

文章编号: 1001-0920(2016)07-1305-06

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2015.0549

基于“离合”思想的混合型灰色多属性决策方法

罗 党, 李 诗

(华北水利水电大学 数学与信息科学学院, 河南 郑州 450000)

摘 要: 针对方案属性值为三参数区间灰数和模糊语言的混合型灰色多属性决策问题, 提出一种基于“离合”思想的混合灰靶决策方法. 首先, 定义三参数区间灰数的距离测度和排序方法; 然后, 鉴于灰信息与模糊信息相互转化的信息损失问题, 定义 S 维模糊球形灰靶和 S 维混合球形灰靶, 讨论正负靶心的情形, 并利用奖优罚劣原则构造综合靶心距, 建立混合正负靶心灰靶决策模型; 最后, 将所提出的方法应用于黄河宁蒙段防凌防汛的方案择优问题, 分析了属性权重和决策者风险偏好的选取对决策的影响, 结果验证了所提出方法的合理性和有效性.

关键词: 三参数区间灰数; 模糊语言; 混合灰靶; 奖优罚劣

中图分类号: N941.5

文献标志码: A

Hybrid grey multiple attribute decision-making method based on “clutch” thought

LUO Dang, LI Shi

(College of Mathematics and Information Science, North China University of Water-Conservancy and Electric Power, Zhengzhou 450000, China. Correspondent: LI Shi, E-mail: lishi1314001@163.com)

Abstract: In view of hybrid grey multiple attribute decision making problems, in which the attribute value of alternatives are three-parameters interval grey number and fuzzy language, a hybrid grey target decision method based on “clutch” thought is proposed. The distance measure and ranking method of three-parameters interval grey numbers is defined. With regard to the information loss of mutual transformation between grey and fuzzy information, the S dimensional fuzzy spherical grey target and S dimensional hybrid spherical grey target are defined. The positive and negative clout is discussed by using the rewarding good and punishing bad principle, the comprehensive off-target distance is constructed, and a hybrid grey target model with the positive and negative clout is set up. Finally, the method is applied to the Ningxia and Inner Mongolia reach of the Yellow River ice prevention optimal solution selection problem, and the influence of attribute weights and decision maker's risk preference selection is analyzed. Results show the rationality and effectiveness of the proposed method.

Keywords: three-parameters interval grey number; fuzzy linguistic; hybrid grey target; rewarding good and punishing bad

0 引 言

多属性决策是决策科学的重要组成部分, 近年来, 对于指标值分别为精确数、区间数、灰信息、模糊信息的情形, 都取得了一定的进展^[1-3]. 然而, 在社会、经济等许多领域中, 存在着大量的混合型多属性决策问题, 即指标值以多种类型的形式出现在决策矩阵中. 例如, 评价一个水利工程项目, 主要考虑投资资金、工期、防洪能力、环保程度等指标, 投资资金和工期可用数值或估值表示, 而防洪能力、环保程度

等指标通过专家咨询用模糊语言信息去刻画则显得更为合理. 对于这类问题, 学者们有了一些关注, 文献[4]研究了精确数、区间数和模糊数指标相结合的情况, 给出了一种基于理想点的方法; 文献[5]通过构造语言混合算术平均算子, 解决了包含语言信息的多属性群决策问题; 文献[6]提出了使所有决策信息转化为二元语义变量的一致化方法; 文献[7]采用基于混合信息的VIKOR方法集结评价值, 并与TOPSIS方法进行了对比; 文献[8]研究了包含区间灰色语言信

收稿日期: 2015-05-01; **修回日期:** 2015-07-10.

基金项目: 国家自然科学基金项目(71271086); 河南省科技厅重点科技攻关项目(142102310123); 河南省高等学校重点科研项目(15A630005).

作者简介: 罗党(1959—), 男, 教授, 博士生导师, 从事系统优化与决策分析等研究; 李诗(1991—), 女, 硕士生, 从事系统优化与决策分析的研究.

息的群决策情况,给出了语言广义加权集结算子和混合集结算子.但是,目前关于多属性决策的评价值为灰数与模糊语言信息相混合问题的研究尚不多见,是一个值得关注的研究课题.

灰靶决策^[9]是灰色系统理论中解决多指标决策问题的方法之一,自提出以来便成为研究的热点,其主要思想是在一组模式序列中,找出最靠近目标的数据构建标准模式即靶心,在统一量纲的欧式空间内,标准模式与各模式构成灰靶.文献[2]研究了区间灰数信息下多层次决策问题,并将经典灰靶拓展到正负靶心的情况;文献[10]研究了指标信息为区间灰数的动态风险决策问题,利用累积前景理论建立了动态风险灰靶决策模型;文献[11]给出了通过比较各指标值与靶心连线所围图形面积的大小对方案排序的灰靶决策方法;文献[12]针对指标信息为三参数区间灰数信息的多属性决策问题,提出了3种灰靶决策模型;文献[13]将前景理论与灰靶思想相结合,研究了多属性群决策问题;文献[14]考虑了决策者的后悔心理,将后悔理论应用到灰靶决策中.

