文章编号: 1001-0920 (2016) 07-1330-05 DOI: 10.13195/j.kzyjc.2015.0667

基于FVIKOR的三角模糊数型多准则决策方法

江 文 奇

(南京理工大学 经济管理学院，南京 210094)

摘 要: 针对准则值和准则权重均为三角模糊数的多准则决策问题, 提出一种三角模糊数型 VIKOR (FVIKOR) 方法. 首先, 分析 FVIKOR 方法中直接运用三角模糊数运算规则计算群体效用值、个体遗憾值和妥协解可能违反三角模糊数左中右端点值逐渐增加的基本特性, 提出实施三角模糊数去模糊化的解决策略; 然后, 设计去模糊化参数优化模型, 并给出 FVIKOR 应用的具体步骤; 最后, 通过具体算例表明了所提出方法的实施过程和有效性.

关键词: 多准则决策；模糊 VIKOR 方法；三角模糊数；妥协解

中图分类号: C934 **文献标志码:** A

Multi-criteria decision method with triangular fuzzy numbers based on FVIKOR

JIANG Wen-qi

(School of Economics and Management，Nanjing University of Science and Technology，Nanjing 210094，China．E-mail: wqjiang@ustc.edu.cn)

Abstract: According to the multi-criteria decision making problems in which the criteria and their weights take forms of the triangular fuzzy numbers, a triangular valued fuzzy VIKOR(FVIKOR) method is proposed. Firstly, the group utility, the individual regret and the compromise solutions calculated by the arithmetic regulation directly in the FVIKOR method may violate the arithmetic regulations of triangular fuzzy numbers, i.e., the left value is less than the medium value, which is in turn less than the right value, therefore, a feasible solution of defuzzifying the triangular fuzzy numbers is proposed. Then, the optimal models to designed set the parameters of defuzzifying the triangular fuzzy numbers, and the specific steps of the FVIKOR method are presented. Finally, an example illustrates the procedures and effectiveness of the proposed method.

Keywords: multi-criteria decision-making；FVIKOR；triangular fuzzy number；compromise solutions

0 引 言

模糊多准则决策问题是近年来学术界关注的热点问题之一. 针对语言值、区间数、直觉模糊数、三角模糊数等不同类型的模糊数, 一些学者提出了相应的多准则决策方法. 文献 [1-2] 研究了评估值为语言值的多准则决策问题, 提出一种语言定性集结和推理框架; 文献 [3] 提出了基于可能度的方法, 用于解决准则值为区间 2 型模糊数的多准则决策问题; 文献 [4] 将模糊理论和多准则决策过程有机结合, 用于评估合成制冷制热和能源系统的收益问题; 文献 [5] 提出了拓展 TODIM 方法, 以处理直觉模糊信息; 文献 [6] 和文献 [7] 分别提出了直觉不确定性语言 Heronian 平均算子和直觉梯形模糊集结算子, 并应用于群体多准则决策问题; 文献 [8] 应用区间信度和模糊证据推理算法来解决不确定环境下的多准则决策问题; 文献 [9] 提出了一种区间型直觉模糊主成分模型, 用于解决复杂多准则大群体决策问题; 文献 [10] 基于犹豫直觉模糊信息, 分析了多准则决策中方案之间的优先关系; 文献 [11] 运用三角模糊数来表征 IS/IT 外包项目伙伴选择中相关评价值; 文献 [12-13] 研究了基于三角模糊数的 VIKOR 方法; 文献 [14] 提出了准则值和准则权重均为三角直觉模糊数的拓展 VIKOR 方法.

VIKOR 方法是一种对复杂系统进行多准则决策的折衷排序方法, 其中折衷解是所有解中最接近理想解的可行解, 是属性间彼此让步的结果[15]. 作为一种新的多准则决策方法, VIKOR 方法得到了国内外学者的广泛关注. 应用 VIKOR 方法评估含有三角模糊数的多准则决策问题, 直接运用三角模糊数的算术运

收稿日期: 2015-05-27；**修回日期:** 2015-08-21.

