

无刷直流电机转速伺服系统反步高阶滑模控制

张庆超, 马瑞卿

(西北工业大学 自动化学院, 西安 710072)

摘要: 针对无刷直流电机转速伺服系统高性能非线性鲁棒控制, 提出一种新型的多滑模反步高阶滑模非线性控制方法. 在控制律设计的每一步都引入二阶滑模 Super-Twisting 算法, 无需计算变量导数, 消除了滑模抖振, 并在第1级子系统虚拟控制律设计中提出一种改进的二阶滑模 Super-Twisting 算法. 与传统双闭环PI控制相比, 能够令系统的动静态性能更好, 转矩脉动更小, 鲁棒性更强; 与标准 Super-Twisting 算法相比, 进一步提高了系统对阶跃负载扰动的抑制能力. 最后通过仿真分析表明了所提出方法的有效性.

关键词: 无刷直流电机; 高阶滑模控制; 反步控制; 非线性控制; 鲁棒性

中图分类号: TM351

文献标志码: A

Backstepping high order sliding mode control for brushless DC motor speed servo control system

ZHANG Qing-chao, MA Rui-qing

(School of Automation, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China. Correspondent: ZHANG Qing-chao, E-mail: zqc39@126.com)

Abstract: For higher performance speed servo robustness control of brushless DC motor (BLDCM), a novel multiple sliding mode backstepping high order sliding mode nonlinear control approach is proposed. The second order sliding mode Super-Twisting algorithm (STA), which needs no derivative of any variables and eliminates the sliding mode chattering, is used in each step design of the whole backstepping control law. And a self-adaption STA (SSTA) is proposed and used in the virtual control law of the first level subsystem. Compared with the traditional dual closed loop PI control, the proposed method makes the system have higher dynamic and static performance, smaller torque ripple and stronger robustness. Compared with the traditional STA, the proposed SSTA can further improve the system's robustness for the step load disturbance. Finally, simulation analysis shows the effectiveness of the proposed method.

Keywords: brushless DC motors; high order sliding mode control; backstepping control; nonlinear control; robustness

0 引言

无刷直流电机 (BLDCM) 系统具有结构简单、调速性能好等优点, 已在国防、民用及工业领域获得了广泛的应用. 但是, 其面临的运行工况和环境越来越复杂, 如果采用经典控制理论和线性 PI 控制, 则不能满足高性能系统的强鲁棒性要求.

传统控制方法通常将 BLDCM 作为线性被控对象, 但是 BLDCM 反电势不可能是平顶、宽度严格为 $2\pi/3$ 电角度的理想梯形波, 电机绕组电阻、电感存在加工制造误差, 多数场合存在负载扰动, 这些因素本质上决定了 BLDCM 还是一个具有内部参数摄动和外部负载扰动的非线性被控对象.

反步控制, 又称为反推控制或反演控制, 它通过逐步反推设计和选取 Lyapunov 函数来保证系统的全局稳定性, 能够令控制器设计过程更加系统化、结构化, 使非线性系统的收敛性和鲁棒性问题更容易处理, 已被广泛应用于非线性控制系统的研究中^[1-4]. 但是, 对于存在内部参数摄动和外部负载扰动等不确定性影响的电机控制系统而言, 反步法往往需要结合模糊、神经网络、自适应、滑模等控制方法来抑制或估计不确定扰动, 以保证系统的快速收敛性及鲁棒性^[5-7].

在以上各种方法中, 反步滑模控制方法能够令系统同时具有滑模控制的强鲁棒性和反步控制的全局

收稿日期: 2015-06-01; 修回日期: 2015-10-13.

基金项目: 国家自然科学基金面上项目(51177135).

作者简介: 张庆超(1985-), 男, 博士生, 从事稀土永磁电机驱动与伺服控制、滑模控制的研究; 马瑞卿(1963-), 男, 教授, 博士生导师, 从事稀土永磁电机驱动与伺服控制、电力电子变换等研究.

稳定性、良好的过渡过程品质以及能够处理系统非匹配不确定性扰动等优点,已被应用于多种电机的非线性控制之中^[3,7-12].文献[8-9]将反步滑模控制用于感应电机非线性控制,证明了该方法能够令系统在电机参数和负载变化时仍具有较好的动、静态性能和较强的鲁棒性;文献[10-11]针对永磁同步电机的反步滑模控制,设计了基于终端滑模和扩张观测器的负载观测器,在对负载变化进行有效补偿的同时削弱了滑模抖振,但却增加了控制器的复杂度,而且控制律设计需对相关变量求导.可见,现有对于电机反步滑模控制的研究,大多集中于永磁同步电机和感应电机的非线性控制,而对于 BLDCM,大多采用线性模型进行研究.

从检索到的文献来看,文献[7]将反步法与模糊积分滑模控制相结合,其中模糊控制用于调节参数,减小了滑模抖振,而积分滑模面消除了稳态误差,但仍然是基于 BLDCM 的线性模型进行研究;文献[12-13]针对 BLDCM,研究了一种将电机名义模型的反步控制与实际电机的滑模控制相结合的组合式反步滑模伺服控制器,滑模控制用于补偿电机名义模型与实际电机之间的不确定性,令实际位置输出最终跟随名义控制的位置输出,提高了伺服系统的鲁棒性,但是,控制律设计只针对电机的转子运动方程,没有涉及 BLDCM 本身的非线性特性.

本文针对 BLDCM 高性能鲁棒转速伺服控制,在建立 BLDCM 非线性模型的基础上,兼顾电机本身的非线性和系统外部不确定负载扰动,提出一种新型多滑模反步高阶滑模非线性控制方法.在反步控制律设计的每一步,都引入无需对滑模面变量求导的二阶滑模 Super-Twisting 算法,用于消除滑模抖振,抑制各子系统的外部扰动及内部参数摄动对系统的不利影响,提高系统鲁棒性;在第 1 级虚拟控制律设计中,提出一种改进的 Super-Twisting 算法,以进一步提高系统对阶跃负载的抑制能力.利用 Lyapunov 稳定性理论证明了系统的全局稳定性,并通过仿真结果验证了所提出方法的有效性.本文方法在系统速度伺服响应的快速性、跟踪精度、鲁棒性和转矩脉动抑制上都具有较大的优势.