由于实际生活的复杂性和不确定性,人们往往会遇到“内涵明确,外延不明确”的对象以及“内涵不明确,外延明确”的对象都存在即灰性与模糊性共存的情况.本文针对属性值为三参数区间灰数,并与模糊语言相混合的多属性决策问题,在认真研究决策灰靶内涵的基础上,基于“离合”思想,即将不同类型的信息先暂时分离处理再集结,定义了 S 维模糊球形灰靶和 S 维混合型球形灰靶,讨论了正负靶心的情形.为了有效区分优劣方案,利用奖优罚劣原则构建综合靶心距,提出了混合正负靶心灰靶决策方法.最后通过实例分析验证了所提出方法的有效性和合理性.

1 基本知识

定义 1^[12] 三参数区间灰数是指取值可能性最大的“重心”点已知的区间灰数,可表示为

$$a(\otimes) \in [a, \tilde{a}, \bar{a}], a \leq \tilde{a} \leq \bar{a},$$

其中 \tilde{a} 为 $a(\otimes)$ 取值可能性最大的数,当“重心”未知时,为区间灰数.

定义 2 设有两个三参数区间灰数 $a(\otimes) \in [a, \tilde{a}, \bar{a}], b(\otimes) \in [b, \tilde{b}, \bar{b}]$,它们之间的距离为

$$d(a(\otimes), b(\otimes)) = \frac{1}{2}|\tilde{a} - \tilde{b}| + \frac{(1-\lambda)}{2}|a - b| + \frac{\lambda}{2}|\bar{a} - \bar{b}|.$$

其中: $0 \leq \lambda \leq 1$ 表示决策者的风险偏好, λ 越大表示决策者对风险的规避程度越小,更偏好用右侧端点值度量.当 $a = \tilde{a} = \bar{a}, b = \tilde{b} = \bar{b}$,即 $a(\otimes)$ 和 $b(\otimes)$ 为实数时, $d(a(\otimes), b(\otimes)) = |\tilde{a} - \tilde{b}|$ 转化为实数间的距离.

定理 1 设有两个三参数区间灰数 $a(\otimes) \in [a, \tilde{a}, \bar{a}], b(\otimes) \in [b, \tilde{b}, \bar{b}]$,它们之间的距离满足以下关系:

- 1) $d(a(\otimes), b(\otimes)) \geq 0$, 当 $a = b, \tilde{a} = \tilde{b}, \bar{a} = \bar{b}$ 时取等;
- 2) $d(a(\otimes), b(\otimes)) = d(b(\otimes), a(\otimes))$;
- 3) 对于任意三参数区间灰数 $c(\otimes) \in [c, \tilde{c}, \bar{c}]$, 都有 $d(a(\otimes), b(\otimes)) \leq d(a(\otimes), c(\otimes)) + d(c(\otimes), b(\otimes))$;
- 4) $d(ka(\otimes), kb(\otimes)) = kd(a(\otimes), b(\otimes)), k \geq 0$.

证明 关系1)和2)显然成立.对于关系3),证明如下:

$$\begin{aligned} d(a(\otimes), b(\otimes)) &= \frac{1}{2}|\tilde{a} - \tilde{b}| + \frac{(1-\lambda)}{2}|a - b| + \frac{\lambda}{2}|\bar{a} - \bar{b}| = \\ &\frac{1}{2}|\tilde{a} - \tilde{c} + \tilde{c} - \tilde{b}| + \frac{(1-\lambda)}{2}|a - c + c - b| + \\ &\frac{\lambda}{2}|\bar{a} - \bar{c} + \bar{c} - \bar{b}| \leq \\ &\frac{1}{2}|\tilde{a} - \tilde{c}| + |\tilde{c} - \tilde{b}| + \frac{(1-\lambda)}{2}(|a - c| + \\ &|c - b|) + \frac{\lambda}{2}(|\bar{a} - \bar{c}| + |\bar{c} - \bar{b}|) = \\ &d(a(\otimes), c(\otimes)) + d(c(\otimes), b(\otimes)). \end{aligned}$$

