第 31 卷 第 7 期
Vol. 31 No. 7

控 制 与 决 策
Control and Decision

2016 年 7 月
Jul. 2016

文章编号: 1001-0920 (2016) 07-1296-09 DOI: 10.13195/j.kzyjc.2015.0738

损失概率厌恶和损失厌恶行为零售商的供应链网络均衡

胡劲松, 朱太硕, 王永波

(青岛大学 国际商学院，山东 青岛 266071)

摘 要: 研究零售商的损失概率厌恶和损失厌恶有限理性行为对供应链网络均衡的影响. 利用变分不等式和互补理论刻画制造商的最优行为和需求市场的供需均衡; 基于累积前景理论建立零售商的凹前景值函数, 并利用变分不等式刻画零售市场均衡. 零售商有限理性行为对其均衡行为的比较静态分析结果表明: 零售商的最大损失重视程度越大, 其均衡订购量越小; 零售商的最大获利重视程度越大, 其均衡订购量越大; 零售商的损失概率敏感度越大, 其均衡订购量越小; 零售商的损失厌恶程度越大, 其均衡订购量越小.

关键词: 供应链网络；累积前景理论；损失概率厌恶；损失厌恶

中图分类号: F274 **文献标志码:** A

Equilibrium of supply chain network with retailers’behavior being probabilistic loss aversion and loss aversion

HU Jin-song, *ZHU Tai-shuo*, *WANG Yong-bo*

(School of International Business，Qingdao University，Qingdao 266071，China．Correspondent：HU Jin-song, E-mail：hujinsong@qdu.edu.cn)

Abstract: The effect of retailers’ probabilistic loss aversion and loss aversion bounded rational behavior on the equilibrium of supply chain network is studied. Based on the variational inequality and complementary theory, the manufacturers’ optimal behaviors and supply-demand equilibrium in demand markets are modeled. Based on the cumulative prospect theory, the retailers’ concave prospect functions are established. Based on the variational inequality, the equilibrium of retail market is described. Comparative statics analysis show that, the retailers’ equilibrium quantities decrease as the degree of attention to the worst increase, the retailers’ equilibrium quantities increase as the degree of attention to the best increase, the retailers’ equilibrium quantities decrease as the degree of likelihood sensitivity to loss increase, and the retailers’ equilibrium quantities decrease as the degree of loss aversion increase.

Keywords: supply chain network；cumulative prospect theory；probabilistic loss aversion；loss aversion

0 引 言

自 2002 年 Nagurney 等[1]开展确定市场需求的单产品供应链网络均衡研究以来, 供应链网络均衡研究便成为企业运营管理的重点领域. 现今, 国内外学者从多角度拓展了文献 [1] 的研究. 研究拓展一表现在市场需求方面, 如文献 [2] 研究了随机市场需求的供应链网络均衡问题; 文献 [3] 研究了模糊需求的供应链网络均衡问题. 研究拓展二表现在产品多样性方面, 如文献 [4] 研究了具有产品差异性的多产品供应链网络均衡问题; 文献 [5] 研究了模糊市场需求的多产品供应链网络均衡问题. 研究拓展三表现在逆向物流方面, 如文献 [6] 研究了制造商回收模式下的闭环供应链网络均衡问题; 文献 [7] 研究了第三方回收模式下由供应、零售以及回收三市场组成的闭环供应链网络均衡问题. 研究拓展四表现在产品销售渠道多样性方面, 如文献 [8] 将传统销售渠道与电子商务渠道相结合, 研究了制造商通过分销商实体链和电子商务的双渠道的供应链网络均衡问题; 文献 [9] 研究了具有产能约束和价格约束的供应链网络双渠道均衡问题. 另一拓展研究体现在非竞争行业方面, 如文献 [10] 研究了寡头竞争行业下的供应链网络均衡问题.

虽然众学者针对供应链网络均衡问题在广度和深度上开展了延伸研究, 但鲜有针对网络成员自身有限理性行为的研究成果. 其中, 文献 [11] 研究了零

收稿日期: 2015-06-09；**修回日期:** 2015-12-07.

基金项目: 国家自然科学基金项目(71071082)；国际(地区)合作与交流项目(71311120090).

作者简介: 胡劲松(1966−), 男, 教授, 博士生导师, 从事决策分析、物流与供应链管理等研究；朱太硕(1990−), 男, 硕士生, 从事物流与供应链管理的研究.

售商具损失厌恶有限理性行为的供应链网络均衡问题. 大量事实表明: 人们在面临风险时存在多种有限理性行为, 如人们普遍存在着确定性效应和可能性效应[12]、概率敏感性效应[13], 以及损失厌恶[14-15]等; 作为刻画完全理性行为的期望效用理论不能用来描述和说明现实中的种种有限理性行为. 自 Preston 等[16]开展风险行为决策研究以来, 大量行为和心理实验揭示: 面对风险时, 人们在人脑的认知过程和心理的情绪过程中, 普遍存在着参考依赖、符号依赖和排名依赖的现象. 具体而言, 在风险结果价值判断上, 人们具有价值的载体不是结果本身而是结果变化的参考依赖效应, 且具有等量损失感受高于等量获利的符号依赖效应[12,17]; 在风险结果价值的加权上, 人们对风险结果的决策权重不仅依赖于结果发生的概率, 还依赖于结果概率的排名, 即人们具有排名依赖效应[18], 而且人们往往具有对损失的决策权重高于获利的符号依赖效应[19]. 因此, 能否正确刻画和表达实际决策者的风险价值评估, 并探求其行为规律, 将对企业正确制定经营决策产生重要影响.

为此, 本文考虑供应链网络中零售商的损失概率厌恶和损失厌恶的有限理性行为, 研究其有限理性行为对供应链网络均衡模式的影响. 首先分析供应市场中供应商的最优生产模式, 建立供应市场的均衡模型; 其次分析零售市场中零售商的最优订购模式, 建立零售市场的均衡模型, 并分析零售商的有限理性行为对其均衡订购量的影响; 再次研究需求市场的供需均衡模型, 构架供应链网络均衡模型; 最后, 通过算例说明了零售商的损失概率厌恶和损失厌恶行为对供应链网络均衡的影响.

1　供应市场均衡

本文研究由供应市场、零售市场构成的供应链网络均衡问题. 其中: 供应市场由 m 个生产同质产品且相互竞争的供应商组成; 零售市场由 n 个相互竞争的具有损失厌恶和损失概率厌恶行为的零售商组成. 零售商从供应商处订购产品, 然后销售给消费者.

设 q_i 表示供应商 i 的非负生产量, $\boldsymbol{q} \in R_+^m$ 表示所有供应商的生产量列向量; q_{ij} 表示供应商 i 与零售商 j 之间的非负产品交易量, ρ_{ij} 表示供应商 i 与零售商 j 之间的非负产品交易价格, mn 维列向量 $\boldsymbol{Q} \in R_+^{mn}$ 和 $\rho^1 \in R_+^{mn}$ 分别表示所有供应商与所有零售商间的交易量和交易价格. 为体现竞争性, 假设 $f_i(\boldsymbol{q})$ 为供应商 i 的生产成本函数; $c_{ij}(q_{ij})$ 为供应商 i 与零售商 j 之间的交易成本函数. 另外, 假设 $f_i(\boldsymbol{q})$ 为 q_i 的二次连续可微凸函数, $c_{ij}(q_{ij})$ 为 q_{ij} 的二次连续可微凸函数.

利润最大化供应商 i 的最优行为表述为

$$\max \pi_i^M(\boldsymbol{Q},\boldsymbol{q}) = \sum_{j=1}^n \rho_{ij} q_{ij} - \sum_{j=1}^n c_{ij}(q_{ij}) - f_i(\boldsymbol{q}).$$

$$\text{s.t.} \ \sum_{j=1}^n q_{ij} \leqslant q_i;$$

$$q_{ij} \geqslant 0,\ j = 1, 2, \cdots, n. \tag{1}$$

基于生产函数和交易成本函数的假设, 供应商的最优行为规划为凸规划. 由于供应商间的非合作博弈, 供应市场中各供应商的 Nash 均衡生产模式可表示为如下变分不等式.

