

Lambert问题的改进算法

魏倩, 蔡远利

(西安交通大学 电子与信息工程学院, 西安 710049)

摘要: 针对固定时间轨道转移的 Lambert 问题, 提出一种航迹角迭代法改进求解策略. 通过引入双三次样条插值函数, 构造出关于转移时间、位置矢量以及初始航迹角的二维拟合函数; 然后利用此构造函数重新定义初始迭代值, 用于提高迭代效率. 通过假设检验和仿真对比实验, 改进的航迹角迭代法与经典方法相比较, 具有迭代效率高、运算速度快等优点.

关键词: Lambert 问题; 航迹角迭代法初始值; 双三次样条; 拟合函数

中图分类号: V448.2

文献标志码: A

Modified algorithm for Lambert's problem

WEI Qian, CAI Yuan-li

(School of Electronic and Information Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China.

Correspondent: CAI Yuan-li, E-mail: ylicai@mail.xjtu.edu.cn)

Abstract: A modified algorithm based upon the Nelson-Zarchan's method is presented for the Lambert's problem of the fixed-time transfer orbital. A nonlinearity approximation function is set up with the bicubic spline interpolation function, which includes the flight time for transferring, initial and final position vectors and the flight path angle. Then the approximation function provides a new way to initialize the value of the flight path angle, so as to speed up the calculate process. With the hypothesis testing and simulation comparison, it is shown that the modified flight path angle algorithm has competitive and better calculating speed.

Keywords: Lambert's problem; initial value of flight path angle; bicubic spline function; approximation function

0 引言

固定时间空间轨道转移问题可以归结为经典的天体动力学 Lambert 问题, 根据两个位置矢量和飞行时间来规划转移轨道. 针对此问题, 学者们提出过多种不同的求解方案, 包括经典高斯解法、普适变量法、Battin-Vaughan(B-V)算法、航迹角迭代法等^[1-10]. 经典高斯法仅对小于 90° 的转移角有效; 普适变量法对初值的选取较为敏感; 而 B-V 法需要进行超几何算法等比较复杂的步骤. 在空间飞行器轨道规划中, 最常用到的方法是由 Nelson-Zarchan 提出的航迹角迭代法. 它直接使用飞行器的位置向量以及姿态向量进行算法处理, 具有公式参数简洁、直观等优点^[11-13].

本文在经典航迹角迭代算法的基础上, 进一步研究了迭代初始值的选取策略, 从而使迭代初值与迭代方程组的精确解之间误差十分小. 所提出的迭代初始化改进算法使得迭代初值的选取更为科学合理, 同时

能够大幅度提高迭代求解的运算效率, 节省运算时间.

1 问题描述

固定时间空间轨道转移问题可以描述为^[1]: 给定飞行器的初始位置 r_1 和目标位置 r_2 , 以及飞行器从初始位置 r_1 转移到目标位置 r_2 所需的飞行时间 t_F (如图 1 所示). 寻找一条满足以上条件的转移轨道, 使得该轨道通过 r_1 、 r_2 两个端点 P_1 、 P_2 , 并且飞行器从 P_1 惯性飞行到 P_2 所用的飞行时间为给定值 t_F .

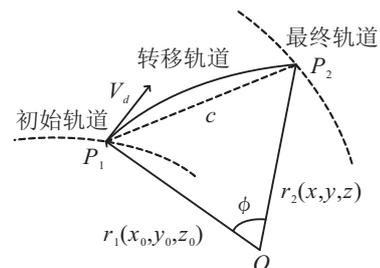


图 1 Lambert 问题的空间描述

收稿日期: 2015-06-16; 修回日期: 2015-09-22.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61308120, 61463029).

作者简介: 魏倩(1984—), 女, 博士生, 从事飞行器制导与控制的研究; 蔡远利(1963—), 男, 教授, 博士生导师, 从事飞行器制导与控制、复杂系统建模与仿真、随机系统理论及应用等研究.

