文章编号: 1001-0920 (2016) 06-1143-05　　DOI: 10.13195/j.kzyjc.2015.0590

基于前景理论的区间直觉模糊双向投影决策方法

邵良杉[a], 赵琳琳[a], 温廷新[b], 孔祥博[b]

(辽宁工程技术大学 a. 系统工程研究所，b. 工商管理学院，辽宁 葫芦岛 125000)

摘 要: 针对准则权重不完全确定, 方案准则值为区间直觉模糊数的多准则决策问题, 提出一种基于前景理论的双向投影决策方法. 首先, 给出一个考虑犹豫度的区间记分函数; 其次, 以零点为参考点计算各准则下的综合前景值; 然后, 利用定义的方案和理想点以及临界点形成的向量表达方式, 建立双向投影测度方法, 构建并求解基于方案区间投影总偏差最小的非线性规划模型, 并结合最大熵原理获得准则权重; 接着, 利用所提出的基于两个方向区间贴近度公式对各方案进行排序; 最后, 通过算例验证了该方法的有效性和可行性.

关键词: 多准则决策；双向投影；前景理论；Jaynes 最大熵；区间直觉模糊数

中图分类号: C934　　**文献标志码:** A

Bidirectional projection method with interval-valued intuitionistic fuzzy information based on prospect theory

SHAO Liang-shan[a], *ZHAO Lin-lin*[a], *WEN Ting-xin*[b], *KONG Xiang-bo*[b]

(a. System Engineering Institute，b. School of Business Administration，Liaoning Technical University，Huludao 125000，China．Correspondent：SHAO Liang-shan，E-mail：lntushao@163.com)

Abstract: Studying the multiple criteria decision-making problem where criteria values are interval-valued intuitionistic fuzzy number and the information of criteria weights is incompletely unknown. A bidirectional projection method based on the prospect theory is proposed. Firstly, an interval score function is defined. Secondly, the prospect decision-making matrix is constructed by calculating the prospect value of each alternative, which uses the zero as the reference point. Then, an optimization model, in which the goal of the sum of variance is based on minimizing, is established to obtain the criteria weights via defining the vectors of an alternative and an ideal(critical) alternative. Furthermore, a relative closeness degree formula based on the alternatives is presented in order to rank the alternatives. Finally, a numerical example is given to illustrate the effectiveness and feasibility of the proposed method.

Keywords: multi-criteria decision-making；bidirectional projection；prospect theory；Jaynes’ maximum entropy；interval-valued intuitionistic fuzzy number

0 引 言

自 1965 年 Zadeh[1]提出模糊集 (FS) 以来, 一些学者对客观世界中各领域问题的研究从精确集拓展到 FS. 为了进一步刻画 FS 中的不确定性, Atanassov[2]于 1986 年提出了直觉模糊集 (IFS), 拓展了 FS, 并于 1989 年与 Gargov[3]共同提出了采用区间数表示隶属度、非隶属度及犹豫度的区间直觉模糊集 (IVIFS), 拓展了 IFS. 在实际多准则决策 (MCDM) 问题中, 决策者往往是有限理性的, 其认识是模糊的, 且客观事物具有较高的复杂性. 因此, 在此类问题的求解过程中, 需要考虑同一时段不同可能情况的原始决策信息[4-5]. 前景理论 (PS) 在解决交互式有限理性决策等问题上具有一定的优势[6]. 文献 [7] 将 PS 与 VIKOR 相结合来解决风险型模糊 MCDM 问题; 文献 [8] 利用所提出的含犹豫信息距离公式以及 PS 研究了随机直觉模糊 MCDM 问题; 文献 [9] 运用 PS 处理了含区间数和清晰数的 MCDM 问题; 文献 [10] 将 PS 与灰色理论相结合, 分别解决了随机和模糊 MCDM 问题; 文献 [11] 利用提出的区间直觉模糊数记分函数研究了 MCDM 问题. 运用 PS 时, 需利用记分函数将含区间信息的原始矩阵转化为一个以实数形式表示的前景价值矩阵, 这可能损失重要信息, 影响决策结果, 且在利用 TOPSIS

收稿日期: 2015-05-10；**修回日期:** 2015-07-28.

基金项目: 国家自然科学基金项目(71371091)；辽宁省社会科学规划基金项目(L14BTJ004).