基金项目: 国家自然科学基金项目(71271116).

作者简介: 江文奇(1976−), 男, 副教授, 博士, 从事决策分析等研究.

算规则的合成结果可能违反了三角模糊数左中右端点值逐渐增加的基本特性. 为此, 本文将深入探讨此类问题的基本特征, 提出一种三角模糊数去模糊化的解决策略, 进而研究去模糊化参数设计模型, 并应用到实际决策问题中.

1　三角模糊数性质分析

定义 1 [12]　对于任意三角模糊数 $\tilde{A}=(a_1,a_2,a_3)$, $a_1\leqslant a_2\leqslant a_3$, x 属于 $\tilde{A}$ 的隶属度为

$$\mu_{\tilde{A}}(x)=\begin{cases}0,\ x<a_1;\\ \dfrac{x-a_1}{a_2-a_1},\ a_1\leqslant x\leqslant a_2;\\ \dfrac{x-a_3}{a_2-a_3},\ a_2\leqslant x\leqslant a_3;\\ 0,\ x>a_3.\end{cases}\tag{1}$$

定义 2　对于任意两个三角模糊数 $\tilde{A}=(a_1,a_2,a_3)$ 和 $\tilde{B}=(b_1,b_2,b_3)$, 其四则运算规则如下:

加法

$$\tilde{A}+\tilde{B}=(a_1+b_1,a_2+b_2,a_3+b_3);\tag{2}$$

减法

$$\tilde{A}-\tilde{B}=(a_1-b_3,a_2-b_2,a_3-b_1);\tag{3}$$

乘法

$$\tilde{A}\times\tilde{B}=$$
$$(a_1b_1,a_2b_2,a_3b_3),\ a_1\,\mathrm{or}\,b_1\text{ 至少一个大于零};\tag{4}$$

除法

$$\tilde{A}/\tilde{B}=(a_1/b_3,a_2/b_2,a_3/b_1),\ b_1>0.\tag{5}$$

如果常数与三角模糊数进行运算, 则通常将常数看成左中右 3 个端点都相等的三角模糊数.

定义 3　去模糊化是指将原三角模糊数 $\tilde{A}$ 转换为清晰数, 即

$$m(\tilde{A})=\frac{ka_2+a_1+a_3}{k+2},\ k\text{为任意正整数}.\tag{6}$$

定义 4　对于任意两个三角模糊数 $\tilde{A}=(a_1,a_2,a_3)$ 和 $\tilde{B}=(b_1,b_2,b_3)$, $\tilde{A}\geqslant\tilde{B}$ 的可能度为

$$p(\tilde{A}\geqslant\tilde{B})=$$
$$\lambda\frac{\min\{a_2-a_1+b_2-b_1,\max\{a_2-b_1,0\}\}}{a_2-a_1+b_2-b_1}+$$
$$(1-\lambda)\frac{\min\{a_3-a_2+b_3-b_2,\max\{a_3-b_2,0\}\}}{a_3-a_2+b_3-b_2}.$$

λ 取值取决于决策者风险态度, 如果决策者追求风险, 则 $\lambda>0.5$; 如果决策者风险中立, 则 $\lambda=0.5$; 如果决策者风险厌恶, 则 $\lambda<0.5$.

在上述三角模糊数可能度公式中:

1) 如果 $a_1\geqslant b_2$ 且 $a_2\geqslant b_3$, 则有 $p(\tilde{A}\geqslant\tilde{B})=1$($\tilde{A}$ 绝对大于 $\tilde{B}$);

2) 如果 $a_1<b_3$, 则 $p(\tilde{A}\geqslant\tilde{B})=1$ 仍然成立, 但是 $\tilde{A}-\tilde{B}$ 中左端点值为负数. 例如, 假设 $\tilde{A}=(0.1,0.2,0.8)$ 和 $\tilde{B}=(0.05,0.07,0.2)$, 则有 $p(\tilde{A}\geqslant\tilde{B})=1$, 但 $\tilde{A}-\tilde{B}=(-0.1,0.13,0.75)$.

