

一类不受控离散事件驱动不确定线性切换系统优化控制

宋秀兰, 俞立

(浙江工业大学 信息工程学院, 杭州 310023)

摘要: 考虑一类不受控离散事件驱动不确定约束线性切换系统, 提出具有任意切换特性的约束优化控制策略. 引入有限时域性能函数, 定义约束最优控制问题. 为降低控制器的在线计算量, 通过参数化方法压缩最优控制问题决策变量的维数. 应用公共Lyapunov函数和控制Lyapunov函数理论建立的闭环切换系统, 具有对不确定扰动和不受控切换信号的渐近稳定性和逆最优性. 最后通过算例仿真验证了结果的有效性.

关键词: 切换系统; 切换控制; 优化; 稳定性

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Optimization control of a class of switched linear uncertain systems driven by uncontrollable discrete-events

SONG Xiu-lan, YU Li

(College of Information Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310023 China. Correspondent: SONG Xiu-lan, E-mail: songxl2008@zjut.edu.cn)

Abstract: The optimization control scheme with the arbitrary switching feature is proposed for a class of switched linear uncertain systems driven by uncontrollable discrete-events. By using a finite horizon cost function, a constrained optimal control problem is defined. In order to reduce the computational load of controllers, the parameterization method is used to compress the decision variables of the optimization problem. By using the theory of common Lyapunov function and the control Lyapunov function, the closed-loop switched system is shown to be asymptotically stable and inversely optimal with respect to the uncertainty and the uncontrollable switching signal. An example is used to the effectiveness of the results obtained.

Keywords: switched systems; switching control; optimization; stability

0 引言

切换系统能有效地描述复杂过程的动态特性, 是当前控制理论与应用研究的热点课题^[1-4]. 在实际中, 切换系统通常受到不确定扰动影响, 如建模误差、参数摄动等. 这些不确定扰动可能会恶化在标称系统下设计的控制器性能, 以及闭环系统的稳定性^[5-6]. 目前国内外相关学者开展了不确定切换系统的鲁棒控制研究, 取得了一系列研究成果^[5-12].

现有这些鲁棒性成果主要考虑受控切换的不确定系统, 但在实际中也存在一大类由外部输入信号触发切换的不确定系统, 其切换信号通常由外部不受控事件生成, 具有自主任意切换特性^[1-2], 可用于描述电网储能功率均衡过程、发动机动力系统^[13-15]. 针对这类切换信号作用下的不确定切换系统, 文献^[16]等

利用公共Lyapunov函数和线性矩阵不等式技术设计了状态反馈保性能控制器; 而文献^[17]考虑不确定参数范数有界离散切换广义系统, 给出了保证有限时间稳定的状态反馈控制器设计方法.

另一方面, 由于执行装置存在物理极限, 控制系统通常受到各种状态和控制的约束. 这些约束条件将限制系统的运行区域和控制器的执行范围^[18], 降低了控制器的性能. 相比非切换系统的约束控制研究, 目前切换(不确定)系统的约束控制更多集中于执行器的饱和控制研究, 如文献^[19]利用多Lyapunov函数方法设计了切换系统的抗饱和切换控制器; 而文献^[20]考虑了一类执行器饱和约束的受限切换离散系统的鲁棒镇定控制问题, 给出了一种状态反馈控制器设计方法.

收稿日期: 2015-06-16; **修回日期:** 2015-08-28.

基金项目: 浙江省自然科学基金项目(LQ15F030004); 浙江省公益技术应用研究计划项目(2016C33166).

作者简介: 宋秀兰(1982-), 女, 讲师, 从事切换控制理论与应用的研究; 俞立(1961-), 男, 教授, 博士生导师, 从事先进控制理论、网络化控制系统等研究.

本文考虑一类具有状态和输入约束的不受控离散事件驱动不确定约束线性切换系统, 设计具有鲁棒稳定性保证的切换优化控制器. 在文献[12]的成果基础上, 引入有限时域性能函数, 定义约束最优控制问题. 为降低控制器的在线计算量, 通过参数化方法压缩最优控制问题决策变量的维数, 进而实现不确定约束线性切换系统的切换优化控制. 应用公共 Lyapunov 函数^[1-2]和控制 Lyapunov 函数理论^[21-22]建立的闭环切换系统, 具有对不确定扰动和不受控切换信号的渐近稳定性、逆最优性和扇形裕度 $(0.5, \infty)$. 最后通过 DC-DC 切换控制的仿真验证了理论结果的有效性和实用性.

1 系统描述

考虑连续时间不确定线性切换系统

$$\dot{x}(t) = A_{\sigma(t)}x(t) + B_{\sigma(t)}u(t) + G_{\sigma(t)}w(t). \quad (1)$$

其中: 系统状态 $x(t) \in R^n$; 控制输入 $u(t) \in R^m$; 不确定输入 $w(t) \in R^r$; 分段常数切换信号 $\sigma: R_+ \rightarrow M, M = \{1, 2, \dots, l\}$ 为有界指标集, $l \geq 1$ 为已知整数; 矩阵 A_p, B_p 和 $G_p (p \in M)$ 为恰当维数的常数矩阵. 假设系统 $(A_p, B_p) (p \in M)$ 能控而且状态可测, 进一步, 假设在有限时间段内切换次数有限, 且系统在切换瞬间无状态跳变.