根据 Lambert 制导理论^[11], 在地心坐标系下, 飞行器的初始速度大小要满足

$$v_d = \|\mathbf{v}_d\| = \sqrt{\frac{\mu(1 - \cos \phi)}{r_1 \cos \gamma \left(\frac{r_1 \cos \gamma}{r_2} - \cos(\phi + \gamma) \right)}}. \quad (1)$$

其中: $r_1 = \|\mathbf{r}_1\| = \sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2}$ 为飞行器初始位置地心距, $r_2 = \|\mathbf{r}_2\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ 为目标位置地心距; γ 为飞行器的飞行航迹角; ϕ 为飞行器初始位置矢量与目标位置矢量之间的夹角, 称为转移角; μ 为地球引力常数, $\mu = 3.986\,005 \times 10^{14} \text{m}^3/\text{s}^2$.

飞行时间 t_F 满足

$$t_F = \frac{r_1}{v_d \cos \gamma} \left\{ \frac{\tan \gamma (1 - \cos \phi) + (1 - \Lambda) \sin \phi}{(2 - \Lambda) \left[\frac{1 - \cos \phi}{\Lambda \cos^2 \gamma} + \frac{\cos(\gamma + \phi)}{\cos \gamma} \right]} + \frac{2 \cos \gamma}{\Lambda \left(\frac{2}{\Lambda} - 1 \right)^{1.5}} \arctan \left[\frac{\sqrt{\frac{2}{\Lambda} - 1}}{\cos \gamma \cot \frac{\phi}{2} - \sin \gamma} \right] \right\}. \quad (2)$$

其中: $\Lambda = r_1 v_d^2 / \mu$, 对于椭圆弹道, $0 < \Lambda < 2$.

由式(1)和(2)可以看出, 在初始位置 \mathbf{r}_1 和目标位置 \mathbf{r}_2 给定的情况下, 到达目标位置所需的速度大小 $\|\mathbf{v}_d\|$ 以及飞行时间 t_F 只与飞行器的航迹角 γ 有关. 因此, 以飞行时间 t_F 作为约束条件, 通过迭代法求出转移轨道需要的初始航迹角 γ_d 和初始速度 \mathbf{v}_d .

在迭代算法中, 迭代初值的选取在整个计算过程中具有十分重要的作用. 初始值的选取直接决定了迭代次数以及收敛速度. 在经典算法中, 迭代变量航迹角 γ 的第 1 迭代初始值满足

$$\gamma^{(0)} = \frac{\gamma_{\min} + \gamma_{\max}}{2}. \quad (3)$$

其中

$$\gamma_{\min} = \tan^{-1} \left[\frac{\sin \phi - \sqrt{\frac{2r_1(1 - \cos \phi)}{r_2}}}{1 - \cos \phi} \right],$$

$$\gamma_{\max} = \tan^{-1} \left[\frac{\sin \phi + \sqrt{\frac{2r_1(1 - \cos \phi)}{r_2}}}{1 - \cos \phi} \right]. \quad (4)$$

空间飞行器的航迹角 γ 有两个限制条件(由逃逸速度决定), $\gamma \in (\gamma_{\min}, \gamma_{\max})$.

第 2 迭代初始值满足

$$\gamma^{(1)} = \begin{cases} \frac{\gamma_{\min} + \gamma^{(0)}}{2}, & t_F^{(0)} > t_F, \\ \frac{\gamma_{\max} + \gamma^{(0)}}{2}, & t_F^{(0)} \leq t_F. \end{cases} \quad (5)$$

根据式(2)可以得到飞行时间 t_F 关于飞行航迹角 γ 的函数, 即 $t_F = Tf(\gamma)$. 因此, 每个迭代变量都有对应的飞行时间值, 即

$$t_F^{(0)} = Tf(\gamma^{(0)}),$$

$$t_F^{(1)} = Tf(\gamma^{(1)}),$$

⋮

$$t_F^{(n)} = Tf(\gamma^{(n)}). \quad (6)$$

利用割线法, 可得第 $n(n > 1)$ 步的迭代公式为

$$\gamma^{(n+1)} = \gamma^{(n)} + \frac{t_F - t_F^{(n)}}{t_F^{(n)} - t_F^{(n-1)}} (\gamma^{(n)} - \gamma^{(n-1)}). \quad (7)$$

重复以上迭代过程, 直至满足迭代终止条件 $|t_F - t_F^{(n)}| < \epsilon_\gamma$ (ϵ_γ 为给定的小量). 此时获得的转移轨道数据满足飞行时间 t_F 约束条件, 轨道的初始航迹角为 $\gamma_d = \gamma^{(n)}$, 所需要的初始飞行速度为 \mathbf{v}_d .