为了理清三角模糊数减法运算结果中出现负数而导致三角模糊数除法运算规则可能难以有效应用的问题, 假设 $\tilde{A}=(a_1,a_2,a_3)$, $\tilde{B}=(b_1,b_2,b_3)$, $\tilde{C}=(c_1,c_2,c_3)$, $\tilde{D}=(d_1,d_2,d_3)$, 且上述三角模糊数满足 $p(\tilde{A}\geqslant\tilde{B})=1$, $p(\tilde{C}\geqslant\tilde{D})=1$. 令

$$z_{ij}=\frac{\tilde{C}-\tilde{D}}{\tilde{A}-\tilde{B}}=\frac{(c_1-d_3,c_2-d_2,c_3-d_1)}{(a_1-b_3,a_2-b_2,a_3-b_1)}=\left(\frac{c_1-d_3}{a_3-b_1},\frac{c_2-d_2}{a_2-b_2},\frac{c_3-d_1}{a_1-b_3}\right).\tag{7}$$

在 a_1-b_3, a_2-b_2, a_3-b_1, c_1-d_3, c_2-d_2, c_3-d_1 中:

情形 1　如果 $c_1-d_3<0$, $a_1-b_3<0$, 则 z_{ij} 的 3 个端点的符号分别为 $(-,+,-)$.

情形 2　如果 $c_1-d_3<0$, $a_1-b_3>0$, 则 z_{ij} 的 3 个端点的符号分别为 $(-,+,+)$.

情形 3　如果 $c_1-d_3>0$, $a_1-b_3<0$, 则 z_{ij} 的 3 个端点的符号分别为 $(+,+,-)$.

情形 4　如果 $c_1-d_3>0$, $a_1-b_3>0$, 则 z_{ij} 的 3 个端点的符号分别为 $(+,+,+)$.

在情形 1 和情形 3 下, z_{ij} 均不满足三角模糊数的基本特征, 即左中右 3 个端点逐步增加 (现有的研究均没有考虑这两类情形). 针对这两种情形, 一种最可行的方法是对三角模糊数进行去模糊化处理. 基于定义 3, 三角模糊数去模糊化需要确定合理的 k 值. 对式 (6) 中 $m(\tilde{A})$ 求导, 即 $\dfrac{\mathrm{d}m(\tilde{A})}{\mathrm{d}k}=\dfrac{2a_2-(a_1+a_3)}{(k+2)^2}$, 于是:

如果 $2a_2>(a_1+a_3)$, 则有 $\mathrm{d}m(\tilde{A})/\mathrm{d}k>0$, 说明随着 k 值的增加, $m(\tilde{A})$ 值将逐步增加;

如果 $2a_2<(a_1+a_3)$, 则有 $\mathrm{d}m(\tilde{A})/\mathrm{d}k<0$, 说明随着 k 值的增加, $m(\tilde{A})$ 值将逐步减小;

如果 $2a_2=(a_1+a_3)$, 则有 $\mathrm{d}m(\tilde{A})/\mathrm{d}k=0$, 说明无论 k 值增加或减小, $m(\tilde{A})$ 保持不变.

2　FVIKOR 中三角模糊数去模糊化

针对某含有三角模糊数的多准则决策问题, 令决策方案为 a_i, $i\in(1,2,\cdots,m)$, 决策准则为 c_j, $j\in(1,2,\cdots,n)$, 准则权重为 w_j, $j\in(1,2,\cdots,n)$, 决策方案 a_i 在准则 c_j 下的准则值为三角模糊数 x_{ij}, 决策矩阵表示为 $X=(x_{ij})_{m\times n}$. 由于不同准则的量纲不同, 需实施准则值的规范化处理. 令规范化后的决策矩阵为 $Y=(y_{ij})_{m\times n}$.