1 BLDCM 非线性分析与建模

BLDCM 通常采用两相导通三相 Y 形六状态运行模式. BLDCM 各相反电势^[14]可以表示为

$$e_v = k_e \times \omega \times f_v(\theta), \quad v = a, b, c. \quad (1)$$

其中: $f_v(\theta)$ 为相反电势波形函数; k_e 为相反电势常数,单位为 V/(rad/s); ω 为电机转子角速度,单位为 rad/s.

理想的相反电势波形函数的波形是周期为 2π 电角度,平顶宽度为 $2\pi/3$ 电角度,相位相互相差 $2\pi/3$ 电角度,平顶处峰值为 +1 和 -1 的梯形波.而实际上,由于设计和制造误差等原因, $f_v(\theta)$ 波形的平顶宽度一般都小于 $2\pi/3$ 电角度.

为了进行非线性建模,在此将 BLDCM 的三相绕组由传统的 a、b、c 三相重新定义为 x 、 y 、 z 三相,其中 x 、 y 表示导通相, z 表示非导通相(或关断相).

考虑 $f_v(\theta)$ 的非理想性,并定义三相相电流 i_x 、 i_y 、 i_z 以流入 Y 形绕组中性点的方向为正方向,则有 $i_x = -i_y = i_{xy}$, 电磁转矩可以重新表示为

$$\begin{aligned} T_e &= \frac{e_x i_x + e_y i_y + e_z i_z}{\omega} = \\ &= k_e f_x(\theta) i_x + k_e f_y(\theta) i_y + k_e f_z(\theta) i_z = \\ &= k_e [f_x(\theta) - f_y(\theta)] i_{xy} + k_e f_z(\theta) i_z = \\ &= k_e f_{xy}(\theta) i_{xy} + k_e f_z(\theta) i_z. \end{aligned} \quad (2)$$

结合式(2),当以导通相 x 、 y 和非导通相(或关断相) z 划分 BLDCM 的 a、b、c 三相绕组时, BLDCM 的数学模型可以重新表示为

$$\begin{cases} \dot{\theta} = \omega, \\ \dot{\omega} = -\frac{\beta}{J}\omega - \frac{1}{J}T_l + \frac{1}{J}T_e, \\ T_e = k_e [f_x(\theta) i_x + f_y(\theta) i_y + f_z(\theta) i_z], \\ \dot{i}_x = -\frac{R}{L_M} i_x - \frac{1}{L_M} k_e f_x(\theta) \omega + \frac{1}{L_M} u_x, \\ \dot{i}_y = -\frac{R}{L_M} i_y - \frac{1}{L_M} k_e f_y(\theta) \omega + \frac{1}{L_M} u_y, \\ \dot{i}_z = -\frac{R}{L_M} i_z - \frac{1}{L_M} k_e f_z(\theta) \omega + \frac{1}{L_M} u_z. \end{cases} \quad (3)$$

其中: θ 为电子转子位置角,单位为 rad; β 为粘滞摩擦系数,单位为 N·m/(rad/s); J 为系统的等效转动惯量,单位为 kg·m²; T_l 为负载转矩,单位为 N·m; T_e 为电磁转矩,单位为 N·m; R 为绕组单相电阻,单位为 Ω ; L_M 为每相绕组等效电感,单位为 H; u_x 、 u_y 、 u_z 为相电压,单位为 V.

实际中, $k_e \times f_v(\theta)$ 可通过 BLDCM 的空载发电运行试验离线获取.由式(3)所示方程组可知, BLDCM 本质上是一个非线性系统.

当以导通的两相绕组 x 、 y 为受控回路,将导通两相电压平衡方程相减,以导通两相间的线电压 u_{xy} 为电机的控制输入量,以转速 ω 为输出量时,式(3)所示的 BLDCM 非线性微分方程可改写为

$$\begin{cases} \dot{\omega} = -\frac{\beta}{J}\omega + \frac{k_e f_{xy}(\theta)}{J} i_{xy} + \frac{k_e f_z(\theta)}{J} i_z - \frac{1}{J} T_l, \\ \dot{i}_{xy} = -\frac{R}{L_M} i_{xy} - \frac{k_e f_{xy}(\theta)}{2L_M} \omega + \frac{1}{2L_M} u_{xy}, \\ \dot{i}_z = -\frac{R}{L_M} i_z - \frac{k_e f_z(\theta)}{L_M} \omega + \frac{1}{L_M} u_z. \end{cases} \quad (4)$$

2 BLDCM反步高阶滑模控制律设计

2.1 系统描述

标准的反步法要求被控制系统可以被表达为具有下三角结构的严格反馈系统.但是,当系统中存在不确定扰动时,系统只能被表示为纯反馈系统,而实际的BLDCM系统一般都存在负载扰动,因此,只能化为一类纯反馈系统.

定义状态变量和参数如下:

$$\begin{cases} x_1 = \omega, x_2 = i_{xy}, x_3 = i_z, \\ u_1 = u_{xy}, u_2 = u_z, \\ a_1 = -\frac{\beta}{J}, a_2 = \frac{k_e f_{xy}(\theta)}{J}, a_3 = \frac{k_e f_z(\theta)}{J}, \\ a_4 = -\frac{R}{L_M}, a_5 = -\frac{k_e f_{xy}(\theta)}{2L_M}, a_6 = -\frac{k_e f_z(\theta)}{L_M}, \\ b_1 = \frac{1}{2L_M}, b_2 = \frac{1}{L_M}, \tilde{T}_l = -\frac{1}{J}T_l + \Delta. \end{cases} \quad (5)$$

其中 $\Delta = \Delta(L_M, R, \beta, J) \leq \Delta_{\max}$ 表示由系统参数摄动带来的不确定有界扰动.

做如下参数定义和变量代换:

$$\begin{cases} f_1(\bar{x}_1) = a_1 x_1 + a_3 x_3, & \begin{cases} g_1(\bar{x}_1) = a_2, \\ g_2(\bar{x}_2) = b_1, \\ g_3(\bar{x}_3) = b_2. \end{cases} \end{cases} \quad (6)$$

其中 $\bar{x}_i = [x_1^T, x_2^T, \dots, x_i^T]^T, i = 1, 2, \dots, n$.