性质 1　供应市场 Nash 均衡生产模式为 $(\boldsymbol{Q}^*, \boldsymbol{q}^*, \boldsymbol{\theta}^*) \in R_+^{mn+m+m}$, 且满足

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \Big(\frac{\partial c_{ij}(q_{ij}^*)}{\partial q_{ij}} - \rho_{ij}^* + \theta_i^*\Big)(q_{ij} - q_{ij}^*) +$$
$$\sum_{i=1}^m \Big(\frac{\partial f(\boldsymbol{q}^*)}{\partial q_i} - \theta_i^*\Big)(q_i - q_i^*) +$$
$$\sum_{i=1}^m \Big(q_i^* - \sum_{j=1}^n q_{ij}^*\Big)(\theta_i - \theta_i^*) \geqslant 0,$$
$$\forall\, (\boldsymbol{Q}, \boldsymbol{q}, \boldsymbol{\theta}) \in R_+^{mn+m+m},$$

其中 $\boldsymbol{\theta} = (\theta_1, \theta_2, \cdots, \theta_i, \cdots, \theta_m)^{\mathrm{T}} \in R_+^m$ 为对应约束条件 $\sum_{j=1}^n q_{ij} \leqslant q_i$ 的 m 维拉格朗日乘子列向量.

性质 1 的经济含义为: 若供应商 i 与零售商 j 之间进行交易活动, 即 $q_{ij}^* > 0$, 则 $\rho_{ij}^* - \Big(\dfrac{\partial c_{ij}(q_{ij}^*)}{\partial q_{ij}^*} + \theta_i^*\Big) = 0$. 交易的边际收益 ρ_{ij}^* 等于交易的边际机会成本 $\dfrac{\partial c_{ij}(q_{ij}^*)}{\partial q_{ij}^*} + \theta_i^*$. 同时, 当 $q_{ij}^* > 0$ 时, 供应商 i 与零售商 j 之间的交易价格 ρ_{ij}^* 由下述方程内生确定:

$$\rho_{ij}^* - \Big(\frac{\partial c_{ij}(q_{ij}^*)}{\partial q_{ij}^*} + \theta_i^*\Big) = 0. \tag{2}$$

2　零售市场均衡

设 q_{ij} 表示零售商 j 从供应商 i 处的产品订购量; $s_j = \sum_{i=1}^m q_{ij}$ 表示零售商 j 的总订购量; ρ_j 表示零售商 j 处的产品销售价格; v_j 表示零售商 j 处的单位产品存储费. 记 $\boldsymbol{s} \in R_+^{mn}$ 为零售市场的产品订购量列向量, $\rho^2 \in R_+^n$ 为零售市场的产品销售价格列向量.

假设 1　零售商 j 处的产品处理成本函数 $c_j(s)$ 为 s_j 的二次可微凸函数; 零售商 j 处的产品随机需求量 $\tilde{d}_j(\rho_j) = a_j - b_j\rho_j + \tilde{\varepsilon}_j$. 其中: a_j 和 b_j 为零售商 j 处需求市场的基本特征参数, $\tilde{\varepsilon}_j$ 为零售商 j 处的零均值随机扰动产品需求因子, 其概率密度为 $f_j(\varepsilon_j)$, 累积分布为 $F_j(\varepsilon_j) = P(\tilde{\varepsilon}_j \leqslant \varepsilon_j)$, 累减分布为 $G_j(\varepsilon_j) = P(\tilde{\varepsilon}_j \geqslant \varepsilon_j)$.

性质 2　损失厌恶行为零售商的价值函数如下

所示(参见图 1):

$$v(x)=\begin{cases}v^+(x)=u(x),\ x\geqslant 0;\\ v^-(x)=\lambda u(x),\ x<0.\end{cases}\tag{3}$$

其中: $u(x)$ 为基础效用函数, $\lambda\geqslant 1$ 为其损失厌恶系数. λ 值越大, 其损失厌恶程度越高. 特别地, 当 $\lambda=1$ 时, 零售商的价值函数为基础效用函数. 因为零售商处存在市场需求约束, 所以零售商的获利和损失总为一适度量, 为此, 本文假设基础效用函数 $u(x)=x$.

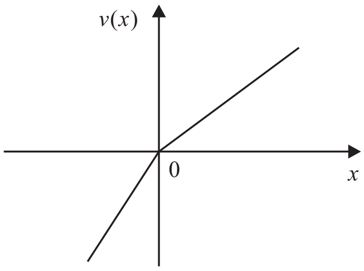

图 1 零售商的价值函数

性质 3 零售商具有非极端结果可加性(non-extreme-outcome-additive)权重的损失概率厌恶行为. 具体而言, 对应零售商获利的 neo-additive 权重函数 $w^+(r)$ 和对应零售商损失的 neo-additive 权重函数 $w^-(l)$ 如下所示(参见图 2):

$$w^+(r)=\begin{cases}0,\ r=0;\\ \gamma^++\delta^+r,\ 0<r<1;\\ 1,\ r=1;\end{cases}\tag{4}$$

$$w^-(l)=\begin{cases}0,\ l=0;\\ \gamma^-+\delta^-l,\ 0<l<1;\\ 1,\ l=1.\end{cases}\tag{5}$$

其中: r 表示获利排名; 参数 γ^+ 表示零售商对最大获利的重视程度, 参数 δ^+ 表示零售商对获利概率的敏感性, 各参数满足 $\gamma^+,\delta^+\geqslant 0,\gamma^++\delta^+\leqslant 1$; l 表示损失排名, 参数 γ^- 表示零售商对最大损失的重视程度, 参数 δ^- 表示零售商对损失概率的敏感性, 各参数满足 $\gamma^-,\delta^-\geqslant 0,\gamma^-+\delta^-\leqslant 1$.

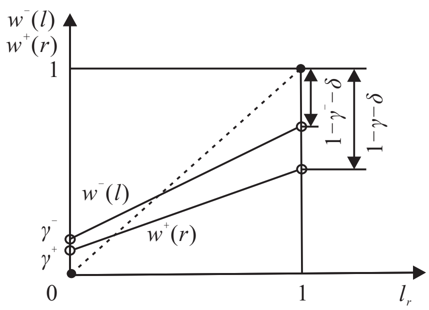

图 2 零售商的权重函数

事实上, 参数 γ^+ 和 γ^- 越大, 零售商对最好和最坏结果越重视; 参数 δ^+ 和 δ^- 越大, 零售商对获利和损失的概率敏感度越大. Chateauneuf 等[20]指出: 参数 γ^+ 和 γ^- 刻画了人们在风险价值评价中存在的可能性效应; 参数 $1-\gamma^+-\delta^+$ 和 $1-\gamma^--\delta^-$ 刻画了人们在风险价值评价中存在的确定性效应; 参数 δ^+ 和 δ^- 刻画了人们在风险价值评价中存在的概率不敏感性倾向. 此外, Schmidt 等[19]的研究表明: 人们普遍具有对损失的决策权重高于获利的损失概率厌恶行为, 他们构造指数 $\tau=w^{-\prime}(1-r)/w^{+\prime}(r)\ (0\leqslant r\leqslant 1)$ 来刻画人们对获利和损失的概率的风险态度. 当 $\tau>1$ 时, 人们具有损失概率厌恶行为. 系数 τ 越大, 人们的损失概率厌恶程度越高. 显然, 对具有非极端结果可加性权重函数的零售商而言, 其损失概率厌恶系数 $\tau=\delta^-/\delta^+$, 且 $\tau>1$. 另外, τ 越大, 零售商的损失概率厌恶程度越高.

下面详细分析损失概率厌恶和损失厌恶零售商的风险价值评价问题. 给定零售商 j 的订购量 s_j, 其随机利润为 $\tilde{R}_j(\boldsymbol{Q})=\rho_j\min\{s_j,\tilde{d}_j\}-v_j\max\{s_j-\tilde{d}_j,0\}-\sum\limits_{i=1}^m\rho_{ij}q_{ij}-c_j(\boldsymbol{s})$, 或表示为

$$R_j(\boldsymbol{Q})=\begin{cases}R_j^1(\boldsymbol{Q})=(\rho_j+v_j)d_j-v_js_j-\sum\limits_{i=1}^m\rho_{ij}q_{ij}-c_j(\boldsymbol{s}),\\ \qquad 0\leqslant d_j<s_j;\\ R_j^2(\boldsymbol{Q})=\rho_js_j-\sum\limits_{i=1}^m\rho_{ij}q_{ij}-c_j(\boldsymbol{s}),\\ \qquad d_j\geqslant s_j.\end{cases}\tag{6}$$

其中: d_j 为随机需求 $\tilde{d}_j$ 的实现, $R_j(\boldsymbol{Q})$ 为随机利润 $\tilde{R}_j(\boldsymbol{Q})$ 的实现.

