

# 大加减速轴向移动系统自适应边界控制

赵志甲<sup>1</sup>, 刘 屿<sup>1</sup>, 邬依林<sup>1,2</sup>, 罗 飞<sup>1</sup>

(1. 华南理工大学 自动化科学与工程学院, 广州 510640; 2. 广东第二师范学院 计算机科学系, 广州 510310)

**摘要:** 针对具有系统结构参数不确定的大加减速轴向移动系统, 为了提高其振动控制品质, 结合 Lyapunov 理论、自适应控制技术和  $S$  曲线加减速法设计自适应边界控制, 用以抑制结构振动偏移量. 所设计的自适应控制能避免控制溢出效应和补偿系统参数不确定性, 并保证闭环系统的稳定性和闭环状态的一致有界性. 仿真结果表明, 所设计的自适应边界控制算法能有效抑制结构振动偏移量.

**关键词:** 轴向移动结构; 大加减速;  $S$  曲线加减速; 自适应边界控制

**中图分类号:** TP273

**文献标志码:** A

## Adaptive boundary control of axially moving system with ac-/deceleration

ZHAO Zhi-jia<sup>1</sup>, LIU Yu<sup>1</sup>, WU Yi-lin<sup>1,2</sup>, LUO Fei<sup>1</sup>

(1. School of Automation Science and Technology, South China University of Technology, Guangzhou 510640, China;

2. Department of Computer Science, Guangdong Institute of Education, Guangzhou 510310, China. Correspondent: LIU Yu, E-mail: auylau@scut.edu.cn)

**Abstract:** To improve the performance of the vibration control for an axially moving system under high ac-/deceleration with the system parametric uncertainty, an adaptive boundary controller is designed to suppress the vibration displacement of the system combining with the Lyapunov theory, the adaptive control technique and the  $S$ -curve ac-/deceleration method. With the proposed adaptive boundary control, the control-spillover phenomenon can be avoided, and the system parameter uncertainty can be compensated. The stability of the closed-loop system is demonstrated and the uniform ultimate boundedness of the closed-loop signals is ensured. Simulation results show the effectiveness of the proposed adaptive boundary control method.

**Keywords:** axially moving structure; high ac-/deceleration;  $S$ -curve ac-/deceleration; adaptive boundary control

## 0 引言

轴向移动结构被大量地应用于精密制造装备, 然而其弹性变形产生的振动现象将直接限制装备的加工性能<sup>[1-3]</sup>. 因此, 如何有效地控制精密制造装备中轴向移动结构的振动, 最大限度地降低振动对装备加工性能的影响, 已成为目前国内外的一个研究热点.

轴向移动结构是典型的无穷维分布参数系统, 其柔性结构由无穷多个模态表示, 因此难以直接对其进行控制设计. 传统控制方法大多基于截断等降阶模型进行控制设计, 但未建模高频模态可能影响控制系统的稳定性<sup>[4-7]</sup>. 近年来, 关于轴向移动系统振动控制方

面的研究<sup>[8-12]</sup>, 将边界控制技术与诸如 Lyapunov 直接法、鲁棒控制、反步控制、能量法等先进控制方法相结合, 基于结构无限维模型直接进行控制设计, 从而解决了控制溢出问题. 然而, 目前国外关于轴向移动结构的振动控制研究都假设其运动为匀速或变速运动, 但在实际应用中, 精密制造装备中绝大多数轴向移动结构是大加减速和高速运动的, 结构几何非线性特性明显<sup>[13]</sup>. 因此, 国外研究所建立的轴向移动系统模型及其振动控制方法都很难用于大加减速轴向移动系统. 在国内, 前期研究成果<sup>[2-3]</sup>报道了大加减速轴向移动结构的振动 PD 和鲁棒边界控制, 并取得了较

收稿日期: 2015-05-27; 修回日期: 2015-08-03.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61203060); 中央高校基本科研业务费专项基金项目(2015ZZ026); 广东省科技计划项目(2015B010101003, 2015B010919003, 2015B090901049, 2014A090906010, 2014A090906009); 广东第二师范学院教授博士科研专项经费(2014ARF25).

作者简介: 赵志甲(1985-), 男, 博士生, 从事分布参数系统控制的研究; 刘屿(1977-), 男, 副研究员, 博士, 从事分布参数系统控制、非线性理论与应用等研究.

好的控制效果. 然而, 文献[2-3]中都没有考虑大加减速轴向移动系统的不确定性. 通常, 大加减速轴向移动系统具有不确定性, 诸如其张力、刚度等系统结构参数未知或不能准确测量, 甚至部分结构参数可能随其振动偏移量变化而变化. 因此, 为了提高轴向移动结构控制系统的控制效果和品质, 要求所设计的控制策略具有较好的鲁棒性和自适应能力, 用以补偿轴向移动系统的不确定性<sup>[14-15]</sup>.