对于关系4),证明如下:

$$\begin{aligned} d(ka(\otimes), kb(\otimes)) &= \frac{1}{2}|\widetilde{ka} - \widetilde{kb}| + \frac{(1-\lambda)}{2}|ka - kb| + \frac{\lambda}{2}|\overline{ka} - \overline{kb}| = \\ &\frac{k}{2}|\tilde{a} - \tilde{b}| + \frac{(1-\lambda)k}{2}|a - b| + \frac{\lambda k}{2}|\bar{a} - \bar{b}| = \\ &kd(a(\otimes), b(\otimes)). \quad \square \end{aligned}$$

定义 3 设 $a(\otimes) \in [a, \tilde{a}, \bar{a}], b(\otimes) \in [b, \tilde{b}, \bar{b}]$ 是两个三参数区间灰数,有

$$m_\theta(a(\otimes)) = \tilde{a} + (1-\theta)a + \theta\bar{a},$$

如果 $m_\theta(a(\otimes)) < m_\theta(b(\otimes))$,则称对于 $\theta, a(\otimes) < b(\otimes)$. θ 同样表示决策者风险偏好, θ 越大表示决策者对风险的规避程度越小,更偏好用右侧端点值度量.

定义 4^[15] 称 $a = (a^l, a^m, a^u)$ 为三角模糊数,若其隶属函数 $\mu_a(x): R \rightarrow [0, 1]$ 表示为

$$\mu_a(x) = \begin{cases} \frac{x - a^l}{a^m - a^l}, & a^l \leq x \leq a^m; \\ \frac{x - a^u}{a^m - a^u}, & a^m \leq x \leq a^u; \\ 0, & \text{other.} \end{cases}$$

其中 $0 < a^l \leq a^m \leq a^u$.若 $a = (a^l, a^m, a^u)$ 还满足 $0 < a^l \leq a^m \leq a^u \leq 1$,则称 a 为一个规范三角模糊数.

模糊语言变量是指将人类自然语言中使用的词语或短语用模糊集合表示,并利用隶属函数表示其

隶属程度. 三角形模糊数十分直观且使用简便易于理解, 能很好地表达多种模糊语言变量. 文献[16]给出了多种语言变量的三角形模糊数表示形式, 分别适用于2~11个等级的语言短语集, 提供了语言变量与模糊数之间的配对方法. 例如, 对于定性指标的评价, 采用含有7个语言等级的语言短语集, 即

$S =$
 (“特低(EL)”, “很低(VL)”, “低(L)”, “一般(M)”,
 “高(H)”, “很高(VH)”, “特高(EH)”),

则它们可分别记为:

EL = (0, 0, 0.1), L = (0.1, 0.2, 0.3),
 L = (0.2, 0.3, 0.4), M = (0.4, 0.5, 0.6),
 H = (0.6, 0.7, 0.8), VH = (0.8, 0.9, 1),
 EH = (0.9, 1, 1).

定义5^[17] 设 $a = (a^l, a^m, a^u)$, $b = (b^l, b^m, b^u)$ 为任意两个三角模糊数, 则

$L(a, b) = \max\{|a^l - b^l|, |a^m - b^m|, |a^u - b^u|\}$
 为 $a = (a^l, a^m, a^u)$ 到 $b = (b^l, b^m, b^u)$ 的距离.

2 混合灰靶基本概念

在同一决策系统中, 既有灰信息又有模糊信息, 灰性与模糊性是不确定性的两个不同方面. 为了避免将二者相互转化, 减少信息损失, 基于“离合”思想构造一个决策灰靶, 靶心暂时分离灰信息与模糊信息, 靶心距集结分离的信息, 该灰靶像汽车中的“离合器”, 有效避免了灰性与模糊性的转化, 解决了二者的共存问题, 因此有如下定义.

定义6 称

$$R^s = \{[r^{(1)}, r^{(2)}, \dots, r^{(s)}] | L(r^{(1)}, r_0^{(1)})^2 + L(r^{(2)}, r_0^{(2)})^2 + \dots + L(r^{(s)}, r_0^{(s)})^2 \leq R^2\}$$

为以 R 为半径, 以 $r_0 = [r_0^{(1)}, r_0^{(2)}, \dots, r_0^{(s)}]$ 为靶心的 S 维模糊球形灰靶. 其中: $r^{(i)}$ 和 $r_0^{(i)}$ 为模糊数, $L(r^{(i)}, r_0^{(i)})$ 为 $r^{(i)}$ 与 $r_0^{(i)}$ 的距离, $i = 1, 2, \dots, s$, $r_0 = [r_0^{(1)}, r_0^{(2)}, \dots, r_0^{(s)}]$ 为最优效果向量.

