第 31 卷 第 3 期 控 制 与 决 策 2016 年 3 月
Vol. 31 No. 3 Control and Decision Mar. 2016

文章编号: 1001-0920 (2016) 03-0385-09 DOI: 10.13195/j.kzyjc.2015.0803

随机多智能体系统一致稳定性分析

明平松[1,2], 刘建昌[1]

(1. 东北大学 信息科学与工程学院，沈阳 110004；2. 沈阳建筑大学 机械工程学院，沈阳 110168)

摘 要: 随机多智能体系统一致稳定性分析大致可区分为: 带随机噪声的多智能体系统的一致稳定性分析, 切换拓扑下随机多智能体系统一致稳定性分析, 随机时滞多智能体系统一致稳定性分析, 随机多智能体系统分布式优化控制一致稳定性分析. 对此, 从以上 4 个方面对随机多智能体系统稳定性问题的研究进展及其存在的问题进行阐述, 并对随机多智能体系统一致稳定性的进一步研究方向进行了展望.

关键词: 多智能体系统；随机控制；一致稳定性；噪声；切换拓扑；时滞；分布式优化

中图分类号: TP273 **文献标志码:** A

Consensus stability analysis of stochastic multi-agent systems

MING Ping-song[1,2], *LIU Jian-chang*[1]

(1. College of Information Science and Engineering，Northeastern University，Shenyang 110004，China；2. College of Mechanical Engineering，Shenyang Jianzhu University，Shenyang 110168，China．Correspondent：MING Ping-song，E-mail：mps1973@126.com)

Abstract: The consensus stability problem of the stochastic multi-agent systems is summarized, which is classified into four classes: the consensus stability problem of stochastic multi-agent systems with noises, the consensus stability problem of stochastic multi-agent systems with switching topologies, the consensus stability problem of stochastic delay multi-agent systems and the consensus stability problem of stochastic multi-agent systems with distributed optimization. Therefore, the study process for the stability of stochastic multi-agent systems is clarified, in which the existing problems are stated. Finally, conclusions are addressed and some future problems are given.

Keywords: multi-agent systems；stochastic control；consensus stability；noises；switching topologies；delay；distributed optimization

0 引 言

在自然界中, 单只蜜蜂是一个独立生物体, 因其能力和智力有限, 若脱离群体将很难生存. 然而, 职能各不相同的蜜蜂通过植物间的信息传递组成部落后, 却能够利用其种群内部的分工合作, 具有足够能力来完成筑巢、觅食、繁衍、御敌、分群、清洁蜂巢等复杂行为. 像这样每个相对简单的个体均具有一定的自主能力, 且仅具有有限的局部传感、通信及执行能力, 在没有任何集中控制的情况下, 却能够通过个体之间的协调合作完成更复杂任务的智能群体所组成的系统称为多智能体系统. 该系统具有自治性、反应性、社会性以及协作性等特点.

把随机初始条件、随机系数 (如随机切换拓扑和随机时滞)、随机作用项 (如随机噪声) 等随机因素引入多智能体系统便形成了随机多智能体系统. 随机多智能体系统一致稳定性分析是运用随机稳定性理论分析随机智能体系统的状态随时间的变化最终趋于相同的规律, 是随机多智能体系统研究的基础. 其中 “一致” 是指随着时间的演化, 所有随机智能体的状态最终趋于相同的一致稳定性问题, 许多文献称之为 “一致性”, 而事实上要分析一致稳定性控制律作用下随机多智能体系统的一致稳定性, 实际上就是分析一致稳定性控制律作用下闭环随机多智能体系统的收敛性, 往往通过适当的转化, 又等价于分析以闭环随机多智能体系统状态误差为变量的随机微分方程的稳定性, 即随机多智能体系统一致稳定性分析. 在这个问题上, 一致性、收敛性和稳定性是等价的, 因此称之为 “一致稳定性”. 它是随机多智能体之间合作协

收稿日期: 2015-06-25；**修回日期:** 2015-09-05.

