

基于灰色理论的小样本振荡序列区间预测建模方法

曾波^{1a,2}, 孟伟¹

(1. 重庆工商大学 a. 商务策划学院, b. 装备系统服役健康保障重庆市级国际联合研究中心, 重庆 400067; 2. 电子科技大学 经济管理学院, 成都 611731)

摘要: 传统单变量灰色预测模型的指数结构形式制约了其对小样本振荡序列的模拟与预测能力, 对此, 通过包络线将振荡序列拓展为具有明确上界与下界的区间灰数序列, 还原影响因素不确定性条件下振荡序列的区间灰数形式; 在此基础上, 利用区间灰数建模方法实现对振荡序列取值范围的模拟与预测. 应用该方法较好地模拟了具有振荡特征的重庆市空气质量指数(AQI)的变化规律, 所得研究成果为小样本振荡序列的模拟与预测提供了一种新的分析方法与建模手段.

关键词: 灰色理论; 小样本振荡序列; 包络线; 区间预测
中图分类号: N941.5 **文献标志码:** A

Modeling method of interval prediction for oscillation sequence with poor samples based on grey theory

ZENG Bo^{1a,2}, MENG Wei¹

(1a. College of Business Planning, 1b. Research Center of System Health Maintenance, Chongqing Technology and Business University, Chongqing 400067, China; 2. School of Management and Economics, University of Electronic Science and Technology, Chengdu 611731, China. Correspondent: ZENG Bo, E-mail: zbljh2@163.com)

Abstract: The exponential construction form of the traditional grey prediction model with single variable restricts its simulative and predictive abilities for the oscillation sequence with poor samples. Therefore, an oscillation sequence is expanded to an interval grey number sequence with the defined upper and lower bounds through envelope lines, which restores the interval grey number form of oscillation sequence under the condition of uncertain influence factors. After this, the value ranges of oscillation sequence are simulated and forecasted by using the modeling method of forecasting interval grey number. Finally, the proposed method is employed to effectively simulate the change laws of Chongqing air quality index(AQI). The study results provide a novel analysis method and modeling tool for the oscillation sequence with poor samples.

Keywords: grey theory; oscillation sequence with poor samples; envelope lines; interval prediction

0 引言

灰色预测模型^[1]是灰色理论^[2]的重要组成部分, 是研究不确定性预测问题的常用方法, 具有所需样本量小、建模过程简单等优点, 目前已被广泛应用于工业、农业、军事、环境、生态、金融等许多领域^[3-6], 成功地解决了生产生活中的大量现实问题. 通常情况下, 灰色预测模型对单调性序列具有较为理想的模拟及预测精度, 但是对于波动序列或振荡序列, 则无论是经典GM(1,1)模型还是离散灰色预测模型及其衍生模型, 其模拟及预测精度均不理想. 这是因为传统单

变量灰色预测模型的最终还原式均为指数函数, 具有严格单调性, 因此, 通过该指数函数计算出的模拟数据, 其变化规律不可能符合原始序列的波动或振荡特征^[7], 从而使得灰色预测模型对非单调性序列的模拟及预测性能较差.

为了解决小样本振荡序列的模拟及预测问题, 笔者早期曾提出过一种通过平滑性算子^[8]压缩振荡序列振幅, 进而提高序列光滑度的算法, 并在此基础上构建了基于振荡序列的灰色预测模型. 该模型实际上是一个奇偶复合模型, 对于具有高低相间的波动性序

收稿日期: 2015-06-15; 修回日期: 2015-10-20.

基金项目: 国家自然科学基金项目(71271226); 中国博士后科学基金特别项目(2015T80975); 中国博士后科学基金项目(2014M560712); 重庆市基础与前沿研究计划项目(cstc2014jcyjA00024).

作者简介: 曾波(1975—), 男, 教授, 博士后, 从事预测建模方法等研究; 孟伟(1979—), 男, 副教授, 博士, 从事灰色系统理论与商务智能等研究.

