

带不确定噪声方差保性能鲁棒集中式融合 Kalman 预报器

杨春山^{1,2}, 杨智博¹, 邓自立¹

(1. 黑龙江大学 电子工程学院, 哈尔滨 150080; 2. 黑龙江工商学院 计算机科学与技术系, 哈尔滨 150025)

摘要: 对于带不确定噪声方差的多传感器系统, 基于极大极小鲁棒估计原理, 提出保证估计性能的集中式融合鲁棒稳态 Kalman 预报器. 对于预置的估计精度偏差指标, 利用 Lagrange 乘数法求得相应噪声方差的最大扰动域, 使该域中所有可容许的噪声扰动, 其实际精度对鲁棒精度的偏差被保证在预置范围内, 并给出精度偏差的最大下界和最小上界. 应用 Lyapunov 方程方法证明了保证估计性能能够被满足. 仿真分析表明了所得结果的正确性和有效性.

关键词: 多传感器数据融合; 鲁棒 Kalman 预报器; 保证性能; 不确定噪声方差; 极大极小鲁棒估计

中图分类号: O211.64

文献标志码: A

Guaranteed cost robust centralized fusion Kalman predictor with uncertain noise variances

YANG Chun-shan^{1,2}, YANG Zhi-bo¹, DENG Zi-li¹

(1. College of Electronic Engineering, Heilongjiang University, Harbin 150080, China; 2. Department of Computer Science and Technology, Heilongjiang College of Business and Technology, Harbin 150025, China. Correspondent: DENG Zi-li, E-mail: dzl@hlju.edu.cn)

Abstract: A guaranteed cost robust centralized fusion steady-state Kalman predictor is presented for the multisensor system with uncertain noise variances based on the minimax robust estimation principle. A maximal perturbation region of uncertain noise covariances is obtained by using the Lagrange multiplier method. For all admissible perturbations in this region, the deviations of its actual accuracies with respect to the robust accuracy are guaranteed to remain within the prescribed range, and the maximal lower bound and minimal upper bound of accuracy deviations are given. The proof of the guaranteed cost is presented by using the Lyapunov equation approach. A simulation example is given to illustrate the correctness and effectiveness of the proposed method.

Keywords: multisensor data fusion; robust Kalman predictor; guaranteed cost; uncertain noise variances; minimax robust estimation

0 引言

经典 Kalman 滤波仅适用于模型参数和噪声方差精确已知的系统, 但在实际应用中, 模型简化、可变参数、未建模动态等原因引起模型参数或噪声方差的不确定, 导致 Kalman 滤波性能变坏或发散^[1], 因此, 不确定系统的鲁棒 Kalman 滤波^[2-3]和信息融合鲁棒 Kalman 滤波得到越来越多的关注^[4]. 集中式和分布式融合方法是多传感器系统融合两种基本方法, 集中式融合方法虽然有计算负担较大的缺点, 但具有整体融合精度高的优点, 并且是其他融合方法的基础, 具有重要理论和应用意义.

文献 [2-3] 对于带未知模型参数的系统, 分别使

用 Riccati 方程和线性矩阵 (LMI) 不等式方法设计了鲁棒 Kalman 滤波器; 文献 [5-7] 对于带未知噪声方差的系统, 提出了统一的加权融合鲁棒 Kalman 滤波理论, 并提出证明鲁棒性的 Lyapunov 方程方法; 文献 [8] 对带不确定噪声广义系统, 提出了保证估计性能的极大极小鲁棒 Kalman 滤波器, 并使用博弈理论证明了保证的估计精度. 文献 [9] 提出了一种保证估计性能的鲁棒状态估值器. 文献 [5-7,9] 的局限性是仅给出了估计精度偏差的下界, 文献 [8] 的局限性是仅给出了估计精度偏差的上界.

本文在文献 [5-7] 的基础上, 对带有不确定噪声方差的多传感器系统, 进一步提出了保证估值性能

收稿日期: 2015-04-13; 修回日期: 2015-06-23.