基金项目: 国家自然科学基金项目(50974145, 61374137).

作者简介: 明平松(1973−), 男, 博士生, 从事随机多智能体稳定性的研究；刘建昌(1960−), 男, 教授, 博士生导师, 从事复杂工业过程控制、智能优化、故障诊断等研究.

调的基础, 是随机多智能体系统协调控制研究中的基本问题, 并且在整个随机多智能体系统的研究中长期占有重要地位.

随机多智能体系统一致稳定性分析是随机多智能体系统的一个基本且重要的理论基础, 然而随机智能体系统的一致稳定性分析在国内外的文献中很少涉及. 随机系统的一致稳定性分析是系统设计与控制最基本的要求, 外界的随机扰动 (如随机噪声等) 以及系统参数 (如随机切换拓扑和随机时滞等) 的不确定性都可能导致系统不稳定, 所以对随机扰动的随机多智能体系统的一致稳定性分析和参数不确定的随机多智能体系统的一致稳定性分析尤其重要.

从应用角度看, 随机多智能体系统具有广泛的应用前景, 应用环境从陆地到水下以至航空航天, 尤其是应用于各种不适合人类活动的恶劣环境. 在控制界, 对于随机智能体间协同搜寻、营救、导航和多机器人规划、水下航行器控制以及空间航行器的控制方面应用, 随机多智能体系统控制技术发挥了很大的功效. 其中一个有效的一致稳定性控制方法能使整个随机多智能体系统获得很好的控制效果, 能更有效地实现预期目标; 尤其随着控制要求的提高, 需要考虑实际控制系统的环境随机因素、通信时滞问题和物理实现限制等, 因此, 随机多智能体控制系统一致稳定性分析已成为实际运用的迫切需要.

目前, 人们探讨较多的仍然是确定性多智能体系统所普遍存在的问题, 而针对随机多智能体系统所特有的现象讨论不多, 因此, 深入认识和研究随机多智能体系统的内在机理和运动性态, 掌握其内在规律, 并在此基础上加以控制, 使其朝着有利的方向发展, 无疑是一项具有重要科学意义和实际指导价值的研究. 本文将从 4 个方面对随机多智能体系统稳定性问题的研究进展及其存在的问题加以阐述. 最后给出了随机多智能体系统稳定性问题未来发展的研究方向.

1 带随机噪声的多智能体系统的一致稳定性分析

近年来, 随机多智能体系统分布一致稳定性控制问题由于其广泛的民用和军用价值而备受关注, 其应用领域涉及交通控制[1]、传感器网络控制[2]、移动机器人[3]、社会网络[4]等. 这里所说的随机多智能体动态网络系统的一致稳定性问题 (consensus stability) 是指随着时间的演化, 一个随机多个体系统中所有的个体的最终状态趋于一致稳定的特性. 一致稳定性协议 (算法) 是多个体之间相互作用的规则, 它描述了每个个体与其相邻的个体间的信息交换过程.

Huang 等[5]首先进行了一阶离散随机多智能体系统一致稳定性分析, 继而, 又推广到时变拓扑下[6]. Li 等[7-8]在此基础上, 研究了连续和离散的一阶随机多智能体系统均分平均一致稳定性问题, 并且给出了保证一致稳定性的充分必要条件. Cheng 等[9]探索了固定拓扑下二阶连续随机多智能体系统一致稳定性的充分必要条件. 从一阶二阶随机多智能体系统拓展到高阶, Miao 等[10]得到了高阶随机多智能体一致稳定性的条件是领导者可全局到达每一个节点. 随后, 针对非线性随机多智能体系统的研究也得到了突破. Wen 等[11]完成了非线性随机多智能体系统一致稳定性的证明, 得到了邻居智能体耦合强度大于执行器失效率的阈值时能保证非线性随机多智能体系统一致稳定性的结果. 该结果比包含一个有向生成树的条件更具一般性.