设 $r_1 = [r_1^{(1)}, r_1^{(2)}, \dots, r_1^{(s)}] \in R^S$, 称

$|r_1 - r_0| = [L(r_1^{(1)}, r_0^{(1)})^2 + \dots + L(r_1^{(s)}, r_0^{(s)})^2]^{1/2}$
 为向量 r_1 的靶心距, 其数值反映了效果向量的优劣.

定义7 称

$$R^s = \{[r^{(1)}(\otimes), \dots, r^{(k)}(\otimes), r^{(k+1)}, \dots, r^{(s)}]\} \\ d(r^{(1)}(\otimes), r_0^{(1)}(\otimes))^2 + \dots + d(r^{(k)}(\otimes), r_0^{(k)}(\otimes))^2 + L(r^{(k+1)}, r_0^{(k+1)})^2 + \dots + L(r^{(s)}, r_0^{(s)})^2 \leq R^2\}$$

为以 $r_0 = [r_0^{(1)}(\otimes), \dots, r_0^{(k)}(\otimes), r_0^{(k+1)}, \dots, r_0^{(s)}]$ 为靶心, 以 R 为半径的 S 维混合球形灰靶. 其中: $r^{(i)}(\otimes)$ 和 $r_0^{(i)}(\otimes)$ 是灰数, $i = 1, 2, \dots, k, 1 \leq k \leq s$; $r^{(j)}$ 和 $r_0^{(j)}$ 为模糊数, $j = k, k + 1, \dots, s$; $d(r^{(i)}(\otimes), r_0^{(i)}(\otimes))$ 为灰数 $r^{(i)}(\otimes)$ 与灰数 $r_0^{(i)}(\otimes)$ 的距离; $L(r^{(j)}, r_0^{(j)})$ 为模糊数 $r^{(j)}$ 与 $r_0^{(j)}$ 的距离; $r_0 = [r_0^{(1)}(\otimes), \dots, r_0^{(k)}(\otimes), r_0^{(k+1)}, \dots, r_0^{(s)}]$ 为最优效果向量.

设

$r_1 = [r_1^{(1)}(\otimes), \dots, r_1^{(k)}(\otimes), r_1^{(k+1)}, \dots, r_1^{(s)}] \in R^S$, 称

$$|r_1 - r_0| = (d(r^{(1)}(\otimes), r_0^{(1)}(\otimes))^2 + \dots + L(r^{(s)}, r_0^{(s)})^2)^{\frac{1}{2}}$$

为向量 r_1 的靶心距.

在定义7中, 靶心是最优效果向量, 离最优效果向量越近效果向量越优. 如果将最优效果向量设为正靶心, 最劣效果向量设为负靶心, 则考虑离正靶心越近同时离负靶心越远的情况, 此时效果向量也是优的(决策者可根据情况选择只有一个靶心的灰靶或者正负靶心灰靶), 因此考虑最劣效果向量, 有如下定义.

定义8 设

$$r_0^+ = [r_0^{(1)+}(\otimes), \dots, r_0^{(k)+}(\otimes), r_0^{(k+1)+}, \dots, r_0^{(s)+}], \\ r_0^- = [r_0^{(1)-}(\otimes), \dots, r_0^{(k)-}(\otimes), r_0^{(k+1)-}, \dots, r_0^{(s)-}]$$

分别为最优效果向量和最劣效果向量, 称 r_0^+ 为 S 维混合椭圆球形灰靶 D^S 的正靶心, r_0^- 为负靶心. 设

$$r_1 = [r_1^{(1)}(\otimes), \dots, r_1^{(k)}(\otimes), r_1^{(k+1)}, \dots, r_1^{(s)}] \in D^S,$$

称 $D^+ = D(r_1 - r_0^+)$ 为向量 r_1 的正靶心距, $D^- = D(r_1 - r_0^-)$ 为向量 r_1 的负靶心距. 为了突出 r_1 的优势, 利用奖优罚劣原则构造向量 r_1 的综合靶心距 D , 设 $D = D^+ / D^-$, “奖励”离正靶心近的, “惩罚”离负靶心近的. 综合靶心距 D 的数值反映了效果向量的优劣.