为了书写简洁,将式(6)左侧括号及括号内部的 \bar{x}_i 省略后,连同式(5)代入(4),可将BLDCM表示为如下所示的纯反馈非线性系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1 + g_1 x_2 + \tilde{T}_l, \\ \dot{x}_2 = f_2 + g_2 u_1, \\ \dot{x}_3 = f_3 + g_3 u_2, \\ y = x_1. \end{cases} \quad (7)$$

考虑到本文以电机的转速为控制目标,定义系统的输出 y 为电机转速.

2.2 控制律设计

本文的控制目的是,对存在复合扰动 \tilde{T}_l 的式(7)所示系统,设计非线性反步高阶滑模控制器,使得系统输出 y 能够稳定、准确、快速地跟踪转速给定指令信号 y_d .

在本文所提出的控制律的设计中,高阶滑模采用二阶滑模 Super-Twisting 算法(STA),其表达式^[5]为

$$u = -\int \alpha \text{sign}(s) dt - \lambda |s|^{0.5} \text{sign}(s). \quad (8)$$

其中:控制参数 $\alpha > 0, \lambda > 0, \rho = 0.5, s$ 为滑模变量.为了简洁,将式(8)以符号 $u = \text{STA}(s)$ 表示.但是,标准的STA由于比例项中的滑模面为开平方计算,而比例项的增益直接影响阶跃突变扰动的抑制能力,为了

提高对于阶跃突变扰动的抑制能力,本文提出一种改进的自适应STA—SSTA,即

$$u' = -\int \alpha \text{sign}(s) dt - (\lambda + k e^2) |s|^{0.5} \text{sign}(s). \quad (9)$$

其中: $k e^2$ 为自适应项, $k > 0$ 为自适应项的增益系数, e 为系统目标指令值与实际反馈量的误差.为了简洁,以符号 $u' = \text{SSTA}(s, e)$ 表示.

Step 1 考虑第1级系统,设计误差变量

$$\begin{cases} e_1 = y - y_d, \\ e_2 = x_2 - u_\alpha(\bar{x}_1), \end{cases} \quad (10)$$

其中 $u_\alpha(\bar{x}_1)$ 为虚拟控制变量.

对 e_1 求导,可得

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= \dot{y} - \dot{y}_d = \\ f_1 + g_1 x_2 + \tilde{T}_l - \dot{y}_d &= \\ f_1 + g_1 e_2 + g_1 u_\alpha(\bar{x}_1) + \tilde{T}_l - \dot{y}_d. \end{aligned} \quad (11)$$

显然,式(11)所表示的系统中,误差变量 e_1 与虚拟控制变量 $u_\alpha(\bar{x}_1)$ 的相对阶为1,符合采用二阶滑模控制算法实现无抖振鲁棒滑模控制的条件.

在 $u_\alpha(\bar{x}_1)$ 中采用SSTA,定义滑模变量 $s_1 = e_1$,并设计第1级子系统的虚拟控制律为

$$u_\alpha(\bar{x}_1) = -g_1^{-1}(\text{SSTA}(s_1, e_1) + f_1). \quad (12)$$

将式(12)代入(11),可得

$$\begin{aligned} \dot{s}_1 &= \\ f_1 + g_1 e_2 + g_1(-g_1^{-1}(\text{SSTA}(s_1, e_1) + f_1)) + \tilde{T}_l - \dot{y}_d &= \\ -\text{SSTA}(s_1, e_1) + \varphi_{d1} + g_1 e_2. \end{aligned} \quad (13)$$

其中 $\varphi_{d1} = -\dot{y}_d + \tilde{T}_l$ 为系统需要SSTA进行抑制的等效综合扰动,而式(7)所示的关于 x_1 第1个子系统的跟踪控制问题就变成了式(13)所示系统的原点镇定问题.在式(13)中,将 \dot{y}_d 作为系统的综合扰动项处理,利用SSTA的鲁棒性抑制其对系统的影响,可以令式(12)所示虚拟控制律的设计中无需转速指令的微分.

文献[16-17]给出了一种基于类二次型Lyapunov函数的用于分析STA在控制系统中稳定性的方法.此处借鉴文献[16-17]所提出的方法对式(13)所示子系统进行稳定性分析,具体过程如下.

由于第1级子系统为一个一阶环节,滑模变量被设计为 $s_1 = e_1$,此时,SSTA中的误差 e 与滑模变量为同一变量.将 $s_1 = e_1$ 代入SSTA中,式(13)可重新表示为

$$\dot{s}_1 = -\text{SSTA}(s_1, s_1) + \varphi_{d1} + g_1 e_2. \quad (14)$$

再通过如下变量代换:

$$\begin{cases} z_1 = s_1, \\ z_2 = -\int \alpha_1 \text{sign}(z_1) dt + \varphi_{d1}, \end{cases} \quad (15)$$

式(14)所示系统可以重新表示为

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = -(\lambda_1 + kz_1^2)|z_1|^{1/2}\text{sign}(z_1) + z_2 + g_1e_2, \\ \dot{z}_2 = -\alpha_1\text{sign}(z_1) + \dot{\varphi}_{d1}. \end{cases} \quad (16)$$

针对系统(16),考虑候选 Lyapunov 函数

$$V_1(s_1) = V_1(z_1, z_2) = \xi^T \Pi \xi. \quad (17)$$

其中: $\xi^T = [\xi_1, \xi_2] = [|z_1|^{1/2}\text{sign}(z_1), z_2]$; Π 为实对称正定矩阵,取 $\Pi = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 4\alpha_1 + \lambda_1^2 & -\lambda_1 \\ -\lambda_1 & 2 \end{bmatrix}$.