2 算法改进

航迹角迭代法是通过代数方程组(1)和(2), 对飞行航迹角 γ 进行迭代求解, 从而得到转移轨道所需要的初始航迹角 γ_d . 因此, 给迭代变量 γ 选取合适的初始值 $\gamma^{(0)}$ 和 $\gamma^{(1)}$ 显得十分重要. 本文采用拟合函数改进迭代初始值的赋值公式, 使得初始值更加接近于迭代方程的解.

2.1 改进算法基本思想

设地心坐标系原点为 O (如图 1 所示), 定义初始点 P_1 与目标点 P_2 之间的弦长为 $c = \|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2\|$, $\triangle OP_1P_2$ 周长的一半 $s = (r_1 + r_2 + c)/2$, 夹角 $\angle P_1OP_2$ 即是转移轨道的转移角 ϕ . 定义无量纲变量如下:

$$\lambda = \frac{1}{s} \sqrt{r_1 r_2} \cos \frac{\phi}{2}, \quad (8)$$

$$T = \sqrt{\frac{8\mu}{s^3}} t_F. \quad (9)$$

借用 Battin-Vaughan 提出的算法(B-V 算法)中无量纲变量 λ , T 和其对应的迭代方程组变量 x 和 y ^[6], 可以得到如下结论: 方程组的精确解 x 和 y 只与无量纲变量 λ , T 的取值有关. 并且, 可推导出转移轨道的半长轴

$$a = \frac{ms(1 + \lambda)^2}{8xy^2}. \quad (10)$$

定义无量纲变量

$$\eta = \frac{s}{a} = \frac{8xy^2}{m(1 + \lambda)^2}, \quad (11)$$

其中

$$m = \frac{8\mu t_F}{s^3(1 + \lambda)^6} = \frac{T^2}{(1 + \lambda)^6}. \quad (12)$$

根据式(11), 变量 η 只与无量纲变量 λ , T 的取值有关. 对于一组 (λ, T) 数值可以求得唯一对应的精确解 η . 也就是说, 变量 η 可以写成关于自变量 λ 和 T 的函数. 因此, 利用关于 λ , T 的离线采样数据进行插值计算, 便可构造出关于变量 η 的拟合函数 $\eta = Y(\lambda, T)$.

初始位置 \mathbf{r}_1 到目标位置 \mathbf{r}_2 的转移轨道是一条标准的椭圆轨道, 满足椭圆轨道定理

$$a = \frac{\mu r_1}{2\mu - r_1 v_d^2}. \quad (13)$$

将式(13)代入(11), 得出初始速度大小 v_d 关于变量 η 的表达式为

$$|v_d| = \sqrt{\frac{2\mu}{r_1} - \frac{\mu\eta}{s}}. \quad (14)$$

最后, 利用式(1)和(4), 可以确定初始航迹角 γ 的解, 得到如下关系式:

$$\begin{cases} \gamma_1 = \frac{1}{2} \arccos \frac{-dc - \sqrt{d^2 b^2 + b^4 - b^2 c^2}}{d^2 + b^2}, \\ \gamma_2 = \frac{1}{2} \arccos \frac{-dc + \sqrt{d^2 b^2 + b^4 - b^2 c^2}}{d^2 + b^2}, \\ d = \frac{r_1^2}{2r_2} - \frac{1}{2} r_1 \cos \phi, \\ b = \frac{1}{2} r_1 \sin \phi, \\ c = \frac{r_1^2}{2r_2} - \frac{1}{2} r_1 \cos \phi - \frac{\mu(1 - \cos \phi)}{\frac{2\mu}{r_1} - \frac{\mu\eta}{s}}; \end{cases} \quad (15)$$

$$\gamma = \begin{cases} \gamma_1, & |Tf(\gamma_1) - t_F| < |Tf(\gamma_2) - t_F|; \\ \gamma_2, & |Tf(\gamma_2) - t_F| < |Tf(\gamma_1) - t_F|. \end{cases} \quad (16)$$