由式(6)可知: 给定 s_j, 利润实现 $R_j(\boldsymbol{Q})$ 为 d_j 的分段线性函数. 其中: $R_j^1(\boldsymbol{Q})$ 为 d_j 的线性增函数, $R_j^2(\boldsymbol{Q})$ 为 d_j 的常函数, 参见图 3. 因此, 零售商 j 的盈亏平衡点为

$$d_j^e=\frac{v_js_j+\sum\limits_{i=1}^m\rho_{ij}q_{ij}+c_j(\boldsymbol{s})}{\rho_j+v_j}.\tag{7}$$

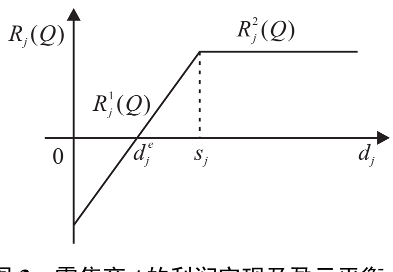

图 3 零售商 j 的利润实现及盈亏平衡点

因为 $\tilde{d}_j=a_j-b_j\rho_j+\tilde{\varepsilon}_j$, 所以可将利润实现表示为随机因子实现的函数, 即

$$R_j(\boldsymbol{Q})=\begin{cases}R_j^1(\boldsymbol{Q})=(\rho_j+v_j)(a_j-b_j\rho_j+\varepsilon_j)-\\ \quad\sum\limits_{i=1}^m\rho_{ij}q_{ij}-v_js_j-c_j(\boldsymbol{s}),\\ \quad -a_j+b_j\rho_j\leqslant\varepsilon_j<d_j^e-a_j+b_j\rho_j;\\ R_j^1(\boldsymbol{Q})=(\rho_j+v_j)(a_j-b_j\rho_j+\varepsilon_j)-\\ \quad\sum\limits_{i=1}^m\rho_{ij}q_{ij}-v_js_j-c_j(\boldsymbol{s}),\\ \quad d_j^e-a_j+b_j\rho_j<\varepsilon_j<s_j-a_j+b_j\rho_j;\\ R_j^2(\boldsymbol{Q})=\rho_js_j-\sum\limits_{i=1}^m\rho_{ij}q_{ij}-c_j(\boldsymbol{s}),\\ \quad\varepsilon_j\geqslant s_j-a_j+b_j\rho_j.\end{cases}\tag{8}$$

由式 (8) 可知, 在给定零售商 j 的订购量 s_j 时, 其获利和损失与随机因子实现的关系为

$$R_j(\boldsymbol{Q})=\begin{cases}R_j^1(\boldsymbol{Q})<0,\ -a_j+b_j\rho_j\leqslant\varepsilon_j<d_j^e-a_j+b_j\rho_j;\\ R_j^1(\boldsymbol{Q})>0,\ d_j^e-a_j+b_j\rho_j<\varepsilon_j<s_j-a_j+b_j\rho_j;\\ R_j^2(\boldsymbol{Q})>0,\ \varepsilon_j\geqslant s_j-a_j+b_j\rho_j.\end{cases}\tag{9}$$

由式 (9) 可知, 零售商 j 的利润实现

$$R_j(\boldsymbol{Q})\in[R_j(\boldsymbol{Q})_{\min},R_j(\boldsymbol{Q})_{\max}].$$

其中

$$R_j(\boldsymbol{Q})_{\min}=-v_js_j-\sum_{i=1}^m\rho_{ij}q_{ij}-c_j(\boldsymbol{s}),$$

$$R_j(\boldsymbol{Q})_{\max}=\rho_js_j-\sum_{i=1}^m\rho_{ij}q_{ij}-c_j(\boldsymbol{s}).$$

同时, 由式 (9) 可知, 随机因子 $\tilde{\varepsilon}_j$ 的累积分布函数 $F_j(\varepsilon_j)=P(\tilde{\varepsilon}_j<\varepsilon_j)$ 实质上为零售商 j 的损失排名 l_j, 累减分布函数 $G_j(\varepsilon_j)=P(\tilde{\varepsilon}_j>\varepsilon_j)$ 实质上为零售商 j 的获利排名 r_j.

利用 Tversky 等[17]的累计前景理论, 给定零售商 j 的订购量 s_j, 其随机利润的前景值 $\mathrm{PT}[\tilde{R}_j(\boldsymbol{Q})]$ 表达式如下, 下文中简记为 $\mathrm{PT}_j(\boldsymbol{Q})$:

$$\begin{aligned}&\mathrm{PT}_j(\boldsymbol{Q})=\\&\int_0^{F_j(d_j^e-a_j+b_j\rho_j)}v_j^-[R_j(\boldsymbol{Q})(l_j)]\mathrm{d}[w_j^-(l_j)]+\\&\int_0^{G_j(d_j^e-a_j+b_j\rho_j)}v_j^+[R_j(\boldsymbol{Q})(r_j)]\mathrm{d}[w_j^+(r_j)].\end{aligned}\tag{10}$$

其中

$$F_j(d_j^e-a_j+b_j\rho_j)=P(\tilde{\varepsilon}_j\leqslant d_j^e-a_j+b_j\rho_j),$$

$$G_j(d_j^e-a_j+b_j\rho_j)=P(\tilde{\varepsilon}_j\geqslant d_j^e-a_j+b_j\rho_j).$$

显然, $F_j(d_j^e-a_j+b_j\rho_j)+G_j(d_j^e-a_j+b_j\rho_j)=1$.

式 (10) 给出了零售商 j 的前景值 $\mathrm{PT}_j(\boldsymbol{Q})$ 的 Stieltjes 积分形式. 由于权重函数 $w_j^+(r_j)$ 和 $w_j^-(l_j)$ 在 0 和 1 处不连续, 下面利用 Stieltjes 积分理论推导 $\mathrm{PT}_j(\boldsymbol{Q})$ 的具体形式.

命题 1 给定零售商 j 的订购量 s_j 及其权重函数 $w_j^+(r_j)$ 和 $w_j^-(l_j)$ (式 (4)), 则零售商 j 的前景值为

$$\begin{aligned}\mathrm{PT}_j(\boldsymbol{Q})=\Big\{&\gamma_j^-v_j^-[R_j(\boldsymbol{Q})(0)]+\gamma_j^+v_j^+[R_j(\boldsymbol{Q})(0)]+\\&\delta_j^-\int_0^{F(d_j^e-a_j+b_j\rho_j)}v_j^-[R_j(\boldsymbol{Q})(l_j)]\mathrm{d}l_j+\\&\delta_j^+\int_0^{G(d_j^e-a_j+b_j\rho_j)}v_j^+[R_j(\boldsymbol{Q})(r_j)]\mathrm{d}r_j\Big\}.\end{aligned}$$

证明 当零售商 j 的权重函数 $w_j^+(r_j)$ 和 $w_j^-(l_j)$ 为式 (4) 形式时, 利用 Stieltjes 积分理论, 有

$$\begin{aligned}&\mathrm{PT}_j(\boldsymbol{Q})=\\&\int_0^{F_j(d_j^e-a_j+b_j\rho_j)}v_j^-[R_j(\boldsymbol{Q})(l_j)]\mathrm{d}[w_j^-(l_j)]+\\&\int_0^{G_j(d_j^e-a_j+b_j\rho_j)}v_j^+[R_j(\boldsymbol{Q})(r_j)]\mathrm{d}[w_j^+(r_j)]=\\&\lim_{\omega\to0}\Big\{\int_0^{\omega}v_j^-[R_j(\boldsymbol{Q})(l_j)]\mathrm{d}[w_j^-(l_j)]+\\&\int_\omega^{F_j(d_j^e-a_j+b_j\rho_j)}v_j^-[R_j(\boldsymbol{Q})(l_j)]\mathrm{d}[w_j^-(l_j)]+\\&\int_0^{\omega}v_j^+[R_j(\boldsymbol{Q})(r_j)]\mathrm{d}[w_j^+(r_j)]+\\&\int_\omega^{G_j(d_j^e-a_j+b_j\rho_j)}v_j^+[R_j(\boldsymbol{Q})(r_j)]\mathrm{d}[w_j^+(r_j)]\Big\}=\\&\lim_{\omega\to0}\Big\{v_j^-[R_j(\boldsymbol{Q})(\omega)][w_j^-(\omega)]+\\&v_j^+[R_j(\boldsymbol{Q})(\omega)][w_j^+(\omega)]+\\&\int_\omega^{F_j(d_j^e-a_j+b_j\rho_j)}v_j^-[R_j(\boldsymbol{Q})(l_j)]\mathrm{d}[w_j^-(l_j)]+\\&\int_\omega^{G_j(d_j^e-a_j+b_j\rho_j)}v_j^+[R_j(\boldsymbol{Q})(r_j)]\mathrm{d}[w_j^+(r_j)]\Big\}=\\&\Big\{\gamma_j^-v_j^-[R_j(\boldsymbol{Q})(0)]+\gamma_j^+v_j^+[R_j(\boldsymbol{Q})(0)]+\\&\delta_j^-\int_0^{F_j(d_j^e-a_j+b_j\rho_j)}v_j^+[R_j(\boldsymbol{Q})(l)]\mathrm{d}l_j+\\&\delta_j^+\int_0^{G_j(d_j^e-a_j+b_j\rho_j)}v_j^+[R_j(\boldsymbol{Q})(r_j)]\mathrm{d}r_j\Big\}.\end{aligned}$$

□

考虑到损失排名 $l=F(\varepsilon)$ 与获利排名 $r=G(\varepsilon)$ 的关系, 当给定 s_j 时, 零售商 j 的前景值 $\mathrm{PT}_j(\boldsymbol{Q})$ 亦可表示为随机因子实现 ε_j 的积分形式.