考虑切换系统(1)的状态和控制约束

$$x(t) \in X, u(t) \in U, \forall t \geq 0, \quad (2)$$

其中 $X \subset R^n$ 和 $U \subset R^m$ 是内含原点的紧凸集. 对切换系统(1), 假设不确定扰动 $w(t)$ 满足

$$w(t) \in W = \{w \in R^r : \|w\| \leq n(x)\}, t \geq 0, \quad (3)$$

其中 $n(x) \geq 0$ 是关于 x 的连续函数. 显然, 函数 $n(x)$ 刻画了切换系统(1)的扰动上界. 如果扰动 $w(t)$ 满足条件(3), 则称 $w(t)$ 为容许扰动.

考虑切换系统(1), 定义如下有限时域目标函数:

$$J(x(t_k), u(t_k; t_N)) = \int_{t_k}^{t_k+t_N} L(x(t), u(t))dt. \quad (4)$$

其中: 预测时域 t_N 为采样周期 δ 的整数倍, 即 $t_N = N\delta$; 性能函数 $L(x, u)$ 是关于 (x, u) 的正定函数; $u(t_k; t_N)$ 是在区间 $[t_k, t_k + t_N)$ 上的控制输入. 本文目标是通过极小化目标函数(4), 设计系统(1)的一个状态反馈控制律 $u(t) = \pi(x(t))$, 使闭环切换系统在不受控离散事件驱动下对容许扰动(3)是渐近稳定的.

定义 1 考虑不确定切换系统(1)和(3), 如果存在一个对称正定矩阵 $P > 0$ 满足

$$x^T P B_p = 0 \Rightarrow \begin{cases} x^T P A_p x + n(x) \|x^T P G_p\| < 0, \\ \forall x \neq 0, \forall p \in M, \end{cases} \quad (5)$$

则函数 $V(x) = x^T P x$ 称为该系统的公共鲁棒控制

Lyapunov 函数(CRCLF)^[12].

定义 2 考虑系统(1)和(3)的鲁棒镇定控制律 $u = \pi(x)$, 如果对任意连续扇形函数 $\phi(s) = \text{diag}\{\phi_1(s), \dots, \phi_m(s)\}$, 即 $\forall s \neq 0, as^2 < s\phi_i(s) < bs^2, 0 < a < b, i = 1, 2, \dots, m$, 闭环系统 $\dot{x} = A_\sigma x + B_\sigma \phi(\pi(x)) + G_\sigma w$ 对容许扰动 w 仍然全局渐近稳定, 则控制律 $\pi(x)$ 对 w 具有鲁棒扇形裕度 (a, b) ^[12].

注 1 CRCLF 和鲁棒扇形裕度分别是 CLF 和扇形裕度概念^[21]在不确定切换系统中的推广. 如果已知系统(1)和(3)的 CRCLF, 则存在如下切换控制律^[12]:

$$\pi(x) = u_\sigma(x, \theta) = -\kappa_\sigma(x, \theta)\beta_\sigma^T. \quad (6)$$

其中: 可调参数 $\theta = (\theta_1, \theta_2) \in D = (0, D_1] \times (0, D_2]$, D_1 和 D_2 为有限正数; 增益

$$\kappa_\sigma(x, \theta) = \begin{cases} \frac{\alpha_\sigma + \theta_1 \sqrt{\alpha_\sigma^2 + \theta_2 \|\beta_\sigma\|^4}}{\|\beta_\sigma\|^2}, \beta_\sigma \neq 0; \\ 0, \beta_\sigma = 0; \end{cases}$$

$\alpha_\sigma = 2x^T P A_\sigma x + n(x) \|\gamma_\sigma(x)\|, \beta_\sigma = 2x^T P B_\sigma$ 和 $\gamma_\sigma = 2x^T P G_\sigma$. 由文献[12]可知, 闭环切换系统(1)和(6)在不考虑约束(2)时对容许扰动(3)是渐近稳定的, 并且调整参数 θ 可影响闭环切换系统趋于平衡点的速率, 但没有给出调整 θ 的方法及对应闭环系统性能(如稳定性)的分析.

2 切换优化控制器设计

考虑系统(1)~(3), 令 $x(t|t_k)$ 和 $u(t|t_k)$ 分别是时段 $[t_k, t_k + t_N)$ 内的预测状态变量和控制输入, 且 $x(t_k|t_k) = x(t_k); \theta(t_k; t_N)$ 是该时段内的分段右连续函数. 由于连续函数在时间轴上是无穷维的, 对 $\theta(t_k; t_N)$ 做固化处理, 有

$$\theta(t|t_k) = \theta(t_k), \forall t \in [t_k, t_k + t_N), \quad (7)$$

其中 $\theta(t_k) \in D$ 为未来时段内的优化变量. 此时, $\theta(t_k; t_N)$ 与预测时域和控制输入的维数无关, 从而方便求解计算. 因为在预测过程中系统的模态可能变化但未来的模态不能检测, 预测信息无法确定. 因此, 考虑到在线优化的计算量和滚动优化原理, 假设在一次预测过程中系统的模态不发生改变, 即

$$u(t|t_k) = u_{\sigma(t_k)}(x(t|t_k), \theta(t_k)), \forall t \in [t_k, t_k + t_N). \quad (8)$$