作者简介: 邵良杉(1961−), 男, 教授, 博士生导师, 从事矿业系统工程等研究；温廷新(1974−), 男, 副教授, 博士生, 从事数据挖掘、信息系统等研究.

法[12]进行决策时, 忽略了方案与临界点的关系.

综上所述, 将 PS 和向量投影方法引入到 MCDM 问题, 针对准则权重不完全确定情况, 提出准则值为区间直觉模糊数的 MCDM 方法. 该方法给出一种含区间信息的区间直觉模糊记分函数; 建立一种双向投影测度方法, 充分考虑方案与理想点、临界点的关系; 结合 Jaynes 最大熵原理构建一种准则权重的优化模型, 利用定义的贴近度公式获得方案排序.

1 基础理论

1.1 区间直觉模糊数

定义 1 设非空论域 X 上的 IVIFS $\tilde{\alpha}=\{<[\underline{\mu}_A(x),\overline{\mu}_A(x)],[\underline{\upsilon}_A(x),\overline{\upsilon}_A(x)]>|x\in X\}$. 其中: $[\underline{\mu}_A(x),\overline{\mu}_A(x)]\subseteq[0,1]$, $[\underline{\upsilon}_A(x),\overline{\upsilon}_A(x)]\subseteq[0,1]$ 分别为元素 x 对集合 A 的隶属度区间和非隶属度区间, 且有 $\forall x\in X,\overline{\mu}_A(x)+\overline{\upsilon}_A(x)\leqslant 1$. 犹豫度区间为 $[\underline{\pi}_A(x),\overline{\pi}_A(x)]=[1-\overline{\upsilon}_A(x)-\overline{\mu}_A(x),1-\underline{\upsilon}_A(x)-\underline{\mu}_A(x)]$[13].

定义 2 设任意的 IVIFS $\tilde{\alpha}=([\mu_A^L(x),\mu_A^R(x)],[\upsilon_A^L(x),\upsilon_A^R(x)])$, $\tilde{\alpha}$ 的记分函数 $S(\tilde{\alpha})$ 和精确函数 $H(\tilde{\alpha})$ 分别为 $S(\tilde{\alpha})=\dfrac{1}{2}(\mu_A^L(x)+\mu_A^R(x)-\upsilon_A^L(x)-\upsilon_A^R(x))$, $H(\tilde{\alpha})=\dfrac{1}{2}(\mu_A^L(x)+\mu_A^R(x)+\upsilon_A^L(x)+\upsilon_A^R(x))$[13].

1.2 前景理论

1979 年 Kahaneman 等[14-15]提出了 PS, 该理论认为人们往往是有限理性的, 当决策条件不确定时, 决策结果含有决策者的主观因素, 能够较好地刻画决策者的实际辩优过程.

PS 主要考虑前景价值函数和决策权重函数, 即

$$V=\sum_{i=1}^n\omega(p_i)v(x_i),\ \omega(p_i)=\frac{p_i^r}{(p_i^r+(1-p_i)^r)^{1/r}}.$$

其中: r,α,θ,β 为参数[11]; x 的价值函数为

$$v(x_i)=\begin{cases}x^\alpha x\geqslant 0,\\ -\theta(-x)^\beta x<0.\end{cases}$$

在 PS 中, 当利用记分函数对含区间信息的方案排序时, 若在决策过程表现出一定的区间信息, 则决策结果的准确性将更高, 故本文尝试给出一个其计算结果为区间数的记分函数.

定义 3 设 $\tilde{\alpha}=([\underline{\mu}_A(x),\overline{\mu}_A(x)],[\underline{\upsilon}_A(x),\overline{\upsilon}_A(x)])$ 为任意 IVIFS, 称 $\mathrm{IS}(\tilde{\alpha})=[\overline{\mathrm{IS}}(\tilde{\alpha}),\underline{\mathrm{IS}}(\tilde{\alpha})]$ 为 IVIFS $\tilde{\alpha}$ 的区间记分函数. 其中

$$\underline{\mathrm{IS}}(\tilde{\alpha})=\min\Big(\frac{\underline{\mu}_A(x)-\underline{\upsilon}_A(x)}{\underline{\pi}_A(x)+1},\ \frac{\overline{\mu}_A(x)-\overline{\upsilon}_A(x)}{\overline{\pi}_A(x)+1}\Big),$$

$$\overline{\mathrm{IS}}(\tilde{\alpha})=\max\Big(\frac{\underline{\mu}_A(x)-\underline{\upsilon}_A(x)}{\underline{\pi}_A(x)+1},\frac{\overline{\mu}_A(x)-\overline{\upsilon}_A(x)}{\overline{\pi}_A(x)+1}\Big)$$