综合以上推论, 当变量 λ 和 T 已知确定时, 迭代初始值 $\gamma^{(0)}$ 可表示为

$$\gamma^{(0)} = f_\gamma(\eta) = f_\gamma(Y(\lambda, T)), \quad (17)$$

同时, 优化迭代值 $\gamma^{(1)}$ 的赋值公式

$$\gamma^{(1)} = \gamma^{(0)} + \dot{\gamma}^{(0)}(t_F - t_F^{(0)}), \quad (18)$$

其中 $\dot{\gamma}^{(0)} = (Tf(\gamma^{(0)} + \delta) - Tf(\gamma^{(0)}))/\delta$, δ 为一个小的数值.

利用以上改进的迭代初值公式, 对航迹角进行割线法迭代运算(迭代公式如式(7)所示), 可以大大缩短运行时间, 提高运算效率.

2.2 拟合函数的确定

理论上, 给定自变量的一系列数据 (λ_i, T_j) ($i = 0, 1, \dots, N_\lambda, j = 0, 1, \dots, N_T$) 以及对应的 $\eta_{i,j}$ = $Y(\lambda_i, T_j)$ 值, 可以构造出二元拟合函数 $\eta = Y(\lambda, T)$.

观察拟合函数 $\eta = Y(\lambda, T)$ 可以发现以下特点:

1) 转移轨道类型是椭圆型轨道, 且飞行器的转移角约束条件 $\phi \in (0^\circ, 180^\circ)$, 因此变量 $\lambda \in (0, 1)$.

2) 考虑在空间环境下的轨道规划问题, 变量 T 满足条件 $0.1 \leq T \leq 11$ ^[6]. 而且, 当 T 在区间 $[0.1, 2]$ 上变化时, 对因变量 η 的采样值有巨大影响.

3) 相对于自变量 λ, T 的取值区间, 因变量 η 的取值区间跨越几个数量级, 且数值在取值区间 $(-1000, 2)$ 中变化剧烈. 这些因素都不利于直接构造出拟合函数 $\eta = Y(\lambda, T)$.

因此, 对函数 $\eta = Y(\lambda, T)$ 进行线性化处理, 作以下变量代换:

$$\begin{cases} \lambda^* = \lambda, \\ T^* = \lg T, \\ \eta^* = -\lg(\eta - 3). \end{cases} \quad (19)$$

变换后的函数可表示为

$$\eta^* = Y^*(\lambda^*, T^*).$$

其中自变量: (λ^*, T^*) 满足 $0 < \lambda^* < 1, -1 \leq T^* \leq 1.1$; 因变量 η^* 满足 $\eta^* \in (-3, 0)$. 通过变量代换, 使得函数的取值范围都在统一的数量级上, 并且减小了自变量 T 对于采样值 η 的非线性影响. 通过以上变化, 利用采样数据可以确定拟合所需的插值函数 $\eta^* = Y^*(\lambda^*, T^*)$.

观察函数 $\eta^* = Y^*(\lambda^*, T^*)$ 的采样数据发现, 因变量 η^* 与自变量 (λ^*, T^*) 之间的关系是非线性的. 常用的等间距采样方法不能准确地反映出 η^* 与 (λ^*, T^*) 的对应关系, 因此, 在变量 η^* 变换剧烈的区域, 对自变量 (λ^*, T^*) 进行重点采样. 如图2所示, ‘*’ 点代表采样点 (λ_i^*, T_j^*) 的采样结果 $\eta_{i,j}^*$ 值 ($i = 0, 1, \dots, N_\lambda, j = 0, 1, \dots, N_T$); 实线表示等 T^* 值线, 即同一条实线上的采样点具有相同的自变量 T^* 值. 当 $\lambda^* \in [0.6, 1]$ 时, 因变量 η^* 的对应数据变化剧烈, 因此, 自变量 λ^* 在此区间应该加密采样. 同理, 如图3所示, ‘*’ 点代表采样结果 $\eta_{i,j}^*$ 值, 实线表示等 λ^* 值线. 自变量 T^* 在区间 $[0.1, 0.6]$ 应该加密采样.