此时, 目标函数(4)简写为

$$J(x(t_k), \theta(t_k)) = \int_{t_k}^{t_k+t_N} L(x(t|t_k), u(t|t_k))dt. \quad (9)$$

考虑不确定切换系统(1)的标称模型

$$x(t) = A_{\sigma(t)}x(t) + B_{\sigma(t)}u(t), x(0) = x_0, \quad (10)$$

以及目标函数(9), 定义如下有限时域最优控制问题:

$$\min_{\theta(t_k) \in D} J(x(t_k), \theta(t_k));$$

$$\begin{aligned} \text{s.t. } \dot{x}(t|t_k) &= A_{\sigma(t_k)}x(t|t_k) + B_{\sigma(t_k)}u(t|t_k), \\ u(t|t_k) &= -\kappa_{\sigma(t_k)}(x(t|t_k), \theta(t_k))\beta_{\sigma(t_k)}^T(x(t|t_k)), \\ x(t|t_k) &\in X, u(t|t_k) \in U, x(t_k|t_k) = x(t_k), \\ \forall t &\in [t_k, t_k + t_N), k = 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (11)$$

其中 $x(t_k)$ 为当前采样时刻 t_k 的测量状态。

在优化问题(11)中, 预测状态 $x(t|t_k)$ 由标称模型(10)预测得到, 没有考虑扰动对预测状态的影响。因此, 基于标称模型的预测状态满足约束并不等于实际系统的状态仍然满足约束; 同理, 基于状态反馈的预测控制量也不一定满足实际系统的约束。如果优化问题(11)优化可行, 则应用序列二次规划算法、遗传算法等非线性数值算法求解 $\theta(t_k)$ 。令 $\theta(t_k)^*$ 为优化问题(11)的一个最优解, 则根据滚动时域控制原理^[23-24], 定义采样时刻 t_k 的切换优化控制律

$$u(t)^* = u_{\sigma(t_k)}(x(t), \theta(t_k)^*), \forall t \in [t_k, t_{k+1}). \quad (12)$$

下面先给出切换优化控制律(12)的设计算法, 再证明其优化可行性和鲁棒性能。

切换控制律滚动优化设计算法如下:

- 1) 给定 D 、 $L(x, u)$ 和 t_N , 令 $k = 0$ 及 $t_0 = 0$;
- 2) 测量 t_k 时刻系统状态量 $x(t_k)$;
- 3) 在线检测起作用模态, 令 $\sigma(t_k) = p, p \in M$, 求解优化问题(11), 得最优解 $\theta(t_k)^*$;
- 4) 计算当前时刻控制量(12), 并输入系统(1);
- 5) 令 $k := k + 1$, 返回2)。

注2 基于上述算法设计的控制律(12)具有如下特点: $\theta(t_k)^*$ 是 $x(t_k)$ 的函数; 调整 $L(x, u)$ 和 t_N 可实现参数 θ 的最优整定; 优化问题(11)的决策变量维数与被控系统的维数无关。

定义3 如果变量 $\theta(t_k)$ 满足优化问题(11)的所有约束, 则称 $\theta(t_k)$ 为该优化问题的一个可行解, 同时称优化问题(11)在时刻 t_k 是优化可行的或可行的。

定义4 考虑系统(1)及集合 $S \subseteq R^n$ 和控制律 $u(t) \in U$, 如果闭环系统的解 $x(t; x_0, u(s), w(s)) \in S, \forall t \geq 0, w(s) \in W, 0 \leq s \leq t$, 则 S 称为该闭环系统的鲁棒不变集。

定理1 令系统(1)~(3)的CRCLF $V(x) = x^T P x$, 则存在鲁棒不变集 $S \subseteq X$, 对任意初始状态 $x(t_k) \in S$, 优化问题(11)在时刻 t_k 是优化可行的。

证明 定义函数 $V(x)$ 的水平集 $S(c) = \{x \in R^n : V(x) \leq c, c > 0\} \subseteq X$, 使其满足 $u(x, \theta) \in U, \forall x \in S(c), \theta \in D$ 。因为 X 和 U 分别是包含原点为内点的紧凸集, 且除原点外控制律 $u(x, \theta)$ 是连续的, 所以至少存在一个 $c > 0$ 使 $S(c)$ 存在。

令 $S = S(c)$ 和 $\theta_k = \theta(t_k)$ 。考虑状态 $x(t_k) \in S$,

存在参数 $\theta_k \in D$ 使切换控制律 $u(x(t), \theta_k) \in U$ 。考虑容许扰动(3), 当 $\beta_{\sigma(t)}(x) = 0$ 时, 有

$$\dot{V}(x(t)) \leq \alpha_{\sigma(t)}(x(t)) < 0, \forall t \in [t_k, t_{k+1}); \quad (13)$$