列通常具有较高的模拟及预测精度,但是尚难以真正实现随机振荡序列的有效模拟,特别是平滑算子在提高振荡序列光滑性的同时,还有可能产生由于还原误差所导致的误差累积等模型缺陷问题。

有学者通过强化及弱化缓冲算子^[9-10]、序列函数变换^[11-12]、加权均值生成^[7]等方法,试图通过改善振荡序列光滑性来创造符合灰色预测模型的建模条件,进而解决振荡序列的预测建模问题。然而,这些方法最终所构建的灰色模型仍然为指数函数,通过数据变换方法的逆推导所还原的模拟序列同样存在还原误差,同样难以实现对振荡序列的有效模拟。文献[13]提出了通过建立等高线时点序列的灰色 GM(1,1)模型群来解决灰色波形序列的预测问题。然而,等高线时点序列的构造必须以大样本数据为建模条件,对超出已有数据取值范围的情况无能为力,这有违灰色理论小样本建模的基本思想。

邓聚龙教授^[14]早期提出了 GM(1,1) 包络模型,该模型通过构造振荡序列上下包络线及其 GM(1,1) 模型实现振荡序列变化范围的模拟与预测,实现了振荡序列从点预测到区间预测的拓展,具有较为重要的实用价值。不足之处是,上下包络线可能具有不同的“陡峭”程度,进而导致振荡序列上界值小于下界值的病态情况出现^[15]。本文借鉴邓聚龙教授关于振荡序列的预测建模思路,拟通过振荡序列“包络线”实现对振荡数据的区间拓展,进而通过区间灰数预测模型建模方法实现对振荡序列的区间预测。这种方法不破坏振荡序列本身的数据特征,仅通过“包络线”实现振荡序列取值区间的模拟,进而实现振荡序列发展趋势与变化范围的预测,且不会出现振荡序列上界值小于下界值的情况。相对于传统通过序列变换强制提高振荡序列光滑性的建模思路,本文则从“范围”的角度对小样本振荡序列预测建模进行研究。

1 振荡序列及其区间拓展

定义 1^[7] 设数据序列 $X = (x(1), x(2), \dots, x(n))$, 对于 $\forall k \in \{2, 3, \dots, n\}$:

- 1) 若 $x(k) - x(k-1) > 0$, 则称 X 为单调增长序列;
- 2) 若 $x(k) - x(k-1) < 0$, 则称 X 为单调衰减序列;
- 3) 若 $\exists k, k' \in \{2, 3, \dots, n\}$, 有 $x(k) - x(k-1) > 0, x(k') - x(k'-1) < 0$, 则称 X 为振荡序列。

定理 1 设序列 $\hat{X} = (\hat{x}(1), \hat{x}(2), \dots, \hat{x}(n))$ 是原始序列 $X = (x(1), x(2), \dots, x(n))$ 基于 DGM(1,1) 模型^[16]的模拟序列, $r(k)$ 是元素 $\hat{x}(k) \rightarrow \hat{x}(k+1)$ 的增

长率, 即 $r(k) = [\hat{x}(k+1) - \hat{x}(k)]/\hat{x}(k), k = 1, 2, \dots, n-1$, 则 $r(k)$ 是一个常数。

证明 根据 DGM(1,1) 模型, 可得

$$\hat{x}(k+1) = (\beta_1 - 1) \left[x(1) - \frac{\beta_2}{1 - \beta_1} \right] \beta_1^k,$$

$$\hat{x}(k) = (\beta_1 - 1) \left[x(1) - \frac{\beta_2}{1 - \beta_1} \right] \beta_1^{k-1},$$

$$r(k) = \frac{\hat{x}(k+1) - \hat{x}(k)}{\hat{x}(k)} = \frac{\hat{x}(k+1)}{\hat{x}(k)} - 1 = \frac{(\beta_1 - 1) \left[x(1) - \frac{\beta_2}{1 - \beta_1} \right] \beta_1^k}{(\beta_1 - 1) \left[x(1) - \frac{\beta_2}{1 - \beta_1} \right] \beta_1^{k-1}} - 1 = \beta_1 - 1.$$