假定 $f^*=\{\max\limits_i y_{i1},\cdots,\max\limits_i y_{in}\}$, $f^-=\{\min\limits_i y_{i1},\cdots,\min\limits_i y_{in}\}$, 令

$$z_{ij}=\frac{\max\limits_i y_{ij}-y_{ij}}{\max\limits_i y_{ij}-\min\limits_i y_{ij}}.\tag{8}$$

依据 VIKOR 方法[15], 群体效用值 $S_i=\sum_{j=1}^{n}w_j\times z_{ij}$, 个体遗憾值 $R_i=\max_i\{w_j\times z_{ij}\}$.

令 v 为大多数准则策略的决策机制系数, $v>0.5$ 表明根据大多数人的意见决策, $v=0.5$ 表明根据赞同情况决策, $v<0.5$ 表明根据拒绝情况进行决策, 有

$$Q_i=\\ v\times\frac{S_i-\min_i S_i}{\max_i S_i-\min_i S_i}+(1-v)\times\frac{R_i-\min_i R_i}{\max_i R_i-\min_i R_i}. \tag{9}$$

Q_i 值越小, 排序位次越优, 最小的 Q_i 值排在第 1 位. 假定依据 Q_i 值得到排序第 1 和第 2 的方案分别为 a_1 和 a_2.

条件 1 (可接受度优势) $Q_2-Q_1\geqslant 1/(m-1)$, m 为方案数目.

条件 2 (决策过程中可以接受的稳定性) a_1 同样是 S_i 或 R_i 中排序第 1 的方案.

如果条件 1 和条件 2 均满足, 则 a_1 为排序第 1 的方案; 如果上述条件有 1 个不满足, 如不满足条件 2, 则 a_1 和 a_2 均为折衷解; 如不满足条件 1, 则通过 $Q_2-Q_1<1/(m-1)$ 得到最大的 M, $a_1,a_2,\cdots,a_M$ 均贴近理想方案.

在含有三角模糊数的多准则决策问题中, 计算 S_i,Q_i,R_i 必须首先计算 z_{ij}. 如果 z_{ij} 值包含情形 1 或情形 3, 则不满足定义 1 所描述的三角模糊数特征, 需进行去模糊化. 随着 k 值增加, z_{ij} 值变化方向可能不一致(如部分增加、部分减小、部分不变), 因此如何选择合理的 k 值尤为重要. 根据 VIKOR 方法求妥协解的判定条件 1, 如果 Q_2-Q_1 值越大, 则妥协解的范围越小, 更有利于决策者决策. 于是, 本文拟采用方差来有效刻画 Q_2-Q_1 值的差异. 由于计算妥协解过程中需要计算 S_i 和 R_i, 这里将求解 k 值划分为两个阶段.

第 1 阶段 如果 z_{ij} 需要去模糊化, 则令 ξ 为 k 的可行域(正整数集合), 以所有 S_i 的方差最大为目标, 构建如下优化模型:

$$\max z=\frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{m}\Big(S_i-\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}S_i\Big)^2;\\ \text{s.t. } k\in\xi. \tag{10}$$

第 2 阶段 如果求解式(9)时需要对三角模糊数进行去模糊化处理, 则令 ψ 为 k 的可行域(正整数集合), 以所有 Q_i 的方差最大为目标, 构建如下优化模型:

$$\max z=\frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{m}\Big(Q_i-\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}Q_i\Big)^2;\\ \text{s.t. } k\in\psi. \tag{11}$$

3 FVIKOR 方法的求解步骤

针对评价值和准则权重均为三角模糊数的多准则决策问题, 应用 VIKOR 方法求解步骤描述如下.

Step 1 考虑到决策准则的度量标准不同, 对决策矩阵 $X=(\tilde{x}_{ij})_{m\times n}(\tilde{x}_{ij}=(x_{ij}^L,x_{ij}^M,x_{ij}^R))$ 进行无量纲化处理. 令规范化后的决策矩阵为 $Y=(\tilde{y}_{ij})_{m\times n}$.