式(17)所示 V_1 是连续正定函数,除集合外 $\{s_1 = 0\}$, V_1 处处可微.对 V_1 沿系统轨迹求导,可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \dot{\xi}^T \Pi \xi + \xi^T \Pi \dot{\xi} = \\ & \frac{1}{|\xi_1|} [\xi^T \quad \psi \quad \xi_1^5] \begin{bmatrix} A^T \Pi + \Pi A & \Pi B & \Pi P & \Pi E \\ B^T \Pi & 0 & 0 & 0 \\ P^T \Pi & 0 & 0 & 0 \\ E^T \Pi & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi \\ \psi \\ g \\ \xi_1^5 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (18)$$

其中

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{\lambda_1}{2} & \frac{1}{2} \\ -\alpha_1 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, E = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}k \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$P^T = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}, g = g_1e_2, \psi = |z_1|^{1/2}\dot{\varphi}_{d1}.$$

假设 $\dot{\varphi}_{d1}$ 有界, $|\dot{\varphi}_{d1}| \leq \delta_1$, $\delta_1 > 0$,则可推出

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &\leq \\ & \frac{1}{|\xi_1|} (\xi^T A^T \Pi \xi + \xi^T \Pi A \xi + B^T \Pi \xi \psi + \xi^T \Pi B \psi - \\ & \psi^2 + \xi_1^2 \delta_1^2) + \frac{1}{|\xi_1|} (E^T \Pi \xi + \xi^T \Pi E) \xi_1^5 + \\ & \frac{1}{|\xi_1|} (P^T \Pi \xi + \xi^T \Pi P) g \leq \\ & -\frac{1}{|\xi_1|} \xi^T Q \xi + \frac{1}{|\xi_1|} N \xi_1^5 + \frac{1}{|\xi_1|} M g. \end{aligned} \quad (19)$$

其中: $Q = -(A^T \Pi + \Pi A + \Pi B B^T \Pi + \delta_1^2 C^T C)$, $M = P^T \Pi \xi + \xi^T \Pi P$, $N = E^T \Pi \xi + \xi^T \Pi E$, $C = [1 \ 0]$.

式(19)中, $g = g_1e_2$, e_2 为后一级子系统的误差变量,如果 $e_2 = 0$,则 $g = g_1e_2 = 0$.在此条件下,根据 Lyapunov 稳定性定理,考虑到式(17), $V_1 = \xi^T \Pi \xi > 0$,由式(19)可知,当 Q 为正定矩阵,且 $N \xi_1^5 < 0$ 时,有

$$\dot{V}_1 \leq -\frac{1}{|\xi_1|} \xi^T Q \xi + \frac{1}{|\xi_1|} N \xi_1^5 + 0 < 0, \quad (20)$$

则式(13)所示系统能够在有限时间内收敛到原点.

由上述分析可知,第1级子系统的稳定渐近收敛需要满足两方面条件:一方面,需要继续设计第2级系统控制律,令二级子系统最终收敛到 $e_2 = 0$;另一方面,需要求解式(12)所示虚拟控制律中 SSTA 的参数取值范围,保证 Q 为正定矩阵,并且 $N \xi_1^5 < 0$.

对于上述两方面需求,第2级子系统控制律设计放在反步法控制律第2步的设计中;对于 Q 为正定矩

阵以及 $N \xi_1^5 < 0$ 的要求,计算 Q 可得

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\lambda_1^3 - \frac{1}{25}\lambda_1^2 + \frac{2}{5}\alpha_1\lambda_1 - \delta_1^2 & -\frac{1}{5}\lambda_1^2 + \frac{2}{25}\lambda_1 \\ -\frac{1}{5}\lambda_1^2 + \frac{2}{25}\lambda_1 & \frac{1}{5}\lambda_1 - \frac{4}{25} \end{bmatrix}. \quad (21)$$

根据 Schur 补引理,可以推出 Q 为正定矩阵的一个充要条件为

$$\begin{cases} \lambda_1 > \frac{4}{5}, \\ \alpha_1 > \frac{1}{2} \frac{\lambda_1^3 + 25\lambda_1\delta_1^2 - 20\delta_1^2}{\lambda_1(5\lambda_1 - 4)}. \end{cases} \quad (22)$$

对于 $N \xi_1^5$,计算可得

$$\begin{aligned} N \xi_1^5 &= (E^T \Pi \xi + \xi^T \Pi E) \xi_1^5 = \\ & -\frac{1}{5}k(\lambda_1^2 + 4\alpha_1)\xi_1^6 + \frac{1}{5}k\lambda_1\xi_1^4(\xi_1\xi_2). \end{aligned} \quad (23)$$

其中: $k > 0$, $\lambda_1 > 0$.计算 $\xi_1\xi_2$,可得

$$\xi_1\xi_2 = -|z_1|^{1/2} \int (\alpha_1 + \text{sign}(z_1)\text{sign}(\dot{\varphi}_{d1})|\dot{\varphi}_{d1}|) dt. \quad (24)$$

考虑到 $|\dot{\varphi}_{d1}| \leq \delta_1$,分析式(24)可知,当 $\alpha_1 > \delta_1$ 时,可以保证 $\xi_1\xi_2 < 0$,从而令

$$N \xi_1^5 \leq \frac{1}{5}k\lambda_1\xi_1^4(\xi_1\xi_2) < 0. \quad (25)$$

综合式(22)及 $\alpha_1 > \delta_1$ 的条件可知,当 SSTA 参数满足如下参数条件时:

$$\begin{cases} \lambda_1 > \frac{4}{5}, \\ \alpha_1 > \max \left\{ \frac{1}{2} \frac{\lambda_1^3 + 25\lambda_1\delta_1^2 - 20\delta_1^2}{\lambda_1(5\lambda_1 - 4)}, \delta_1 \right\}, \\ k > 0, \end{cases} \quad (26)$$

可以令 $\dot{V}_1 < 0$.

Step 2 式(7)关于状态变量 x_2, x_3 及输入控制量 u_1, u_2 的两个状态方程,属于第2级子系统中并列的两个子系统,应分别设计控制律.

1) x_2 子系统控制律设计.

对于 x_2 子系统,定义跟踪误差变量为

$$e_2 = x_2 - u_\alpha. \quad (27)$$

对 e_2 求导,可得

$$\dot{e}_2 = \dot{x}_2 - \dot{u}_\alpha = f_2 + g_2u_1 - \dot{u}_\alpha. \quad (28)$$

针对式(28)所示一阶系统,定义滑模变量 $s_2 = e_2$,采用式(8)所示的标准 STA 设计 x_2 子系统控制律为

$$u_1 = -g_2^{-1}(\text{STA}(s_2) + f_2), \quad (29)$$

其中 $\text{STA}(s_2) = -\int \alpha_2 \text{sign}(s_2) dt - \lambda_2 |s_2|^{0.5} \text{sign}(s_2)$.