其中: β_1 是 DGM(1,1) 模型参数, 为固定常数; 增长率 $r(k) = \beta_1 - 1$, 与 k 值无关, 也为常数。这表明, 基于 DGM(1,1) 模型的模拟值是按照固定增长率变化的指数模型, 因此, DGM(1,1) 模型能实现对单增性序列的有效拟合。而对于振荡序列这类增长率离差较大的序列, 其 DGM(1,1) 模型的模拟及预测精度并不理想, 因为模拟后的单调性增长序列不可能符合原始序列的振荡特征。实际上, 对于单变量小样本振荡序列, 由于其样本序列的随机性和样本数量稀缺性, 导致了目前尚无有效的预测方法与建模手段。那些试图通过构造精确数学模型模拟振荡序列变化规律和发展趋势的尝试, 或许都难以得到满意的预测结论。□

振荡序列反映了系统在多种复杂因素作用下的变化规律, 换言之, 影响因素的复杂性和不确定性是导致系统呈现振荡状态的主要原因, 其中蕴含了灰色理论“灰因白果”的建模思想, 同时这种灰色不确定性也体现了振荡数据本身的“灰性”。因此, 相对于传统的小样本振荡序列预测建模方法, 通过模拟振荡序列的变化范围和取值区间来实现振荡序列发展趋势的模拟与预测, 显然更具合理性。

本文拟通过振荡序列“包络线”实现对振荡数据的区间拓展, 进而通过区间灰数预测模型建模方法实现对振荡序列的区间预测。

定义 2^[13] 设 $X = (x(1), x(2), \dots, x(n))$ 为振荡序列, $X(t)$ 为序列 X 对应的折线, $f_u(t)$ 和 $f_s(t)$ 为光滑连续曲线, 若对于 $\forall k \in \{1, 2, \dots, n\}$, 满足

$$f_u(t) \leq X(t) \leq f_s(t),$$

则称 $f_u(t)$ 为 $X(t)$ 的下界函数, $f_s(t)$ 为 $X(t)$ 的上界函数, 并称 $\text{Range} = \{(t, X(t)) | X(t) \in [f_u(t), f_s(t)]\}$ 为 $X(t)$ 的取值区间, $f_s(t)$ 和 $f_u(t)$ 分别称为振荡序列 X 的上包络线和下包络线, 统称包络线。

定义 3 设 $f_u(t)$ 和 $f_s(t)$ 分别为振荡序列 $X =$

$(x(1), x(2), \dots, x(n))$ 的下界函数和上界函数, 则当 $t = 1, 2, \dots, n$ 时计算得到的 $f_u(t)$ 值构成 X 的下界序列 U , 记为

$$U = (f_u(1), f_u(2), \dots, f_u(n)).$$

类似地, $t = 1, 2, \dots, n$ 时计算得到的 $f_s(t)$ 值构成 X 的上界序列 S , 记为

$$S = (f_s(1), f_s(2), \dots, f_s(n)).$$

由定义2可知, 当 $t = 1$ 时, $f_u(1) \leq x(1) \leq f_s(1)$. 显然, $x(1)$ 是一个具有明确下界 $f_u(1)$ 及上界 $f_s(1)$ 的区间灰数, 根据区间灰数的定义, 记为 $\otimes(1) \in [f_u(1), f_s(1)]$. 类似地, 当 $t = 2, 3, \dots, n$ 时, 振荡序列 X 可拓展成为一个区间灰数序列, 记为

$$X \rightarrow X(\otimes) = (\otimes(1), \otimes(2), \dots, \otimes(n)).$$

其中: $\otimes(k) \in [f_u(k), f_s(k)]; k = 1, 2, \dots, n$. 振荡序列与区间灰数序列之间的转换, 如图1所示.

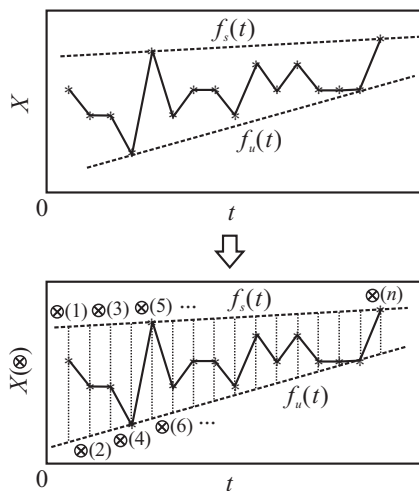


图1 振荡序列与区间灰数序列之间的转换

在图1中, 振荡序列的下界函数 $f_u(t)$ 及上界函数 $f_s(t)$ 均为两条直线. 实际上, 振荡序列的包络线也可能是其他函数, 比如指数函数等(如图2所示).