当 $\beta_{\sigma(t)}(x) \neq 0$ 时, 对 $\forall t \in [t_k, t_{k+1})$, 有

$$\dot{V}(x(t)) \leq -\theta_{1,k} \sqrt{\alpha_{\sigma(t)}^2(x(t)) + \theta_{2,k} \|\beta_{\sigma(t)}(x(t))\|^4}. \quad (14)$$

因为 S 是 $V(x)$ 的水平集, 由系统(1)和控制律 $u(x(t), \theta_k)$ 生成的闭环状态 $x(t; x(t_k), u(x(t), \theta_k)) \in S \subseteq X$ 。由定义4可得, S 是闭环切换系统的一个鲁棒不变集。重复利用上述过程并结合 S 对容许扰动 w 的鲁棒不变性可得, 存在可行参数 θ_k 保证优化问题(11)在时刻 t_k 是优化可行的。□

定理2 假设 $V(x) = x^T P x$ 是不确定切换约束系统(1)~(3)的CRCLF, 则如下结论成立:

1) 闭环切换系统(1)和(12)在鲁棒不变集 S 内是鲁棒渐近稳定的; 当 $X = R^n$ 和 $U = R^m$ 时, 闭环切换系统全局鲁棒渐近稳定。

2) 当 $X = R^n$ 和 $U = R^m$ 时, 如果对于所有 $t \in [t_k, t_{k+1}), k = 0, 1, \dots$, 如下不等式成立:

$$\theta_{1,k}^* \sqrt{\alpha_{\sigma(t)}^2(x(t)) + \theta_{2,k}^* \|\beta_{\sigma(t)}(x(t))\|^4} \geq \alpha_{\sigma(t)}(x(t)), \quad (15)$$

则控制律(12)可极小化如下性能:

$$J(x, u) = \int_0^\infty \left[L_{\sigma(t)}(x(t)) + \frac{u(t)^T u(t)}{2\kappa_{\sigma(t)}(x(t), \theta^*)} \right] dt. \quad (16)$$

其中 $\sigma(t) = p_k \in M, L_{\sigma}(x) = 0.5\kappa_{\sigma}(x, \theta^*)\|\beta_{\sigma}(x)\|^2 - \alpha_{\sigma}(x(t))$ 。

3) 当 $X = R^n$ 和 $U = R^m$ 时, 切换优化控制律(12)具有鲁棒扇形裕度 $(0.5, \infty)$ 。

证明 1) 考虑任意采样时刻 t_k , 令切换系统起作用模态为 $p_k \in M$ 。任取初始状态 $x(t_k) \in S$, 求解优化问题(11)的最优解 θ_k^* , 得切换优化控制律(12)。考虑一个采样时段 $[t_k, t_{k+1})$, 则由 S 对容许扰动 w 的鲁棒不变集性质可得, 闭环切换系统(1)与(12)的状态 $x(t_{k+1}) \in S$; 同时对 $V(x)$ 沿闭环切换系统的状态轨迹求时间导数, 整理可得不等式(13)或(14), 其中 $t \in [t_k, t_{k+1}), \sigma(t) = p_k \in M$ 。由于 $V(x)$ 为切换系统(1)的CRCLF, 根据定义1可得 $\dot{V}(x(t)) < 0, \forall t \in [t_k, t_{k+1})$, 从而有 $V(x(t_{k+1})) < V(x(t_k))$, 即点列 $V(x(t_k))$ 对所有容许扰动 w 是严格单调递减序列。又因函数 $V(x)$ 是正定函数, 所以当采样时刻 $t_k \rightarrow \infty$ 时, 有 $V(x(t_k)) \rightarrow 0$, 从而 $x(t_k) \rightarrow 0$, 即控制律(12)对所有容许扰动 w 渐近镇定切换系统(1)。进一步, $V(x)$ 是径向无穷的, 故无约束时闭环切换系统全局鲁棒渐近稳定。

2) 先验证性能函数(16)在切换优化控制律(12)

和任意容许扰动 w 作用下的非负性. 考虑任一采样时段 $[t_k, t_{k+1})$ 对应的起作用模态 $\sigma(t) = p_k$, 求解优化问题 (11) 的最优解 θ_k^* .

由 CCLF 性质可知, 当 $\beta_{\sigma(t)}(x(t)) = 0$ 时, 有

$$L_{\sigma(t)}(x(t)) = -a_{\sigma(t)}(x(t)) > 0;$$

当 $\beta_{\sigma(t)}(x(t)) \neq 0$ 时, 有

$$L_{\sigma(t)}(x(t)) = \frac{1}{2}[\theta_{1,k}^* \sqrt{\alpha_{\sigma(t)}^2(x(t)) + \theta_{2,k}^* \|\beta_{\sigma(t)}(x(t))\|^4} - \alpha_{\sigma(t)}(x(t))].$$

考虑到不等式 (15), 有 $L_{\sigma(t)}(x(t)) \geq 0$, $t \in [t_k, t_{k+1})$ 对起作用模态 p_k 成立. 由于时段 $[t_k, t_{k+1})$ 的任意性, $L_{\sigma(t)}(x(t)) \geq 0$ 的所有时刻成立.