将式(29)代入(28),可得

$$\begin{aligned} \dot{s}_2 &= \dot{e}_2 = \dot{x}_2 - \dot{u}_\alpha = \\ & f_2 + g_2(-g_2^{-1}(\text{STA}(s_2) + f_2)) - \dot{u}_\alpha = \\ & -\text{STA}(s_2) + \varphi_\alpha, \end{aligned} \quad (30)$$

其中 $\varphi_\alpha = -\dot{u}_\alpha$. 于是, 式(7)所示的第2级系统中关于 x_2 子系统的跟踪控制问题就变成了式(30)系统的原点镇定问题.

式(30)的形式与文献[16]所分析的一类受控系统的形式相同. 因此, 根据文献[16]中的定理3, 对于式(30), 假设 $|\dot{\varphi}_\alpha| \leq \delta_2$, 当STA参数满足如下所示条件时:

$$\begin{cases} \lambda_2 > 2, \\ \alpha_2 > \frac{\lambda_2^3 + (4\lambda_2 - 8)\delta_2^2}{\lambda_2(4\lambda_2 - 8)}, \end{cases} \quad (31)$$

可令本系统中 $s_2 = e_2$ 最终收敛到0. x_2 子系统的候选Lyapunov函数 $V_2(s_2)$ 的设计和具体的收敛性分析及相关STA参数取值范围的计算过程可参见文献[16], 这里不再赘述.

至此, 第1级子系统所需要的 $e_2 = 0$ 的假设条件, 通过设计第2级子系统控制律(29)得到了保证. 结合第1级子系统虚拟控制律(12)和导通回路子系统控制律(29), 可得到系统中导通两相回路的实际反馈控制律为

$$\begin{aligned} u_{xy} = u_1 = & -g_2^{-1}\{STA[x_2 + g_1^{-1}(SSTA(x_1 - y_d) + f_1)] + f_2\}. \end{aligned} \quad (32)$$

2) x_3 子系统控制律设计.

根据两相导通换相逻辑, 非导通相(z 相)绕组被关断, 最终使 $x_3 = i_z = 0$, z 相产生的电磁转矩为零. 因此, x_3 子系统的给定指令应设置为0, 而与第1级子系统虚拟控制律 $u_\alpha(x_1)$ 无关, 并且 x_3 子系统的控制律设计可直接由换相逻辑得出.

x_3 子系统控制律设计如下:

$$S_{zH} = S_{zL} = 0. \quad (33)$$

其中: S_{zH} 和 S_{zL} 分别表示为 z 相上、下桥臂功率器件的驱动信号, 0代表关断.

z 相被关断后, $i_z(x_3)$ 会经过短暂的续流, 直至最终降为0. 在续流过程中, 无论 i_z 是由正电流续流至0, 还是由负电流续流至0, 都有 $d|i_z|/dt < 0$. 因此, 选取Lyapunov函数为

$$V_3 = \frac{1}{2}e_3^2 = \frac{1}{2}(x_3 - 0)^2 = \frac{1}{2}x_3^2. \quad (34)$$

对 V_3 求导, 可得

$$\dot{V}_3 = |i_z| \frac{d|i_z|}{dt} < 0, \quad (35)$$

因此, 最终 $e_3 = x_3 - 0$ 可以收敛到零, $x_3 = i_z$ 最终为零, 不产生电磁转矩.

2.3 系统全局稳定性分析及控制原理

对于全系统, 选取Lyapunov函数为

$$V = V_1 + V_2 + V_3. \quad (36)$$

对 V 沿式(7)所示3个子系统的轨迹求导, 可得

$$\dot{V} = \dot{V}_1 + \dot{V}_2 + \dot{V}_3. \quad (37)$$

由3个子系统各自的Lyapunov函数可知, 当为整个系统设计由式(32)和(33)共同构成的反步高阶滑模控制律, 并按式(26)和(31)所示的收敛条件选取合适的控制参数时, 便可以令 $V > 0$ 且 $\dot{V} < 0$, 即系统具备全局稳定性.

将式(7)的状态变量用实际变量表示, BLDCM反步高阶滑模控制系统原理如图1所示.

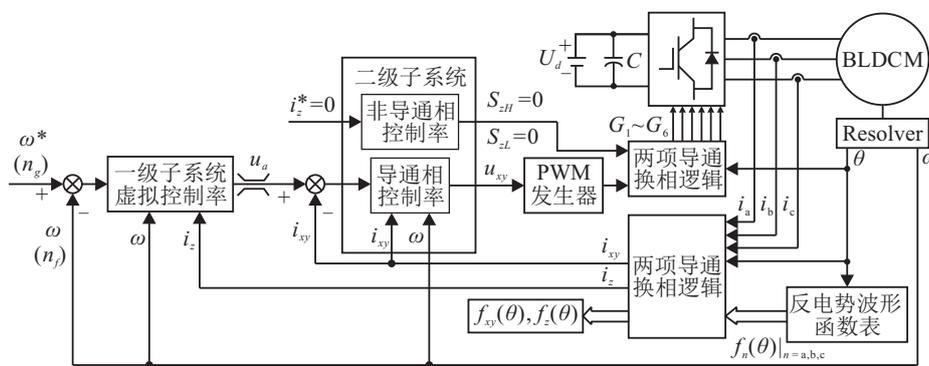


图1 BLDCM反步高阶滑模控制系统原理

3 仿真与分析

系统仿真模型中的BLDCM参数如表1所示, 控制参数如表2所示.

对于所设计的反步高阶滑模控制律(32), 本文通过参数试凑法确定了一组SSTA和STA的最优控制参数(见表2). 为了对比本文方法与传统双闭环PI控制的性能, 同样通过参数试凑法确定了一组最优的双闭环PI控制参数(见表2).