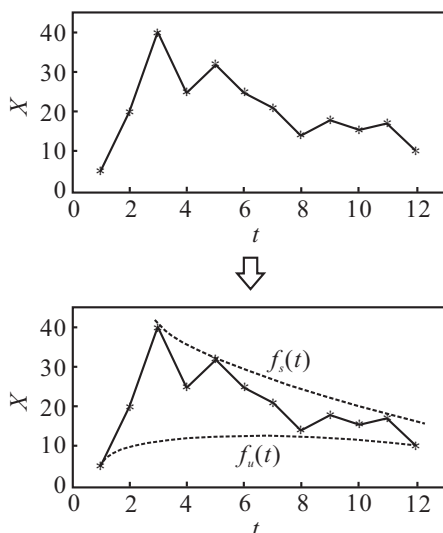


图2 振荡序列及其指数函数包络线

在设计包络线时, 除了必须满足下界函数 $f_u(t)$ 及上界函数 $f_s(t)$ 的定义2之外, 还需要满足如下两条原则:

原则1 包络线应体现振荡序列的总体发展变化趋势;

原则2 包络线所构造的振荡序列取值区间应尽可能小, 否则基于包络线所得到的区间灰数区间距将被放大, 进而导致预测数据的不确定性增加.

振荡序列包络线的设计需要根据振荡数据的具体情况来确定, 本文主要研究振荡序列的区间预测建模方法, 因此, 对振荡序列的包络线不做详细讨论.

2 振荡序列的区间预测

定义4 设 $X = (x(1), x(2), \dots, x(n))$ 为振荡序列, $f_u(t)$ 和 $f_s(t)$ 分别为振荡序列 X 的下界函数和上界函数, 其拓展后的区间灰数序列为

$$X(\otimes) = (\otimes(1), \otimes(2), \dots, \otimes(n)).$$

其中: $\otimes(k) \in [f_u(k), f_s(k)]; k = 1, 2, \dots, n$. 由文献[17]可知, 区间灰数序列 $X(\otimes)$ 的灰数层及其中位线如图3和图4所示.

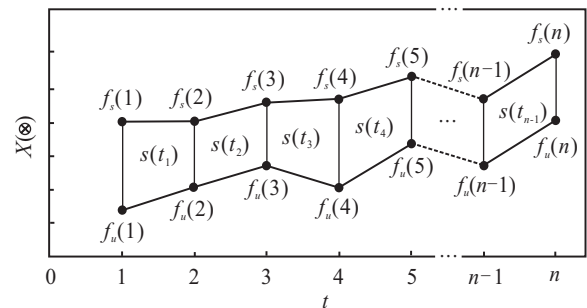


图3 区间灰数序列 $X(\otimes)$ 的灰数层

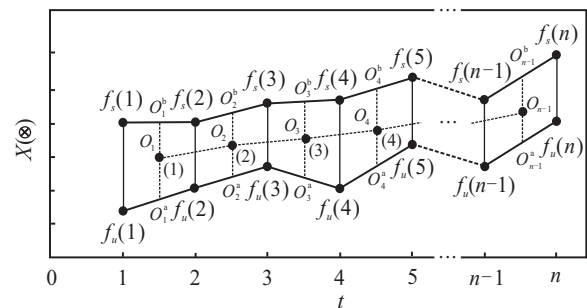


图4 区间灰数序列 $X(\otimes)$ 的灰数层中位线中点

在图3中, $s(t_1), s(t_2), \dots, s(t_{n-1})$ 为区间灰数序列 $X(\otimes)$ 各灰数层之面积.