基金项目: 国家自然科学基金项目(60874063, 60374026).

作者简介: 杨春山(1975-), 男, 副教授, 博士生, 从事鲁棒 Kalman 滤波理论等研究; 邓自立(1938-), 男, 教授, 博士生导师, 从事最优和信息融合鲁棒 Kalman 滤波理论等研究.

的鲁棒集中式融合 Kalman 预报器,同时给出了精度偏差的最小上界和最大下界.克服上述文献关于保性能鲁棒性结果的局限性,利用噪声扰动参数化方法和 Lagrange 乘数法构建了关于不确定噪声方差的最大扰动域,使得在此扰动域中所有容许的扰动,其融合估值精度的偏差被保证在指定的范围内.利用 Lyapunov 方程方法证明了保证的估值性能,比文献[8]利用博弈理论证明方法更简单.最后通过仿真分析表明了所得结果的正确性和有效性.

1 问题描述

考虑如下多传感器不确定系统:

$$x(t+1) = \Phi x(t) + \Gamma w(t), \quad (1)$$

$$y_i(t) = H_i x(t) + v_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, L. \quad (2)$$

其中: $x(t) \in \mathbf{R}^n$ 为系统的状态向量, $y_i(t) \in \mathbf{R}^{m_i}$ 为观测向量, L 为传感器个数, Φ 、 Γ 和 H_i 为已知适当维数的常阵.

假设 1 $w(t) \in \mathbf{R}^l$ 和 $v_i(t)$ 是均值为 0、未知不确定真实方差分别为 \bar{Q} 和 \bar{R}_i 的互不相关白噪声,且有

$$\bar{Q} \leq Q, \quad \bar{R}_i \leq R_i, \quad i = 1, 2, \dots, L, \quad (3)$$

其中 Q 和 R_i 分别为 \bar{Q} 和 \bar{R}_i 的保守上界,有

$$\Delta Q = Q - \bar{Q}, \quad \Delta Q \geq 0, \quad (4)$$

$$\Delta R_i = R_i - \bar{R}_i, \quad \Delta R_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, L. \quad (5)$$

假设 2 方差扰动 ΔQ 和 ΔR_i 可参数化为如下形式:

$$\Delta Q = \sum_{i=1}^p \varepsilon_i Q_i, \quad (6)$$

$$\Delta R_i = \sum_{j=1}^{q_i} e_j^{(i)} R_j^{(i)}, \quad i = 1, 2, \dots, L. \quad (7)$$

其中: 加权阵 $Q_i \geq 0$ 和 $R_j^{(i)} \geq 0$ 为已知的半正定对称阵, $\varepsilon_i \geq 0$ 和 $e_j \geq 0$ 为不确定参数扰动.

注 1 这种参数化表示具有一般性.如,若 ΔQ 和 ΔR_i 为对角阵,即 $\Delta Q = \text{diag}(\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_p)$, $\Delta R_i = \text{diag}(e_1^{(i)}, \dots, e_{m_i}^{(i)})$, 则可以选取 Q_i 为对角阵,其第 (i, i) 元素为 1, 其余元素为 0; 选取 $R_j^{(i)}$ 为对角阵,其第 (j, j) 元素为 1, 其余元素为 0, 于是便有参数化表示式(6)和(7).对于一般情形也可类似地构造 $Q_i \geq 0$ 和 $R_j^{(i)} \geq 0$.