表1 仿真用BLDCM参数

电机参数	符号	数值
额定电压/V	U_N	270
额定转矩/(N·m)	T_N	1.75
额定转速/(r/min)	n_N	10 000
反电势系数/(V/(rad/s))	k_e	0.09
相电阻/ Ω	R	0.2
相等电感/mH	L_M	1.73
折合转动惯量/(kg·m ²)	J	0.001 5
粘滞摩擦系数/(N·m/(rad/s))	β	0.000 1
相反电势平顶宽度	电角度	0.5 π

表 2 仿真模型中的控制器参数

仿真模块	控制参数	符号	数值	
三相全桥逆变器	直流母线电压/V	U_d	270	
	PWM 斩波频率/kHz	f_{PWM}	20	
反步高阶滑模控制器	转速外环 SSTA	SSTA 参数	α_1	500
			λ_1	1.92
	输出限幅/N·m		k	1.5
			T_{sat}	9
电流内环 STA	STA 参数	α_2	2.45×10^5	
		λ_2	58.821 8	
双闭环 PI 控制器	转速外环	比例系数	k_P	7.64
		积分系数	k_I	477.5
		输出限幅/A	I_{sat}	50
	电流内环	比例系数	k_P	12.2
积分系数		k_I	4 344.6	

分别采用传统双闭环 PI 控制方法和本文所提出的控制方法时, 在 4000 r/min 转速指令及 $\pm 4 + \sin(100\pi t)$ N·m 扰动负载条件下, BLDCM 的转速和电磁转矩响应曲线如图 2 和图 3 所示. 图 2(a) 和图 3(a) 分别是图 2(b) 和图 3(b) 中转速给定和响应曲线在 3950~4100 r/min 刻度范围内的细节波形图, 图 2(c) 和图 3(c) 为电磁转矩波形.

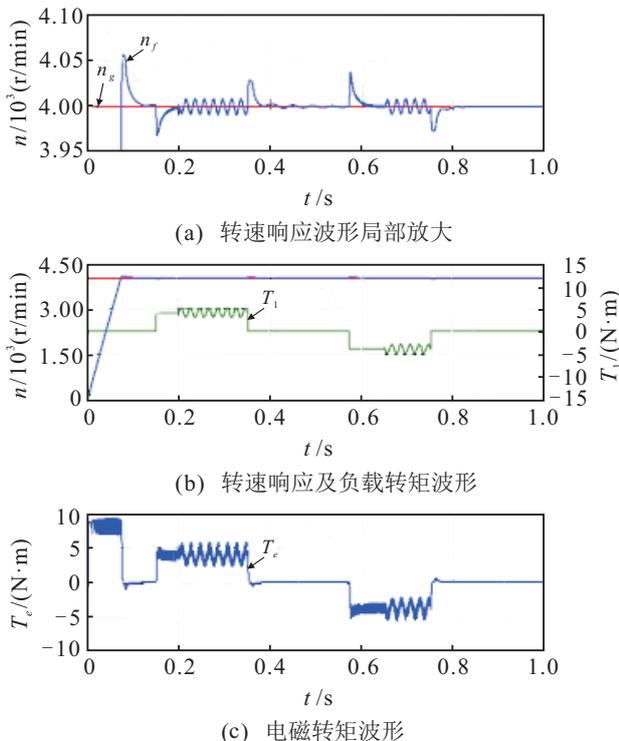


图 2 采用双闭环 PI 控制时的阶跃转速响应

对比图 2(a) 和图 3(a) 可知: 与传统的双闭环 PI 控制相比, 本文控制方法可令系统具有更小的转速超调; 当在第 0.15 s 加入 4 N·m 突加负载时, 采用本文控制方法系统只产生了 8 r/min 的转速波动, 并且恢复时间只有 7 ms, 而采用传统的双闭环 PI 控制, 则产生了 35 r/min 的转速波动, 恢复时间为 23 ms, 分别是采用本文控制方法的 4.38 倍和 3.29 倍; 0.2 s 时刻, 在 4 N·m

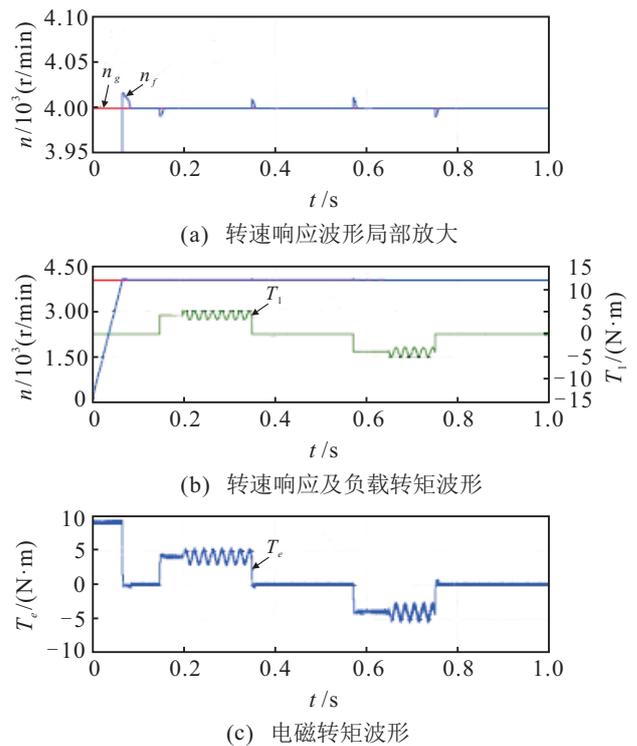


图 3 采用反步高阶滑模控制时的阶跃转速响应

突加负载基础上继续叠加 $\sin(100\pi t)$ N·m 的正弦变化负载扰动时, 系统在本文方法的控制下, 几乎未发生明显的稳态转速波动, 而采用双闭环 PI 控制时, 稳态转速产生了明显的 ± 9 r/min 的波动; 在第 0.57~0.75 s 给系统施加 $-4 + \sin(100\pi t)$ N·m 顺负载扰动时, 本文方法的控制效果同样优于传统双闭环 PI 控制.

