 30 \ 30 \ 30]^T, \\ \rho_{\max} &= -\rho_{\min} = 50 \times [1 \ 1 \ 1 \ 1]^T. \end{aligned} \quad (31)$$

考虑 δ_c 和 δ_r 的执行器模型为一阶形式, 即

$$T_s \dot{\delta}_i(t) = -\delta_i(t) + u_i(t), \quad i = c, r. \quad (32)$$

δ_{le} 和 δ_{re} 的执行器为二阶模型, 即

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_{\text{act}}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_n^2 & -2\xi\omega_n \end{bmatrix} \mathbf{x}_{\text{act}}(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_n^2 \end{bmatrix} u_i(t), \\ \delta_i(t) = [1 \ 0] \mathbf{x}_{\text{act}}(t), \quad i = le, re. \end{cases} \quad (33)$$

其中: $\mathbf{x}_{\text{act}} = [\delta_i \ \dot{\delta}_i]^T$, $T_s = 1/15$, $\xi = 0.7071$, $\omega_n = 18$.

选定 $\mathbf{W}_2 = \text{diag}(1, 1, 1)$, $\mathbf{W}_3 = [w_c, w_{le}, w_{re}, w_r] = \text{diag}(1, 2, 2, 1)$, $\gamma = 10^{-3}$, 设计以下方案进行对比仿真.

方案1 混合优化控制分配方案: 不考虑执行器动态, 直接按式(15)进行控制分配律设计;

方案2 变参数控制分配方案: 不考虑执行器动态, 求解式(20)进行变参数控制分配律设计;

方案3 变参数动态控制分配方案: 考虑执行器动态, 求解式(24)进行变参数动态控制分配律设计.

期望虚拟控制指令按文献[16]进行设计, 图1为3种控制方案的动态跟踪过程, 图2为相应的操纵面指令动态过程.

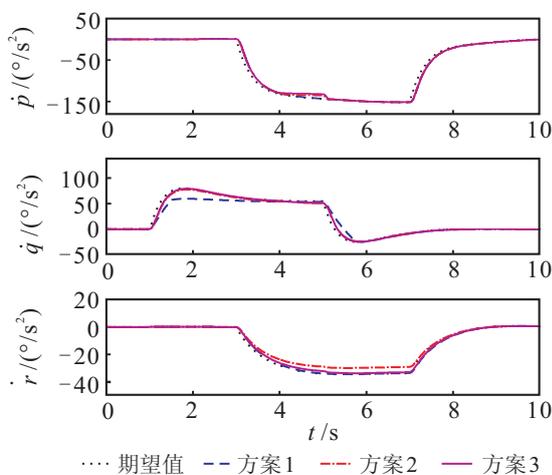


图1 虚拟控制指令的动态过程

从图1可以看出: 在俯仰通道, 随着期望指令的正向增大, 方案1在设计控制分配律时未考虑执行器动态, 无法产生动态舵偏指令快速跟踪俯仰角加速度变化; 在1.5s ~ 5.1s时, 虚拟控制指令不断变化, 控制分配甚至产生了几乎不变的控制效果. 由图2可知, 此时鸭翼一直处于正向饱和状态, 而左右升降副翼尚

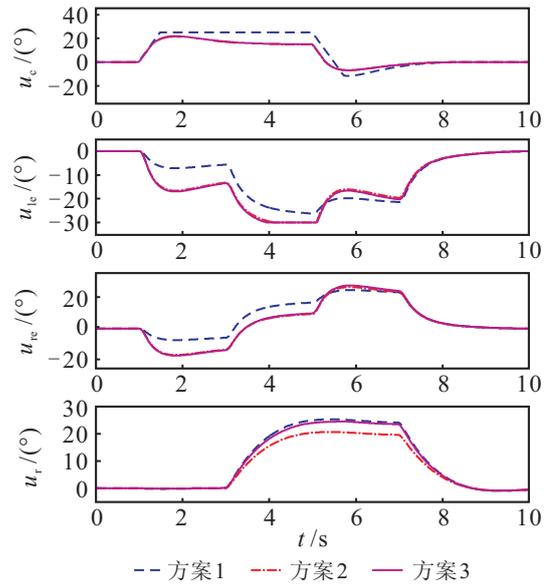


图2 操纵面指令的动态过程

有俯仰控制冗余, 说明定权系数的控制分配器未能挖掘操纵面的冗余控制效能, 以最优实现控制目标.