3 混合正负靶心灰靶决策模型

设某个混合型多属性决策问题的方案集和属性集分别为

$$A = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}, B = \{B_1, B_2\}.$$

其中 $B_1 = \{b_1, b_2, \dots, b_p\}$ 为定量属性集, $B_2 = \{b_{p+1}, b_{p+2}, \dots, b_m\}$ 为定性属性集. 方案 $A_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 在定量指标 $b_j (j = 1, 2, \dots, p)$ 下的效果值为三参数区间灰数 $a_{ij}(\otimes)$, 记为 $a_{ij}(\otimes) \in [\underline{a}_{ij}, \widetilde{a}_{ij}, \overline{a}_{ij}]$; 组成决策者的定量决策矩阵 $U_1 = (a_{ij}(\otimes))_{n \times p}$; 方案 A_i 在定性指标 $b_j (j = p + 1, p + 2, \dots, m)$ 下的效果值为 s_{ij} , s_{ij} 为决策者从预先定义的语言短语集 S 中选择一个语言评价短语; 组成决策者的定性决策矩阵 $W_2 = (s_{ij})_{n \times (m-p)}$; $w = (w_1, \dots,$

w_p, w_{p+1}, \dots, w_m) 为属性集 B 的权重序列.

首先, 根据语言短语的语义信息对应的三角模糊数, 将决策者给出的语言评价短语转换成相应的三角模糊数, 定性决策矩阵 $W_2 = (s_{ij})_{n \times (m-p)}$ 转化为定量决策矩阵 $U_2 = (u_{ij})_{n \times (m-p)}$, u_{ij} 为一个三角模糊数, $u_{ij} = (u_{ij}^l, u_{ij}^m, u_{ij}^u)$.

其次, 为了消除不同属性在量纲上的差异性与增加可比性, 需将决策矩阵规范化处理. 针对三参数区间灰数, 为了体现属性的非线性变化规律, 根据经济学中边际效用递减原理(规范化后属性值越大, 其变化速率越小), 构建如下非线性极差变换.

设 $\bar{x}_j^* = \max_{1 \leq i \leq n} \{\bar{x}_{ij}\}$, $\underline{x}_j^\nabla = \min_{1 \leq i \leq n} \{\underline{x}_{ij}\}$, $j = 1, 2, \dots, m$, 对决策矩阵 $U_1 = (a_{ij}(\otimes))_{n \times p}$ 进行规范化后得到的决策矩阵为 $R_1 = (r_{ij}(\otimes))_{n \times p}$, 常见的属性有成本型和效益型.

对于效益型指标, 有

$$\begin{aligned} \underline{r}_{ij} &= \sqrt{\frac{(x_{ij} - \underline{x}_j^\nabla)}{(x_j^* - \underline{x}_j^\nabla)}}, \widetilde{r}_{ij} = \sqrt{\frac{(\widetilde{x}_{ij} - \underline{x}_j^\nabla)}{(x_j^* - \underline{x}_j^\nabla)}}; \\ \overline{r}_{ij} &= \sqrt{\frac{(\overline{x}_{ij} - \underline{x}_j^\nabla)}{(x_j^* - \underline{x}_j^\nabla)}}; \end{aligned} \quad (1)$$

对于成本型指标, 有

$$\begin{aligned} \underline{r}_{ij} &= \sqrt{\frac{(\overline{x}_j^* - \overline{x}_{ij})}{(\overline{x}_j^* - \underline{x}_j^\nabla)}}, \widetilde{r}_{ij} = \sqrt{\frac{(\overline{x}_j^* - \widetilde{x}_{ij})}{(\overline{x}_j^* - \underline{x}_j^\nabla)}}; \\ \overline{r}_{ij} &= \sqrt{\frac{(\overline{x}_j^* - \underline{x}_{ij})}{(\overline{x}_j^* - \underline{x}_j^\nabla)}}. \end{aligned} \quad (2)$$

针对三角模糊数, 采用文献[4]的方法对决策矩阵 U_2 进行规范化, 得到矩阵 $R_2 = (r_{ij}(\otimes))_{n \times (m-p)}$, 对于效益型指标, 有

$$\begin{aligned} r_{ij}^l &= \frac{u_{ij}^l}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (u_{ij}^u)^2}}, r_{ij}^m = \frac{u_{ij}^m}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (u_{ij}^m)^2}}, \\ r_{ij}^u &= \frac{u_{ij}^u}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (u_{ij}^l)^2}}; \end{aligned} \quad (3)$$

对于成本型指标, 有

$$\begin{aligned} r_{ij}^l &= \frac{1/u_{ij}^u}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (1/u_{ij}^l)^2}}, r_{ij}^m = \frac{1/u_{ij}^m}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (1/u_{ij}^m)^2}}, \\ r_{ij}^u &= \frac{1/u_{ij}^l}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (1/u_{ij}^u)^2}}. \end{aligned} \quad (4)$$

然后, 确定混合评价向量的正负靶心, 计算各方

案的正负靶心距和综合靶心距.