相比于直线/指数加减速法,  $S$  曲线加减速通过对启动阶段加速度的衰减来保证电机性能的充分发挥和减小启动冲击<sup>[16]</sup>, 因此在制造装备中得到了大量应用. 本文以团队自主研发的贴片机(SMT)中大加减速轴向移动结构的振动主动控制为研究对象, 基于广义 Hamilton 原理建立其动力学模型, 再结合 Lyapunov 理论、自适应技术和  $S$  曲线加减速法设计自适应边界控制, 从而抑制结构的振动, 利用算法自适应能力补偿系统的不确定性, 基于设计的自适应控制算法证明控制系统的稳定性和一致有界性, 并给出所设计控制器的有效性和可靠性的仿真研究结果.

## 1 动力学建模

**注 1** 本文作如下简写:  $(\cdot)(t) = (\cdot)$ ,  $(\cdot)(x, t) = (\cdot)$ ,  $(\cdot)_x = \frac{\partial(\cdot)}{\partial x}$ ,  $(\cdot)_t = \frac{\partial(\cdot)}{\partial t}$ .

SMT 中典型轴向移动系统如图 1 所示.

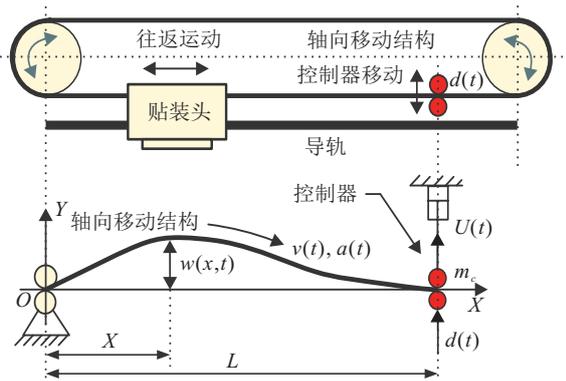


图 1 贴片机中典型的轴向移动系统

在图 1 中: 坐标系原点  $O$  位于左端, 控制  $U(t)$  作用于右端,  $w(x, t)$  为  $t$  时刻在位置  $x$  处的偏移量,  $m_c$  为控制器质量,  $d(t)$  为边界扰动,  $L$  为控制段长度,  $v(t)$  为运动速度,  $a(t)$  为大加减速速度.

大加减速轴向移动系统的运动方程可以由广义 Hamilton 原理表示为<sup>[17]</sup>

$$\int_{t_1}^{t_2} (\delta E_k - \delta E_p + \delta W_c - \delta W_b) dt = 0. \quad (1)$$

其中:  $\delta$  为变分操作符,  $t_1$  和  $t_2$  ( $t_1 < t_2$ ) 为两时刻.

轴向移动结构动能  $E_k$  可表示为

$$E_k = \frac{1}{2} m_c w_t^2(L, t) + \frac{1}{2} m \int_0^L (w_t + v w_x)^2 dx. \quad (2)$$

其中:  $m$  为结构单位长度质量; 运动速度  $v$  为

$$v = v_0 + at, \quad (3)$$

$v_0$  为初始速度.

轴向移动结构势能  $E_p$  可表示为

$$E_p = \frac{1}{2} T \int_0^L w_x^2 dx, \quad (4)$$

其中  $T > 0$  为结构的张力.

结构右边界非保守力所做虚功  $\delta W_c$  为

$$\delta W_c = [U + d - d_s w_t(L, t)] \delta w(L, t) - c \int_0^L (w_t + v w_x) \delta w dx. \quad (5)$$

其中: 常数  $c$  为结构的粘性阻尼系数,  $d_s$  为控制器的阻尼系数.

结构右边界处的虚拟动量  $\delta W_b$  为

$$\delta W_b = m v [w_t(L, t) + v w_x(L, t)] \delta w(L, t). \quad (6)$$

将式(2)、(4)~(6)代入式(1), 应用变分和分部积分可得轴向移动系统控制方程

$$m w_{tt} - T w_{xx} + m a w_x + 2 m v w_{xt} + m v^2 w_{xx} + c w_t + c v w_x = 0, \quad (7)$$

其中  $\forall (x, t) \in (0, L) \times [0, +\infty)$ .

轴向移动系统边界条件为

$$\begin{cases} w(0, t) = 0, \\ m_c w_{tt}(L, t) + T w_x(L, t) + d_s w_t(L, t) = d + U, \end{cases} \quad (8)$$

其中  $\forall t \in [0, +\infty)$ .

**假设 1** 对于结构的运动速度  $v(t)$  和加速度  $a(t)$ , 以及边界未知扰动  $d(t)$ , 若存在常数  $a_1, a_2, \bar{d} \in \mathbf{R}^+$ , 使得  $0 < v(t) \leq a_1, |a(t)| \leq a_2$ , 则  $|d(t)| \leq \bar{d}, \forall t \in [0, +\infty)$ .

## 2 控制设计

为了减小结构因外部扰动引起的振动偏移量, 本节基于 Lyapunov 理论设计一个自适应边界控制器对结构振动进行控制, 设计的控制算法可以很好地补偿系统的不确定性和外部载荷的不确定性.