为 $\mathrm{IS}(\tilde{\alpha})$ 的下边界和上边界; $[\underline{\mu}_A(x),\overline{\mu}_A(x)]$, $[\underline{\upsilon}_A(x),\overline{\upsilon}_A(x)]$, $[\underline{\pi}_A(x),\overline{\pi}_A(x)]=[1-\overline{\mu}_A(x)-\overline{\upsilon}_A(x),\ 1-\underline{\mu}_A(x)-\underline{\upsilon}_A(x)]$ 分别为 x 对于 A 的隶属度、非隶属度和犹豫度区间.

注 1 1) 当 $\underline{\mu}_A(x)=\overline{\mu}_A(x),\underline{\upsilon}_A(x)=\overline{\upsilon}_A(x)$ 时, $\mathrm{IS}(\tilde{\alpha})$ 为高建伟等[11] IFS 记分函数; 2) 利用 $\mathrm{IS}(\tilde{\alpha})$ 可以给出 IVIFS 排序法则; 3) $\mathrm{IS}(\tilde{\alpha})$ 与现有记分函数相比, 不仅考虑了隶属度、非隶属度和犹豫度对于决策的影响, 量化了犹豫部分影响, 而且计算结果以区间数形式表征, 尽可能减少了信息损失. 如 IVIFS $[(0.6,0.7),(0.1,0.2)]$, 采用高建伟等[11]记分函数的计算结果为 0.416, 采用文中记分函数的结果为 $[0.384,0.455]$, 且结果仍为区间数.

2 向量夹角和双向投影方法

设某一领域模糊 MCDM 问题的方案为 $X_i\,(i\in(1,2,\cdots,m))$, 准则为 $G_j\,(j\in(1,2,\cdots,n))$, 状态集为 $\theta_t\,(t\in(1,2,\cdots,l))$, 则在 θ_t 状态下, X_i 在 G_j 下的区间直觉模糊决策矩阵为 $U_t=(\mu_{ij}^t)_{m\times n}$. l 个状态下, X_i 在 G_j 下的前景矩阵为 $V=(v_{ij})_{m\times n}$.

定义 4 设前景矩阵的任意方案、理想方案以及临界方案分别为 $v_i=([\underline{\mathrm{IS}}_{ij},\overline{\mathrm{IS}}_{ij}])$, $v^+=([\underline{\mathrm{IS}}_j^+,\overline{\mathrm{IS}}_j^+])=([\max\limits_i\underline{\mathrm{IS}}_{ij}^+,\max\limits_i\overline{\mathrm{IS}}_{ij}^+])$ 和 $v^-=([\underline{\mathrm{IS}}_j^-,\overline{\mathrm{IS}}_j^-])=([\min\limits_i\underline{\mathrm{IS}}_{ij}^-,\min\limits_i\overline{\mathrm{IS}}_{ij}^-])$, 则 v^+、v^- 形成的向量和 v_i、v^- 形成的向量分别为

$$v^-v^+=([\underline{\mathrm{IS}}_j^+-\underline{\mathrm{IS}}_j^-,\overline{\mathrm{IS}}_j^+-\overline{\mathrm{IS}}_j^-]),\tag{1}$$

$$v^-v_i=([\underline{\mathrm{IS}}_{ij}-\underline{\mathrm{IS}}_j^-,\overline{\mathrm{IS}}_{ij}-\overline{\mathrm{IS}}_j^-]);\tag{2}$$

对应的模分别为

$$|v^-v^+|=\Big(\Big[\sqrt{\sum_{j=1}^n|\underline{\mathrm{IS}}_j^+-\underline{\mathrm{IS}}_j^-|^2},\sqrt{\sum_{j=1}^n|\overline{\mathrm{IS}}_j^+-\overline{\mathrm{IS}}_j^-|^2}\Big]\Big),\tag{3}$$

$$|v^-v_i|=\Big(\Big[\sqrt{\sum_{j=1}^n|\underline{\mathrm{IS}}_{ij}-\underline{\mathrm{IS}}_j^-|^2},\sqrt{\sum_{j=1}^n|\overline{\mathrm{IS}}_{ij}-\overline{\mathrm{IS}}_j^-|^2}\Big]\Big);\tag{4}$$