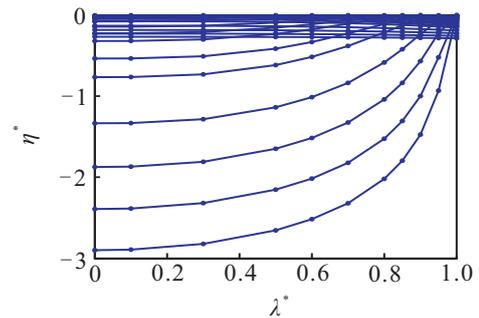


图2 自变量 λ^* 与因变量 η^* 的关系

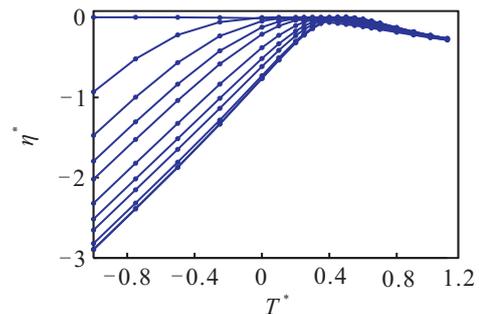


图3 自变量 T^* 与因变量 η^* 的关系

利用以上采样规则, 得到一组非均匀分布的采样数据: 采样点 $P_{ij}(\lambda_i^*, T_j^*)$ 和对应的采样值 $\eta_{i,j}^*$, 用来构造插值函数 $\eta^* = Y^*(\lambda^*, T^*)$. 由于此函数具有高度非线性, 常用的二元插值多项式方法会产生较高的运算

阶次,使得插值计算不稳定,无法满足实际运算需求,因此,本文使用双三次样条插值法来解决二元插值函数的构造问题。

首先,对非均匀分布的采样点 $P_{ij}(\lambda_i^*, T_j^*)$ 进行弦长累积参数化^[14]。

$$u_i = u_{ij} = \frac{\sum_{k=1}^{i-1} |P_{k+1,j} - P_{k,j}|}{\sum_{k=1}^{N_\lambda-1} |P_{k+1,j} - P_{k,j}|}, \quad u_{1j} = 0, \quad 2 \leq i \leq N_\lambda, \quad 1 \leq j \leq N_T; \quad (20)$$

$$v_j = v_{ij} = \frac{\sum_{k=1}^{j-1} |P_{i,k+1} - P_{i,k}|}{\sum_{k=1}^{N_T-1} |P_{i,k+1} - P_{i,k}|}, \quad v_{i1} = 0, \quad 1 \leq i \leq N_\lambda, \quad 2 \leq j \leq N_T. \quad (21)$$

采样点 (λ_i^*, T_j^*) 变换为节点参数值 (u_i, v_j) , 其中 $i = 0, 1, \dots, N_\lambda, j = 0, 1, \dots, N_T$ 。

然后,定义矩形域 $R = \{(u, v) : a \leq u \leq b, c \leq v \leq d\}$, 设 $\prod_u : a = u_0 < u_1 < \dots < u_{N_\lambda} = b$ 和 $\prod_v : c = v_0 < v_1 < \dots < v_{N_T} = d$ 分别为参数平面 u 轴和 v 轴的分割。双三次样条插值函数 $Y^*(u, v)$ 可表示为^[15]

$$Y^*(u, v) = \sum_{i=0}^{N_\lambda+1} \sum_{j=0}^{N_T+1} u_{ij} \Phi_i(u) \Psi_j(v). \quad (22)$$