在图4中, O_1, O_2, \dots, O_{n-1} 为各灰数层中位线中点; $w(t_1), w(t_2), \dots, w(t_{n-1})$ 为 O_1, O_2, \dots, O_{n-1} 之纵坐标. 由文献[17]可知, 区间灰数序列 $X(\otimes)$ 的面积序列 A 及坐标序列 W 分别为

$$A = (s(t_1), s(t_2), \dots, s(t_{n-1})),$$

$$W = (w(t_1), w(t_2), \dots, w(t_{n-1})).$$

其中

$$s(t_p) = \frac{[f_s(p) - f_u(p)] + [f_s(p+1) - f_u(p+1)]}{2},$$

$$w(t_p) = \frac{[f_s(p) - f_u(p)] + [f_s(p+1) + f_u(p+1)]}{4},$$

$$p = 1, 2, \dots, n-1.$$

分别构建面积序列 A 及坐标序列 W 的 GM(1,1) 模型, 可以推得如下结果:

$$\hat{f}_s(k) - \hat{f}_u(k) = \frac{2(1 - e^{a_s}) \left[s(t_1) - \frac{b_s}{a_s} \right] e^{-a_s(k-2)} [1 - (-e^{a_s})^{k-2}]}{1 + e^{a_s}} + (-1)^k [f_s(2) - f_u(2)], \quad (1)$$

$$\hat{f}_s(k) + \hat{f}_u(k) = \frac{4(1 - e^{a_w}) \left[w(t_1) - \frac{b_w}{a_w} \right] e^{-a_w(k-2)} [1 - (-e^{a_w})^{k-2}]}{1 + e^{a_w}} + (-1)^k [f_s(2) + f_u(2)]. \quad (2)$$

其中: $k = 2, 3, \dots, n$; $\hat{a}_s = [a_s, b_s]$ 、 $\hat{a}_w = [a_w, b_w]$ 分别为面积序列 A 及坐标序列 W 的 GM(1,1) 模型参数. 联立式 (1) 和 (2), 可以求得区间灰数下界 $\hat{f}_u(k)$ 及上界 $\hat{f}_s(k)$ 的模拟及预测公式, 即

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{f}_u(k) = \frac{2(1 - e^{a_w}) \left[w(t_1) - \frac{b_w}{a_w} \right] e^{-a_w(k-2)} [1 - (-e^{a_w})^{k-2}]}{1 + e^{a_w}} - \frac{(1 - e^{a_s}) \left[s(t_1) - \frac{b_s}{a_s} \right] e^{-a_s(k-2)} [1 - (-e^{a_s})^{k-2}]}{1 + e^{a_s}} + (-1)^k \cdot \hat{f}_u(2), \\ \hat{f}_s(k) = \frac{2(1 - e^{a_w}) \left[w(t_1) - \frac{b_w}{a_w} \right] e^{-a_w(k-2)} [1 - (-e^{a_w})^{k-2}]}{1 + e^{a_w}} + \frac{(1 - e^{a_s}) \left[s(t_1) - \frac{b_s}{a_s} \right] e^{-a_s(k-2)} [1 - (-e^{a_s})^{k-2}]}{1 + e^{a_s}} + (-1)^k \cdot \hat{f}_s(2). \end{array} \right. \quad (3)$$

式 (3) 可以进一步简化为

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{f}_u(k) = P_1 e^{-a_w(k-2)} - (1 - P_2^{k-2}) - P_3 e^{-a_s(k-2)} (1 - P_4^{k-2}) + (-1)^k \cdot \hat{f}_u(2), \\ \hat{f}_s(k) = P_1 e^{-a_w(k-2)} - (1 - P_2^{k-2}) + P_3 e^{-a_s(k-2)} (1 - P_4^{k-2}) + (-1)^k \cdot \hat{f}_s(2). \end{array} \right. \quad (4)$$

其中

$$P_1 = \frac{2(1 - a^w) \left[w(t_1) - \frac{b_w}{a_w} \right]}{1 + e^{a_w}}, P_2 = -e^{a_w},$$

$$P_3 = \frac{(1 - a^s) \left[s(t_1) - \frac{b_s}{a_s} \right]}{1 + e^{a_s}}, P_4 = -e^{a_s}.$$

式 (4) 称为振荡序列 X 的区间预测模型. 进一步:

- 1) 当 $k = 2, 3, \dots, n$ 时, 称 $[\hat{f}_u(k), \hat{f}_s(k)]$ 为振荡数据 $\hat{x}(k)$ 的模拟区间;
- 2) 当 $k = n+1, n+2, \dots$ 时, 称 $[\hat{f}_u(k), \hat{f}_s(k)]$ 为振荡数据 $\hat{x}(k)$ 的预测区间;
- 3) 称 $\hat{x}(k) = 0.5 \times [\hat{f}_u(k) + \hat{f}_s(k)]$ 为振荡数据 $\hat{x}(k)$ 在其取值范围内的最大可能值 (“核”).