v^-v_i 与 v^-v^+ 的夹角余弦为

$$\cos(v^-v_i,v^-v^+)=\Big(\Big[\frac{\sum\limits_{j=1}^n(\underline{\mathrm{IS}}_j^+-\underline{\mathrm{IS}}_j^-)(\underline{\mathrm{IS}}_{ij}-\underline{\mathrm{IS}}_j^-)}{|v^-v_i||v^-v^+|},\frac{\sum\limits_{j=1}^n(\overline{\mathrm{IS}}_j^+-\overline{\mathrm{IS}}_j^-)(\overline{\mathrm{IS}}_{ij}-\overline{\mathrm{IS}}_j^-)}{|v^-v_i||v^-v^+|}\Big]\Big);\tag{5}$$

v^-v^+ 与 v_iv^+ 的夹角余弦为

$$\cos(v^-v^+,v_iv^+)=\Big(\Big[\frac{\sum\limits_{j=1}^n(\underline{\mathrm{IS}}_j^+-\underline{\mathrm{IS}}_j^-)(\underline{\mathrm{IS}}_j^+-\underline{\mathrm{IS}}_{ij})}{|v^-v_i||v^-v^+|},$$

$$\frac{\sum_{j=1}^{n}(\overline{\mathrm{IS}}_j^+-\overline{\mathrm{IS}}_j^-)(\overline{\mathrm{IS}}_j^+-\overline{\mathrm{IS}}_{ij})}{|v^-v_i||v^-v^+|}\Big]\Big); \tag{6}$$

v^- 与 v_i 形成向量在 v^- 与 v^+ 形成向量上的投影为

$$\mathrm{Prj}_{v^-v^+}(v^-v_i)=|v^-v_i|\cos(v^-v_i,v^-v^+)=$$
$$\Big(\Big[\frac{\sum_{j=1}^{n}(\underline{\mathrm{IS}}_j^+-\underline{\mathrm{IS}}_j^-)(\underline{\mathrm{IS}}_{ij}-\underline{\mathrm{IS}}_j^-)}{|v^-v^+|},$$
$$\frac{\sum_{j=1}^{n}(\overline{\mathrm{IS}}_j^+-\overline{\mathrm{IS}}_j^-)(\overline{\mathrm{IS}}_{ij}-\overline{\mathrm{IS}}_j^-)}{|v^-v^+|}\Big]\Big); \tag{7}$$

v^+ 与 v^- 形成向量在 v_i 与 v^+ 形成向量上的投影为

$$\mathrm{Prj}_{v_iv^+}(v^-v^+)=|v^-v^+|\cos(v^-v^+,v_iv^+)=$$
$$\Big(\Big[\frac{\sum_{j=1}^{n}(\underline{\mathrm{IS}}_j^+-\underline{\mathrm{IS}}_j^-)(\underline{\mathrm{IS}}_j^+-\underline{\mathrm{IS}}_{ij})}{|v_iv^+|},$$
$$\frac{\sum_{j=1}^{n}(\overline{\mathrm{IS}}_j^+-\overline{\mathrm{IS}}_j^-)(\overline{\mathrm{IS}}_j^+-\overline{\mathrm{IS}}_{ij})}{|v_iv^+|}\Big]\Big). \tag{8}$$

定理 1　$\mathrm{Prj}_{v^-v^+}(v^-v_i)$ 越大, 方案 v_i 越靠近理想方案 v^+; $\mathrm{Prj}_{v^-v^+}(v^-v_i)$ 越小, 方案 v_i 越远离理想方案 v^+. $\mathrm{Prj}_{v_iv^+}(v^-v^+)$ 越大, 方案 v_i 越靠近临界方案 v^-; $\mathrm{Prj}_{v^-v^+}(v^-v_i)$ 越小, 方案 v_i 越远离临界方案 v^-.