如果 c_j 为效益型准则, 则

$$\tilde{y}_{ij}=(x_{ij}^L/\max_i x_{ij}^R,x_{ij}^M/\max_i x_{ij}^M,x_{ij}^R/\max_i x_{ij}^L\bigwedge 1);$$

如果 c_j 为成本型准则, 则

$$\tilde{y}_{ij}=(\min_i x_{ij}^L/x_{ij}^R,\min_i x_{ij}^M/x_{ij}^M,\min_i x_{ij}^R/x_{ij}^L\bigwedge 1).$$

权重归一化

$$\tilde{\omega}_j=(\omega_j^L,\omega_j^M,\omega_j^R)=\\ \Big(\tilde{w}_j^L\Big/\sum_{j=1}^{n}\tilde{w}_j^R,\tilde{w}_j^M\Big/\sum_{j=1}^{n}\tilde{w}_j^M,\tilde{w}_j^R\Big/\sum_{j=1}^{n}\tilde{w}_j^L\bigwedge 1\Big).$$

Step 2 确定正负理想方案. 依据三角模糊数可能度公式, 分别比较每个准则下的准则值, 进而确定正理想点 $f^*=(\max_i y_{i1},\cdots,\max_i y_{in})$ 和负理想点 $f^-=(\min_i y_{i1},\cdots,\min_i y_{in})$.

Step 3 计算 z_{ij} 值.

如果所有的 z_{ij} 值均满足定义 1, 则按照定义 2 的四则运算规则直接计算.

如果存在某些 z_{ij} 值不满足定义 1, 则依据式(10)确定 k 值; 如果 k 为小数, 则分别比较 k 左侧和右侧的整数下的 z_{ij} 值, 取最大的 z_{ij} 值.

Step 4 计算群体效用值 $S_i=\sum_{j=1}^{n}\tilde{\omega}_j\times z_{ij}$ 和个体遗憾值 $R_i=\max_i\{\tilde{\omega}_j\times z_{ij}\}$.

Step 5 计算 Q_i.

如果 $\dfrac{S_i-\min_i S_i}{\max_i S_i-\min_i S_i}$ 和 $\dfrac{R_i-\min_i R_i}{\max_i R_i-\min_i R_i}$ 均满足定义 1, 则按照定义 2 的四则运算规则直接计算, 否则依据式(11)确定 k 值; 如果 k 为小数, 则分别比较 k 左侧和右侧的整数下的 z_{ij} 值, 取最大的 z_{ij} 值.

Step 6 基于 VIKOR 方法中的两个判定条件确定妥协解.

4 实例分析

采用文献 [19] 的案例. 某单位对干部进行考核选拔时, 制定了 4 项准则, 包括工作态度 c_1、工作作风 c_2、领导能力 c_3 和开拓能力 c_4. 组织部门确定 4 个候选人, 首先通过单位员工评议, 对各个准则打分再进行统计处理. 由于员工对同一候选人所给出的准则值并不完全相同, 经统计后的每个候选人在各个准则下的准则值以三角模糊数形式给出, 具体见表 1.

表 1　候选人评估矩阵表

	c_1	c_2	c_3	c_4
a_1	$(4.3, 4.6, 4.7)$	$(8.8, 9.0, 9.2)$	$(6.1, 7.2, 8.0)$	$(4, 5, 7)$
a_2	$3.1, 4.0, 4.5)$	$(9.1, 9.2, 9.4)$	$(5.3, 7.7, 8.2)$	$(3, 4, 5)$
a_3	$(4.0, 4.1, 4.2)$	$(9.0, 9.2, 9.3)$	$(4.5, 5.6, 7.6)$	$(5, 6, 8)$
a_4	$(3.5, 3.9, 4.8)$	$(8.4, 8.6, 9.0)$	$(6.3, 8.1, 9.0)$	$(2, 3, 4)$

Step 1　对上述3个决策矩阵进行无量纲化处理, 见表2.