引入集中式融合观测方程

$$y^{(0)}(t) = H^{(0)}x(t) + v^{(0)}(t). \quad (8)$$

其中

$$y^{(0)}(t) = [y_1^T(t), y_2^T(t), \dots, y_L^T(t)], \quad (9)$$

$$H^{(0)} = [H_1^T(t), H_2^T(t), \dots, H_L^T(t)]^T, \quad (10)$$

$$v^{(0)} = [v_1^T(t), v_2^T(t), \dots, v_L^T(t)]^T. \quad (11)$$

融合观测噪声 $v^{(0)}(t)$ 的保守和实际方差分别为

$$R^{(0)} = \text{diag}(R_1, R_2, \dots, R_L), \quad (12)$$

$$\bar{R}^{(0)} = \text{diag}(\bar{R}_1, \bar{R}_2, \dots, \bar{R}_L), \quad (13)$$

则融合噪声方差扰动 $\Delta R^{(0)} = R^{(0)} - \bar{R}^{(0)}$ 可参数化为

$$\Delta R^{(0)} = \text{diag}(\Delta R_1, \Delta R_2, \dots, \Delta R_L) = \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^{q_i} e_j^{(i)} R_j^{(i)*}. \quad (14)$$

其中: $\text{diag}(\cdot)$ 为块对角阵; $R_j^{(i)*}$ 为 $(m_1 + m_2 + \dots + m_L) \times (m_1 + m_2 + \dots + m_L)$ 维矩阵,形如

$$R_j^{(i)*} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & 0 & R_j^{(i)} & 0 & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (15)$$

$$i = 1, 2, \dots, L, \quad j = 1, 2, \dots, q_i,$$

$R_j^{(i)}$ ($j = 1, 2, \dots, q_i$) 均位于 $R_j^{(i)*}$ 的第 (i, i) 子块处.

本文的目标是对带有不确定噪声方差的集中式融合系统(1)和(8),在假设 1 和假设 2 的情况下设计鲁棒集中式融合 Kalman 预报器,并寻找扰动上界 $\varepsilon_i^m > 0$, $e_j^{(i)m} > 0$, 从而构建最大鲁棒域

$$\Omega^m = \{(\Delta Q, \Delta R^{(0)}) : 0 \leq \Delta Q \leq \Delta Q^m, \\ 0 \leq \Delta R^{(0)} \leq \Delta R^{(0)m}\}. \quad (16)$$

其中

$$\Delta Q^m = \sum_{i=1}^p \varepsilon_i^m Q_i,$$

$$\Delta R^{(0)m} = \text{diag}(\Delta R_1^m, \Delta R_2^m, \dots, \Delta R_L^m); \quad (17)$$

$$\Delta R_i^m = \sum_{j=1}^{q_i} e_j^{(i)m} R_j^{(i)}, \quad i = 1, 2, \dots, L; \quad (18)$$

$$0 \leq \varepsilon_i \leq \varepsilon_i^m, \quad i = 1, 2, \dots, p; \quad (19)$$

$$0 \leq e_j^{(i)} \leq e_j^{(i)m}, \quad i = 1, 2, \dots, L, \quad j = 1, 2, \dots, q_i. \quad (20)$$

对于此域中的所有不确定扰动 $(\Delta Q, \Delta R^{(0)}) \in \Omega^m$, 相应的鲁棒集中式融合 Kalman 预报器的精度偏差被保证在预置范围内.

2 保性能鲁棒集中式融合稳态 Kalman 预报器

对于带保守方差上界 Q 和 $R^{(0)}$ 的多传感器最坏情形保守系统(1)和(8),有保守的最小方差集中式融合稳态 Kalman 预报器为

$$\hat{x}(t+1|t) = \Psi_p \hat{x}(t|t-1) + K_p y^{(0)}(t), \quad (21)$$

$$K_p = \Phi \Sigma H^{(0)T} [H^{(0)} \Sigma H^{(0)T} + R^{(0)}]^{-1}, \quad (22)$$

$$\Psi_p = \Phi - K_p H^{(0)}. \quad (23)$$

其中: Ψ_p 为稳定矩阵^[10], Σ 满足保守的稳态 Riccati 方程

$$\begin{aligned} \Sigma = & \Phi[\Sigma - \Sigma H^{(0)T} (H^{(0)} \Sigma H^{(0)T} + R^{(0)})^{-1} H^{(0)} \Sigma] \times \\ & \Phi^T + \Gamma Q \Gamma^T. \end{aligned} \quad (24)$$