对于以 u_i 为节点的三次样条函数空间, 记作 $S(u : u_1, \dots, u_{N_\lambda})$, 它的基是 $\Phi_i(u)$; 对于以 v_j 为节点的三次样条函数空间, 记作 $S(v : v_1, \dots, v_{N_T})$, 它的基是 $\Psi_j(v)$ 。

通过以上的变量代换以及构造插值函数的步骤, 可以得到关于因变量 η 与自变量 (λ, T) 之间的对应关系

$$\eta = Y(\lambda, T) = 10^{-\eta^*} + 3 = 10^{-Y^*(\lambda^*, T^*)} + 3 = 10^{-Y^*(\lambda, \lg T)} + 3. \quad (23)$$

在空间轨道转移问题中, 变量 (λ, T) 是只与飞行器初始位置 r_1 、目标位置 r_2 和飞行时间 t_F 相关联的无量纲变量, 且取值范围为 $\lambda \in (0, 1), T \in [0.1, 11]$ 。因此, 在离线状态下对飞行数据进行大范围仿真采样, 并且对采样数据进行预先处理, 可以解算出取值区间范围内的拟合函数 $\eta = Y(\lambda, T)$ 。

在进行 Lambert 问题迭代求解过程中, 只需要利用已知的拟合函数进行单步仿真值计算, 即可得到满足条件 (λ, T) 的 η , 从而快速求得改进后的迭代初值 $\gamma^{(0)}$ 。

3 仿真算例与分析

3.1 仿真算例

忽略地球空间环境的各种小摄动因素, 应用经典航迹角迭代和改进算法分别对空间飞行器轨道规划问题进行制导仿真。

设飞行器初始位置 $r_1 = 8000$ km, 目标位置 $r_2 = 6371$ km, 转移角 $\phi = 60^\circ$, 飞行时间 $t_F = 1500$ s. 可求得从初始位置 r_1 到目标位置 r_2 的转移轨道满足条件 $\lambda = 0.57, T = 2.3711$ 。

利用经典算法可以算出 $\gamma_d = 0.21$ rad, 计算时间为 0.37 ms, 迭代 6 次。在相同仿真条件下, 利用本文给出的改进算法, 精确解的计算精度相同, 而计算时间则缩短到 0.16 ms, 迭代 3 次。

改进算法通过拟合函数计算得出的迭代初值 $\gamma^{(0)} = 0.2092$ rad, 与迭代方程组所要求得的精确解仅相差 0.0008 rad. 迭代变量的初值十分接近迭代方程的解 γ_d (如图 4 所示)。因此, 改进算法可以减少迭代次数, 节省运算时间。

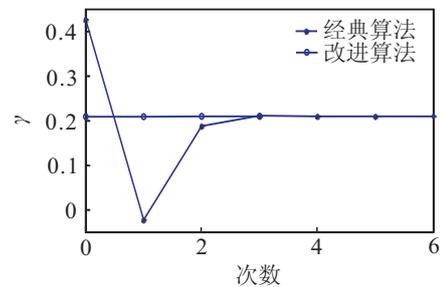


图 4 两种算法的迭代次数对比

3.2 统计分析

假设飞行器初始位置 $r_1 = 8000$ km, $\rho = r_2/r_1$, 在区间 $[0, 8, 1.25]$ 内采样 $N_\rho = 25$ 个点。转移角 ϕ 在 $[30^\circ, 60^\circ]$ 区间内采样 $N_\phi = 25$ 个点。同时, 飞行时间 t_F 在区间 $[1000, 2500]$ s 上采样 $N_t = 25$ 个点。由这一系列采样点组成仿真算例组, 其算例总数为 $N_\rho N_\phi N_t$ 。

分别用经典航迹角迭代算法和本文的改进算法对总数为 15625 的仿真算例进行逐个仿真运算。仔细记录每个算例的迭代次数和运行时间, 并对仿真结果进行统计分析 (如表 1 和表 2 所示)。对比经典算法和改进算法的仿真数据, 可以得出以下结果: 经典算法的平均迭代次数为 6.107 次, 而改进算法的平均迭代次数仅为 4.347 次, 仅相当于经典算法的 2/3。同时, 在相同仿真运算条件下, 经典算法的平均运行时间为 0.174 ms, 最大运行时间为 3.68 ms。改进算法的平均运行时间为 0.079 ms, 最大运行时间为 0.396 ms。