图3为方案2和方案3对应权系数的变化曲线. 通过不断调节权系数, 方案2和方案3能够设计可行的控制分配律, 实现对3个通道指令的有效跟踪. 结合图1可知, 方案2在设计中未考虑执行器动态特性, 虽然变权系数缓和了操纵面陷入饱和而无法跟踪变化虚拟指令的问题, 但是在航向通道却出现了虚拟指令跟踪滞后和衰减的现象. 为此, 方案3充分考虑了执行器的动态特性, 从4.5s指令刚受到动态影响时就不断调节权系数, 以产生适应执行器动态的操纵面补偿指令, 这体现在图3中方向舵权系数不断抖动.

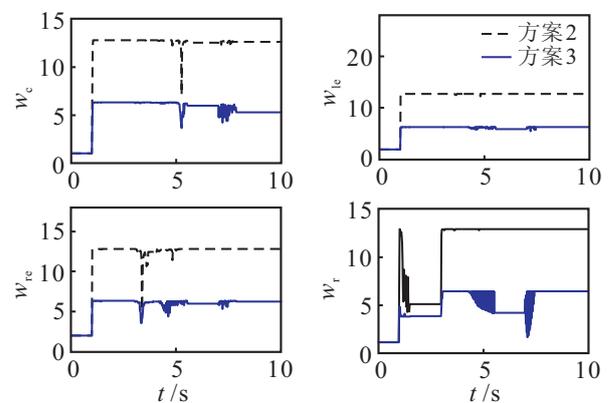


图3 控制权系数的变化曲线

总体来看, 在执行器存在动态影响时, 方案2和方案3通过变权系数能够比方案1更好地挖掘多操纵面的冗余控制效能, 且方案3在包含执行器动态的控制分配系统中具有较好的操纵指令分配效果.

图4为方案2和方案3在权系数变化时的参数灵敏度变化曲线. 可以看出, 方案3的控制指令对权系数变化具有更大灵敏度, 最大值在3.64s时达到39.93, 而方案2仅为13.09. 但是, 方案2和方案3的参数灵

灵敏度平均值却分别为 1.256 和 1.059。分析图 3 和图 4 可知, 这是方案 3 在执行器动态影响时不断调节权系数至与系统动态相协调的位置, 其参数灵敏度的瞬态值较大, 但稳态值整体很小。

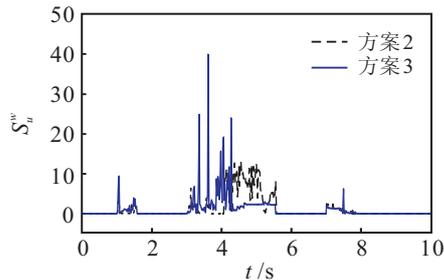


图 4 参数灵敏度的变化曲线

4 结 论

在分析多操纵面飞机混合优化控制分配机理的基础上, 本文提出了一种变参数动态控制分配策略。针对多操纵面飞行控制系统, 建立了控制分配数学模型, 分析了执行器的动态特性及其物理约束, 研究了定参数混合优化分配方法, 指出了其存在分配效率受限的问题。为此, 从忽略和包含执行器动态两个方面分别研究了变参数控制分配策略, 建立了线性矩阵不等式优化模型。进一步, 定义了控制分配的参数灵敏度, 可直观地反映控制分配指令对权系数变化的响应程度。结合某多操纵面飞机的仿真实验表明, 变参数的控制分配方案能够更好地发挥多操纵面的冗余控制效能, 且考虑执行器动态时具有更佳的控制效果。变参数动态控制分配策略的实时性和可达性将是一阶段的研究重点。