令 $v_{\sigma(t)}(t) = u(t) - u_{\sigma(t)}(x(t), \theta_k^*)$, $t \in [t_k, t_{k+1})$.

将 $v_{\sigma(t)}(t)$ 代入 (16), 并求积分得

$$\begin{aligned} J_k(x, u) = & \int_{t_k}^{t_{k+1}} \left\{ 0.5\kappa_{\sigma(t)}(x(t), \theta_k^*) \|\beta_{\sigma(t)}(x(t))\|^2 - \right. \\ & \left. \alpha_{\sigma(t)}(x(t)) + \frac{\|v_{\sigma(t)}(t) + u_{\sigma(t)}(x(t), \theta_k^*)\|^2}{2\kappa_{\sigma(t)}(x(t), \theta_k^*)} \right\} dt = \\ & \int_{t_k}^{t_{k+1}} \left\{ -\beta_{\sigma(t)}(x(t))u(t) - \alpha_{\sigma(t)}(x(t)) + \right. \\ & \left. \frac{\|v_{\sigma(t)}(t)\|^2}{2\kappa_{\sigma(t)}(x(t), \theta_k^*)} \right\} dt = \\ & \int_{t_k}^{t_{k+1}} \left\{ -\dot{V}(x(t)) - n(x(t)) \|\gamma_{\sigma(t)}(x(t))\| + \right. \\ & \left. \gamma_{\sigma(t)}(x(t))w(t) + \frac{\|v_{\sigma(t)}(t)\|^2}{2\kappa_{\sigma(t)}(x(t), \theta_k^*)} \right\} dt. \end{aligned}$$

因为容许扰动 w 满足条件 (3), 所以

$$\begin{aligned} J_k(x, u) \leq & \int_{t_k}^{t_{k+1}} \left\{ -\dot{V}(x(t)) + \frac{\|v_{\sigma(t)}(t)\|^2}{2\kappa_{\sigma(t)}(x(t), \theta_k^*)} \right\} dt = \\ & V(x(t_k)) - V(x(t_{k+1})) + \int_{t_k}^{t_{k+1}} \frac{\|v_{\sigma(t)}(t)\|^2}{2\kappa_{\sigma(t)}(x(t), \theta_k^*)} dt. \end{aligned}$$

性能函数 (16) 等于

$$\begin{aligned} J(x, u) = & \sum_{k=0}^{\infty} J_k(x, u) = \\ & V(x(0)) - \lim_{k \rightarrow \infty} V(x(t_k)) + \int_0^{\infty} \frac{v(t)^T v(t)}{2\kappa_{\sigma(t)}(x(t), \theta^*)} dt. \end{aligned} \quad (17)$$

又因为闭环切换系统 (1) 和 (12) 在任意切换序列下对扰动 (3) 鲁棒渐近稳定, 所以式 (17) 等于 $J(x, u) = V(x(0)) + \int_0^{\infty} \frac{v(t)^T v(t)}{2\kappa_{\sigma(t)}(x(t), \theta^*)} dt$. 显然, 当 $v_{\sigma(t)}(t) = 0$, 即 $u(t) = u_{\sigma(t)}(x(t), \theta^*)$ 时, 性能函数 $J(x, u)$ 取极小值, 即切换优化控制律 (12) 对性能函数 (16) 具有最优性.

3) 考虑连续函数 ϕ_i ($i = 1, 2, \dots, m$) 满足 $s\phi_i(s) > 0.5s^2, \forall 0 \neq s \in R$, 验证不确定闭环切换系统

$$\dot{x} = A_{\sigma(t)}x + B_{\sigma(t)}\phi(u_{\sigma(t)}(x(t), \theta^*)) + G_{\sigma(t)}w \quad (18)$$

的全局渐近稳定性, 其中 $\phi(s) = \text{diag}\{\phi_1(s), \dots, \phi_m(s)\}$, $w \in W$.

考虑任一采样时段 $[t_k, t_{k+1})$ 的起作用模态 $\sigma(t) = p_k, t \in [t_k, t_{k+1})$, 求解优化问题 (11) 的最优解 θ_k^* . 由 CCLF 性质可知, 当 $\beta_{\sigma(t)}(x(t)) = 0$ 时, $V(x)$ 沿闭环系统 (18) 轨迹的时间导数满足

$$\dot{V}(x(t)) \leq \alpha_{\sigma(t)}(x(t)) < 0; \quad (19)$$

当 $\beta_{\sigma(t)}(x(t)) \neq 0$ 时, 有

$$\begin{aligned} \dot{V}(x(t)) = & x^T(A_{\sigma}^T P + P A_{\sigma})x + x^T P B_{\phi} \phi(u_{\sigma}(x, \theta_k^*)) + x^T P G_{\sigma} w \leq \\ & \alpha_{\sigma(t)}(x(t)) + \beta_{\sigma(t)}(x(t)) \phi(u_{\sigma(t)}(x(t), \theta_k^*)) = \\ & -L_{\sigma(t)}(x(t)) - 0.5\beta_{\sigma(t)}(x(t))u_{\sigma(t)}(x(t), \theta_k^*) + \\ & \beta_{\sigma(t)}(x(t))\phi(u_{\sigma(t)}(x(t), \theta_k^*)). \end{aligned}$$