### 2.1 预备知识

为了便于对随后各节工作进行研究, 给出如下引理<sup>[2-5]</sup>.

**引理 1** 设  $\phi_1(x, t), \phi_2(x, t) \in \mathbf{R}, \sigma > 0$ , 其中  $x \in [0, L], t \in [0, +\infty)$ , 则有

$$\begin{cases} \phi_1 \phi_2 \leq |\phi_1 \phi_2| \leq \phi_1^2 + \phi_2^2, \forall \phi_1, \phi_2 \in \mathbf{R}; \\ |\phi_1 \phi_2| = \left| \left( \frac{1}{\sqrt{\sigma}} \phi_1 \right) (\sqrt{\sigma} \phi_2) \right| \leq \frac{1}{\sigma} \phi_1^2 + \sigma \phi_2^2. \end{cases} \quad (9)$$

**引理 2** 设  $\phi(x, t) \in \mathbf{R}$  为定义在  $x \in [0, L], t \in [0, +\infty)$  的函数, 且满足边界条件

$$\phi(0, t) = 0, \quad (10)$$

则有

$$\begin{cases} \int_0^L \phi^2 dx \leq L^2 \int_0^L \phi_x^2 dx, \\ \phi^2 \leq L \int_0^L \phi_x^2 dx. \end{cases} \quad (11)$$

### 2.2 自适应边界控制

对于由控制方程式(7)和边界条件(8)描述的轴向移动系统模型, 如果其结构参数  $T$ 、 $m_c$  和  $d_s$  未知或不可测, 则为了使系统稳定, 提出以下自适应边界控制律:

$$U = \widehat{T}w_x(L, t) + \widehat{d}_s w_t(L, t) - \bar{d} \operatorname{sgn}(u_i) - \widehat{m}_c k_1 w_{xt}(L, t) - k u_i. \quad (12)$$

其中:  $u_i = w_t(L, t) + k_1 w_x(L, t)$ ;  $k$ 、 $k_1$  为控制参数;  $\operatorname{sgn}(\cdot)$  为符号函数;  $\widehat{T}$ 、 $\widehat{m}_c$  和  $\widehat{d}_s$  分别为与之对应参数的估计值, 相应的估计误差为

$$\widetilde{T} = T - \widehat{T}, \quad \widetilde{m}_c = m_c - \widehat{m}_c, \quad \widetilde{d}_s = d_s - \widehat{d}_s. \quad (13)$$

设计自适应控制律

$$\begin{cases} (\widehat{T})_t = -\gamma_1 \zeta_1 \widehat{T} - \zeta_1 w_x(L, t) u_i, \\ (\widehat{m}_c)_t = -\gamma_2 \zeta_2 \widehat{m}_c + \zeta_2 k_1 w_{xt}(L, t) u_i, \\ (\widehat{d}_s)_t = -\gamma_3 \zeta_3 \widehat{d}_s - \zeta_3 w_t(L, t) u_i, \end{cases} \quad (14)$$

其中  $\gamma_1$ 、 $\gamma_2$ 、 $\gamma_3$ 、 $\zeta_1$ 、 $\zeta_2$  和  $\zeta_3$  均为正常数.

对式(13)求时间导数, 再代入式(14), 则有

$$\begin{cases} (\widetilde{T})_t = \gamma_1 \zeta_1 \widehat{T} + \zeta_1 w_x(L, t) u_i, \\ (\widetilde{m}_c)_t = \gamma_2 \zeta_2 \widehat{m}_c - \zeta_2 k_1 w_{xt}(L, t) u_i, \\ (\widetilde{d}_s)_t = \gamma_3 \zeta_3 \widehat{d}_s + \zeta_3 w_t(L, t) u_i. \end{cases} \quad (15)$$

**注 2** 自适应控制律(12)中  $w_x(L, t)$  和  $w(L, t)$  可分别由倾角和位移传感器测得,  $w_{xt}(L, t)$  和  $w_t(L, t)$  可分别由后向差分计算得到.

选定 Lyapunov 函数

$$V(t) = V_1(t) + V_2(t) + V_3(t) + V_4(t), \quad (16)$$

其中: 能量项  $V_1(t)$  为

$$V_1(t) = \frac{1}{2} \lambda \int_0^L [m(w_t + v w_x)^2 + T w_x^2] dx, \quad \lambda > 0; \quad (17)$$

交叉项  $V_2(t)$  为

$$V_2(t) = 2\beta m \int_0^L x w_x(w_t + v w_x) dx, \quad \beta > 0; \quad (18)$$

附加项  $V_3(t)$  为

$$V_3(t) = \frac{\eta}{2} m_c u_i^2, \quad \eta > 0; \quad (19)$$

估计误差项  $V_4(t)$  为

$$V_4(t) = \frac{\eta}{2\zeta_1} \widetilde{T}^2 + \frac{\eta}{2\zeta_2} \widetilde{m}_c^2 + \frac{\eta}{2\zeta_3} \widetilde{d}_s^2. \quad (20)$$

**引理 3** 式(16)给定的 Lyapunov 函数具有如下上下界:

$$\begin{aligned} 0 \leq \vartheta_1 [V_1(t) + V_3(t) + V_4(t)] \leq V(t) \leq \\ \vartheta_2 [V_1(t) + V_3(t) + V_4(t)], \end{aligned} \quad (21)$$

其中  $\vartheta_1$  和  $\vartheta_2$  为两正常数.