证明　由投影定义可知, $\mathrm{Prj}_{v^-v^+}(v^-v_i)$ 越大, 则 v^-v_i 越靠近 v^-v^+, v_i 越靠近 v^+, 反之亦然. 同理可证 $\mathrm{Prj}_{v_iv^+}(v^-v^+)$. □

3　区间直觉模糊信息下双向投影决策步骤

对于某一领域含区间直觉模糊信息的MCDM问题, 设方案集、准则集、以理想方案为参照对象的权重向量、以临界方案为参照对象的权重向量分别为 X_i、G_j、ω、ρ, 状态集为 θ_t, 第 θ_t 种状态发生的概率为 p_t. 在 θ_t 状态下, 决策者分别对 X_i 按照 G_j 评价, 得到含区间直觉模糊信息决策矩阵 $U_t=(\mu_{ij}^t)_{m\times n}$. 根据上述研究, 下文给出一种决策方案优选方法, 步骤如下.

Step 1　由定义 3 将 $U_t=(\mu_{ij}^t)_{n\times m}$ 转化为记分函数矩阵.

Step 2　以零点为决策参考点, 得到前景矩阵 $V=(v_{ij})_{m\times n}$, 确定理想方案 v^+ 和临界方案 v^-.

Step 3　参照式 (1) 和 (2) 计算向量 v^-v_i、v^-v^+、v^-v^+、v_iv^+.

Step 4　利用式 (3) ~ (8) 分别计算向量的夹角余弦 $\cos(v^-v_i,v^-v^+)$、$\cos(v^-v^+,v_iv^+)$ 以及向量投影 $\mathrm{Prj}_{v^-v^+}(v^-v_i)$、$\mathrm{Prj}_{v_iv^+}(v^-v^+)$.

Step 5　构建非线性规划模型.

根据定理 1, 在 G_j 下, v_i 的前景值与 v^+ 的投影偏差为 $(1-\mathrm{Prj}_{v^-v^+}(v^-v_i))$, 取偏差和的平方和形式, 以消除符号因素. v_i 与 v^+ 在 G_j 下的加权偏差和为

$$\sum_{j=1}^{n}[\omega_j(1-\mathrm{Prj}_{v^-v^+}(v^-v_i))]^2,$$

X_i 的加权总偏差和为

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}[\omega_j(1-\mathrm{Prj}_{v^-v^+}(v^-v_i))]^2.$$

由此构建使所有方案加权总偏差和最小的目标函数来确定 ω, 其目标函数为

$$\min G(\omega)=\sum_{p=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\left[\omega_j|(1-\mathrm{Prj}_{v^-v^+}(v^-v_i))|\right]^2;$$
$$\text{s.t.}\ \begin{cases}\sum_{j=1}^{m}\omega_j=1,\\ 0\leqslant\omega_j^L\leqslant\omega_j\leqslant\omega_j^U\leqslant 1.\end{cases} \tag{9}$$

由于准则权重不完全确定, 利用最大熵理论[16]构建最大熵模型求解权重, 即

$$\min H=\sum_{j=1}^{m}\omega_j\ln\omega_j;$$
$$\text{s.t.}\ \begin{cases}\sum_{j=1}^{m}\omega_j=1,\\ 0\leqslant\omega_j^L\leqslant\omega_j\leqslant\omega_j^U\leqslant 1.\end{cases} \tag{10}$$

故由式 (9) 和 (10) 可得

$$\min G(\omega)=\alpha\sum_{p=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\left[\omega_j|(1-\mathrm{Prj}_{v^-v^+}(v^-v_i))|\right]^2+$$
$$(1-\alpha)\sum_{j=1}^{m}\omega_j\ln\omega_j;$$
$$\text{s.t.}\ \begin{cases}\sum_{j=1}^{m}\omega_j=1,\\ 0\leqslant\omega_j^L\leqslant\omega_j\leqslant\omega_j^U\leqslant 1.\end{cases} \tag{11}$$

其中: $\alpha\in[0,1]$ 为平衡系数, 应根据实际情况确定; ω_j 可利用Matlab等软件求解式 (11) 得到.

同理, 可构建形如式 (9) 和 (10) 的模型来确定 ρ_j.