因为 $\beta_{\sigma(t)}(x(t)) \neq 0 \Rightarrow L_{\sigma(t)}(x(t)) \geq 0$, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(x(t)) \leq & \beta_{\sigma(t)}(x(t))[\phi(u_{\sigma(t)}(x(t), \theta_k^*)) - 0.5u_{\sigma(t)}(x(t), \theta_k^*)] = \\ & -\frac{1}{\kappa_{\sigma(t)}(x(t), \theta_k^*)} \left\{ \sum_{i=1}^m u_{i,\sigma(t)}(x(t), \theta_k^*) \cdot \right. \\ & \left. [\phi_i(u_{i,\sigma(t)}(x(t), \theta_k^*)) - 0.5u_{i,\sigma(t)}(x(t), \theta_k^*)] \right\} < 0. \end{aligned}$$

再结合不等式 (19), 可得点列 $V(x(t_k))$ 是严格单调递减序列. 应用第 1 部分证明结果, 可得闭环切换系统 (18) 是全局渐近稳定的, 即切换优化控制律 (12) 具有鲁棒扇形裕度 $(0.5, \infty)$. \square

3 实例仿真

考虑一 DC-DC 升压功率变换器^[12,25], 其中电感 $L = 1 \text{ H}$, 电容 $C = 200 \mu\text{F}$ 和电阻 $R = 50 \Omega$. 采用不确定切换模型描述该电路的非线性和不确定特性, 有

$$\dot{x}(t) = A_{\sigma(t)}x(t) + B_{\sigma(t)}u(t) + G_{\sigma(t)}w(t). \quad (20)$$

其中: x_1 为电感电流 (A), x_2 为负载电压 (V), u 为变换器电动势 (V), w 为由线性化与外界扰动合成的不确定扰动, 以及 $\Lambda = \{1, 2\}$ 和

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -0.090 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} -0.114 & -0.996 \\ 4.526 & -0.204 \end{bmatrix},$$

$$B_1 = B_2 = [1 \quad 0]^T, \quad G_1 = G_2 = [0 \quad 1]^T.$$

令不确定扰动的上界函数为 $n(x) = x_1^2 + 0.1$. 本例的控制目标是在不确定扰动作用下, 系统的状态能渐近稳定至参考状态 $x_r = [0.2 \quad 10]'$ 和参考输入 $u_r = 6 \text{ V}$.

取采样周期 $\delta = 0.05 \text{ ms}$, 即切换频率为 20 kHz , 切换信号 $\sigma(t)$ 由一组随机序列给定^[12]. 根据文献 [12] 的定理 1 求解该切换系统的 CRCLF, 得 $V(x) = x^T P x$, 其中

$$P = \begin{bmatrix} 0.6424 & 0.1705 \\ 0.1705 & 0.1152 \end{bmatrix}.$$

实验从初始零状态开始,分两组来验证本文结果的有效性,其中第 1 组验证了切换优化控制律(12)对不确定扰动 w 的渐近稳定性;第 2 组验证了该切换控制律对控制器增益摄动的鲁棒扇形裕度 $(0.5, \infty)$.

实验 1 考虑不确定扰动 $w(t) = n(x(t)) \sin t$, 变换器约束 $X = [-1, 2] \times [-5, 15]$, $U = [-5, 12]$, $t_N = 10\delta$, $L(x, u) = (x - x_r)^T Q(x - x_r) + R(u - u_r)^2$, 其中 $Q = \text{diag}\{1, 1\}$ 和 $R = 10$. 根据离线试差法分析,选取 θ_1 取值区间为 $[0.1, 2.0]$, 同时固定 $\theta_2 = 1$, 即 $D = [0.1, 2.0] \times [1.0, 1.0]$. 运行切换控制律滚动优化设计算法,仿真结果如图 1 和图 2 所示,其中实线对应切换优化控制律,虚线对应 $\theta = (2.0, 10.0)$ 的切换鲁棒控制律.