表 2　多准则决策矩阵的无量纲化表

	c_1	c_2
a_1	$(0.660, 0.848, 0.977)$	$(0.936, 0.978, 1.000)$
a_2	$(0.689, 0.975, 1.000)$	$(0.968, 1.000, 1.000)$
a_3	$(0.738, 0.951, 1.000)$	$(0.957, 1.000, 1.000)$
a_4	$(0.646, 1.000, 1.000)$	$(0.894, 0.935, 0.989)$
	c_3	c_4
a_1	$(0.744, 0.889, 1.000)$	$(0.500, 0.833, 1.000)$
a_2	$(0.646, 0.951, 1.000)$	$(0.375, 0.667, 0.833)$
a_3	$(0.549, 0.691, 1.000)$	$(0.750, 1.000, 1.000)$
a_4	$(0.768, 1.000, 1.000)$	$(0.250, 0.500, 0.667)$

假定4个准则的权重分别为$(0.2, 0.3, 0.4)$, $(0.6, 0.7, 0.8)$, $(0.3, 0.4, 0.5)$和$(0.4, 0.5, 0.6)$; 归一化值分别为(0.087, 0.158, 0.267), (0.261, 0.368, 0.533), (0.130, 0.211, 0.333)和(0.174, 0.263, 0.400).

Step 2　按照可能度公式, 选出正负理想点, 分别如下:

正理想点

$$(0.738, 0.951, 1.000),\ (0.968, 1.000, 1.000),$$

$$(0.768, 1.000, 1.000), (0.750, 1.000, 1.000);$$

负理想点

$$(0.660, 0.848, 0.977), (0.894, 0.935, 0.989),$$

$$(0.549, 0.691, 1.000), (0.250, 0.500, 0.667).$$

Step 3　计算z_{ij}值. 首先, 确定各准则下$\max\limits_i x_{ij} - \min\limits_i x_{ij}$值分别为

$$(-0.239, 0.103, 0.340),\ (-0.021, 0.065, 0.106),$$

$$(-0.232, 0.308, 0.451), (0.083, 0.500, 0.750);$$

其次, 计算各个准则下的$\max\limits_i x_{ij} - x_{ij}$, 见表3.

表 3　$\max\limits_i x_{ij} - x_{ij}$ 表

	$\max\limits_i x_{i1} - x_{i1}$	$\max\limits_i x_{i2} - x_{i2}$
a_1	$(-0.239, 0.103, 0.340)$	$(-0.032, 0.022, 0.064)$
a_2	$(-0.262, -0.024, 0.311)$	$(-0.032, 0.000, 0.032)$
a_3	$(-0.262, 0.000, 0.262)$	$(-0.032, 0.000, 0.043)$
a_4	$(-0.262, -0.049, 0.354)$	$(-0.021, 0.065, 0.106)$
	$\max\limits_i x_{i3} - x_{i3}$	$\max\limits_i x_{i4} - x_{i4}$
a_1	$(-0.232, 0.111, 0.256)$	$(-0.250, 0.167, 0.500)$
a_2	$(-0.232, 0.049, 0.354)$	$(-0.083, 0.333, 0.625)$
a_3	$(-0.232, 0.309, 0.451)$	$(-0.250, 0.000, 0.250)$
a_4	$(-0.232, 0.000, 0.232)$	$(0.083, 0.500, 0.750)$

由于准则c_1、c_2、c_3下$\max\limits_i x_{ij} - \min\limits_i x_{ij}$值中均含有负数, 按定义2直接计算得到的$z_{ij}$将不满足定义1, 需要去模糊化处理. 依据式(10), 运用Lingo软件解得$k = 1$. 基于去模糊化处理而得到的z_{ij}值见表4.

表 4　z_{ij} 值

	z_{i1}	z_{i2}
a_1	$(-3.510, 1.520, 5.006)$	$(-0.638, 0.435, 1.277)$
a_2	$(-3.852, -0.350, 4.575)$	$(-0.638, 0.000, 0.638)$
a_3	$(-3.852, 0.000, 3.852)$	$(-0.638, 0.000, 0.851)$
a_4	$(-3.852, -0.717, 5.208)$	$(-0.419, 1.304, 2.128)$
	z_{i3}	z_{i4}
a_1	$(-1.317, 0.631, 1.455)$	$(-0.333, 0.333, 6.024)$
a_2	$(-1.317, 0.281, 2.009)$	$(-0.111, 0.667, 7.530)$
a_3	$(-1.317, 1.754, 2.564)$	$(-0.333, 0.000, 3.012)$
a_4	$(-1.317, 0.000, 1.317)$	$(0.111, 1.000, 9.036)$

Step 4　计算S_i, R_i, 见表5.