Step 6　将投影矩阵与 ω_j 集结, 得到如下 v_i 与 v^+ 的加权投影:

$$\mathrm{Prj}^+=(\mathrm{Prj}_1^+,\mathrm{Prj}_2^+,\cdots,\mathrm{Prj}_m^+)=\omega(\mathrm{Prj}_{v^-v^+}(v^-v_i)). \tag{12}$$

同理可得 v_i 与 v^- 加权投影

$$\mathrm{Prj}^-=$$
$$(\mathrm{Prj}_1^-,\mathrm{Prj}_2^-,\cdots,\mathrm{Prj}_m^-)=\omega(\mathrm{Prj}_{v_iv^+}(v^-v^+)). \tag{13}$$

Step 7　v_i 与 v^+ 的加权投影 Prj^+ 越大, 与 v^- 的加权投影 Prj^- 越小, 表明得到的 X_i 越优. 因此, 可基于TOPSIS法[6, 12]定义贴近度

$$C(v_i)=\frac{\mathrm{Prj}_{v^-v^+}(v^-v_i)}{\mathrm{Prj}_{v^-v^+}(v^-v_i)+\mathrm{Prj}_{v_iv^+}(v^-v^+)},\quad(14)$$

并利用文献[18]对 v_i 进行排序.

4 算例分析

引用文献[11]中示例,投资人拟从采用收益 G_1、社会收益 G_2 和环境影响 G_3 三方面分别对方案 X_1、X_2 和 X_3 进行投资决策. 由于未来投资环境是不确定的, 设存在高 Z_1、中 Z_2、低 Z_3 三种可能的风险状态, 其概率经专家评估分别为0.1、0.6、0.3. 在各风险下决策矩阵如表1～表3所示, 试确定最佳投资方案.

表1 Z_1 下决策

X	G_1	G_2	G_3
X_1	([0.2,0.4],[0.5,0.6])	([0.6,0.7],[0.1,0.3])	([0.3,0.5],[0.4,0.5])
X_2	([0.3,0.7],[0.1,0.2])	([0.2,0.5],[0.1,0.4])	([0.2,0.4],[0.3,0.5])
X_3	([0.4,0.5],[0.1,0.3])	([0.2,0.3],[0.4,0.6])	([0.5,0.6],[0.1,0.3])

表2 Z_2 下决策

X	G_1	G_2	G_3
X_1	([0.3,0.8],[0.1,0.2])	([0.2,0.3],[0.4,0.5])	([0.2,0.5],[0.3,0.5])
X_2	([0.2,0.7],[0.1,0.2])	([0.1,0.4],[0.3,0.4])	([0.3,0.4],[0.3,0.5])
X_3	([0.7,0.8],[0.1,0.2])	([0.6,0.7],[0.2,0.3])	([0.3,0.4],[0.3,0.5])

表3 Z_3 下决策

X	G_1	G_2	G_3
X_1	([0.5,0.6],[0.1,0.2])	([0.1,0.4],[0.3,0.5])	([0.6,0.7],[0.1,0.3])
X_2	([0.4,0.7],[0.1,0.3])	([0.2,0.5],[0.1,0.3])	([0.3,0.5],[0.2,0.4])
X_3	([0.3,0.5],[0.1,0.3])	([0.2,0.5],[0.4,0.5])	([0.4,0.6],[0.1,0.3])

假设决策者仅给出部分准则权重信息, 即 $H=\Big\{0.4\leqslant\omega_1\leqslant0.6,0.3\leqslant\omega_2\leqslant0.5,0.2\leqslant\omega_3\leqslant0.4,0.4\leqslant\rho_1\leqslant0.6,0.3\leqslant\rho_2\leqslant0.5,0.2\leqslant\rho_3\leqslant0.4,\omega_j\geqslant0,\sum_{j=1}^{3}\rho_j=1,\sum_{j=1}^{3}\omega_j=1,\rho_j\geqslant0,\omega_1\geqslant\omega_2\geqslant\omega_3,\rho_1\geqslant\rho_2\geqslant\rho_3\Big\}$.

Step 1: 根据定义3, 将表1～表3分别转化为计分矩阵, 如表4～表6所示.

表4 Z_1 下计分

V	G_1	G_2	G_3
v_1	[−0.66,−0.30]	[0.50,1.33]	[−0.10,0.00]
v_2	[0.18,0.31]	[0.05,0.09]	[−0.09,0.06]
v_3	[0.13,0.25]	[−0.21,−0.18]	[0.21,0.36]

表5 Z_2 下计分

V	G_1	G_2	G_3
v_1	[0.20,0.37]	[−0.16,−0.14]	[−0.10,0.00]
v_2	[0.09,0.20]	[−0.16,0.00]	[−0.07,0.00]
v_3	[0.50,0.60]	[0.30,0.40]	[−0.07,0.00]

表6 Z_3 下计分

V	G_1	G_2	G_3
v_1	([0.28,0.33]	[−0.18,−0.06]	[0.30,0.50]
v_2	([0.26,0.30]	[0.08,0.11]	[0.06,0.09]
v_3	[0.12,0.16]	[0.20,0.00]	[0.20,0.27]