定义预报误差

$$\tilde{x}(t+1|t) = x(t+1) - \hat{x}(t+1|t), \quad (25)$$

将式(1)和(21)代入(25), 引出

$$\tilde{x}(t+1|t) = \Psi_p \tilde{x}(t|t-1) + \Gamma w(t) - K_p v^{(0)}(t), \quad (26)$$

因此, Σ 也满足保守的稳态 Lyapunov 方程

$$\Sigma = \Psi_p \Sigma \Psi_p^T + \Gamma Q \Gamma^T + K_p R^{(0)} K_p^T. \quad (27)$$

注 2 由保守上界方差 Q 和 $R^{(0)}$ 生成的保守观测 $y^{(0)}(t)$ 是不可用的, 将保守观测替换为由实际方差 \bar{Q} 和 $\bar{R}^{(0)}$ 生成的实际观测 $y^{(0)}(t)$, 则式(21)称为实际的集中式融合 Kalman 预报器.

由式(26)类似可得到实际预报器方差

$$\bar{\Sigma} = \Psi_p \bar{\Sigma} \Psi_p^T + \Gamma \bar{Q} \Gamma^T + K_p \bar{R}^{(0)} K_p^T. \quad (28)$$

令

$$\Delta \Sigma = \Sigma - \bar{\Sigma}, \quad (29)$$

将式(27)减去(28), $\Delta \Sigma$ 满足如下 Lyapunov 方程:

$$\Delta \Sigma = \Psi_p \Delta \Sigma \Psi_p^T + \Gamma \Delta Q \Gamma^T + K_p \Delta R^{(0)} K_p^T, \quad (30)$$

式(30)有唯一解^[10]

$$\Delta \Sigma = \sum_{s=0}^{\infty} \Psi_p^s [\Gamma \Delta Q \Gamma^T + K_p \Delta R^{(0)} K_p^T] \Psi_p^{sT}. \quad (31)$$

将式(6)和(14)代入(31), 有

$$\begin{aligned} \Delta \Sigma = & \sum_{s=0}^{\infty} \Psi_p^s \left[\Gamma \left(\sum_{i=1}^p \varepsilon_i Q_i \right) \Gamma^T + \right. \\ & \left. K_p \left(\sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^{q_i} e_j^{(i)} R_j^{(i)*} \right) K_p^T \right] \Psi_p^{sT} = \\ & \sum_{i=1}^p \varepsilon_i \left(\sum_{s=0}^{\infty} \Psi_p^s \Gamma Q_i \Gamma^T \Psi_p^{sT} \right) + \\ & \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^{q_i} e_j^{(i)} \left(\sum_{s=0}^{\infty} \Psi_p^s K_p R_j^{(i)*} K_p^T \Psi_p^{sT} \right). \end{aligned} \quad (32)$$

定义非负定矩阵 $C_i \geq 0$ 和 $D_{ij} \geq 0$ 为

$$C_i = \sum_{s=0}^{\infty} \Psi_p^s \Gamma Q_i \Gamma^T \Psi_p^{sT}, \quad i = 1, 2, \dots, p; \quad (33)$$

$$D_{ij} = \sum_{s=0}^{\infty} \Psi_p^s K_p R_j^{(i)*} K_p^T \Psi_p^{sT},$$

$$i = 1, 2, \dots, L, \quad j = 1, 2, \dots, q_i. \quad (34)$$

因为 Ψ_p 是稳定矩阵, 所以 C_i 和 D_{ij} 可通过求解下述 Lyapunov 方程得到:

$$C_i = \Psi_p C_i \Psi_p^T + \Gamma Q_i \Gamma^T, \quad i = 1, 2, \dots, p; \quad (35)$$

$$D_{ij} = \Psi_p D_{ij} \Psi_p^T + K_p R_j^{(i)*} K_p^T, \quad i = 1, 2, \dots, L, \quad j = 1, 2, \dots, q_i. \quad (36)$$