命题 2 给定零售商 j 的订购量 s_j、其权重函数 $w_j^+(r_j)$ 和 $w_j^-(l_j)$ (式 (6)) 以及价值函数 $v_j(x)$ (式 (4)), 则零售商 j 的前景值为

$$\begin{aligned}&\mathrm{PT}_j(\boldsymbol{Q})=\\&\{\gamma_j^-\lambda_jR_j^1(\boldsymbol{Q})(F_j(-a_j+b_j\rho_j))+\\&\gamma_j^+R_j^2(\boldsymbol{Q})(G_j(+\infty))\}+\\&\Big\{\delta_j^-\lambda_j\int_{-a_j+b_j\rho_j}^{d_j^e-a_j+b_j\rho_j}R_j^1(\boldsymbol{Q})(F_j(\varepsilon_j))\mathrm{d}F_j(\varepsilon_j)+\\&\delta_j^+\int_{+\infty}^{s_j-a_j+b_j\rho_j}R_j^2(\boldsymbol{Q})(G_j(\varepsilon_j))\mathrm{d}G_j(\varepsilon_j)+\\&\delta_j^+\int_{s_j-a_j+b_j\rho_j}^{d_j^e-a_j+b_j\rho_j}R_j^1(\boldsymbol{Q})(G_j(\varepsilon_j))\mathrm{d}G_j(\varepsilon_j)\Big\}.\end{aligned}$$

证明 由关系 $l=F(\varepsilon),r_j=G(\varepsilon)$ 可知: 当 $l_j=$

$F_j(d_j^e-a_j+b_j\rho_j)$, $r_j=G_j(d_j^e-a_j+b_j\rho_j)$时, $\varepsilon_j=d_j^e-a_j+b_j\rho_j$; 当$l_j=0$时, $\varepsilon_j=-a_j+b_j\rho_j$; 当$r_j=0$时, $\varepsilon_j=+\infty$. 因此, 命题1中的$\mathrm{PT}_j(\boldsymbol{Q})$为

$$\begin{aligned}&\mathrm{PT}_j(\boldsymbol{Q})=\\&\Big\{\gamma_j^-v_j^-[R_j^1(\boldsymbol{Q})(F_j(-a_j+b_j\rho_j))]+\\&\delta_j^-\int_{-a_j+b_j\rho_j}^{d_j^e-a_j+b_j\rho_j}v_j^-[R_j^1(\boldsymbol{Q})(F_j(\varepsilon_j))]\mathrm{d}F_j(\varepsilon_j)+\\&\gamma_j^+v_j^+[R_j^2(\boldsymbol{Q})(G_j(+\infty))]+\\&\delta_j^+\int_{+\infty}^{d_j^e-a_j+b_j\rho_j}v_j^+[R_j(\boldsymbol{Q})(G_j(\varepsilon_j))]\mathrm{d}G_j(\varepsilon_j)\Big\}=\\&\{\gamma_j^-\lambda_jR_j^1(\boldsymbol{Q})(F_j(-a_j+b_j\rho_j))+\\&\gamma_j^+R_j^2(\boldsymbol{Q})(G_j(+\infty))\}+\\&\Big\{\delta_j^-\lambda_j\int_{-a_j+b_j\rho_j}^{d_j^e-a_j+b_j\rho_j}R_j^1(\boldsymbol{Q})(F_j(\varepsilon_j))\mathrm{d}F_j(\varepsilon_j)+\\&\delta_j^+\int_{+\infty}^{s_j-a_j+b_j\rho_j}R_j^2(\boldsymbol{Q})(G_j(\varepsilon_j))\mathrm{d}G_j(\varepsilon_j)+\\&\delta_j^+\int_{s_j-a_j+b_j\rho_j}^{d_j^e-a_j+b_j\rho_j}R_j^1(\boldsymbol{Q})(G_j(\varepsilon_j))\mathrm{d}G_j(\varepsilon_j)\Big\}.\qquad\square\end{aligned}$$

特别地, 当命题2中的$\gamma_j=1,\gamma_j^+=\gamma_j^-=0,\delta_j^+=\delta_j^-=1$时,零售商的随机利润前景值$\mathrm{PT}_j(\boldsymbol{Q})$退化为随机利润的期望值. 进一步分析, 可揭示前景值函数的如下性质.

命题3 零售商j的前景值函数$\mathrm{PT}_j(\boldsymbol{Q})$为其订购量$q_{1j},q_{2j},\cdots,q_{mj}$的严格凹函数.

证明 由获利和损失实现的表达式(7)和(8)可知

$$\begin{aligned}&R_j^1(\boldsymbol{Q})(F_j(-a_j+b_j\rho_j))=-v_js_j-\sum_{i=1}^m\rho_{ij}q_{ij}-c_j(s),\\&R_j^2(\boldsymbol{Q})(G_j(+\infty))=\rho_js_j-\sum_{i=1}^m\rho_{ij}q_{ij}-c_j(s),\\&R_j^2(\boldsymbol{Q})(G_j(\varepsilon_j))=\rho_js_j-\sum_{i=1}^m\rho_{ij}q_{ij}-c_j(s),\\&R_j^1(\boldsymbol{Q})(F_j(+\infty))=\\&(\rho_j+v_j)(a_j-b_j\rho_j+\varepsilon_j)-v_js_j-\sum_{i=1}^m\rho_{ij}q_{ij}-c_j(s),\\&R_j^1(\boldsymbol{Q})(G_j(+\infty))=\\&(\rho_j+v_j)(a_j-b_j\rho_j+\varepsilon_j)-v_js_j-\sum_{i=1}^m\rho_{ij}q_{ij}-c_j(s).\end{aligned}$$

命题得证. $\square$

将上述关系代入命题2中的$\mathrm{PT}_j(\boldsymbol{Q})$表达式, 得

$$\begin{aligned}&\mathrm{PT}_j(\boldsymbol{Q})=\\&\Big\{\gamma_j^-\lambda_j\Big[-v_js_j-\sum_{i=1}^m\rho_{ij}q_{ij}-c_j(\boldsymbol{s})\Big]+\\&\gamma_j^+\Big[\rho_js_j-\sum_{i=1}^m\rho_{ij}q_{ij}-c_j(\boldsymbol{s})\Big]\Big\}+\\&\Big\{\delta_j^-\lambda_j\int_{-a_j+b_j\rho_j}^{d_j^e-a_j+b_j\rho_j}\Big[(\rho_j+v_j)\times(a_j-b_j\rho_j+\varepsilon_j)-\\&v_js_j-\sum_{i=1}^m\rho_{ij}q_{ij}-c_j(\boldsymbol{s})\Big]\mathrm{d}F(\varepsilon_j)+\\&\delta_j^+\int_{+\infty}^{s_j-a_j+b_j\rho_j}\Big[\rho_js_j-\sum_{i=1}^m\rho_{ij}q_{ij}-c_j(\boldsymbol{s})\Big]\mathrm{d}G(\varepsilon_j)+\\&\delta_j^+\int_{s_j-a_j+b_j\rho_j}^{d_j^e-a_j+b_j\rho_j}\Big[(\rho_j+v_j)\times(a_j-b_j\rho_j+\varepsilon_j)-\\&v_js_j-\sum_{i=1}^m\rho_{ij}q_{ij}-c_j(\boldsymbol{s})\Big]\mathrm{d}G(\varepsilon_j)\Big\}.\end{aligned}$$