本文所提出的非线性控制律设计, 同时考虑到了对关断相续流的补偿以及反电势波形函数的非线性特性. 因此, 对比图 2(c) 和图 3(c) 可以发现, 无论在电机的起动过程中 (0~0.75 s), 还是在扰动负载条件下的稳定运行过程中 (0.15~0.3 s 和 0.57~0.75 s), 采用本文所提出的非线性控制方法时, BLDCM 的电磁转矩脉动都明显小于采用传统相电流 PI 控制时的转矩脉动.

分别采用传统的双闭环PI控制方法和本文所提出的方法时,在相同的扰动负载条件下(包括 $4 + \sin(100\pi t)$ N·m负载和 $-4 + \sin(100\pi t)$ N·m顺载两种载荷条件),BLDCM转速伺服控制正弦响应的仿真结果如图4和图5所示.其中:图4(a)和图5(a)为正弦转速给定指令 n_g 、转速响应 n_f 和扰动负载 T_l 波形,图4(b)和图5(b)为转速响应的误差波形.

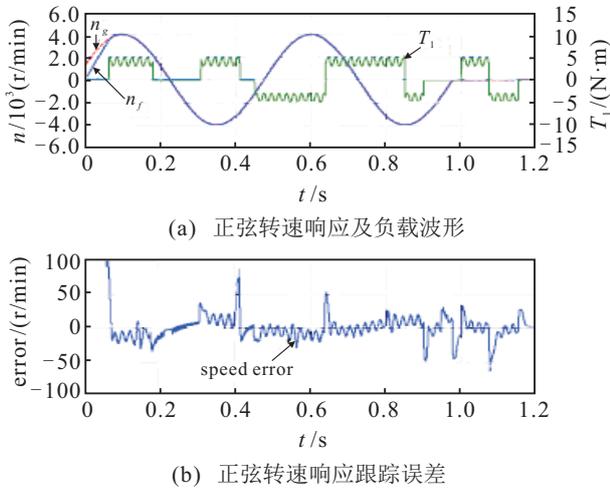


图4 采用双闭环PI控制时扰动负载下的正弦转速响应

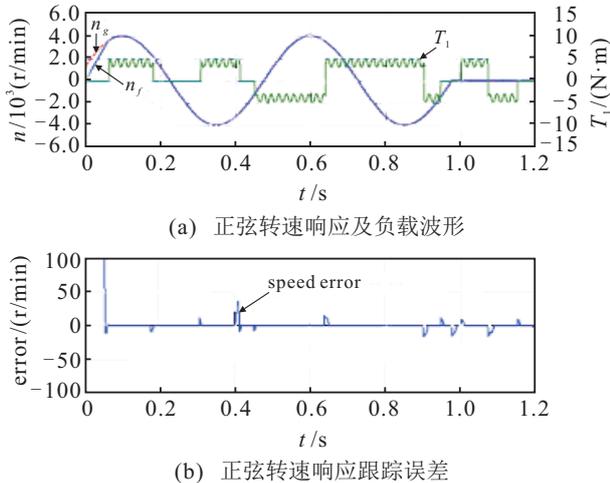


图5 采用反步高阶滑模控制时扰动负载下的正弦转速响应

对比图4和图5可以看出:采用双闭环PI控制时(如图4(b)所示),电机转速的正弦响应明显受到了 $\pm 4 + \sin(100\pi t)$ 扰动负载的影响;而当采用本文方法时(如图5(b)所示), $\pm 4 + \sin(100\pi t)$ N·m的扰动负载基本没有对电机转速的正弦响应造成影响,由 ± 4 N·m的阶跃负载扰动引起的转速误差也比采用双闭环PI控制时小很多,系统对于扰动负载的鲁棒性更强.此外,观察图4和图5中1~1.2s之间的仿真波形可知,在扰动负载条件下,采用本文方法时,系统零转速响应的鲁棒性同样优于传统双闭环PI控制的鲁棒性.

在本文所提出的控制方法中,当虚拟控制律(12)的设计分别采用标准的STA和改进的STA(SSTA)时,系统对给定4000 r/min转速指令的响应曲线如图6

所示,运行过程中的负载扰动与图2和图3中的 T_l 相同.图6(a)为图6(b)在0~0.2s的放大图.观察图6可知,在式(12)所示的虚拟控制律设计中,相比采用标准的STA,采用本文所提出的SSTA(即改进的STA)时,系统的转速超调以及在突加阶跃负载时的转速波动更小,系统对于阶跃负载扰动的鲁棒性更强.

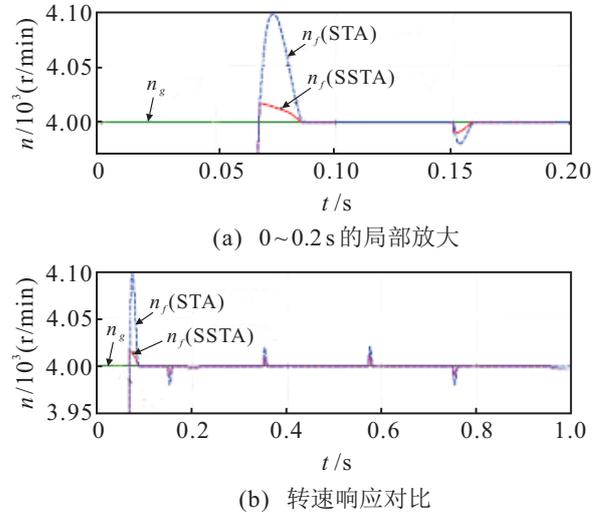


图6 采用STA和SSTA时的转速响应对比

4 结 论

本文在建立了BLDCM非线性模型的基础上,结合反步法和二阶滑模Super-Twisting控制算法,设计了一种新型的多滑模反步高阶滑模非线性控制器.研究表明:

1) BLDCM本质上是一个非线性控制对象,在负载条件下,可以如式(7)所示,将其表达为反步控制所要求的纯反馈非线性系统.

2) 在本文所提出的BLDCM反步高阶滑模控制律中,内环z相续流产生的转矩被当作外环子系统的扰动,并通过第1级子系统虚拟控制律中的等效控制项得到了补偿;而对于内环导通相(x、y相)的控制,则采用基于非线性反电势波形函数的相电流二阶滑模控制;结合式(2)可知,这种方法本质上可实现对转矩的直接控制,由图4可知,相比常规电流闭环控制,本文方法能够有效提高转矩控制精度,减弱转矩脉动.