式(32)可改写为

$$\Delta \Sigma = \sum_{i=1}^p \varepsilon_i C_i + \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^{q_i} e_j^{(i)} D_{ij}. \quad (37)$$

对式(37)两端取迹运算, 记

$$c_i = \text{tr} C_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, p; \quad (38)$$

$$d_{ij} = \text{tr} D_{ij}, \quad i = 1, 2, \dots, L, \quad j = 1, 2, \dots, q_i. \quad (39)$$

有

$$\text{tr} \Delta \Sigma = \sum_{i=1}^p \varepsilon_i c_i + \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^{q_i} e_j^{(i)} d_{ij}, \quad (40)$$

其中 $\text{tr}(\cdot)$ 记为矩阵的迹. 在鲁棒域中取扰动上界

$$\Delta Q = \Delta Q^m, \quad \Delta R^{(0)} = \Delta R^{(0)m}. \quad (41)$$

根据式(40)有

$$\text{tr} \Delta \Sigma^m = \sum_{i=1}^p \varepsilon_i^m c_i + \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^{q_i} e_j^{(i)m} d_{ij}. \quad (42)$$

对于预置的保性能指标或精度偏差指标 $r > 0$, 下面的问题是找到由式(16)~(20)定义的最大鲁棒域 Ω^m , 对此域中所有容许的噪声扰动, 所设计的集中式融合鲁棒 Kalman 预报器的精度偏差保证在预置范围内. 由式(40)可知, 精度偏差是扰动参数的线性函数, 由线性规划理论, 在参数最大扰动域的边界点处将使精度偏差取极大值. 几何上, 寻找最大鲁棒域 Ω^m 问题等价于极大化参数扰动超长方体集合

$$\begin{aligned} \Omega_0^m = & \{0 \leq \varepsilon_i \leq \varepsilon_i^m, \quad i = 1, 2, \dots, p, \\ & 0 \leq e_j^{(i)} \leq e_j^{(i)m}, \quad i = 1, 2, \dots, L, \quad j = 1, 2, \dots, q_i\} \end{aligned} \quad (43)$$

的体积, 约束为

$$\sum_{i=1}^p \varepsilon_i^m c_i + \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^{q_i} e_j^{(i)m} d_{ij} = r. \quad (44)$$

这意味着最大扰动精度偏差 r 在扰动域边界点处. 所以问题又等价于在约束(44)下求用所有 ε_i^m 、 $e_j^{(i)m}$ 的乘积表示的超长方体体积的极大值, 即

$$\max J = \varepsilon_1^m \varepsilon_2^m \dots \varepsilon_p^m e_1^{(1)m} \dots e_{q_1}^{(1)m} \dots e_1^{(L)m} \dots e_{q_L}^{(L)m}. \quad (45)$$

进而, 问题等价于在约束(44)下极大化 $\ln J$, 有

$$\max \ln J = \sum_{i=1}^p \ln \varepsilon_i^m + \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^{q_i} \ln e_j^{(i)m}. \quad (46)$$

应用带乘数 λ 的 Lagrange 乘数法, 最终该问题转化为

求不带约束的极大值问题,即

$$\begin{aligned} \max F = & \\ & \sum_{i=1}^p \ln \varepsilon_i^m + \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^{q_i} \ln e_j^{(i)m} + \\ & \lambda \left(r - \sum_{i=1}^p \varepsilon_i^m c_i - \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^{q_i} e_j^{(i)m} d_{ij} \right). \end{aligned} \quad (47)$$

对式(47)求偏导数 $\partial F / \partial \varepsilon_i^m = 0$, $\partial F / \partial e_j^{(i)m} = 0$, $\partial F / \partial \lambda = 0$, 解出 λ , ε_i^m , $e_j^{(i)m}$ 分别为

$$\lambda = \frac{p + \sum_{k=1}^L q_k}{r}; \quad (48)$$

$$\varepsilon_i^m = \frac{1}{\lambda c_i} = \frac{r}{\left(p + \sum_{k=1}^L q_k \right) c_i}, \quad i = 1, 2, \dots, p; \quad (49)$$

$$e_j^{(i)m} = \frac{1}{\lambda d_{ij}} = \frac{r}{\left(p + \sum_{k=1}^L q_k \right) d_{ij}},$$

$$i = 1, 2, \dots, L, \quad j = 1, 2, \dots, q_i. \quad (50)$$

为了推导本文的结果,首先介绍如下引理.