前景值函数$\mathrm{PT}_j(\boldsymbol{Q})$关于$q_{ij}$的Hessian矩阵为

$$H_j=\begin{bmatrix}\dfrac{\partial^2\mathrm{PT}_j(\boldsymbol{Q})}{\partial q_{1j}^2}&\cdots&\dfrac{\partial\mathrm{PT}_j(\boldsymbol{Q})}{\partial q_{1j}\partial q_{ij}}&\cdots&\dfrac{\partial\mathrm{PT}_j(\boldsymbol{Q})}{\partial q_{1j}\partial q_{mj}}\\\vdots&\ddots&\vdots&\ddots&\vdots\\\dfrac{\partial\mathrm{PT}_j(\boldsymbol{Q})}{\partial q_{ij}\partial q_{1j}}&\cdots&\dfrac{\partial^2\mathrm{PT}_j(\boldsymbol{Q})}{\partial q_{ij}^2}&\cdots&\dfrac{\partial\mathrm{PT}_j(\boldsymbol{Q})}{\partial q_{ij}\partial q_{mj}}\\\vdots&\ddots&\vdots&\ddots&\vdots\\\dfrac{\partial\mathrm{PT}_j(\boldsymbol{Q})}{\partial q_{mj}\partial q_{1j}}&\cdots&\dfrac{\partial\mathrm{PT}_j(\boldsymbol{Q})}{\partial q_{mj}\partial q_{ij}}&\cdots&\dfrac{\partial^2\mathrm{PT}_j(\boldsymbol{Q})}{\partial q_{mj}^2}\end{bmatrix}.$$

进一步, 求$\mathrm{PT}_j(\boldsymbol{Q})$函数关于$q_{ij}$的一阶和二阶导数, 得

$$\left\{\begin{aligned}&\frac{\partial\mathrm{PT}_j(\boldsymbol{Q})}{\partial q_{ij}}=\\&[-\gamma_j^-\lambda_j(v_j+\rho_{ij}+\partial c_j(\boldsymbol{s})/\partial q_{ij})+\\&\gamma_j^+(\rho_j-\rho_{ij}-\partial c_j(\boldsymbol{s})/\partial q_{ij})]+\\&[-\delta_j^+(\rho_j+v_j)F_j(s_j-a_j+b_j\rho_j)+\\&(\delta_j^+-\delta_j^-\lambda_j)(v_j+\rho_{ij}+\partial c_j(\boldsymbol{s})/\partial q_{ij})\times\\&F_j(d_j^e-a_j+b_j\rho_j)+\delta_j^+(\rho_j-\rho_{ij}-\partial c_j(\boldsymbol{s})/\partial q_{ij})],\\&\frac{\partial^2\mathrm{PT}_j(\boldsymbol{Q})}{\partial q_{ij}^2}=\\&[-\gamma_j^-\lambda_j(\partial^2c_j(\boldsymbol{s})/\partial q_{ij}^2)-\gamma_j^+(\partial^2c_j(\boldsymbol{s})/\partial q_{ij}^2)]+\\&\Big\{-\lambda_j\delta_j^-(\partial^2c_j(\boldsymbol{s})/\partial q_{ij}^2)F_j(d_j^e-a_j+b_j\rho_j)-\\&\delta_j^+(\partial^2c_j(\boldsymbol{s})/\partial q_{ij}^2)(1-F_j(d_j^e-a_j+b_j\rho_j))-\\&\delta_j^+(\rho_j+v_j)f_j(s_j-a_j+b_j\rho_j)+\\&\Big[(\delta_j^+-\delta_j^-\lambda_j)f_j(d_j^e-a_j+b_j\rho_j)\times\\&\Big(v_j+\rho_{ij}+\frac{\partial c_j(\boldsymbol{s})}{\partial q_{ij}}\Big)^2\Big]\Big/(\rho_j+v_j)\Big\}.\end{aligned}\right.\tag{11}$$

容易看出, 在$\mathrm{PT}_j(\boldsymbol{Q})$二阶导数中, 除了最后一项外, 其余各项均小于零. 因为零售商j为损失概率厌恶者, 即$\tau_j=\delta_j^-/\delta_j^+>1$, 又因为零售商$j$为损失厌恶者, 即$\lambda_j>1$, 所以最后一项中的$\delta_j^+-\delta_j^-\lambda_j=(1-\tau_j\lambda_j)\delta_j^+<0$. 因为$\tau_j\lambda_j>1$, 所以$\dfrac{\partial^2\mathrm{PT}_j(\boldsymbol{Q})}{\partial q_{ij}^2}<0$.

此外, 二阶偏导数 $\dfrac{\partial^2 \mathrm{PT}_j(\boldsymbol{Q})}{\partial q_{ij}\partial q_{zj}} = 0\,(i \neq z)$. 综上可知: $H_j^1 < 0; H_j^2 > 0; \cdots; \{H_j^m > 0 \mid m; H_j^m < 0 \mid m\}$. 因此, $\mathrm{PT}_j(\boldsymbol{Q})$ 关于 q_{ij} 的 Hessian 矩阵为负定矩阵, $\mathrm{PT}_j(\boldsymbol{Q})$ 为其订购量 $q_{1j}, q_{2j}, \cdots, q_{mj}$ 的严格凹函数.

利用命题 3 关于前景值函数的凹性结论, 并考虑其一阶导数表达式 (11), 前景值最大化零售商 j 的最优订购模式满足如下变分不等式.

性质 4　零售商 j 的最优订购量 $(q_{1j}^*, q_{2j}^*, \cdots, q_{mj}^* \geqslant 0)$, 使得

$$\sum_{i=1}^{m}\Big[\gamma_j^-\lambda_j\Big(v_j + \rho_{ij}^* + \frac{\partial c_j(\boldsymbol{s}^*)}{\partial q_{ij}}\Big) - \gamma_j^+\Big(\rho_j^* - \rho_{ij}^* - \frac{\partial c_j(\boldsymbol{s}^*)}{\partial q_{ij}}\Big) - (\delta_j^+ - \delta_j^-\lambda_j)\Big(v_j + \rho_{ij}^* + \frac{\partial c_j(\boldsymbol{s}^*)}{\partial q_{ij}}\Big)\times F_j(d_j^e - a_j + b_j\rho_j^*) + \delta_j^+(\rho_j^* + v_j)F_j(s_j^* - a_j + b_j\rho_j^*) - \delta_j^+\Big(\rho_j^* - \rho_{ij}^* - \frac{\partial c_j(\boldsymbol{s}^*)}{\partial q_{ij}}\Big)\Big] \times (q_{ij} - q_{ij}^*) \geqslant 0,$$

$$\forall\, q_{ij} \geqslant 0,\ i = 1, 2, \cdots, m.$$

为了进一步揭示零售商损失概率厌恶程度和损失厌恶程度对均衡订购量的影响, 给出如下命题.

命题 4　随着零售商 j 对损失极端结果的重视程度增加, 即系数 γ_j^- 增大, 其均衡订购量 $q_{ij}^*\,(i = 1, 2, \cdots, m)$ 将减小; 随着零售商 j 对获利极端结果的重视程度增加, 即系数 γ_j^+ 增大, 其均衡订购量 $q_{ij}^*\,(i = 1, 2, \cdots, m)$ 将增大.

证明　对 $\dfrac{\partial \mathrm{PT}_j(\boldsymbol{Q}^*)}{\partial q_{ij}} = 0$ 两边分别求 γ_j^- 和 γ_j^+ 的全导数, 得

$$\frac{\partial^2 \mathrm{PT}_j(\boldsymbol{Q}^*, \gamma_j^-)}{\partial q_{ij}^2}\cdot\frac{\mathrm{d}q_{ij}^*(\gamma_j^-)}{\mathrm{d}\gamma_j^-} + \frac{\partial^2 \mathrm{PT}_j(\boldsymbol{Q}^*, \gamma_j^-)}{\partial q_{ij}\partial\gamma_j^-} = 0,$$

$$\frac{\partial^2 \mathrm{PT}_j(\boldsymbol{Q}^*, \gamma_j^+)}{\partial q_{ij}^2}\cdot\frac{\mathrm{d}q_{ij}^*(\gamma_j^+)}{\mathrm{d}\gamma_j^+} + \frac{\partial^2 \mathrm{PT}_j(\boldsymbol{Q}^*, \gamma_j^+)}{\partial q_{ij}\partial\gamma_j^+} = 0,$$

进而得到

$$\frac{\mathrm{d}q_{ij}^*(\gamma_j^-)}{\mathrm{d}\gamma_j^-} = -\frac{\partial^2 \mathrm{PT}_j(\boldsymbol{Q}^*, \gamma_j^-)/\partial q_{ij}\partial\gamma_j^-}{\partial^2 \mathrm{PT}_j(\boldsymbol{Q}^*, \gamma_j^-)/\partial q_{ij}^2},$$

$$\frac{\mathrm{d}q_{ij}^*(\gamma_j^+)}{\mathrm{d}\gamma_j^+} = -\frac{\partial^2 \mathrm{PT}_j(\boldsymbol{Q}^*, \gamma_j^+)/\partial q_{ij}\partial\gamma_j^+}{\partial^2 \mathrm{PT}_j(\boldsymbol{Q}^*, \gamma_j^+)/\partial q_{ij}^2}.$$