上述对比仿真实验表明, 本文的改进算法在迭代次数和仿真运行时间方面都明显优于经典航迹角迭代算法。

表 1 算例的迭代次数统计

迭代次数	经典迭代算法		改进算法	
	算例数	累进比/%	算例数	累进比/%
1	0	0	0	0
2	0	0	106	0.678
3	7	0.04	1488	10.2
4	291	1.9	6923	54.51
5	3587	24.9	7108	100
6	6024	63.42		
7	5612	99.33		
8	75	99.81		
9	23	99.97		
10	5	99.99		
11	1	100		
算例总数	15 625		15 625	
平均迭代次数	6.107		4.347	
最大迭代次数	11		5	

表 2 算例的仿真运行时间统计

运行时间/ms	经典算法		改进算法	
	算例数	累进比/%	算例数	累进比/%
0.0 ~ 0.1	6 825	43.68	9 506	60.84
0.1 ~ 0.2	8 087	95.44	5 769	97.76
0.2 ~ 0.3	560	99.02	268	99.48
0.3 ~ 0.4	74	99.49	82	100
0.4 ~ 0.5	46	99.79		
0.5 ~ 0.6	24	99.94		
其他	9	100		
算例总数	15 625		15 625	
平均运行时间/ms	0.174		0.079	
最大运行时间/ms	3.68		0.396	

把经典航迹角迭代算法和改进算法两个数据总体中有关运行时间和迭代次数的问题进行假设检验(算例数 $m = 15\,625$)。由于经典算法和改进算法的数据源均来自于相同采样序列,且迭代公式相同,因此这两个数据总体可以看成是匹配样本。对此匹配样本进行如下假设检验:

$$H_0 : \mu_t \geq 0, H_1 : \mu_t < 0, \alpha = 0.05,$$

$$t_T = \frac{\bar{X}_t - \mu_0}{\frac{S_{X_t}}{\sqrt{m}}} = 7.2062. \quad (24)$$

其中

$$\bar{X}_t = \frac{\sum_{i=1}^m X_{ti}}{m} = 2.791 \times 10^{-5},$$

$$S_{X_t} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m (X_{ti} - \bar{X}_t)^2}{m-1}} = 1.2248 \times 10^{-4},$$

$X_{ti} (i = 1, 2, \dots, m)$ 为两个样本数据(经典算法和改进算法)之间迭代时间之差, μ_t 为 X_{ti} 的均值期望, μ_0 为临界期望值。

由于, $t_T = 7.2062 > -1.6449$. 检验统计量 t_T 落在了接受域中, 接受假设 H_0 , 即改进样本在迭代时间方面优于经典算法样本。

关于迭代次数的假设检验如下:

$$H_0 : \mu_c \geq 0, H_1 : \mu_c < 0, \alpha = 0.05,$$

$$t_c = \frac{\bar{X}_c - \mu_0}{\frac{S_{X_c}}{\sqrt{m}}} = 76.3765. \quad (25)$$

其中

$$\bar{X}_c = \frac{\sum_{i=1}^m X_{ci}}{m} = 1.7670,$$

$$S_{X_c} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m (X_{ci} - \bar{X}_c)^2}{m-1}} = 0.7316,$$

$X_{ci} (i = 1, 2, \dots, m)$ 为经典算法和改进算法样本的迭代次数的数据之差, μ_c 为 X_{ci} 的均值期望。

由于 $t_c = 76.3765 > -1.6449$. 检验统计量 t_c 落在了接受域中, 接受假设 H_0 , 即改进算法比经典算法在迭代次数方面优越。

综合以上两个假设检验, 在迭代次数和迭代时间两个方面, 改进算法在统计意义上明显优于经典航迹角迭代算法。

仿真实验表明, 改进算法不仅具有与经典算法相同的计算精度, 而且具有更科学的初始化赋值公式, 迭代效率更高。

4 结 论

对于固定时间轨道规划问题, 由 Nelson-Zarchan 提出的航迹角迭代算法具有表述清晰直观、运算简洁等优点, 是目前最常用的关于空间飞行器轨道规划问题的计算方法。