定义 9 设方案 A_i 在定量属性 b_j 下的最优评价值为

$$r_j^+ = \max_{1 \leq i \leq n} \{\widetilde{r}_{ij} + (\underline{r}_{ij} + \overline{r}_{ij})/2\},$$

记为

$$r_j^+(\otimes) = [\underline{r}_j^+, \widetilde{r}_j^+, \overline{r}_j^+], j = 1, 2, \dots, p;$$

最劣评价值为

$$r_j^- = \min_{1 \leq i \leq n} \{\widetilde{r}_{ij} + (\underline{r}_{ij} + \overline{r}_{ij})/2\},$$

记为

$$r_j^-(\otimes) = [\underline{r}_j^-, \widetilde{r}_j^-, \overline{r}_j^-].$$

设 $r_j^+ = \max_{1 \leq i \leq n} \{r_{ij}^m\}$ 和 $r_j^- = \min_{1 \leq i \leq n} \{r_{ij}^m\}$ 分别为方案 A_i 在定性属性 $b_j (j = p + 1, p + 2, \dots, m)$ 下的最优评价和最劣评价, 记为

$$r_j^+ = [r_{ij}^l, r_{ij}^m, r_{ij}^u], r_j^- = [r_{ij}^l, r_{ij}^m, r_{ij}^u],$$

则

$$r^+ = [r_1^+(\otimes), \dots, r_p^+(\otimes), r_{p+1}^+, \dots, r_m^+]$$

为正靶心,

$$r^- = [r_1^-(\otimes), \dots, r_p^-(\otimes), r_{p+1}^-, \dots, r_m^-]$$

为负靶心.

定义 10 设方案 A_i 在属性集 B 下的效果评价向量为 $r_i = (r_{i1}, r_{i2}, \dots, r_{im})$, $D_i^+ = D(r_i, r^+)$ 为向量 r_i 的正靶心距, $D_i^- = D(r_i, r^-)$ 为向量 r_i 的负靶心距, D 为向量 r_i 的综合靶心距, 则有

$$\begin{aligned} D(r_i, r^+) &= w_1 d(r_{i1}(\otimes), r_1^+(\otimes)) + \dots + w_p d(r_{ip}(\otimes), r_p^+(\otimes)) + \\ &w_{p+1} L(r_{i(p+1)}, r_{p+1}^+) + \dots + w_m L(r_{im}, r_m^+), \quad (5) \\ D(r_i, r^-) &= w_1 d(r_{i1}(\otimes), r_1^-(\otimes)) + \dots + w_p d(r_{ip}(\otimes), r_p^-(\otimes)) + \\ &w_{p+1} L(r_{i(p+1)}, r_{p+1}^-) + \dots + w_m L(r_{im}, r_m^-), \\ D_i &= D_i^+ / D_i^-. \end{aligned} \quad (6)$$

最后, 若属性权重序列 $w = (w_1, \dots, w_p, w_{p+1}, \dots, w_m)$ 已知, 则直接代入上式便可计算方案 A_i 的综合靶心距 D_i , 并依此对方案排序, 综合靶心距 D_i 越大, 对应的方案越优.

4 实例分析

我国黄河地处北回归线以北, 冰凌灾害问题严重, 尤其是宁蒙段, 几乎每年都会发生不同程度的凌洪, 造成的损失也越来越大. 在黄河解冻时期, 上游河段解冻后流量逐段增多, 而下游由于气温低, 冰未完全消融, 水流的作用使冰块下潜而卡冰结坝, 水位便急剧抬升造成凌汛, 在河道的陡弯、窄浅处更易卡冰堵塞, 黄河宁蒙段工程数量众多, 受

桥墩阻水或导流作用等影响, 水位也易增高而溃堤. 为了提前做好防凌防汛的工作, 考虑流量(m³)、气温(°C)、流凌密度(%)、河道状况、工程影响5个因素, 选取2012~2014年头道拐A₁、三湖河口A₂、巴彦高勒A₃三个河段开河期数据, 如表1所示, 试确定更易发生冰坝灾害的河段, 具体步骤如下.

表1 3个河段开河期险情指标数据

因素	头道拐	三湖河口	巴彦高勒
流量	[335, 520, 900]	[203, 770, 940]	[126, 650, 820]
气温	[-19.2, -10, 4.1]	[-19.5, -9.8, 2.8]	[-22.4, -14, 0.2]
流凌密度	[10, 10, 40]	[50, 30, 70]	[10, 30, 60]
河道状况	差	很差	差
工程影响	大	一般	一般