由式 (11) 可知

$$\frac{\partial^2 \mathrm{PT}_j(\boldsymbol{Q}^*, \gamma_j^-)}{\partial q_{ij}\partial\gamma_j^-} = -\lambda_j\Big(v_j + \rho_{ij} + \frac{\partial c_j(\boldsymbol{s}^*)}{\partial q_{ij}}\Big) < 0,$$

$$\frac{\partial^2 \mathrm{PT}_j(\boldsymbol{Q}^*, \gamma_j^+)}{\partial q_{ij}\partial\gamma_j^+} = \rho_j - \rho_{ij} - \frac{\partial c_j(\boldsymbol{s}^*)}{\partial q_{ij}} > 0.$$

由命题 3 的结论 $\dfrac{\partial^2 \mathrm{PT}_j(\boldsymbol{Q})}{\partial q_{ij}^2} < 0$ 可知

$$\frac{\mathrm{d}q_{ij}^*(\gamma_j^-)}{\mathrm{d}\gamma_j^-} < 0,\ \frac{\mathrm{d}q_{ij}^*(\gamma_j^+)}{\mathrm{d}\gamma_j^+} > 0. \qquad \square$$

命题 5　随零售商 j 对损失概率的敏感性增大, 即系数 δ_j^- 增大, 其均衡订购量 $q_{ij}^*\,(i = 1, 2, \cdots, m)$ 将减小.

证明　对 $\dfrac{\partial \mathrm{PT}_j(\boldsymbol{Q}^*)}{\partial q_{ij}} = 0$ 两边分别求 δ_j^- 的全导数, 得

$$\frac{\partial^2 \mathrm{PT}_j(\boldsymbol{Q}^*, \delta_j^-)}{\partial q_{ij}^2}\cdot\frac{\mathrm{d}q_{ij}^*(\delta_j^-)}{\mathrm{d}\delta_j^-} + \frac{\partial^2 \mathrm{PT}_j(\boldsymbol{Q}^*, \delta_j^-)}{\partial q_{ij}\partial\delta_j^-} = 0,$$

进而得到

$$\frac{\mathrm{d}q_{ij}^*(\delta_j^-)}{\mathrm{d}\delta_j^-} = -\frac{\partial^2 \mathrm{PT}_j(\boldsymbol{Q}^*)/\partial q_{ij}\partial\delta_j^-}{\partial^2 \mathrm{PT}_j(\boldsymbol{Q}^*)/\partial q_{ij}^2}.$$

由式 (11) 可知

$$\frac{\partial^2 \mathrm{PT}_j(\boldsymbol{Q}^*, \delta_j^-)}{\partial q_{ij}\partial\delta_j^-} = -\lambda_j\Big(v_j + \rho_{ij} + \frac{\partial c_j(\boldsymbol{s}^*)}{\partial q_{ij}}\Big)F_j(d_j^e - a_j + b_j\rho_j) < 0.$$

由命题 3 的结论 $\dfrac{\partial^2 \mathrm{PT}_j(\boldsymbol{Q})}{\partial q_{ij}^2} < 0$ 可知, $\dfrac{dq_{ij}^*(\delta_j^-)}{d\delta_j^-} < 0$. 命题成立. $\square$

命题 6　随着零售商 j 对损失的厌恶程度增大, 即系数 λ_j 增大, 其均衡订购量 $q_{ij}^*\,(i = 1, 2, \cdots, m)$ 减小.

证明　对 $\dfrac{\partial \mathrm{PT}_j(\boldsymbol{Q}^*)}{\partial q_{ij}} = 0$ 两边分别求 λ_j 的全导数, 得

$$\frac{\partial^2 \mathrm{PT}_j(\boldsymbol{Q}^*, \lambda_j)}{\partial q_{ij}^2}\cdot\frac{\mathrm{d}q_{ij}^*(\lambda_j)}{\mathrm{d}\lambda_j} + \frac{\partial^2 \mathrm{PT}_j(\boldsymbol{Q}^*, \lambda_j)}{\partial q_{ij}\partial\lambda_j} = 0,$$

进而得到

$$\frac{\mathrm{d}q_{ij}^*(\lambda_j)}{d\lambda_j} = -\frac{\partial^2 \mathrm{PT}_j(\boldsymbol{Q}^*, \lambda_j)/\partial q_{ij}\partial\lambda_j}{\partial^2 \mathrm{PT}_j(\boldsymbol{Q}^*, \lambda_j)/\partial q_{ij}^2}.$$

由式 (11) 可知

$$\frac{\partial^2 \mathrm{PT}_j(\boldsymbol{Q}^*, \lambda_j)}{\partial q_{ij}\partial\lambda_j} = \Big[-\gamma_j^-\Big(v_j + \rho_{ij} + \frac{\partial c_j(\boldsymbol{s}^*)}{\partial q_{ij}}\Big) - \delta_j^-\Big(v_j + \rho_{ij} + \frac{\partial c_j(\boldsymbol{s}^*)}{\partial q_{ij}}\Big)F_j(d_j^e - a_j + b_j\rho_j)\Big] < 0,$$

由命题 3 的结论 $\dfrac{\partial^2 \mathrm{PT}_j(\boldsymbol{Q})}{\partial q_{ij}^2} < 0$ 可知, $\dfrac{\mathrm{d}q_{ij}^*(\lambda_j)}{\mathrm{d}\lambda_j} < 0$. 命题成立. $\square$

由于零售市场中各零售商间进行非合作竞争, 零售市场中各零售商的 Nash 均衡订购模式满足如下变分不等式.

性质 5　确定 $\boldsymbol{Q}^* \in R_+^{mn}$, 使得

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\Big[\gamma_j^-\lambda_j\Big(v_j + \rho_{ij}^* + \frac{\partial c_j(\boldsymbol{s}^*)}{\partial q_{ij}}\Big) - \gamma_j^+\Big(\rho_j^* - \rho_{ij}^* - \frac{\partial c_j(\boldsymbol{s}^*)}{\partial q_{ij}}\Big) -$$

$$(\delta_j^+ - \delta_j^-\lambda_j)(v_j + \rho_{ij}^* + \partial c_j(\boldsymbol{s}^*)/\partial q_{ij})\times$$
$$F_j(d_j^e - a_j + b_j\rho_j^*)+$$
$$\delta_j^+(\rho_j^* + v_j)F_j(s_j^* - a_j + b_j\rho_j^*)-$$
$$\delta_j^+\Big(\rho_j^* - \rho_{ij}^* - \frac{\partial c_j(\boldsymbol{s}^*)}{\partial q_{ij}}\Big)\Big] \times (q_{ij} - q_{ij}^*) \geqslant 0,$$
$$\forall \boldsymbol{Q} \in R_+^{mn}.$$

3 需求市场均衡

由于零售商和需求市场形成供需关系, 其间的供需均衡可以表示为如下互补条件:

$$\begin{cases} \bar{d}_j(\rho_j^*) = s_j^*,\ \rho_j^* > 0; \\ \bar{d}_j(\rho_j^*) < s_j^*,\ \rho_j^* = 0. \end{cases} \tag{12}$$

其中: $\bar{d}_j(\rho_j)$ 为零售商 j 的期望需求函数, 即 $\bar{d}_j(\rho_j) = a_j - b_j\rho_j$; ρ_j^* 为均衡销售价格.

上述供需均衡价格的互补条件可以等价地表示为如下变分不等式. 确定 $\rho_j^* \in R_+$, 使得

$$(s_j^* - a_j + b_j\rho_j^*)(\rho_j - \rho_j^*) \geqslant 0,\ \forall \rho_j \in R_+.$$

因此, 整个消费市场的均衡价格应满足如下变分不等式.

性质 6 确定 $\boldsymbol{\rho}^{2*} \in R_+^n$, 使得

$$\sum_{j=1}^n (s_j^* - a_j + b_j\rho_j^*)(\rho_j - \rho_j^*) \geqslant 0,\ \forall \boldsymbol{\rho}^2 \in R_+^n.$$

4 供应链网络均衡

整个供应链网络达到均衡时, 供应商调拨给零售商的产品调拨量与零售商从供应商处的订购量应一致, 零售商索要消费者的产品价格与需求市场中消费者愿意支付的价格应一致. 简言之, 当且仅当供应市场、零售市场以及需求市场达到均衡, 供应链网络达到均衡. 因此, 整个供应链网络均衡模式应同时满足供应市场均衡条件式(2)、性质 1、零售市场均衡条件性质 3 以及需求市场均衡条件性质 6.