为了分析随机多智能体系统的一致稳定性, 随机多智能体系统的一致稳定性问题经常通过一些变换转化为随机多智能体系统的稳定性问题, 然后运用较为成熟的稳定性系统理论来加以证明. 即若要随机多智能体系统达到一致稳定性, 则描述随机多智能体系统的随机微分方程的状态解应收敛, 此问题等价于随机微分方程的稳定性问题, 故而称之为随机一致稳定性. Olfati-Saber 等[11]通过代数图论把一阶多智能体系统的一致稳定性问题等价为混杂系统的稳定性问题, 并且通过随机矩阵的特性和李雅普诺夫第 2 方法分析了一阶多智能体系统的一致稳定性. Li 等[8]在此基础上, 把一阶多智能体系统一致稳定性拓展到了一阶随机多智能体系统一致稳定性, 通过鞅收敛定理和代数图论并结合李雅普诺夫泛函, 把随机多智能体系统的无偏均方平均一致稳定性问题转化为矩阵积的收敛问题, 进而转化为一致稳定性控制器增益的标量收敛问题, 从而完成了一阶随机多智能体系统一致稳定性分析. Cheng 等[9]通过确定二阶随机多智能体闭环系统的状态转移矩阵, 运用随机逼近的方法, 把二阶随机多智能体系统的渐近无偏均方平均一致稳定性问题转化为随机微分方程的收敛问题来处理, 从而完成了二阶随机多智能体系统一致稳定性分析. Miao 等[10]对高阶随机多智能体系统一致稳定性分析进行了拓展性探索, 首先通过系统状态转变, 把状态随机微分方程转化为以状态差为变量的随机微分方程; 然后利用李雅普诺夫定理和劳斯-赫维茨稳定性判据证明系统状态差是稳定的, 从而证明了高阶随机多智能体系统是一致稳定的, 这便是高阶随机多智能体系统一致稳定性分析. 对于控制科学的研究, 就控制模型而言, 一直是沿着线性一阶、二阶到高阶, 从线性到非线性的研究路线不断探索发展, 当然对非线性随机多智能体系统一致稳定性的研究也是如此. Natalia 等[12]使用定常步长的随机逼近算法代替

逐渐下降至零步长的随机逼近算法, 结合平均模型方法进行了非线性随机多智能体系统一致稳定分析.

2　切换拓扑下随机多智能体系统一致稳定性分析

随机多智能体系统分布一致稳定性控制通常是在时变的网络拓扑连接中进行的. 一般把随机时变的网络拓扑结构分为3种, 分别为: 任意切换拓扑 (arbitrary switching topologies)[13]、随机切换拓扑 (random switching topologies)[14]和马尔科夫切换拓扑 (Markovian switching topologies)[15]. 其中马尔科夫切换拓扑包含任意切换拓扑和随机切换拓扑的一切特性, 因而更具一般性.

在独立同分布随机拓扑中, 系统网络拓扑图在某一给定时间上来自于某一随机拓扑图过程, 它与其他时间上的随机拓扑图过程彼此独立. Tahbaz-Salehi 等[16]讨论了独立同分布随机拓扑下的一阶离散线性多智能体系统的几乎必然一致稳定性问题, 得到了多智能体系统的几乎必然一致稳定性的充分必要条件, 即系统权重矩阵的第2特征值在单位圆内的结论. 此结果是 Hatano 等[17]以及Wu[18]研究情形的拓展.

进一步, 独立同分布随机拓扑的成果被 Tahbaz-Salehi 等[19]拓展为由一个平稳遍历随机过程产生的严平稳遍历随机拓扑图的情况, 并且分析了多智能体系统的几乎必然一致稳定性的充分必要条件是该拓扑图包含一个有向生成树. 这就拓宽了必须独立同分布的假设条件, 并且该平稳遍历随机过程把以上的独立同分布随机切换过程[16-18]作为特例.