Step 2: 利用前景价值函数和参数值 $r=0.74$, $\alpha=0.89$, $\theta=2.25$, $\beta=0.92$[11]得到前景矩阵 V、理想方案 v^+ 和临界方案 v^-, 即

$$V=\begin{bmatrix}[0.16,0.19] & [-0.07,0.11] & [0.09,0.10]\\ [0.17,0.29] & [-0.04,0.04] & [0.00,0.01]\\ [0.33,0.41] & [0.14,0.25] & [0.06,0.14]\end{bmatrix},$$

$$v^+=([0.18,0.21],[0.14,0.15],[0.03,0.06]),$$

$$v^-=([0.03,0.08],[-0.07,-0.05],[-0.02,-0.01]).$$

Step 3: 双向投影矩阵为

$$\mathrm{Prj}_{v^-v^+}(v^-v_i)=$$
$$\begin{bmatrix}[-0.02,0.00] & [-0.10,-0.01] & [0.08,0.09]\\ [-0.01,0.02] & [-0.09,-0.04] & [-0.01,-0.01]\\ [0.03,0.08] & [0.00,0.04] & [0.00,0.02]\end{bmatrix},$$

$$\mathrm{Prj}_{v_iv^+}(v^-v^+)=$$
$$\begin{bmatrix}[0.04,0.06] & [0.01,0.08] & [0.02,0.02]\\ [0.06,0.08] & [0.03,0.05] & [0.00,0.01]\\ [0.09,0.11] & [0.09,0.12] & [0.01,0.03]\end{bmatrix}.$$

Step 4: 构建形如式(9)和(10)的模型, 并求解其组合模型(11), 可得 $\omega=(0.40,0.30,0.30)$. 同理, $\rho=(0.40,0.31,0.28)$.

Step 5: 利用式(12)和(13)计算加权投影

$$\mathrm{Prj}^+=$$
$$([-0.036,-0.005],[-0.039,-0.008],[0.013,0.056]),$$
$$\mathrm{Prj}^-=([0.038,0.053],[0.042,0.050],[0.073,0.094]).$$

Step 6 : 利用式(14)可得各备选方案 $C(v_i)$ 值, 即 $C(v_1)=[-27.06,-0.11]$, $C(v_2)=[-11.86,-0.19]$, $C(v_3)=[0.15,0.37]$, 由此可知 $C(X_3)\succ C(X_2)\succ C(X_1)$, 即结果为 $X_3\succ X_2\succ X_1$.

由上述结果可知, 本文提出的双向投影方法排序结果与文献[11]一致, 均为 $X_3\succ X_2\succ X_1$. 利用给出的区间记分函数, 在整个MCDM过程中, 前景值矩阵、投影矩阵和方案的综合值均以区间数形式表征, 并未在运算过程中将区间数转化为实数, 在一定程度上减少了信息损失. 与文献[17]仅考虑方案与理想点的关系相比, 本文考虑了方案与理想点和临界点两个方向的关系. 同时, 在准则权重不完全确定的情况下, 利用最大熵原理构建了双向投影模型获得准则权重, 即在所有可行解中选择添加信息量最少的, 因此, 权重的获取具有合理性和稳定性, 且当方案较多时也可有效地对方案进行优选.

5 结 论

本文对准则权重不完全确定的区间直觉模糊数决策问题进行了研究, 提出了一种区间记分函数法;

构建方案与理想方案, 以及临界方案的向量表达式; 提出了两个不同方向的投影, 分别基于 Jaynes 最大熵原理并结合方案投影构建了优化模型, 以此获得准则权重; 利用构建的贴近度公式获得了最优方案. 事实上, 文中对方案排序的方法尚不能适用实际问题中的各种情况, 如何应用于实际是下一步研究工作的重点.

参考文献(References)

[1] Zadeh L A. Fuzzy sets[J]. Information and Control, 1965, 8(3): 338-353.

[2] Atanassov K T. Intuitionistic fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1986, 20(1): 87-96.

[3] Atanassov K, Gargov G. Interval-valued intuitionistic fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1989, 31(3): 343-349.