3) 除了子系统的匹配性扰动外,所提出的方法在每一步控制律的设计中,将上一级指令的微分项也作为子系统的匹配性有界扰动,并采用无需求取滑模变量导数的SSTA和STA,在无需求导的条件下,实现了对有扰动子系统的无抖振鲁棒滑模控制.

4) 仿真结果表明,本文提出的BLDCM系统多滑模反步高阶滑模控制方法,无论在稳速控制还是在转速伺服控制中,其动、静态性能和鲁棒性都明显优于传统双闭环PI控制.

5) 针对转速外环子系统,为了提高其阶跃负载的

抑制能力,提出了一种具有自适应比例增益项的改进的 STA—SSTA;如图4所示,相对于标准的 STA,在式(12)所示的第1级子系统虚拟控制律的设计中采用本文所提出的 SSTA,可以明显提高系统对阶跃负载扰动的鲁棒性。

参考文献(References)

- [1] Kanellakopoulos I, Krein P T, Disilvestro F. Nonlinear flux-observer-based control of induction motors[C]. Proc of the 1992 American Control Conf. Chicago: American Automatic Control Council, 1992: 1700-1704.
- [2] Yaolong T, Jie C, Hualin T. Adaptive backstepping control and friction compensation for AC servo with inertia and load uncertainties[J]. IEEE Trans on Industrial Electronics, 2003, 50(5): 944-952.
- [3] 胡剑波,李飞,魏高乐,等.不确定系统反推滑模变结构理论及其应用[J].系统工程与电子技术,2014,36(3): 519-526.
(Hu J B, Li F, Wei G L, et al. Theory and applications of backstepping sliding mode variable structure control for uncertain systems[J]. Systems Engineering and Electronics, 2014, 36(3): 519-526.)
- [4] 王坚浩,胡剑波.不确定非线性系统的自适应反推高阶终端滑模控制[J].控制与决策,2012,27(3): 413-418.
(Wang J H, Hu J B. Adaptive backstepping high-order terminal sliding mode control for uncertain nonlinear systems[J]. Control and Decision, 2012, 27(3): 413-418.)
- [5] 付培华,陈振,丛炳龙,等.基于反步自适应滑模控制的永磁同步电机位置伺服系统[J].电工技术学报,2013,28(9): 288-293.
(Fu P H, Chen Z, Cong B L, et al. A position servo system of permanent magnet synchronous motor based on backstepping adaptive sliding mode control[J]. Trans of China Electrotechnical Society, 2013, 28(9): 288-293.)
- [6] Ouassaid M, Cherkaoui M, Maaroufi M. Improved nonlinear velocity tracking control for synchronous motor drive using backstepping design strategy[C]. 2005 IEEE Russia Power Tech. St Petersburg: IEEE, 2005: 1-6.
- [7] 刘慧博,李朝阳.无刷直流电动机积分反演模糊滑模控制[J].工矿自动化,2014,40(3): 64-69.
(Liu H B, Li Z Y. Integral inversion fuzzy sliding mode control of brushless DC motor[J]. Industry and Mine Automation, 2014, 40(3): 64-69.)
- [8] 李渊,何凤有,谭国俊.双馈电机系统滑模变结构反演控制的研究[J].电机与控制学报,2009,13(S1): 15-19.
(Li Y, He F Y, Tan G J. Study on variable structure sliding mode control with backstepping for doubly-fed motor system[J]. Electric Machines and Control, 2009, 13(S1): 15-19.)
- [9] 王家军,王建中,马国进.感应电动机系统的变结构反推控制研究[J].中国电机工程学报,2007,27(6): 35-38.
(Wang J J, Wang J Z, Ma G J. Variable structure control with backstepping of induction motor system[J]. Proceedings of the CSEE, 2007, 27(6): 35-38.)
- [10] 方一鸣,李智,吴洋洋,等.基于终端滑模负载观测器的永磁同步电机位置系统反步控制[J].电机与控制学报,2014,18(9): 105-111.
(Fang Y M, Li Z, Wu Y Y, et al. Backstepping control of PMSM position systems based on terminal-sliding-mode load observer[J]. Electric Machines and Control, 2014, 18(9): 105-111.)
- [11] 王礼鹏,张化光,刘秀翀,等.基于扩张状态观测器的SPMSM调速系统的滑模变结构反步控制[J].控制与决策,2011,26(4): 553-557.
(Wang L P, Zhang H G, Liu X C, et al. Backstepping controller based on sliding mode variable structure for speed control of SPMSM with extended state observer[J]. Control and Decision, 2011, 26(4): 553-557.)
- [12] Wang F, Su Y X, Min H, et al. Sliding mode control of servo system with brushless DC motor based on nominal model[J]. Applied Mechanics and Materials, 2013, 391: 415-419.
- [13] 安树.反演滑模控制在BLDCM伺服系统中的应用[J].机械工程与自动化,2008,115(6): 161-163.
(An S. Application of sliding mode control with backstepping in BLDCM servo system[J]. Mechanical Engineering & Automation, 2008, 115(6): 161-163.)
- [14] Jiancheng F, Haitao L, Bangcheng H. Torque ripple reduction in BLDC torque motor with nonideal back EMF[J]. IEEE Trans on Power Electronics, 2012, 27(11): 4630-4637.
- [15] Levant A. Sliding order and sliding accuracy in sliding mode control[J]. Int J of Control, 1993, 58(6): 1247-1263.
- [16] 李鹏,郑志强.基于类二次型Lyapunov函数的Super-Twisting算法收敛性分析[J].控制与决策,2011,26(6): 949-952.
(Li P, Zheng Z Q. Convergence of Super-Twisting algorithm based on quadratic-like Lyapunov function[J]. Control and Decision, 2011, 26(6): 949-952.)
- [17] Moreno J A, Osorio M. A Lyapunov approach to second-order sliding mode controllers and observers[C]. The 47th IEEE Conf on Decision and Control. Cancun, 2008: 2856-2861.

(责任编辑:曹洪武)