引理 1 对于 Lyapunov 方程^[10]

$$P = \Psi P \Psi^T + U, \quad (51)$$

其中 P 、 Ψ 和 U 为 $n \times n$ 矩阵,且 U 为对称阵, Ψ 为稳定矩阵(其所有特征值在单位圆内).如果 U 是正定(半正定)的,则 P 有唯一、对称正定(半正定)解.

定理 1 对于带不确定噪声方差的多传感器系统(1)和(8),在假设 1 和假设 2 下,实际集中融合稳态 Kalman 预报器(21)是保性能鲁棒 Kalman 预报器,即对于预置精度偏差指标 $r > 0$,存在噪声方差的最大扰动域 Ω^m ,在此域中任取 $(\Delta Q, \Delta R^{(0)}) \in \Omega^m$,有精度偏差关系

$$0 \leq \text{tr} \Sigma - \text{tr} \bar{\Sigma} \leq r. \quad (52)$$

其中: $\text{tr} \Sigma$ 为鲁棒精度^[5], $\text{tr} \bar{\Sigma}$ 为实际精度, $\text{tr} \Sigma - \text{tr} \bar{\Sigma}$ 为精度偏差^[8], Ω^m 由式(16)~(20)定义, r 为精度偏差的最小上界,零为精度偏差的最大下界.

证明 由式(4)、(5)和(14)可知, $\Delta Q \geq 0$, $\Delta R^{(0)} \geq 0$, 对式(28)应用引理 1 有

$$\Delta \Sigma = \Sigma - \bar{\Sigma} \geq 0. \quad (53)$$

式(53)两边取迹运算可得

$$\text{tr} \Sigma - \text{tr} \bar{\Sigma} \geq 0, \quad (54)$$

即式(52)的第 1 个不等式成立.取 $\varepsilon_i = 0$, $i = 1, 2, \dots, p$, $e_j^{(i)} = 0$, $i = 1, 2, \dots, L$, $j = 1, 2, \dots, q_i$, 有 $\Delta Q = 0$, $\Delta R^{(0)} = 0$, 于是 $(0, 0) \in \Omega^m$, 由式(30)引出

$$\Delta \Sigma = 0, \quad \text{tr} \Delta \Sigma = 0. \quad (55)$$

零是 $\text{tr} \Delta \Sigma$ 的最大下界,事实上,利用反证法,假设 $\Delta > 0$ 是 $\text{tr} \Delta \Sigma$ 在 Ω^m 上的最大下界,由 $(0, 0) \in \Omega^m$, 有 $0 < \Delta \leq \text{tr} \Delta \Sigma$, 另一方面,由式(55)有 $\text{tr} \Delta \Sigma = 0$, 这是矛盾的,故假设 $\Delta > 0$ 不成立.

由式(30)有

$$\begin{aligned} \Delta \Sigma^m = & \\ & \Psi_p \Delta \Sigma^m \Psi_p^T + \Gamma \Delta Q^m \Gamma^T + K_p \Delta R^{(0)m} K_p^T. \end{aligned} \quad (56)$$

定义

$$\Delta = \Delta \Sigma^m - \Delta \Sigma. \quad (57)$$

将式(56)减去(30), Δ 满足 Lyapunov 方程

$$\begin{aligned} \Delta = & \Psi_p \Delta \Psi_p^T + \Gamma (\Delta Q^m - \Delta Q) \Gamma^T + \\ & K_p (\Delta R^{(0)m} - \Delta R^{(0)}) K_p^T. \end{aligned} \quad (58)$$