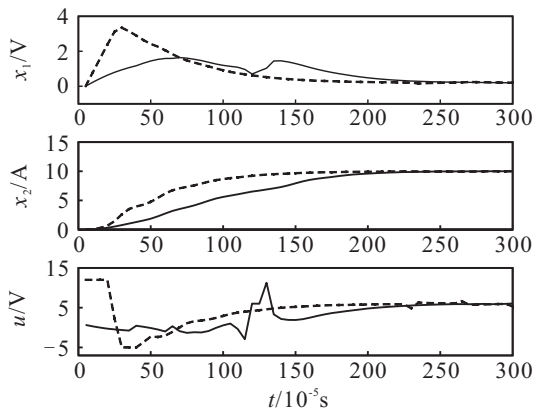


图 1 变换器状态轨迹和控制输入曲线 1

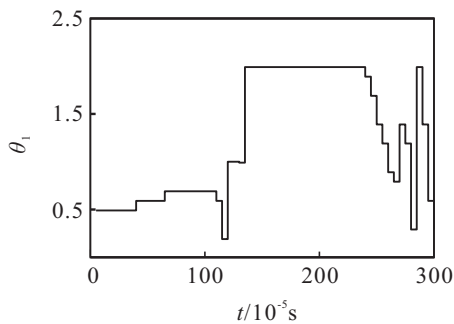


图 2 控制器参数 θ_1 的在线优化结果 1

由图 1 可知,当固定 $\theta = (2.0, 10.0)$ 时控制律将产生较大幅度的状态量和控制输入量,违反了变换器约束.对此,采用直接截断法处理控制约束,即控制量一旦超过控制约束极限,便取值为该极限值.尽管截断法可以直接使控制量满足控制约束,但闭环系统的状态量仍然可能违反系统的状态约束,如图 1 上子图虚线所示的状态变量 x_1 的响应曲线.相反,运行切换优化控制律(12),结果表明:在任意切换序列和容许扰动作用下,不仅可以使变换器的状态渐近稳定至参考状态 $x_r = [0.2 \ 10]^T$,而且所得控制量和闭环状态量都满足系统约束.产生该结果的原因是控制器在运

行过程中,根据当前及未来一段时间的状态和控制量信息,对控制器参数 θ 进行“自适应”调整,参数 θ_1 的在线优化计算结果如图 2 所示.

实验 2 为验证切换优化控制律对控制器增益摄动的鲁棒稳定性,考虑增益摄动

$$d(t) = 0.5 + \xi |\cos t|, \xi > 0. \quad (21)$$

实际控制律为 $u(t) = d(t)\pi(x(t))$. 仍在实验 1 的仿真环境下,实验结果如图 3 和图 4 所示.其中:图 3 为变换器状态轨迹和控制输入曲线;图 4 为对应的控制器参数 θ_1 的优化结果.可以看出,尽管实际控制器存在控制增益摄动(21)和容许扰动 w 的作用,但变换器仍然以较快的速率渐近稳定至参考状态 $x_r = [0.2 \ 10]^T$.

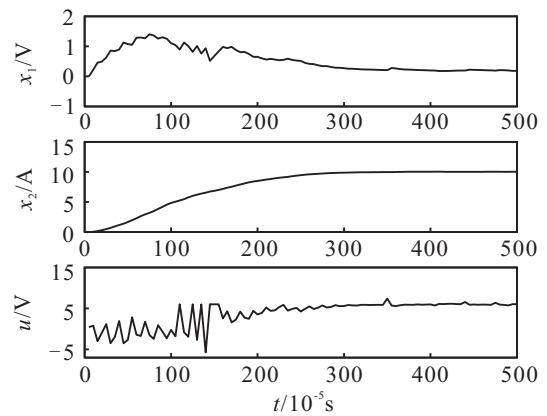


图 3 变换器状态轨迹和控制输入曲线 2

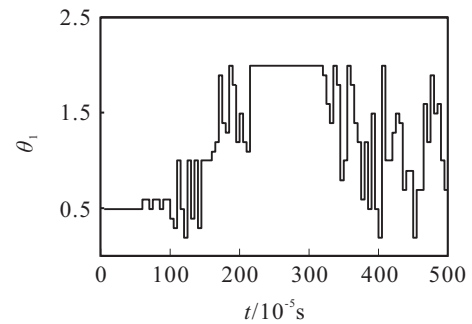


图 4 控制器参数 θ_1 的在线优化结果 2

4 结 论

本文考虑一类不受控离散事件驱动不确定线性切换系统的鲁棒优化约束控制问题,提出了具有任意切换特性的约束优化控制算法.在理论上证明了闭环切换系统对状态限界的不确定扰动具有渐近稳定性、逆最优性和鲁棒扇形裕度 $(0.5, \infty)$. 仿真结果验证了理论结果的正确性和实用性.

参考文献(References)

- [1] Liberzon D. Switching in systems and control[M]. Boston: Birkhauser, 2003.
- [2] Sun Z, Ge S. Switched linear systems: Control and design[M]. London: Springer-Verlag, 2005.