3 模型应用

重庆市主城区 2015 年 6 月 3 日~6 月 11 日的空气质量指数 (AQI) 如表 1 所示 (数据来源: 天气网 <http://www.tianqi.com/>). 采用本文方法, 构建重庆市主城区空气质量指数 (AQI) 的区间灰数预测模型, 并计算该模型的模拟值、相对模拟误差及平均相对模拟误差.

表 1 重庆市主城区的空气质量指数 (AQI)

日期	06-03	06-04	06-05	06-06	06-07	06-08	06-09	06-10	06-11
AQI	47	40	52	61	49	59	52	73	85

应用 Matlab 可绘制表 1 中数据的散点折线图, 如图 5 所示. 由图 5 可知, 重庆市主城区 2015 年 6 月 3 日~6 月 11 日的 AQI 为振荡数据序列, 下面构建该振荡序列的区间灰数预测模型.

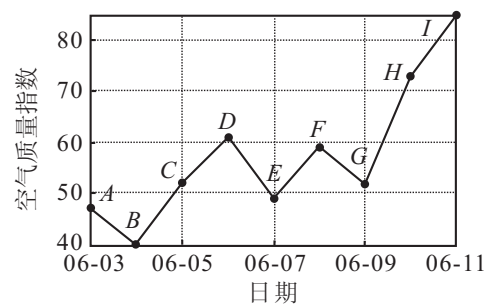


图 5 重庆市主城区的空气质量指数散点折线图

Step 1 振荡序列包络线的确定.

根据振荡序列包络线定义和设计原则, 可得重庆市主城区空气质量指数 (AQI) 的包络线 $f_s(t)$ 和 $f_u(t)$, 如图 6 所示.

上界函数 (或上界包络线)

$$f_s(t) : f_s(t) = 4.75t + 42.25;$$

下界函数 (或下界包络线)

$$f_u(t) : f_u(t) = 2.4t + 35.2.$$

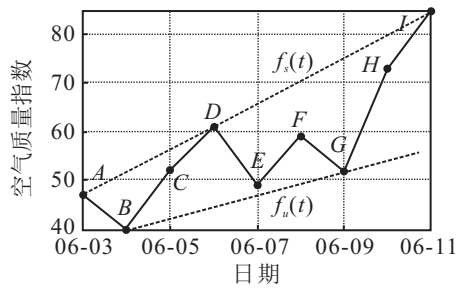


图 6 振荡序列的包络线 $f_s(t)$ 和 $f_u(t)$

Step2 振荡序列的区间拓展.

根据定义 3 对振荡序列 $X = (47, 40, 52, 61, 49, 59, 52, 73, 85)$ 的区间值进行拓展, 得上界序列 S 、下界序列 U 及区间灰数序列 $X(\otimes)$ 分别为

$$S = (47, 51.75, 56.5, 61.25, 66, 70.75, 75.5, 80.25, 85),$$

$$U = (37.6, 40, 42.4, 44.8, 47.2, 49.6, 52, 54.4, 56.8),$$

$$X(\otimes) = ([37.6, 47], [40, 51.75], [42.4, 56.5], [44.8, 61.25], [47.2, 66], [49.6, 70.75],$$

$$[52, 75.5], [54.4, 80.25], [56.8, 85]).$$

Step3 振荡序列的区间灰数预测模型.

构建序列 $X(\otimes)$ 的区间灰数预测模型, 相关参数值如表 2 所示.

将表 2 中的参数值代入式 (4), 可得振荡序列的区间灰数预测模型, 即

$$\begin{cases} \hat{f}_u(k) = 46.7705e^{0.0611(k-2)}[1 - (-0.9407)^{k-2}] - 6.4567e^{0.1164(k-2)}[1 - (-0.8901)^{k-2}] + 40 \cdot (-1)^k, \\ \hat{f}_s(k) = 6.4567e^{0.1164(k-2)}[1 - (-0.8901)^{k-2}] + 46.7705e^{0.0611(k-2)}[1 - (-0.9407)^{k-2}] + 51.75 \cdot (-1)^k. \end{cases} \quad (5)$$

Step4 振荡序列上下界的模拟值及模拟误差.