性质 7 供应链网络均衡模式 $(\boldsymbol{Q}^*, \boldsymbol{q}^*, \boldsymbol{\theta}^*, \boldsymbol{\rho}^{1*}, \boldsymbol{\rho}^{2*}) \in R_+^{mn+m+m+mn+n}$, 且满足

$$\sum_{i=1}^m\sum_{j=1}^n \Big[\frac{\partial c_{ij}(q_{ij}^*)}{\partial q_{ij}} - \rho_{ij}^* + \theta_i^* +$$
$$\gamma_j^-\lambda_j\Big(v_j + \rho_{ij}^* + \frac{\partial c_j(\boldsymbol{s}^*)}{\partial q_{ij}}\Big)-$$
$$\gamma_j^+\Big(\rho_j^* - \rho_{ij}^* - \frac{\partial c_j(\boldsymbol{s}^*)}{\partial q_{ij}}\Big)-$$
$$(\delta_j^+ - \delta_j^-\lambda_j)\Big(v_j + \rho_{ij}^* + \frac{\partial c_j(\boldsymbol{s}^*)}{\partial q_{ij}}\Big)\times$$
$$F_j(d_j^e - a_j + b_j\rho_j^*)+$$
$$\delta_j^+(\rho_j^* + v_j)F_j(s_j^* - a_j + b_j\rho_j)-$$
$$\delta_j^+\Big(\rho_j^* - \rho_{ij}^* - \frac{\partial c_j(\boldsymbol{s}^*)}{\partial q_{ij}}\Big)\Big]\times$$
$$(q_{ij} - q_{ij}^*) + \sum_{i=1}^m\Big[\Big(\frac{\partial f(\boldsymbol{q}^*)}{\partial q_i} - \theta_i^*\Big)(q_i - q_i^*)\Big]+$$
$$\sum_{i=1}^m\Big(q_i^* - \sum_{j=1}^n q_{ij}^*\Big)(\theta_i - \theta_i^*)+$$
$$\sum_{j=1}^n\sum_{i=1}^m\Big(\rho_{ij}^* - \frac{\partial c_{ij}(q_{ij}^*)}{\partial q_{ij}} - \theta_i^*\Big)(\rho_{ij} - \rho_{ij}^*)+$$
$$\sum_{j=1}^n (s_j^* - a_j + b_j\rho_j^*)(\rho_j - \rho_j^*) \geqslant 0,$$
$$\forall (\boldsymbol{Q}, \boldsymbol{q}, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\rho}^1, \boldsymbol{\rho}^2) \in R_+^{mn+m+m+mn+n}.$$

5 数值算例

本节以 2 个供应商和 2 个零售商组成的供应链网络为例, 说明零售商的损失概率厌恶和损失厌恶行为对零售商、供应商以及供应链网络均衡的影响. 网络参数假设如下: 供应商的生产成本 $f_1(q) = q_1^2 + q_1q_2 + q_1$, $f_2(q) = q_2^2 + q_1q_2 + q_2$; 供应商 i 与零售商 j 之间的交易成本 $c_{ij}(q_{ij}) = 0.5q_{ij}^2 + q_{ij}, i = 1, 2, j = 1, 2$; 零售商 j 处的单位产品存储费 $v_j = 5, j = 1, 2$; 零售商 j 处的市场需求量 $\tilde{d}_j(\rho_j) = a_j - b_j\rho_j + \tilde{\varepsilon}_j$, $a_j = 100, b_j = 5, \tilde{\varepsilon}_j \sim N(0, 1), j = 1, 2$; 零售商处的产品处理成本函数 $c_j(\boldsymbol{s}) = 0.5(q_{1j} + q_{2j})^2, j = 1, 2$.

为了分析损失厌恶系数 λ_j 对供应链网络均衡模式的影响, 本节针对零售商 $\gamma_1^+ = \gamma_2^+ = 0.1$, $\delta_1^+ = \delta_2^+ = 0.8$, $\gamma_1^- = \gamma_2^- = 0.1$, $\delta_1^- = \delta_2^- = 0.8$ 的情形, 数值计算了损失厌恶系数 λ_j 取 2.5、2.6、2.7 和 2.8 等不同值时的均衡结果, 其结果如表 1 所示. 表 1 最后一行给出了零售商的期望利润最大化网络均衡结果.

表 1 损失厌恶系数 λ_j 对供应链网络均衡的影响

λ_j	$[q_{ij}]_{2\times2}$	$[\rho_{ij}]_{2\times2}$	$[\rho_j]_{1\times2}$	$[\pi_i^M]_{1\times2}$	$[R_j]_{1\times2}$
2.5	$\begin{bmatrix} 0.9490 & 0.9490 \\ 0.9490 & 0.9490 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 8.5920 & 8.5920 \\ 8.5920 & 8.5920 \end{bmatrix}$	[19.620 4 19.620 4]	[4.406 4 4.406 4]	[19.130 4 19.130 4]
2.6	$\begin{bmatrix} 0.9248 & 0.9248 \\ 0.9248 & 0.9248 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 8.3983 & 8.3983 \\ 8.3983 & 8.3983 \end{bmatrix}$	[19.630 1 19.630 1]	[4.137 2 4.137 2]	[19.063 4 19.063 4]
2.7	$\begin{bmatrix} 0.9013 & 0.9013 \\ 0.9013 & 0.9013 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 8.2106 & 8.2106 \\ 8.2106 & 8.2106 \end{bmatrix}$	[19.639 5 19.639 5]	[3.884 1 3.884 1]	[18.977 3 18.977 3]
2.8	$\begin{bmatrix} 0.8786 & 0.8786 \\ 0.8786 & 0.8786 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 8.0285 & 8.0285 \\ 8.0285 & 8.0285 \end{bmatrix}$	[19.648 6 19.648 6]	[3.646 1 3.646 1]	[18.874 1 18.874 1]
$\lambda_j = 1, \delta_j^+ = \delta_j^- = 1$	$\begin{bmatrix} 1.6386 & 1.6386 \\ 1.6386 & 1.6386 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 14.1092 & 14.1092 \\ 14.1092 & 14.1092 \end{bmatrix}$	[19.344 5 19.344 5]	[15.518 9 15.518 9]	[11.787 5 11.787 5]

表 2　损失概率厌恶参数 δ_j^- 对供应链网络均衡的影响

δ_j^-	$[q_{ij}]_{2\times2}$	$[\rho_{ij}]_{2\times2}$	$[\rho_j]_{1\times2}$	$[\pi_i^M]_{1\times2}$	$[R_j]_{1\times2}$
0.82	$\begin{bmatrix} 0.9416 & 0.9416 \\ 0.9416 & 0.9416 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 8.5326 & 8.5326 \\ 8.5326 & 8.5326 \end{bmatrix}$	[19.6234　19.6234]	[4.3229　4.3229]	[19.1122　19.1122]
0.84	$\begin{bmatrix} 0.9342 & 0.9342 \\ 0.9342 & 0.9342 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 8.4737 & 8.4737 \\ 8.4737 & 8.4737 \end{bmatrix}$	[19.6263　19.6263]	[4.2410　4.2410]	[19.0921　19.0921]
0.86	$\begin{bmatrix} 0.9269 & 0.9269 \\ 0.9269 & 0.9269 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 8.4154 & 8.4154 \\ 8.4154 & 8.4154 \end{bmatrix}$	[19.6292　19.6292]	[4.1606　4.1606]	[19.0702　19.0702]
0.88	$\begin{bmatrix} 0.9197 & 0.9197 \\ 0.9197 & 0.9197 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 8.3577 & 8.3577 \\ 8.3577 & 8.3577 \end{bmatrix}$	[19.6321　19.6321]	[4.0817　4.0817]	[19.0465　19.0465]
0.90	$\begin{bmatrix} 0.9126 & 0.9126 \\ 0.9126 & 0.9126 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 8.3005 & 8.3005 \\ 8.3005 & 8.3005 \end{bmatrix}$	[19.6350　19.6350]	[4.0043　4.0043]	[19.0211　19.0211]