最具突破性的研究是 Matei 等[20]针对马尔科夫切换拓扑下有向信息流离散和连续一阶多智能体系统平均一致稳定性的探索. Matei 等运用马尔科夫跳理论得出了多智能体系统均方或几乎必定平均一致稳定性的充分必要条件是马尔科夫切换拓扑下的并图为强连通图. Zhang 等[21]在此基础上, 把问题推广到同时带测量噪声和通信噪声的马尔科夫切换拓扑下随机多智能体系统, 得到了随机一阶多智能体系统平均一致稳定性的充分条件为并图包含一个有向生成树. 随后, Zhang 等[22]、Zhao 等[23]和 Miao 等[24]研究了马尔科夫切换拓扑下离散二阶多智能体系统平均一致稳定性, 他们首先通过系统转换把离散二阶多智能体系统一致稳定性问题转化为稳定性问题, 然后得出离散二阶多智能体系统平均一致稳定性的条件, 这些条件大致为并图是全连通或并图含有一个有向生成树.

针对高阶多智能体系统一致稳定性的分析是当前研究的热点和难点. You 等[25]研究了马尔科夫切换拓扑下高阶连续和离散多智能体系统一致稳定性问题, 同样通过系统转换先把多智能体系统一致稳定性问题转化为稳定性问题, 然后运用李雅普诺夫函数方法, 得到多智能体系统一致稳定性的充分必要条件是, 由马尔科夫过程的正常返状态切换的拓扑并图是平衡图和马尔科夫过程的转移率矩阵 (连续) 或转移概率矩阵 (离散) 是遍历的. Vengertsev 等[26]对此进行了同样的探索, 运用 Tanelli 等[27]和 Colaneri 等[28]关于马尔科夫跳的稳定镇定理论来证明, 得到的条件也相近. Cheng 等[29]分析了固定网络拓扑下带随机噪声干扰的高阶随机多智能体系统一致稳定性问题, 得到了固定网络拓扑图如果包含一个生成树则高阶随机多智能体系统就能达到一致稳定性的结论. 但马尔科夫切换拓扑下带随机噪声干扰的高阶随机多智能体系统一致稳定性分析至今没有结果, 需要进一步深入研究.

以上对随机多智能体系统一致稳定性问题的分析都没有考虑单个智能体开环不稳定的情形. 事实上, 开环不稳定极点在一定程度上, 会使随机多智能体系统通过局部通讯驱使原本已经移向共同目标的智能体发生指数般彼此背离的现象, 引起整个随机多智能体系统的不稳定.

虽然 You 等[25]讨论过智能体开环不稳定的多智能体系统的一致稳定性问题, 但这是在假定不存在通信噪声时较理想的通信网络下进行的, 这样每个智能体都能够准确地接收到各种信息. 然而在实际中, 通信信道总是受到随机噪声等不确定性的干扰, 且这种不确定性往往存在于各式各样的网络之中. Cheng 等[30]虽然也讨论过带随机噪声干扰的高阶随机多智能体系统一致稳定性问题, 但只是在固定的网络拓扑下研究的, 同时也没有考虑各个智能体不稳定开环极点的问题.

就目前所知, 还没有相关文献研究在马尔科夫切换拓扑下带随机噪声干扰的高阶随机多智能体系统一致性稳定性的问题. 因此, 研究该问题[31]是开创性的、也是具有理论和实际意义的.

3　随机时滞多智能体系统一致稳定性分析

时滞是实际工程和系统中极为普遍的一种现象. 由于时滞的存在, 使得系统不能及时地反映所受到的扰动, 从而会产生较大的超调, 使得调节时间延长, 系统的稳定性变差, 甚至会引起系统不稳定, 更有甚者会摧毁整个系统, 可见时滞问题对系统的设计和控制增加了很大的困难. 因此, 随机时滞系统的一致稳定性分析已成为一大难题.