**证明** 应用不等式(9)~(11), 由式(18)可得

$$|V_2(t)| \leq \beta m L \int_0^L [w_x^2 + (w_t + v w_x)^2] dx \leq \xi V_1(t), \quad (22)$$

$$\xi = \frac{2\beta m L}{\min(\lambda m, \lambda T)}.$$

不等式(22)可改写为

$$-\xi V_1(t) \leq V_2(t) \leq \xi V_1(t). \quad (23)$$

适当地选取  $\xi$ , 可以得到

$$\xi_1 = 1 - \xi > 0, \quad \xi_2 = 1 + \xi > 1. \quad (24)$$

不等式(23)两边加上  $V_1(t)$  并结合(24), 有

$$0 < \xi_1 V_1(t) \leq V_1(t) + V_2(t) \leq \xi_2 V_1(t), \quad (25)$$

结合 Lyapunov 函数式(16), 由(25)可得

$$\begin{aligned} 0 \leq \vartheta_1 [V_1(t) + V_3(t) + V_4(t)] \leq V(t) \leq \\ \vartheta_2 [V_1(t) + V_3(t) + V_4(t)]. \end{aligned} \quad (26)$$

其中:  $\vartheta_1 = \min(\xi_1, 1)$ ,  $\vartheta_2 = \max(\xi_2, 1)$ .  $\square$

**引理 4** 式(16)给定的 Lyapunov 函数对时间导数具有如下上界:

$$V_t(t) \leq -\vartheta V(t) + \varepsilon, \quad (27)$$

其中  $\vartheta$  和  $\varepsilon$  均为正数.

**证明** 将式(16)对时间求导, 有

$$V_t(t) = V_{1t}(t) + V_{2t}(t) + V_{3t}(t) + V_{4t}(t), \quad (28)$$

由式(17)可得

$$V_{1t}(t) = A_1 + A_2 + A_3 + A_4. \quad (29)$$

其中

$$A_1 = \lambda m \int_0^L (a w_t w_x + a v w_x^2) dx,$$

$$A_2 = \lambda m \int_0^L (w_t w_{tt} + v w_x w_{tt}) dx,$$

$$A_3 = \lambda m \int_0^L (v w_t w_{xt} + v^2 w_x w_{xt}) dx,$$

$$A_4 = \lambda \int_0^L T w_x w_{xt} dx.$$

将式(7)代入  $A_2$  并应用分部积分, 可得

$$\begin{aligned} A_2 = \frac{\lambda v (T - m v^2)}{2} [w_x^2(L, t) - w_x^2(0, t)] - \\ \lambda m v [2v w_x(L, t) w_t(L, t) + w_t^2(L, t)] - \\ \lambda c \int_0^L v^2 w_x^2 dx + \lambda T \int_0^L w_t w_{xx} dx + \\ \lambda m v^2 \int_0^L w_t w_{xx} dx - \lambda c \int_0^L w_t^2 dx - \\ \lambda m a \int_0^L w_t w_x dx - \lambda m v a \int_0^L w_x^2 dx - \\ 2\lambda c \int_0^L v w_t w_x dx. \end{aligned} \quad (30)$$

对  $A_3$  和  $A_4$  进行分部积分, 可得

$$\begin{cases} A_3 = \lambda m v^2 w_x(L, t) w_t(L, t) + \frac{\lambda m v}{2} w_t^2(L, t) - \\ \lambda m \int_0^L v^2 w_t w_{xx} dx, \\ A_4 = \lambda T [w_t(L, t) w_x(L, t) - \int_0^L w_t w_{xx} dx]. \end{cases} \quad (31)$$

将式(30)、(31)和  $A_1$  代入(29), 可得

$$V_{1t}(t) = -\frac{\lambda v (T - m v^2)}{2} w_x^2(0, t) - \frac{\lambda T}{2k_1} w_t^2(L, t) +$$

$$\begin{aligned} & \frac{\lambda T}{2k_1} u_i^2 - \frac{\lambda T(k_1 - v)}{2} w_x^2(L, t) - \\ & \frac{\lambda m v}{2} [w_t(L, t) + v w_x(L, t)]^2 - \\ & \lambda c \int_0^L (w_t + v w_x)^2 dx. \end{aligned} \quad (32)$$