Step 1: 根据三角模糊数与语言变量的对应关系, 用三角模糊数表示决策矩阵中的定性指标, 得到定量混合决策矩阵

$U =$

$$\begin{bmatrix} (335, 520, 900) & (-19.2, -10, 4.1) & (0.1, 0.1, 0.4) \\ (203, 770, 940) & (-19.5, -9.8, 2.8) & (0.5, 0.3, 0.7) \\ (126.650, 820) & (-22.4, -14, 0.2) & (0.1, 0.3, 0.6) \end{bmatrix} \rightarrow$$

$$\left[\begin{array}{cc} (0.2, 0.3, 0.4) & (0.6, 0.7, 0.8) \\ \leftarrow (0.1, 0.2, 0.3) & (0.4, 0.5, 0.6) \\ (0.2, 0.3, 0.4) & (0.4, 0.5, 0.6) \end{array} \right].$$

Step 2: 利用式(1)~(4)将决策矩阵U规范化, 得到规范化混合决策矩阵

$R =$

$$\begin{bmatrix} (0.22, 0.72, 0.86) & (0.35, 0.68, 1) & (0.68, 0.96, 0.96) \\ (0, 0.46, 0.95) & (0.33, 0.69, 0.98) & (0, 0.78, 1) \\ (0.38, 0.60, 1) & (0, 0.56, 0.92) & (0.39, 0.78, 0.96) \end{bmatrix} \rightarrow$$

$$\left[\begin{array}{cc} (0.20, 0.49, 1.03) & (0.32, 0.45, 0.62) \\ \leftarrow (0.27, 0.73, 2.06) & (0.43, 0.63, 0.94) \\ (0.20, 0.49, 1.03) & (0.43, 0.63, 0.94) \end{array} \right].$$

Step 3: 确定混合评价向量的正负靶心, 计算方案A_i (i = 1, 2, 3)的正靶心距D_i⁺、负靶心距D_i⁻和综合靶心距D_i (取λ = 0.5, 评价指标的重要程度一样), 即

$$D_1^+ = 0.271, D_2^+ = 0.087, D_3^+ = 0.272;$$

$$D_1^- = 0.129, D_2^- = 0.301, D_3^- = 0.119;$$

$$D_1 = 2.104, D_2 = 0.287, D_3 = 2.277.$$

Step 4: 由D_i越小方案越优, 可得方案的优劣顺序为D₂ > D₁ > D₃, 即A₂发生冰坝灾害的可能性最低.

在实际情况中, 黄河冰凌生消演变规律复杂, 为了更有效地预防和控制严重灾害的发生, 工作人员可对往年数据进行分析, 提前做好防凌防汛的工作. 为

了观察属性权重序列和靶心距公式中的选取对方案的排序是否有影响, 在Step 3选取不同值和属性权重序列, 对方案重新排序, 结果如表2所示. 从表2可以看出, 在计算靶心距时, 选取不同的值和不同的属性权重序列, 得到的方案排序是不一样的, 尤其是属性权重的选取, 属性重要程度不同, 所得的最优方案可能不一样. 因此, 决策者可根据实际情况需要选取不同的参数.

表2 靶心距公式中不同w和λ值的方案排序

w	λ	方案排序
(0.2, 0.2, 0.2, 0.2, 0.2)	0.1	A ₂ > A ₁ > A ₃
	0.5	A ₂ > A ₁ > A ₃
	0.9	A ₂ > A ₃ > A ₁
(0.35, 0.1, 0.35, 0.1, 0.1)	0.1	A ₁ > A ₃ > A ₂
	0.5	A ₁ > A ₂ > A ₃
	0.9	A ₂ > A ₁ > A ₃
(0.2, 0.3, 0.1, 0.3, 0.1)	0.1	A ₂ > A ₁ > A ₃
	0.5	A ₂ > A ₁ > A ₃
	0.9	A ₂ > A ₁ > A ₃

5 结 论

实际的多属性决策是有定量和定性属性的, 定性的评价信息通常为模糊短语, 定量的评价信息在信息贫乏的条件下通常为灰数. 因此, 研究灰性与模糊性共存的混合型决策问题具有重要的理论和现实意义. 本文针对评价值为三参数区间灰数和模糊语言的情况, 基于“离合”思想, 定义了混合灰靶, 建立了混合正负靶心灰靶决策模型. 实例分析验证了该方法的可行性和有效性, 并给出了靶心距公式中不同参数的选取对方案排序的影响, 以满足实际情况需要. 该方法计算简便, 丰富了灰色模糊决策理论, 为混合型多属性决策问题提供了一种新思路.