- [3] Lin H, Antsaklis P J. Stability and stabilizability of switched linear systems: A survey of recent results[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2009, 54(2): 308-322.
- [4] 程代展, 郭宇骞. 切换系统进展[J]. 控制理论与应用, 2005, 22(7): 954-960.
(Chen D Z, Guo Y Q. Advances on switched systems[J]. Control Theory & Applications, 2005, 22(7): 954-960.)
- [5] Zhao J, Hill D J. On stability, L_2 -gain and H_∞ control for switched systems[J]. Automatica, 2008, 44(6): 1220-1232.
- [6] 聂宏, 赵军. 一类不确定切换组合系统的分散 H_∞ 鲁棒镇定[J]. 自动化学报, 2004, 30(4): 635-640.
(Nie H, Zhao J. Decentralized H_∞ robust stabilization for a class of uncertain switched composite systems[J]. Acta Automatica Sinica, 2004, 30(4): 635-640.)
- [7] Feng G, Chen C L, Sun D, et al. H_∞ controller synthesis of fuzzy dynamic systems based on piecewise Lyapunov functions and bilinear matrix inequalities[J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 2005, 13(1): 94-103.
- [8] 汪锐, 赵军. 一类不确定线性系统的混杂状态反馈可靠 H_∞ 控制[J]. 系统工程理论与实践, 2007, 26(13): 110-114.
(Wang R, Zhao J. Hybrid state-feedback reliable H_∞ control for a class of uncertain linear systems[J]. System Engineering—Theory & Practice, 2007, 26(13): 110-114.)
- [9] 付主木, 费树岷, 龙飞, 等. 不确定切换系统的动态输出反馈鲁棒 H_∞ 控制[J]. 东南大学学报: 自然科学版, 2007, 37(1): 153-158.
(Fu Z M, Fei S M, Long F, et al. Robust H_∞ dynamic output feedback stabilization for a class of uncertain switched systems[J]. J of Southeast University: Natural Science Edition, 2007, 37(1): 153-158.)
- [10] 孙希明, 齐丽, 赵军. 一类不确定线性系统的混杂状态反馈保成本控制[J]. 控制与决策, 2005, 20(4): 421-425.
(Sun X M, Qi L, Zhao J. Hybrid state-feedback guaranteed cost control for a class of uncertain linear systems[J]. Control and Decision, 2005, 20(4): 421-425.)
- [11] Zhang L X, Shi P, Boukas E K, et al. H_∞ model reduction for switched linear discrete-time systems with polytopic uncertainties[J]. Automatica, 2008, 44(12): 2944-2949.
- [12] 宋秀兰, 俞立. 任意切换线性系统的鲁棒镇定及其 DC-DC 变换器切换控制[J]. 系统科学与数学, 2014, 34(13): 1475-1785.
(Song X L, Yu L. Robust stabilization of arbitrary switched linear systems and its application to switching control of DC-DC converter[J]. J of System Science and Mathematical Science, 2014, 34(13): 1475-1785.)
- [13] 陈虹, 宫洵, 胡云峰, 等. 汽车控制的研究现状与展望[J]. 自动化学报, 2013, 39(4): 322-346.
(Chen H, Gong X, Hu Y F, et al. Automotive control: The state of the art and perspective[J]. Acta Automatica Sinica, 2013, 39(4): 322-346.)
- [14] Tan K T, So P L, Chu Y C, et al. Coordinated control and energy management of distributed generation inverters in a microgrid[J]. IEEE Trans on Power Delivery, 2013, 28(2): 704-713.
- [15] 丁明, 林根德, 陈自年, 等. 一种适用于混合储能系统的控制策略[J]. 中国电机工程学报, 2012, 32(8): 1-6.
(Ding M, Lin G D, Chen Z N, et al. A control strategy for hybrid energy storage system[J]. Proc of the CSEE, 2012, 32(8): 1-6.)
- [16] Zhang X, Zhang H, Zhang Q. Guaranteed cost control for uncertain discrete switched singular systems[C]. Proc of the 7th Asian Control Conference. Hong Kong, 2009: 192-196.
- [17] 杨坤, 沈艳霞, 纪志成. 一类不确定离散切换广义系统的一致有限时间稳定准则[J]. 系统工程与电子技术, 2013, 35(2): 373-376.
(Yang K, Shen Y X, Ji Z C. Uniform finite-time stability for a class of uncertain discrete-time switched singular systems[J]. Systems Engineering and Electronics, 2013, 35(2): 373-376.)
- [18] Goodwin G C, Seron M M, De Dona J A. Constrained control and estimation: An optimisation approach[M]. London: Springer, 2006.
- [19] Lu L, Lin Z. A switching anti-windup design using multiple Lyapunov functions[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2010, 55(1): 142-148.
- [20] Zhang X, Wang G, Zhao J. Robust state feedback stabilization of uncertain discrete-time switched linear systems subject to actuator saturation[Z]. Dynamic in Nature and Society, 2015: 1-8.
- [21] Sepulchre R, Jankovic M, Kokotovic P V. Constructive nonlinear control[M]. London: Springer, 1997.
- [22] Freeman R A, Kokotovic P V. Robust nonlinear control design: State-space and Lyapunov techniques[M]. Boston: Birkhauser, 1996.
- [23] Lee Y I, Kouvaritakis B. Receding horizon control of switching systems[J]. Automatica, 2009, 45(11): 2307-2311.
- [24] 何德峰, 丁宝苍, 于树友. 非线性系统模型预测控制若干基本特点与主题回顾[J]. 控制理论与应用, 2013, 30(3): 273-287.
(He D F, Ding B C, Yu S Y. Review of fundamental properties and topics of model predictive control of nonlinear system[J]. Control Theory & Applications, 2013, 30(3): 273-287.)
- [25] Pawan G, Amit P. Hybrid mode-switched control of DC-DC boost converter circuits[J]. IEEE Trans on Circuits and Systems-II: Express Briefs, 2005, 52(12): 734-738.