将式(18)对时间求导, 可得

$$V_{2t}(t) = B_1 + B_2, \quad (33)$$

其中

$$B_1 = 2\beta m \int_0^L x w_x (w_{tt} + a w_x + v w_{xt}) dx,$$

$$B_2 = 2\beta m \int_0^L x w_{xt} (w_t + v w_x) dx.$$

将式(7)代入式  $B_1$  并应用分部积分, 可得

$$\begin{aligned} B_1 = & \beta L T w_x^2(L, t) - \beta m L v^2 w_x^2(L, t) - \\ & 2\beta c v \int_0^L x w_x^2 dx + \beta m \int_0^L v^2 w_x^2 dx - \\ & 2\beta c \int_0^L x w_x w_t dx - \beta T \int_0^L w_x^2 dx - \\ & 2\beta m v \int_0^L x w_{xt} w_x dx. \end{aligned} \quad (34)$$

对式  $B_2$  进行分部积分, 可得

$$\begin{aligned} B_2 = & \beta m L w_t^2(L, t) - \beta m \int_0^L w_t^2 dx + \\ & 2\beta m v \int_0^L x w_{xt} w_x dx. \end{aligned} \quad (35)$$

将式(34)和(35)代入(33), 可得

$$\begin{aligned} V_{2t}(t) = & \beta L T w_x^2(L, t) - \beta m L v^2 w_x^2(L, t) - \\ & 2\beta c v \int_0^L x w_x^2 dx - \beta m \int_0^L w_t^2 dx - \\ & 2\beta c \int_0^L x w_x w_t dx - \beta T \int_0^L w_x^2 dx + \\ & \beta m L w_t^2(L, t) + \beta m \int_0^L v^2 w_x^2 dx. \end{aligned} \quad (36)$$

将式(19)对时间求导, 再将式(8)和(12)代入求导后函数, 可得

$$\begin{aligned} V_{3t}(t) \leq & -\eta k u_i^2 + \eta [\tilde{m}_c k_1 w_{xt}(L, t) - \\ & \tilde{T} w_x(L, t) - \tilde{d}_s w_t(L, t)] u_i. \end{aligned} \quad (37)$$

将式(20)对时间进行求导, 再将式(13)和(15)代入, 可得

$$\begin{aligned} V_{4t}(t) \leq & -\frac{\eta}{2} (\gamma_1 \tilde{T}^2 + \gamma_2 \tilde{m}_c^2 + \gamma_3 \tilde{d}_s^2) + \\ & \eta [\tilde{d}_s w_t(L, t) + \tilde{T} w_x(L, t) - \\ & \tilde{m}_c k_1 w_{xt}(L, t)] u_i + \varepsilon, \end{aligned} \quad (38)$$

其中  $\varepsilon = \frac{\eta}{2} (\gamma_1 T^2 + \gamma_2 m_c^2 + \gamma_3 d_s^2)$ .

根据式(20)和(38), 若定义

$$\vartheta_3 = \min(\zeta_1 \gamma_1, \zeta_2 \gamma_2, \zeta_3 \gamma_3), \quad (39)$$

则式(38)可重写为

$$\begin{aligned} V_{4t}(t) \leq & -\vartheta_3 V_4(t) + \varepsilon + \eta [\tilde{d}_s w_t(L, t) + \\ & \tilde{T} w_x(L, t) - \tilde{m}_c k_1 w_{xt}(L, t)] u_i. \end{aligned} \quad (40)$$

将式(32)、(36)、(37)和(40)代入(28), 并应用不等式(9)~(11), 可得

$$\begin{aligned} V_t(t) \leq & -\left(\eta k - \frac{\lambda T}{2k_1}\right) u_i^2 - \frac{\lambda v(T - mv^2)}{2} w_x^2(0, t) - \\ & \left[\frac{\lambda T(k_1 - v)}{2} - \beta L(T - mv^2)\right] w_x^2(L, t) - \\ & \left(\frac{\gamma T}{2k_1} - \beta mL\right) w_t^2(L, t) - \\ & (c\lambda - 2\beta cL\delta_1) \int_0^L (w_t^2 + v w_x)^2 dx - \\ & \beta \left(T - ma_1^2 - \frac{2cL}{\delta_1}\right) \int_0^L w_x^2 dx - \\ & \beta m \int_0^L w_t^2 dx - \vartheta_3 V_4(t) + \varepsilon, \end{aligned} \quad (41)$$

其中  $\delta_1$  为任意正常数.

若选择适当参数值  $k, k_1, \lambda, \beta, \eta, \delta_1$  满足条件

$$\frac{\lambda v(T - mv^2)}{2} \geq 0, \quad \frac{\gamma T}{2k_1} - \beta mL \geq 0,$$

$$\frac{\lambda T(k_1 - v)}{2} - \beta L(T - mv^2) \geq 0,$$

$$\tau_1 = c\lambda - 2\beta cL\delta_1 > 0,$$

$$\tau_2 = \beta \left(T - ma_1^2 - \frac{2cL}{\delta_1}\right) > 0,$$

$$\tau_3 = \eta k - \frac{\lambda T}{2k_1} > 0, \quad \vartheta_4 = \min\left(\frac{2\tau_1}{\lambda m}, \frac{2\tau_2}{\lambda T}, \frac{2\tau_3}{\eta m c}\right),$$

则式(41)可改写为

$$\begin{aligned} V_t(t) \leq & -\vartheta_4 [V_1(t) + V_3(t)] - \vartheta_3 V_4(t) + \varepsilon \leq \\ & -\vartheta_5 [V_1(t) + V_3(t) + V_4(t)] + \varepsilon \leq \\ & -\vartheta V(t) + \varepsilon. \end{aligned} \quad (42)$$

其中:  $\vartheta_5 = \min(\vartheta_3, \vartheta_4)$ ,  $\vartheta = (\vartheta_5/\vartheta_2)$ .  $\square$

### 2.3 稳定性分析

根据上述分析, 本节将对闭环大加减速轴向移动系统的如下稳定性定理进行证明.