由式 (5) 可以计算振荡序列上界及下界的模拟值和模拟误差, 如表 3 所示.

表 2 区间灰数预测模型的参数值

参数名称	参数值
A	10.575, 12.925, 15.275, 17.625, 19.975, 22.325, 24.675, 27.025
W	44.0875, 47.6625, 51.2375, 54.8125, 58.3875, 61.9625, 65.5375, 69.1125
\hat{a}_s, \hat{a}_u	$a_s = -0.1164, b_s = 11.6977, a_w = -0.0611, b_w = 44.0913$
P	$P_1 = 46.7705, P_2 = -0.9407, P_3 = 6.4567, P_4 = -0.8901$

表 3 振荡序列上界及下界的模拟值及模拟误差

$X(\otimes)$	$f_u(k)$	$\hat{f}_u(k)$	$\Delta_u(k)$	$\bar{\Delta}_u(k)/\%$	$cf_s(k)$	$\hat{f}_s(k)$	$\Delta_s(k)$	$\bar{\Delta}_s(k)/\%$
$\otimes(2)$	40	40.0000	0.0000	0.0000	51.75	51.7500	0.0000	0.0000
$\otimes(3)$	42.4	42.7766	0.3766	0.8882	56.5	58.4489	1.9489	3.4494
$\otimes(4)$	44.8	44.3867	-0.4133	0.9225	61.25	59.5218	-1.7282	2.8216
$\otimes(5)$	47.2	47.3374	0.1374	0.2911	66	66.8127	0.8127	1.2314
$\otimes(6)$	49.6	49.1198	-0.4802	0.9681	70.75	68.5275	-2.2225	3.1413
$\otimes(7)$	52	52.2396	0.2396	0.4608	75.5	76.5149	1.0149	1.3442
$\otimes(8)$	54.4	54.1859	-0.2141	0.3936	80.25	78.9860	-1.2640	1.5751
$\otimes(9)$	56.8	57.4620	0.6620	1.1655	85	87.7953	2.7953	3.2886

在表 3 中, $\Delta_u(k) = \hat{f}_u(k) - f_u(k)$, $\bar{\Delta}_u(k) = |\Delta_u(k)|/f_u(k)$. 振荡序列上界平均相对模拟误差 $\bar{\Delta}_s$ 、下界平均相对模拟误差 $\bar{\Delta}_u$ 及综合模拟平均相对模拟误差 $\bar{\Delta}$ 分别为

$$\bar{\Delta}_u = \sum_{k=2}^n \bar{\Delta}_u(k) = 0.6362\%,$$

$$\bar{\Delta}_s = \sum_{k=2}^n \bar{\Delta}_s(k) = 2.1064\%,$$

$$\bar{\Delta} = (\bar{\Delta}_s + \bar{\Delta}_u)/2 = 1.3713\%.$$

由灰色预测模型误差等级参照表^[13]可知, 所构建的灰色预测模型误差等级接近 I 级, 表明该模型具有较高的模拟精度, 可以用于中长期预测.

4 结 论

传统单变量灰色预测模型的最终还原式均为指数函数, 具有严格单调性, 因此, 通过该指数函数计算出的模拟数据同样具有单调性, 这直接导致了灰色预测模型对振荡序列的模拟及预测效果较差. 本文通过包络线将振荡序列拓展为具有明确上界和下界的区

间灰数序列,还原了影响因素不确定性条件下振荡序列的区间灰数形式,在此基础上,通过区间灰数建模方法实现了振荡序列取值范围的模拟及预测.最后应用该方法较好地实现了具有振荡特征的重庆市空气质量指数(AQI)变化规律的模拟.相对于传统通过序列变换强制提高振荡序列光滑性的建模思路,本文提出的小样本振荡序列区间预测建模方法更具合理性.