表 5　S_i, R_i, Q_i 结算结果

	S_i	R_i
a_1	$(-0.701, 0.621, 4.911)$	$(-0.058, 0.088, 2.410)$
a_2	$(-0.692, 0.179, 5.243)$	$(-0.019, 0.175, 3.012)$
a_3	$(-0.731, 0.370, 3.541)$	$(-0.058, 0.000, 1.205)$
a_4	$(-0.596, 0.630, 6.578)$	$(0.019, 0.263, 3.614)$
	Q_i	
a_1	$(-3.711, -0.062, 5.503)$	
a_2	$(-4.184, 0.083, 5.478)$	
a_3	$(-2.454, 0.095, 5.516)$	
a_4	$(-5.096, -0.162, 5.415)$	

Step 5　计算Q_i的值. 首先, $\max\limits_i S_i - \min\limits_i S_i$为$(-4.137, 0.260, 7.308)$, $\max\limits_i R_i - \min\limits_i R_i$为$(-1.185, 0.263, 3.672)$, 均含有负数, 需要去模糊化处理. 依据式(11), 运用Lingo解得$k{=}1$. 当$v = 0.5$时, Q_i值见表5.

Step 6　妥协解为a_2和a_4. 随着k值的增加, $Q_2 - Q_1$值将发生改变. 为了有效比较本文提出的方法与现有方法的差异, 这里分别取不同的k值计算, 计算结果如表6所示.

表 6　不同k 值下的$Q_2 - Q_1$ 值

	$k = 1$	$k = 2$
a_1	$(-3.711, -0.062, 5.503)$	$(-3.554, 0.116, 5.013)$
a_2	$(4.184, 0.083, 5.478)$	$(-4.032, 0.236, 4.986)$
a_3	$(2.454, 0.095, 5.516)$	$(-2.296, 0.273, 5.024)$
a_4	$(5.096, -0.162, 5.415)$	$(-4.925, 0.000, 4.925)$
$Q_2 - Q_1$	0.406	0.397
	$k = 3$	$k = 4$
a_1	$(-3.483, 0.124, 4.934)$	$(-3.274, 0.144, 4.703)$
a_2	$(-3.962, 0.233, 4.907)$	$(-3.762, 0.218, 4.674)$
a_3	$(-2.223, 0.280, 4.945)$	$(-2.015, 0.296, 4.712)$
a_4	$(-4.847, 0.000, 4.847)$	$(-4.617, 0.000, 4.616)$
$Q_2 - Q_1$	0.393	0.377

文献 [12] 和文献 [13] 将去模糊化参数设定为 2, $Q_2 - Q_1$ 值为 0.397, 文献 [16] 将去模糊化参数设定为 4, $Q_2 - Q_1$ 值为 0.377. 文献 [17] 设定的参数为 1, 与本文的结果一致 (但是该参数针对的是所有三角模糊数去模糊化处理问题). 此时, 妥协解为本文给出的结果 0.406, 均优于现有去模糊化参数设定下的 $Q_2 - Q_1$ 值 (这个值差异越大, 说明妥协解的范围越小, 越有利于决策结果对实践的指导), 说明本文的结果更具有说服力.

5 结 论

对于含有三角模糊数的多准则决策问题, 运用 VIKOR 方法求解妥协解过程中, 三角模糊数的去模糊化处理是一个很重要的环节. 本文首先分析了三角模糊数去模糊化的前提条件; 然后以方差最大化为目标构建了优化模型, 确定了合理的去模糊化参数; 最后, 通过实例说明了本文方法所具有的具体优势.

参考文献(**References**)

[1] Shuwei Chen, Jun Liu, Hui Wang, et al. A linguistic multi-criteria decision making approach based on logical reasoning[J]. Information Sciences, 2014, 258(1): 266-276.