**定理 1** 对于控制方程式(7)和边界条件(8)所描述的轴向移动系统, 在本文所设计控制器式(12)作用下和假设1条件下, 有如下稳定性结论成立.

1) 存在  $\chi_1 \in \mathbf{R}^+$ , 使得闭环系统状态量  $w(x, t)$  一致有界, 即

$$|w(x, t)| \leq \chi_1, \quad (43)$$

其中  $\forall (x, t) \in [0, L] \times [0, +\infty)$ ;

2) 存在  $\chi_2 \in \mathbf{R}^+$ , 使得闭环系统状态量  $w(x, t)$  随时间趋近无穷是一致最终有界, 即

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |w(x, t)| \leq \chi_2, \quad (44)$$

其中  $\forall x \in [0, L]$ .

**证明** 将式(27)乘以  $e^{\vartheta t}$ , 可得

$$V_t(t) e^{\vartheta t} \leq -\vartheta V(t) e^{\vartheta t} + \varepsilon e^{\vartheta t} \Rightarrow \frac{\partial [V(t) e^{\vartheta t}]}{\partial t} \leq \varepsilon e^{\vartheta t}. \quad (45)$$

对上式积分, 可得

$$V(t) \leq \left[V(0) - \frac{\varepsilon}{\vartheta}\right] e^{-\vartheta t} + \frac{\varepsilon}{\vartheta} \leq V(0) e^{-\vartheta t} + \frac{\varepsilon}{\vartheta}. \quad (46)$$

式(46)表明  $V(t)$  为有界.

由不等式(11)、等式(17)和不等式(21)可得

$$\frac{\lambda T}{2L} w^2 \leq \frac{\lambda T}{2} \int_0^L w_x^2 dx \leq V_1(t) \leq V_1(t) + V_3(t) + V_4(t) \leq \frac{1}{\vartheta_1} V(t). \quad (47)$$

重排上述不等式, 可得

$$|w(x, t)| \leq \sqrt{\frac{2L}{\lambda T \vartheta_1} \left[ V(0)e^{-\vartheta t} + \frac{\varepsilon}{\vartheta} \right]} \leq \sqrt{\frac{2L}{\lambda T \vartheta_1} \left[ V(0) + \frac{\varepsilon}{\vartheta} \right]} = \chi_1, \quad (48)$$

其中  $\forall (x, t) \in [0, L] \times [0, +\infty)$ , 则进一步可得

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |w(x, t)| \leq \lim_{t \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{2L}{\lambda T \vartheta_1} \left[ V(0)e^{-\vartheta t} + \frac{\varepsilon}{\vartheta} \right]} = \sqrt{\frac{2L\varepsilon}{\lambda T \vartheta_1 \vartheta}} = \chi_2, \quad (49)$$

其中  $\forall x \in [0, L]$ .  $\square$

### 3 数值仿真

对于控制方程式(7)和边界条件(8)所描述的大加减速轴向移动系统, 本节将在 Matlab 中进行数值仿真, 研究结构在未知扰动作用下的振动控制情况及其控制算法的有效性. 轴向移动系统的初始条件为

$$v_0 = w(x, 0) = w_t(x, 0) = 0,$$

末端未知扰动  $d(t)$  为

$$d(t) = 3 + \sin(0.1t) + \sin(0.2t) + \sin(0.3t).$$

仿真采用的 S 曲线加减速法策略如图 2 所示.

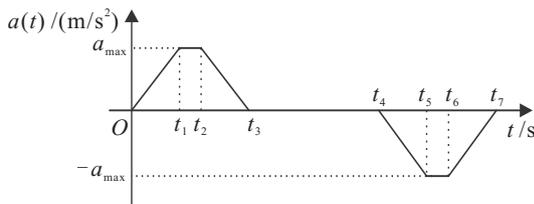
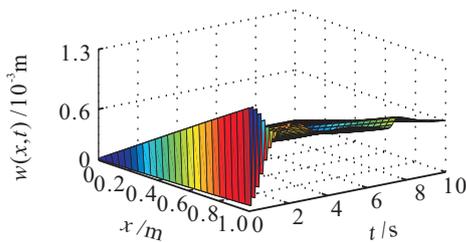
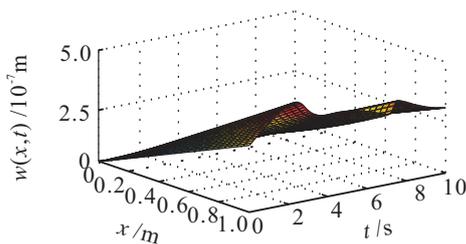