表 3　零售商对极端结果的重视程度对供应链网络均衡的影响

最大获利重视程度	$r^+=0.11$	$r^+=0.12$	$r^+=0.13$	$r^+=0.14$	$r^+=0.15$
$(q_{ij})_{2\times2}$	$\begin{bmatrix} 0.8862 & 0.8862 \\ 0.8862 & 0.8862 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.8937 & 0.8937 \\ 0.8937 & 0.8937 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.9011 & 0.9011 \\ 0.9011 & 0.9011 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.9084 & 0.9084 \\ 0.9084 & 0.9084 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.9155 & 0.9155 \\ 0.9155 & 0.9155 \end{bmatrix}$
最大损失重视程度	$r^-=0.11$	$r^-=0.12$	$r^-=0.13$	$r^-=0.14$	$r^-=0.15$
$(q_{ij})_{2\times2}$	$\begin{bmatrix} 0.8470 & 0.8470 \\ 0.8470 & 0.8470 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.8167 & 0.8167 \\ 0.8167 & 0.8167 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.7877 & 0.7877 \\ 0.7877 & 0.7877 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.7598 & 0.7598 \\ 0.7598 & 0.7598 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.7330 & 0.7330 \\ 0.7330 & 0.7330 \end{bmatrix}$

表 1 的结果表明: 随着损失厌恶系数的增大, 供应商与零售商之间的均衡交易量 q_{ij} 减少, 均衡交易价格 ρ_{ij} 减小, 导致供应商均衡利润 π_i^M 减少, 零售商销售给需求市场的均衡销售价格 ρ_j 增加, 零售商自身的均衡利润 R_j 减少. 此外, 与零售商随机利润期望值最大化的网络均衡结果相比较, 供应商与零售商之间的均衡交易量较少, 均衡交易价格较小, 供应商均衡利润较小, 均衡销售价格较大, 零售商均衡利润较大.

为了分析损失概率厌恶系参数 δ_j^- 对供应链网络均衡模式的影响, 给出了当损失厌恶系数 $\lambda_1=\lambda_2=2.0$, 损失概率厌恶参数 $\gamma_1^+=\gamma_2^+=0.1$、$\gamma_1^-=\gamma_2^-=0.1$ 以及 $\delta_1^+=\delta_2^+=0.8$ 情形下, 损失概率厌恶参数 $\delta_1^-=\delta_2^-$ 取 0.82、0.84、0.86、0.88 以及 0.9 等不同值时的均衡结果. 其结果如表 2 所示.

表 2 的结果表明: 随着损失概率厌恶系数的增大, 供应商与零售商之间的均衡交易量 q_{ij} 减少, 均衡交易价格 ρ_{ij} 减少, 导致供应商均衡利润 π_i^M 减少, 销售给需求市场的均衡销售价格 ρ_j 增加, 而零售商自身均衡利润 R_j 减少.

为了分析损失概率厌恶参数 γ_j^+ 和 γ_j^- 对供应链网络均衡模式的影响, 给出了当损失厌恶系数 $\lambda_1=\lambda_2=2.5$, 损失概率厌恶参数 $\gamma_1^-=\gamma_2^-=0.1$ 以及 $\delta_1^+=\delta_2^+=0.8, \delta_1^-=\delta_2^-=0.8$ 情形下, γ_j^+ 取 0.11、0.12、0.13、0.14 和 0.15 的均衡结果; 当损失厌恶系数 $\lambda_1=\lambda_2=2.5$, 损失概率厌恶参数 $\gamma_1^+=\gamma_2^+=0.1$ 以及 $\delta_1^+=\delta_2^+=0.8, \delta_1^-=\delta_2^-=0.8$ 情形下, γ_j^- 取 0.11、0.12、0.13、0.14 和 0.15 的均衡结果. 其结果如表 3 所示.

表 3 的结果表明: 随着最大获利重视程度参数 γ_j^+ 的增加, 供应商与零售商之间的均衡产品交易量 q_{ij} 减少; 随着最大损失重视程度参数 γ_j^- 的增加, 供应商与零售商之间的均衡产品交易量 q_{ij} 增加.

6　结　论

本文分析了零售商的损失概率厌恶和损失厌恶有限理性行为对供应链网络均衡影响. 基于累积前景理论, 详细分析了零售商的随机利润的前景值函数; 揭示了零售商的前景值函数的凹性; 研究了零售商的损失概率厌恶系数和损失厌恶系数对零售商均衡订购量的影响. 结果表明: 随着零售商对最大损失的重视程度增大, 其均衡订购量减小; 随着零售商对最大获利的重视程度增大, 其均衡订购量增大; 随着零售商对损失概率敏感度的增加, 其均衡订购量减小; 随着零售商的损失厌恶程度的增大, 其均衡订购量减小. 此外, 数值计算表明: 随着零售商的损失厌恶系数增大, 零售商和供应商均衡利润减少; 随着零售商的损失概率厌恶系数增大, 零售商和供应商均衡利润亦减少.

参考文献(References)

[1] Nagurney A, Dong J, Zhang D. A supply chain network equilibrium model[J]. Trans Research Part E: Logistics and Transportation Review, 2002, 38(5): 281-303.

[2] Dong J, Zhang D, Nagurney A. A supply chain network equilibrium model with random demand[J]. European J of Operational Research, 2004, 156(1): 194-212.

[3] 胡劲松, 徐元吉. 考虑产能约束的模糊供应链网络均衡研究[J]. 管理学报, 2012, 9(1): 139-143.
(Hu J S, Xu Y J. A supply chain network equilibrium model with fuzzy demand in consideration of capacity constrains[J]. J of Management in China, 2012, 9(1): 139-143.)

[4] 张铁柱, 刘志勇, 滕春贤, 等. 多商品流供应链网络均衡模型的研究[J]. 系统工程理论与实践, 2005, 25(7): 61-66.
(Zhang T Z, Liu Z Y, Teng C X, et al. A multi-commodity flow supply chain network equilibrium model[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2005, 25(7): 61-66.)

[5] 胡劲松, 徐元吉, 刘芳霞, 等. 具有模糊需求的多商品流供应链网络均衡研究[J]. 控制与决策, 2012, 27(5): 665-672.
(Hu J S, Xu Y J, Liu F X, et al. Multi-products flow supply chain network equilibrium with fuzzy demand[J]. Control and Decision, 2012, 27(5): 665-672.)

[6] Hammond D, Beullens P. Closed-loop supply chain network equilibrium under legislation[J]. European J of Operational Research, 2007, 183(2): 895-908.

[7] Yang G F, Wang Z P, Li X Q. The optimization of the closed-loop supply chain network[J]. Trans Research Part E, 2009, 45(1): 16-28.

[8] Nagurney A, Cruz J, Dong J, et al. Supply chain networks, electronic commerce, and supply side and demand side risk[J]. European J of Operational Research, 2005, 164(2): 120-142.

[9] 胡劲松, 李增强, 胡小根, 等. 具有产能约束和价格干预的供应链网络双渠道均衡[J]. 计算机集成制造系统, 2012, 18(4): 849-858.
(Hu J S, Li Z Q, Hu X G, et al. Supply chain network dual channel equilibrium with production capacity constraints and price rigidities[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2012, 18(4): 849-858.)

[10] Nagurney A. Supply chain network design under profit maximization and oligopolistic competition[J]. Trans Research Part E, 2010, 46(3): 281-294.

[11] 胡劲松, 赵光丽. 具有损失规避零售商的模糊供应链网络均衡[J]. 控制与决策, 2014, 29(10): 1899-1906.
(Hu J S, Zhao G L. Supply chain network equilibrium with loss-averse retailers under fuzzy demand[J]. Control and Decision, 2014, 29(10): 1899-1906.)

[12] Loewenstein G F, Weber E U, Hsee C K, et al. Risk as feelings[J]. Psychological Bulletin, 2001, 127(2): 267-286.

[13] Kahneman D, Tversky A. Prospect theory: An analysis of decision under risk[J]. Econometrica, 1979, 47(4): 263-291.

[14] Kahneman D, Knetsch J L, Thaler R H. Experimental tests of the endowment effect and the coase theorem[J]. J of Political Economy, 1990, 98(6): 1325-1348.

[15] Tversky A, Kahneman D. Loss aversion in riskless choice: A reference-dependent model[J]. Quarterly J of Economics, 1991, 106(4): 1039-1061.

[16] Preston M, Baratta P. An experimental study of the auction value of an uncertain outcome[J]. American J of Psychology, 1948, 61(2): 183-193.

[17] Tversky A, Kahneman D. Advances in prospect theory: Cumulative representation of uncertainty[J]. J of Risk and Uncertainty, 1992, 5(4): 297-323.

[18] Quiggin J. A theory of anticipated utility[J]. J of Economic Behavior & Organization, 1982, 3(4): 323-343.

[19] Schmidt U, Zank H. Risk aversion in cumulative prospect theory[J]. Management Science, 2008, 54(1): 208-216.

[20] Chateauneuf A, UniversitéP I, Eichberger J, et al. Choice under uncertainty with the best and worst in mind: Neo-additive capacities[J]. J of Economic Theory, 2007, 137(1): 538-567.

(责任编辑：齐 霁)