因为 $0 \leq \Delta Q \leq \Delta Q^m$, $0 \leq \Delta R^{(0)} \leq \Delta R^{(0)m}$, 将引理 1 应用到式(58),有 $\Delta = \Delta \Sigma^m - \Delta \Sigma \geq 0$, 即

$$\Delta \Sigma \leq \Delta \Sigma^m. \quad (59)$$

式(59)两边取迹运算可得

$$\text{tr} \Delta \Sigma \leq \text{tr} \Delta \Sigma^m. \quad (60)$$

根据式(42)和(44),有

$$\text{tr} \Delta \Sigma \leq \text{tr} \Delta \Sigma^m = r. \quad (61)$$

即式(52)的第 2 个不等式成立.

最后,证明 r 是精度偏差 $\text{tr} \Sigma - \text{tr} \bar{\Sigma}$ 的最小上界.取

$$\Delta Q = \Delta Q^m, \quad \Delta R^{(0)} = \Delta R^{(0)m},$$

则 $(\Delta Q^m, \Delta R^{(0)m}) \in \Omega^m$, 由式(42)有

$$\text{tr} \Delta \Sigma^m = r. \quad (62)$$

类似地,利用反证法引出 r 是在 Ω^m 上精度偏差 $\text{tr} \Delta \Sigma$ 的最小上界. \square

注 3 本文提出的保估计性能式(52)的等价形式为

$$\text{tr} \Sigma - r \leq \text{tr} \bar{\Sigma} \leq \text{tr} \Sigma. \quad (63)$$

这意味着对于最大扰动域中所有容许噪声方差扰动,相应的实际预报精度被保证在预置的范围内.

3 仿真分析

考虑带不确定噪声方差的三传感器跟踪系统

$$x(t+1) = \begin{bmatrix} 1 & T_0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0.5T_0^2 \\ T_0 \end{bmatrix} w(t),$$

$$y_i(t) = H_i x(t) + v_i(t), \quad i = 1, 2, 3.$$

仿真中,采样周期 $T_0 = 0.2$, $H_1 = H_2 = [1 \ 0]$, $H_3 = \text{diag}(1, 1)$. 保守噪声方差分别为 $Q = 2$, $R_1 = 0.64$, $R_2 = 0.36$, $R_3 = \text{diag}(1, 0.81)$. 加权阵为 $Q_1 = 1$, $R_1^{(1)} = 1$, $R_1^{(2)} = 1$, $R_1^{(3)} = \text{diag}(1, 0)$, $R_2^{(3)} = \text{diag}(0, 1)$.

对于预置精度偏差指标 $r = 0.3$, 找到最大鲁棒

域 Ω^m , 并验证所设计的集中式融合鲁棒 Kalman 预报器的精度偏差保证在预置范围内, 算法步骤如下.

Step 1: 取 $r = 0.3$, 可求得最大扰动

$$\begin{aligned} \varepsilon_1^m &= 0.6554, e_1^{(1)m} = 2.0468, e_1^{(2)m} = 0.6476, \\ e_1^{(3)m} &= 4.9971, e_2^{(3)m} = 0.5660. \end{aligned}$$

Step 2: 根据 ε_i^m 和 $e_j^{(i)m}$ 构建最大扰动域 Ω^m . 为验证式(44)成立, 取 $\Delta Q^m = 0.6554$, $\Delta R^{(0)m} = \text{diag}(2.0468, 0.6476, 4.9971, 0.5660)$, 有

$$\text{tr}\Delta\Sigma^m = r = 0.3.$$

Step 3: 在最大扰动域 Ω^m 中, 任取 $\Delta Q = 0.6$, $\Delta R^{(0)} = \text{diag}(2.0, 0.6, 4.5, 0.5)$, 则 $\text{tr}\Delta\Sigma$ 满足式(52), 即 $0 < \text{tr}\Delta\Sigma = 0.2762 < 0.3$.