参考文献(References)

- [1] Byeong S A. Extreme point-based multi-attribute decision analysis with incomplete information [J]. European J of Operational Research, 2015, 240(3): 748-755.
- [2] 罗党. 基于正负靶心的多目标灰靶决策模型[J]. 控制与决策, 2013, 28(2): 241-246.
(Luo D. Multi-objective grey target decision model based on positive and negative clouts[J]. Control and Decision, 2013, 28(2): 241-246.)
- [3] Abbas M, Ahmad J, Edmundas K Z. Fuzzy multiple criteria decision-making techniques and applications — Two decades review from 1994 to 2014[J]. Expert System with Applications, 2015, 42(8): 4126-4148.
- [4] 夏勇其, 吴祈宗. 一种混合型多属性决策问题的TOPSIS方法[J]. 系统工程学报, 2004, 19(6): 630-634.
(Xia Q Y, Wu Q Z. A technique of order preference by similarity to ideal solution for hybrid multiple attribute

- decision making problems[J]. *J of Systems Engineering*, 2004, 19(6): 630-634.)
- [5] Xu Z S. Group decision making based on multiple types of linguistic preference relations[J]. *Information Sciences*, 2008, 178(2): 452-467.
- [6] 郭欢, 肖新平, Jeffrey Forrest, 等. 基于二元语义一致性的混合多属性灰关联决策[J]. *控制与决策*, 2014, 29(5): 880-884.
(Guo H, Xiao X P, Jeffrey F, et al. Method of grey relational analysis based on two-tuple linguistic consistency for hybrid multi-attribute decision-making[J]. *Control and Decision*, 2014, 29(5): 880-884.)
- [7] 袁宇, 关涛, 闫相斌, 等. 基于混合 VIKOR 方法的供应商选择决策模型[J]. *控制与决策*, 2014, 19(3): 551-560.
(Yuan Y, Guan T, Yan X B, et al. Based on hybrid VIKOR method decision making model for supplier selection[J]. *Control and Decision*, 2014, 19(3): 551-560.)
- [8] Liu P D, Chu Y C, Li Y W. The multi-attribute group decision-making method based on the interval grey uncertain linguistic generalized hybrid averaging operator[J]. *Neural Computing and Applications*, 2015, 26(6): 1395-1405.
- [9] 刘思峰, 杨英杰, 吴利丰, 等. 灰色系统理论及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 2014: 256-261.
(Liu S F, Yang Y J, Wu L F, et al. Grey system theory and its application[M]. Beijing: Science Press, 2014: 256-261.)
- [10] 闫书丽, 刘思峰, 方志耕, 等. 基于累积前景理论的动态风险灰靶决策方法[J]. *控制与决策*, 2013, 28(11): 1655-1666.
(Yan S L, Liu S F, Fang Z G, et al. Dynamic risk grey target decision making method based on cumulative prospect theory[J]. *Control and Decision*, 2013, 28(11): 1655-1666.)
- [11] 曾波, 刘思峰, 李川, 等. 基于蛛网面积的区间数灰靶决策模型[J]. *系统工程与电子技术*, 2013, 11(35): 2329-2334.
(Zeng B, Liu S F, Li C, et al. Grey target decision-making model of interval grey number based on cobweb area[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2013, 11(35): 2329-2334.)
- [12] Luo D, Wang X. The multi-attribute grey target decision method for attribute value within three-parameter interval grey number[J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2012, 36(5): 1957-1963.
- [13] 闫书丽, 刘思峰. 基于前景理论的群体灰靶决策方法[J]. *控制与决策*, 2014, 29(4): 673-678.
(Yan S L, Liu S F. Group grey target decision making based on prospect theory[J]. *Control and Decision*, 2014, 29(4): 673-678.)
- [14] 郭三党, 刘思峰, 方志耕. 基于后悔理论的多目标灰靶决策方法[J]. *控制与决策*, 2015, 30(9): 1635-1640.
(Guo S D, Liu S F, Fang Z G. Multi-objective grey target decision model based on regret theory[J]. *Control and Decision*, 2015, 2015, 30(9): 1635-1640.)
- [15] Van Laarhoven P J M, Pedrycz W. A fuzzy extension of Saaty's priority theory[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 1983, 11(2): 199-227.
- [16] Chen S J, Hwang C L. Fuzzy multiple attribute decision-making method and application[M]. New York: Springer-Verlag, 1992: 265-286.
- [17] 林军. 一类基于 Hausdauff 距离的模糊型多属性决策方法[J]. *系统工程学报*, 2007, 22(4): 367-372.
(Lin J. Fuzzy multi-i attribute decision-making method based on Hausdauff distance[J]. *J of Systems Engineering*, 2007, 22(4): 367-372.)
- [18] Xin Z, Fang J, Liu P D. A grey relational projection method for multi-attribute decision making based on intuitionistic trapezoidal fuzzy number[J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2013, 37(5): 3467-3477.

(责任编辑: 滕 蓉)