[2] Haris Doukas, Anastasia Tsiousi, Vangelis Marinakis, et al. Linguistic multi-criteria decision making for energy and environmental corporate policy[J]. Information Sciences, 2014, 258(2): 328-338.

[3] Junhua Hu, Yan Zhang, Xiaohong Chen, et al. Multi-criteria decision making method based on possibility degree of interval type-2 fuzzy number[J]. Knowledge-Based Systems, 2013, 43(5): 21-29.

[4] Youyin Jing, He Bai, Jiangjiang Wang. A fuzzy multi-criteria decision-making model for CCHP systems driven by different energy sources[J]. Energy Policy, 2012, 42(8): 286-296.

[5] Renato A Krohling, André G C, Pacheco André L T Siviero. IF-TODIM: An intuitionistic fuzzy TODIM to multi-criteria decision making[J]. Knowledge-Based Systems, 2013, 53(5): 142-146.

[6] Liu P D, Liu Z M, Zhang X. Some intuitionistic uncertain linguistic heronian mean operators and their application to group decision making[J]. Applied Mathematics and Computation, 2014, 230(1): 570-586.

[7] Liu P D, Liu Y. An approach to multiple attribute group decision making based on intuitionistic trapezoidal fuzzy power generalized aggregation operator[J]. International J of Computational Intelligence Systems, 2014, 7(2): 291-304.

[8] Jianqiang Wang, Rongrong Nie, Hongyu Zhang, et al. Intuitionistic fuzzy multi-criteria decision-making method based on evidential reasoning[J]. Applied Soft Computing, 2013, 13(6): 1823-1831.

[9] Bingsheng Liu, Yinghua Shen, Wei Zhang, et al. An interval-valued intuitionistic fuzzy principal component analysis model-based method for complex multi-attribute large-group decision-making[J]. European J of Operational Research, 2015, 245(2): 209-225.

[10] Wei Zhou, Zeshui Xu, Minghui Chen. Preference relations based on hesitant-intuitionistic fuzzy information and their application in group decision making[J]. Computers & Industrial Engineering, 2015, 87(2): 163-175.

[11] Lisa Y Chen, Tien-Chin Wang. Optimizing partners' choice in IS/IT outsourcing projects: The strategic decision of fuzzy VIKOR[J]. Int J Production Economics, 2009, 120(9): 233-242.

[12] Serafim Opricovic. Fuzzy VIKOR with an application to water resources planning[J]. Expert Systems with Applications, 2011, 38(3): 12983-12990.

[13] Yeonjoo Kim, Eun-Sung Chung. Fuzzy VIKOR approach for assessing the vulnerability of the water supply to climate change and variability in South Korea[J]. Applied Mathematical Modelling, 2013, 37(6): 9419-9430.

[14] Kavita Devi. Extension of VIKOR method in intuitionistic fuzzy environment for robot selection[J]. Expert Systems with Applications, 2011, 38(1): 14163-14168.

[15] Opricovic S, Tzeng G H. Extended VIKOR method in comparison with outranking methods[J]. European J of Operational Research, 2007, 178(2): 514-529.

[16] Tolga Kaya, Cengiz Kahraman. Fuzzy multiple criteria forestry decision making based on an integrated VIKOR and AHP approach[J]. Expert Systems with Applications, 2011, 38(6): 7326-7333.

[17] Huchen Liu, Long Liu, Nan Liu, et al. Risk evaluation in failure mode and effects analysis with extended VIKOR method under fuzzy environment[J]. Expert Systems with Applications, 2012, 39(8): 12926-12934.

[18] 刘秀梅, 赵克勤, 王传斌. 基于联系数的三角模糊数多属性决策新模型[J]. 系统工程与电子技术, 2009, 31(10): 2399-2403.
(Liu X M, Zhao K Q, Wang C B. New multiple attribute deicison-making model with triangular fuzzy numbers based on connection numbers[J]. Systems Engineering and Electronics, 2009, 31(10): 2399-2403.)

(责任编辑：曹洪武)