[4] 胡军华, 陈晓红, 刘咏梅. 基于语言评价和前景理论的多准则决策问题[J]. 控制与决策, 2009, 24(10): 1477-1482.
(Hu J H, Chen X H, Liu Y M. Multi-criteria decision making method based on linguistic evaluation and prospect theory[J]. Control and Decision, 2009 24(10): 1477-1482.)

[5] 张晓, 樊治平. 一种基于前景随机占优准则的随机多属性决策方法[J]. 控制与决策, 2010, 25(12): 1875-1879.
(Zhang X, Fan Z P. Method for stochastic multiple attribute decision making based on prospect stochastic dominance rule[J]. Control and Decision, 2010, 25(12): 1875-1879.)

[6] 李春好, 杜元伟. 不确定环境下的两层交互式有限理性决策方法[J]. 系统工程理论与实践, 2010, 30(11): 2003-2011.
(Li C H, Du Y W. Interactive bounded rationally approach to two level decision making under uncertainty[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2010, 30(11): 2003-2011.)

[7] 江文奇. 基于前景理论和 VIKOR 的风险型模糊多准则决策方法[J]. 控制与决策, 2014, 29(12): 2287-2291.
(Jiang W Q. Risky fuzzy multi-criteria decision method based on prospect theory and VIKOR[J]. Control and Decision, 2014, 29(12): 2287-2291.)

[8] 李鹏, 吴君民, 朱建军. 基于新直觉模糊距离的随机决策方法[J]. 系统工程理论与实践, 2014, 34(6): 1517-1524.
(Li P, Wu J M, Zhu J J. Stochastic multi-criteria decision-making methods based on new intuitionistic fuzzy distance[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2014, 34(6): 1517-1524.)

[9] Fan Z P, Zhang X, Chen F D, et al. Multiple attribute decision making considering aspiration-levels: A method based on prospect theory[J]. Computers & Industrial Engineering, 2013, 65(1): 341-350.

[10] 王坚强, 孙腾, 陈晓红. 基于前景理论的信息不完全的模糊多准则决策方法[J]. 控制与决策, 2009, 24(8): 1198-1202.
(Wang J Q, Sun T, Chen X H. Multi-criteria fuzzy decision-making method based on prospect theory with incomplete information[J]. Control and Decision, 2009, 24(8): 1198-1202.)

[11] 高建伟, 刘慧晖, 谷云东. 基于前景理论的区间直觉模糊多准则决策方法[J]. 系统工程理论与实践, 2014, 34(12): 3175-3180.
(Gao J W, Liu H H, Gu Y D. Interval-valued intuitionistic fuzzy multi-criteria decision-making method based on prospect theory[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2014, 34(12): 3175-3180.)

[12] 胡辉, 徐泽水. 基于 TOPSIS 的区间直觉模糊多属性决策方法[J]. 模糊系统与数学, 2007, 21(5): 108-112.
(Hu H, Xu Z S. TOPSIS method for multiple attribute decision making with interval-valued intuitionistic fuzzy information[J]. Fuzzy Systems and Mathematics, 2007, 21(5): 108-112.)

[13] 徐泽水. 区间直觉模糊信息的集成方法及其在决策中的应用[J]. 控制与决策, 2007, 22(2): 215-219.
(Xu Z S. Methods for aggregating interval-valued intuitionistic fuzzy information and their application to decision making[J]. Control and Decision, 2007, 22(2): 215-219.)

[14] Kahneman D, Tversky A. Prospect theory: An analysis of decision under risk[J]. Econometrica, 1979, 47(2): 263-292.

[15] Tamura H. Behavioral models for complex decision analysis[J]. European J of Operational Research, 2005, 166(3): 655-665.

[16] Wang S L. A novel multi-attribute allocation method based on entropy principle[J]. J of Software Engineering, 2012, 6(1): 16-20.

[17] Xu Z S, Hu H. Projection methods for intuitionistic fuzzy multiple attribute decision making[J]. Int J of Information Technology & Decision Making, 2010, 9(2): 267-280.

[18] 陈志旺, 陈林, 杨七, 等. 用区间直觉模糊集方法对属性权重未知的群求解及其属性决策[J]. 控制理论与应用, 2014, 31(8): 1025-1033.
(Chen Z W, Chen L, Yang Q, et al. Interval-valued intuitionistic fuzzy set method for group multi-attribute decision-making with unknown attribute weights[J]. Control Theory & Applications, 2014, 31(8): 1025-1033.)

(责任编辑: 闫　妍)