为直观看出扰动域的变化情况, 给出扰动域中估计精度随 ΔQ 和 $\Delta R^{(0)}$ 变化的三维图. 因为 $\Delta R^{(0)}$ 为四维矩阵, 所以定义 $\Delta R^{(0)} = \alpha \times \Delta R^{(0)m}$, 其中 $\alpha \in [0, 1]$. 可以得出 $\text{tr}\Delta\Sigma$ 随 ΔQ 和 α 变化三维图, 如图 1 所示.

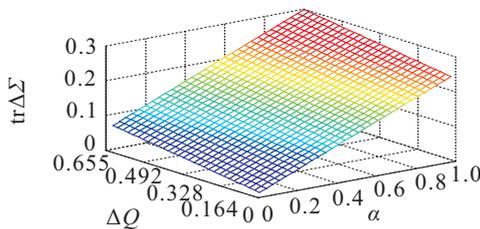


图 1 精度偏差随 ΔQ 和 α 变化

4 结 论

本文针对带不确定噪声方差的多传感器系统, 基于极大极小估计原理, 对于预置的实际精度对鲁棒精度的偏差指标, 提出了保性能集中式融合鲁棒 Kalman 预报器. 基于噪声方差扰动的参数化表示, 应用 Lagrange 乘数法求得不确定噪声方差的最大扰动域, 使得在此扰动域中的所有容许扰动, 所设计的集中融合鲁棒 Kalman 预报器的精度偏差都被保证在指定的范围内.

文献[5-7]提出的鲁棒 Kalman 滤波器仅给出了估计精度偏差的最大下界, 本文则进一步给出了精度偏差的最小上界. 文献[8]仅给出了精度偏差上界, 但没给出和证明最小上界和最大下界. 文献[8]是对

带不确定噪声方差的单传感器广义系统设计保性能鲁棒 Kalman 预报器, 而本文则是对带不确定噪声方差的多传感器常规系统设计保性能鲁棒集中式融合 Kalman 预报器. 本文提出用 Lyapunov 方程方法证明估计被满足, 比文献[8]利用博弈理论方法的证明更加简单.

参考文献(References)

- [1] Lewis F L, Xie L H, Popa D. Optimal and robust estimation, second edition[M]. New York: CRC Press, 2008: 315-335.
- [2] Zhu X, Soh Y C, Xie L H. Design and analysis of discrete-time robust Kalman filters[J]. Automatica, 2002, 38(6): 1069-1077.
- [3] Ebinara Y, Hagiwara T. A dilated LMI approach to robust performance analysis of linear time — Invariant uncertain systems[J]. Automatica, 2005, 41(11): 1933-1941.
- [4] Hall D L, Llinas J. An introduction to multisensor data fusion[J]. Proc IEEE, 1997, 85(1): 6-23.
- [5] Qi W J, Zhang P, Deng Z L. Robust weighted fusion Kalman filters for multisensor time-varying systems with uncertain noise variances[J]. Signal Processing, 2014, 99(6): 185-200.
- [6] Qi W J, Zhang P, Nie G H, et al. Robust weighted fusion Kalman predictors with uncertain noise variances[J]. Digital Signal Processing, 2014, 30(1): 37-54.
- [7] Qi W J, Zhang P, Deng Z L. Robust weighted fusion time-varying Kalman smoothers for multisensor systems with uncertain noise variances[J]. Information Sciences, 2014, 282(11): 15-37.
- [8] Xi H S. The guaranteed estimation performance filter for discrete-time descriptor systems with uncertain noise[J]. Int J of Systems Science, 1997, 28(1): 113-121.
- [9] Ian R Petersen. Robust guaranteed cost state estimation for nonlinear stochastic uncertain systems via an IQC approach[J]. System & Control Letters, 2009, 58(12): 865-870.
- [10] Kailath T, Sayed A H, Hassibi B. Linear estimation[M]. New York: Prentice Hall, 2000: 766-768.

(责任编辑: 郑晓蕾)