图2 S曲线加减速法



(a) 无控制



(b) 有控制

图3 皮带三维振动偏移量

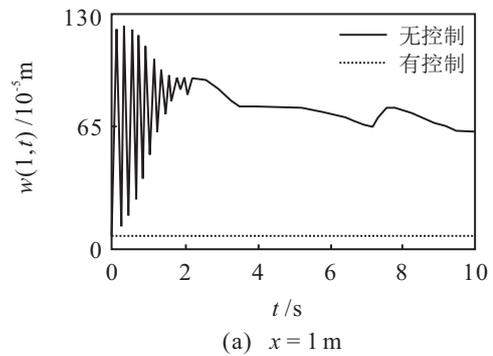
在图2中:  $a_{\max} = 3.5 \text{ g}$ , 时间坐标为  $[t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, t_6, t_7] = [1, 2, 3, 7, 8, 9, 10] \text{ s}$ .

轴向移动结构的系统参数如表1所示.

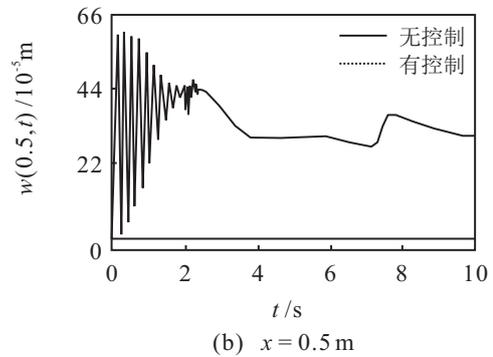
表1 轴向移动系统参数

参数	参数值	参数	参数值	参数	参数值
$T/\text{N}$	9800	$d_s/(\text{N}\cdot\text{m}/\text{s})$	0.25	$m/(\text{kg}/\text{m})$	1.0
$L/\text{m}$	1.0	$c/(\text{N}\cdot\text{s}/\text{m}^2)$	1.0	$g/(\text{m}/\text{s}^2)$	9.8

选择控制器(12)的控制增益  $k = 100000$  和  $k_1 = 100$ , 对大加减速轴向结构在未知扰动作用下的振动进行数值仿真, 仿真结果如图3~图6所示.



(a)  $x = 1 \text{ m}$



(b)  $x = 0.5 \text{ m}$

图4 皮带二维振动偏移量

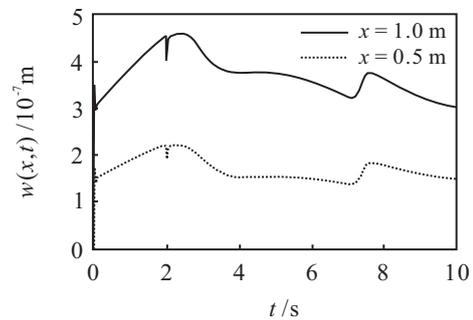


图5 控制作用下轴向移动皮带偏移量

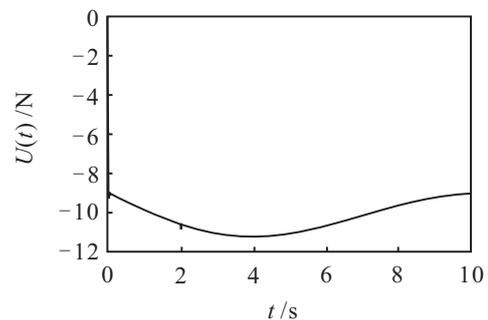


图6 自适应边界控制输入

图 3 给出了结构三维振动偏移量; 图 4 研究结构中点处 ( $x = 0.5 \text{ m}$ ) 和右端点处 ( $x = 1 \text{ m}$ ) 的振动偏移量; 图 5 给出了在所设计的控制 (12) 的作用下结构, 在  $x = 0.5 \text{ m}$  和  $x = 1 \text{ m}$  处的振动对比; 图 6 为自适应边界控制输入。

由数值仿真结果图 3~图 6 可得如下结论: 在所设计自适应边界控制 (12) 作用于轴向移动系统后, 结构振动都得到显著抑制, 振动偏移量显著减小, 其中最大振动偏移量减少了近 3 000 倍, 表明本文所设计控制器 (12) 对抑制大加减速轴向移动结构的振动是十分有效的; 由图 3 和图 4 可知, 虽然在结构中点处 ( $x = 0.5 \text{ m}$ ) 并未布置执行器, 但结构在此处的振动也有很显著的减弱, 体现了边界控制在柔性结构振动控制方面具有独特优势; 仿真结果图 3~图 5 表明, 大加减速的改变将直接冲击移动结构的动力学特性, 其结构振动偏移量发生显著的突变; 仿真结果图 6 给出了自适应边界控制输入情况。相比于文献 [2-3] 中 PD 和鲁棒边界控制的仿真结果, 尽管本文的控制效果稍逊于文献 [2-3] 的控制效果, 但本文所提的自适应控制既补偿了系统参数的不确定性又抑制了结构的振动。