参考文献(References)

- [1] Johansen T A, Fossem T I. Control allocation—A survey[J]. *Automatica*, 2013, 49(5): 1087-1103.
- [2] Hamayun M T, Edwards C, Alwi H. A fault tolerant control allocation scheme with output integral[J]. *Automatica*, 2013, 49(6): 1830-1837.
- [3] Ji S W, Van P B, Balachandran B, et al. Robust control allocation design for marine vessel[J]. *Ocean Engineering*, 2013, 63(3): 105-111.
- [4] Harkegard O. Efficient active set algorithms for solving constrained least squares problems in aircraft control allocation[C]. *IEEE Conf on Decision and Control*. New York: IEEE Press, 2002: 1295-1300.
- [5] Frost S A, Taylor B R, Bodson M. Investigation of optimal control allocation for gust load alleviation in flight control[J]. *AIAA J*, 2012(4): 1-11.
- [6] Kishore W C, Dasgupta S, Ray G, et al. Control allocation for an over-actuated satellite launch vehicle[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2013, 28(1): 56-71.
- [7] Boskovic J D, Ling B, Prasanth R, et al. Design of control allocation algorithms for over-actuated aircraft under constraints using LMIs[C]. *Proc of the 41st IEEE Conf on Decision and Control*. New York: IEEE Press, 2002: 1711-1716.
- [8] 陈勇, 董新民, 薛建平, 等. 多操纵面飞控系统约束自适应控制分配策略[J]. *系统工程与电子技术*, 2011, 33(5): 1118-1123.
(Chen Y, Dong X M, Xue J P, et al. Constrained adaptive control allocation for multi-effectors flight control system[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2011, 33(5): 1118-1123.)
- [9] Kishore W C, Sen S, Ray G. Disturbance rejection and control allocation of over-actuated systems[C]. *IEEE Int Conf on Industrial Technology*. New York: IEEE Press, 2006: 1054-1059.
- [10] 陈勇, 董新民, 薛建平, 等. 赋权控制分配策略的权系数多目标优化设计[J]. *控制与决策*, 2013, 28(7): 991-996.
(Chen Y, Dong X M, Xue J P, et al. Design weight factors with multi-objective optimization for weighted control allocation scheme[J]. *Control and Decision*, 2013, 28(7): 991-996.)
- [11] Buffington J M. Modular control law design for the innovative control effectors(ICE) tailless fighter aircraft configuration 101-3[R]. Ohio: Air Force Research Laboratory, 1999: 12-17.
- [12] Levine W S. The control handbook, control system applications[M]. 2nd. Boca Raton: CRC Press, 2011: 1-24.
- [13] 陈勇, 董新民, 薛建平, 等. 执行器不确定系统鲁棒预测动态控制分配策略[J]. *控制理论与应用*, 2012, 29(4): 447-456.
(Chen Y, Dong X M, Xue J P, et al. Robust predictive dynamic control allocation for uncertain actuators[J]. *Control Theory & Applications*, 2012, 29(4): 447-456.)
- [14] 马建军, 郑志强, 胡德文. 包含执行器动力学的子空间预测动态控制分配方法[J]. *自动化学报*, 2010, 36(1): 130-138.
(Ma J J, Zheng Z Q, Hu D W. Subspace predictive dynamic control allocation for overactuated system with actuator dynamics[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2010, 36(1): 130-138.)
- [15] Frost S A, Bodson M. Sensitivity analysis of linear programming and quadratic programming algorithms for control allocation[C]. *Proc of Aerospace Conf and Exhibit*. New York: IEEE Press, 2009: 1-15.
- [16] Harkegard O, Glad S T. Resolving actuator redundancy-optimal control vs control allocation[J]. *Automatica*, 2005, 41(1): 137-144.