本文提出了一种针对迭代初值选取策略的改进算法。通过对采样数据的离线预处理, 得到拟合函数 $\eta = Y(\lambda, T)$, 然后重新定义初始迭代值的赋值公式。大量仿真计算表明, 本文给出的改进算法简洁明了, 并能提高计算效率, 具有重要的工程应用价值。

参考文献(References)

- [1] 党露, 和兴锁, 徐卫昌. 固定时间轨道拦截的制导方法研究[J]. 飞行力学, 2014, 32(3): 266-269.
(Dang L, He X S, Xu W C. Guidance for time-fixed orbital interception[J]. Flight Dynamics, 2014, 32(3): 266-269.)
- [2] 李新三, 王明建, 闫循良. 基于 Battin-Vaughan 算法的轨

- 道机动任务规划[J]. 弹箭与制导学报, 2010, 30(6): 56-59.
- (Li X S, Wang M J, Yan X L. Disturbed modify method of fixed-time interception's guidance in orbit-change stage[J]. Flight Dynamics, 2010, 30(6): 56-59.)
- [3] 余志坤, 薛白, 丛源良, 等. 最优双冲量交会问题的数学建模与数值求解[J]. 宇航学报, 2010, 31(1): 155-161.
- (She Z K, Xue B, Cong Y L, et al. Mathematical modeling and numerical solving of the optimal two-impulse rendezvous problem[J]. J of Astronautics, 2010, 31(1): 155-161.)
- [4] Arlulkar P V, Naik S D. Solution based on dynamical approach for multiple-revolution Lambert probl[J]. J of Guidance, Control, and Dynamics, 2011, 34(3): 920-923.
- [5] Zhang G, Cao X B, Zhou D. Two-impulse cotangent rendezvous between coplanar elliptic and hyperbolic orbits[J]. J of Guidance, Control, and Dynamics, 2014, 37(3): 965-969.
- [6] Battin R H. Introduction to the mathemaics and methods of astrodynamics[M]. Reston: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1999: 325-417.
- [7] Zhang G, Wang D Z, Cao X B, et al. Minimum-time interception with a tangent impulse[J]. J of Aerospace Engineering, 2015, 28(2): 04014062.
- [8] Zarchan P. Kill vehicle guidance and control sizing for boost-phase intercept[J]. J of Guidance, Control, and Dynamics, 2010, 33(6): 1724-1731.
- [9] Wailliez S E. On Lambert's problem and the elliptic time of flight equation: A simple sem-analytical inversion method[J]. Advances in Space Research, 2014, 53(5): 890-898.
- [10] Zhang G, Mortari D. Constrained multiple-revolution Lambert's problem[J]. J of Gudance, Control, and Dynmics, 2010, 33(6): 1779-1786.
- [11] Zarchan P. Tactical and strategic missile guidance[M]. Reston: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2007: 263-290.
- [12] Ahn J, lee S. Lambert algorithm using analytic gradients[J]. J of Guidance, Control, and Dynamics, 2013, 36(6): 1751-1761.
- [13] Ahn J, Jun B, Lee S. Acceleration of zero-revolution Lambert's algorithms using table-based initialization[J]. J of Gudance, Control, and Dynmics, 2015, 38(2): 335-342.
- [14] 刘晶, 施侃乐, 雍俊海, 等. 利用控制顶点插值的光滑 B 样条曲线构造方法[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2011, 23(5): 813-819.
- (Liu J, Shi K L, Yong J H, et al. Generating smoth B-spline curves using control-point interpolation[J]. J of Computer-aided Design and Computer Graphics, 2011, 23(5): 813-819.)
- [15] Raillard N, Prevosto M, Ailliot P. Modeling process asymmetries with Laplace moving average[J]. Computational Statistics and Data Analysis, 2015, 81: 24-37.

(责任编辑: 孙艺红)