#### 4 结 论

本文考虑了轴向移动结构具有大加减速和结构参数不确定情况下的振动抑制问题。基于结构无穷维偏微分方程动力学模型, 综合 Lyapunov 理论、S 曲线加减速法和自适应技术, 在轴向移动结构右端处设计了自适应边界控制器, 从而抑制结构的振动。本文推导出的自适应控制器既能解决由截断降阶模型带来的控制溢出问题, 又能补偿系统结构参数的不确定性, 因此, 本文所设计的控制器具有很好的鲁棒性和自适应性, 同时验证了所设计控制系统的稳定性和一致有界性。对所设计的自适应边界控制算法进行了数值模拟, 模拟结果验证了所提出控制算法的有效性。

#### 参考文献(References)

- [1] Nguyen Q C, Hong K S. Simultaneous control of longitudinal and transverse vibrations of an axially moving string with velocity tracking[J]. *J of Sound and Vibration*, 2012, 331(13): 3006-3019.
- [2] 刘屹, 翁轩, 吴忻生, 等. 大加减速轴向移动系统的振动控制[J]. *振动工程学报*, 2014, 27(6): 878-884.  
(Liu Y, Weng X, Wu X S, et al. Vibration control of an axially moving system with high ac-/deceleration[J]. *J of Vibration Engineering*, 2014, 27(6): 878-884.)
- [3] 刘屹, 郭依林, 赵志甲. 大加减速轴向移动系统鲁棒边界控制[J]. *控制与决策*, 2014, 29(10): 1771-1776.  
(Liu Y, Wu Y L, Zhao Z J. Robust boundary control of an axially moving system with high ac-deceleration[J]. *Control and Decision*, 2014, 29(10): 1771-1776.)
- [4] 郭依林, 刘屹, 吴忻生. 基于时变内流的柔性立管自适应边界控制[J]. *控制理论与应用*, 2013, 30(5): 618-624.  
(Wu Y L, Liu Y, Wu X S. Adaptive boundary control of a flexible riser coupled with time-varying internal fluid[J]. *Control Theory & Applications*, 2013, 30(5): 618-624.)
- [5] 高红霞, 赵志甲, 吴忻生, 等. 基于内流动力学的海洋输油柔性立管鲁棒边界控制[J]. *控制理论与应用*, 2012, 29(6): 785-791.  
(Gao H X, Zhao Z J, Wu X S, et al. Robust boundary control for flexible fluid-transporting marine riser based on internal fluid dynamics[J]. *Control Theory & Applications*, 2012, 29(6): 785-791.)
- [6] He W, Ge S S, Zhang S. Adaptive boundary control of a flexible marine installation system[J]. *Automatica*, 2011, 47(12): 2728-2734.
- [7] Balas M J. Feedback control of flexible systems[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1978, 23(4): 637-679.
- [8] Nguyen Q C, Hong K S. Asymptotic stabilization of a nonlinear axially moving string by adaptive boundary control[J]. *J of Sound and Vibration*, 2010, 329(22): 4588-4603.
- [9] Lee S Y, Mote C D. Vibration control of an axially moving string by boundary control[J]. *J of Dynamics System, Measurement, and Control-Trans of the ASME*, 1996, 118(1): 66-74.
- [10] Li Y G, Aron D, Rahn C D. Adaptive vibration isolation for axially moving strings: Theory and experiment[J]. *Automatica*, 2002, 38(3): 379-390.
- [11] Qu Z H. Robust and adaptive boundary control of a stretched string on a moving transporter[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2001, 46(3): 470-476.
- [12] Yang K J, Hong K S, Matsuno F. Energy-based control of axially translating beams: Varying tension, varying speed, and disturbance adaptation[J]. *IEEE Trans on Control Systems Technology*, 2005, 13(6): 1045-1054.
- [13] Chuang C, Han C S, Yi K. Vibration of an axially moving string with geometric non-linearity and translating acceleration[J]. *J of Sound and Vibration*, 2001, 240(4): 733-746.
- [14] He W, Ge S S. Robust adaptive boundary control of a vibrating string under unknown time-varying disturbance[J]. *IEEE Trans on Control Systems Technology*, 2012, 20(1): 48-58.
- [15] He W, Ge S S, How B V, et al. Robust adaptive boundary control of a flexible marine riser with vessel dynamics[J]. *Automatica*, 2011, 47(4): 722-732.
- [16] Chen Y D, Ji X D, Tao Y, et al. Look-ahead algorithm with whole S-curve acceleration and deceleration[J]. *Advances in Mechanical Engineering*, 2013(2013): 1-9.
- [17] Goldstein H, Poole C P, Safko J L. *Classical Mechanics*[M]. New York: Addison Wesley Press, 1951: 34-35.