参考文献(References)

- [1] Liu S F, Forrest J, Vallee R. Emergence and development of grey systems theory[J]. *Kybernetes*, 2009, 39(7/8): 1246-1256.
- [2] Deng J L. The control problem of grey systems[J]. *System Control Letter*, 1982, 1(5): 288-294.
- [3] Wang C H, Hsu L C. Using genetic algorithms grey theory to forecast high technology industrial output[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2008, 195(1): 256-263.
- [4] Chang T S, Ku C Y, Fu H P. Grey theory analysis of online population and online game industry revenue in Taiwan[J]. *Technological Forecasting & Social Change*, 2013, 80(1): 175-185.
- [5] Ou S L. Forecasting agricultural output with an improved grey forecasting model based on the genetic algorithm[J]. *Computers and Electronics in Agriculture*, 2012, 85: 33-39.
- [6] Wang Z X. An optimized Nash nonlinear grey Bernoulli model for forecasting the main economic indices of high technology enterprises in China[J]. *Computers & Industrial Engineering*, 2013, 64(3): 780-787.
- [7] 钱吴永, 党耀国. 基于振荡序列的GM(1,1)模型[J]. *系统工程理论与实践*, 2009, 29(3): 93-98.
(Qian W Y, Dang Y G. GM(1,1) model based on oscillation sequence[J]. *Systems Engineering—Theory & Practice*, 2009, 29(3): 93-98.)
- [8] 曾波, 刘思峰. 基于振幅压缩的随机振荡序列预测模型[J]. *系统工程理论与实践*, 2012, 32(11): 2493-2497.
(Zeng B, Liu S F. Prediction model of stochastic oscillation sequence based on amplitude compression[J]. *Systems Engineering—Theory & Practice*, 2012, 32(11): 2493-2497.)
- [9] 崔杰, 党耀国. 基于一类新强化缓冲算子的GM(1,1)预测精度研究[J]. *控制与决策*, 2009, 24(1): 43-48.
(Cui J, Dang Y G. Research of precision of prediction of GM(1,1) based on a kind of novel strengthening buffer operator[J]. *Control and Decision*, 2009, 24(1): 43-48.)
- [10] 魏勇, 孔新海. 几类强弱缓冲算子的构造方法及其内在联系[J]. *控制与决策*, 2010, 25(2): 196-202.
(Wei Y, Kong X H. Constructing methods of several kinds of strengthening and weakening buffer operators and their inner link [J]. *Control and Decision*, 2010, 25(2): 196-202.)
- [11] 戴文战, 熊伟, 杨爱萍. 基于函数 $\cot(x^2)$ 变换及背景值优化的灰色建模[J]. *浙江大学学报: 工学版*, 2010, 44(7): 1368-1372.
(Dai W Z, Xiong W, Yang A P. Grey modeling based on function $\cot(x^2)$ transform and background value optimization[J]. *J of Zhejiang University: Engineering Edition*, 2010, 44(7): 1368-1372.)
- [12] 崔立志, 刘思峰. 基于数据变换技术的灰色预测模型[J]. *系统工程*, 2010, 28(5): 104-107.
(Cui L Z, Liu S F. Grey prediction model based on data transform technology[J]. *System Engineering*, 2010, 28(5): 104-107.)
- [13] Liu S F, Li Y. *Grey information: Theory and practical applications*[M]. London: Springer-Verlag, 2006: 245-311.
- [14] 邓聚龙. 灰色系统基本方法[M]. 武汉: 华中理工大学出版社, 1987: 118-120.
(Deng J L. *The basic method of grey system*[M]. Wuhan: Huazhong University of Science Press, 1987: 118-120.)
- [15] 曾波. 基于核和灰度的区间灰数预测模型[J]. *系统工程与电子技术*, 2011, 33(4): 821-824.
(Zeng B. Prediction model of interval grey number based on kernel and degree of greyness[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2011, 33(4): 821-824.)
- [16] 谢乃明, 刘思峰. 离散GM(1,1)模型与灰色预测模型建模机理[J]. *系统工程理论与实践*, 2005, 25(1): 93-98.
(Xie N M, Liu S F. Discrete GM(1,1) and mechanism of grey forecasting model[J]. *Systems Engineering—Theory & Practice*, 2005, 25(1): 93-98.)
- [17] Zeng B, Guo C, Liu S F. A novel interval grey prediction model considering uncertain information[J]. *J of the Franklin Institute*, 2013, 350: 3400-3416.

(责任编辑: 李君玲)