从系统模型角度来看, 随机时滞多智能体系统一致稳定性分析的研究路线依旧沿着线性一阶、二阶、高阶到一般通用型, 由线性到非线性的研究思路

进行. Olfati-Saber 等[32]考虑了一阶多智能体系统固定拓扑无向网络下的时滞问题, 把一阶时滞多智能体系统的一致稳定性问题简化为线性多输入多输出系统的稳定性问题, 并给出了达到平均一致稳定性的充分必要条件. 随后, Cui 等[33]研究了二阶随机时滞多智能体系统一致稳定性的充分条件. Dong 等[34]则扩展到高阶线性时变随机多智能体系统时变时滞一致稳定性问题, 给出了实用一致稳定性的充要条件. 更进一步, Wang 等[35]探讨了更为一般的随机非线性混合时滞多智能体系统的一致稳定性, 该系统考虑的混合时滞包含离散时滞和分布时滞, 并且证明了该闭环系统是均方一致稳定性指数渐近稳定的. 从另一个角度, Chen 等[36]从数据采集方式下分析随机时滞多智能体系统均方一致收敛特性, 并给出了均方一致稳定性的充分必要条件是并图包含一个有向生成树.

对于随机时滞多智能体系统一致稳定性分析, 从时滞描述角度[37]来看, 又分为离散时滞、分布时滞、中立时滞和随机时滞[38-39]等. 其中: 离散时滞又分为定常时滞和时变时滞, 而定常时滞可分为定常单时滞[32]和定常多时滞[29], 同样时变时滞也可分为时变单时滞和时变多时滞[40]; 分布时滞可分为有限分布时滞[41]和无限分布时滞. 另外, 时滞还可以区分为通信时滞[42]、测量时滞[43]、输入时滞[44]、输出时滞[45]、已知时滞和未知时滞[46]等.

对于时滞多智能体系统一致稳定性分析, 从一致稳定性分析方法角度来看, 主要有频域方法和时域方法两大类[47-50]. 通过分析带时滞权重的拉普拉斯矩阵的特征值特性, Sakurama 等[51]研究了非对称多时滞的一阶多智能体系统一致稳定性问题. 对于一阶随机对称和不对称时变时滞多智能体系统均方一致稳定性问题, Sun 等[52]进行了研究. 运用李雅普诺夫第 1 方法以及霍普夫分支理论, Xie 等[53]分析了带耦合时滞的二阶多智能体系统一致稳定性问题. 基于线性优化理论及其矩阵特征值稳定性理论, 对于事件触发策略带领导者-跟随者输入常时滞的多智能体系统一致稳定性问题, Zhu 等[54]得出了输入时滞高阶多智能体系统一致稳定性的条件是, 每个智能体的矩阵二元组 (A, B) 可镇定并且通信网络拓扑图包含一个有向生成树. 通过李雅普诺夫理论和同步流形的方法, Hu 等[41]获得了带离散时滞和分布时滞的非线性多智能体系统一致稳定性的充分条件. 运用 Lyapunov-Krasovskii 泛函 + 线性矩阵不等式的方法, Tang 等[55]探索了非线性不可知时滞随机多智能体系统的领导者-跟随者一致稳定性问题. 基于李雅普诺夫稳定性理论及其频域输入输出理论, Ma 等[56]进行了自身时滞和通信时滞非线性多时滞多智能体系统权平均一致稳定性分析.

从以上分析可以看出, 对于多智能体系统一致稳定性的分析在很大程度上依赖于二次李雅普诺夫函数或泛函, 但是由于现实中各智能体连接的通信网络拓扑是随机切换的有向图, Lyapunov 泛函或 Razumikhin 函数可能很难确定. 寻求 Lyapunov 泛函或 Razumikhin 函数实际上是一项极具挑战甚至有时是不可能的工作, 就像 Olshevsky 等[57]所描述的权矩阵根本不存在二次李雅普诺夫函数特例那样, 依赖于二次李雅普诺夫函数或泛函的方法来分析此类多智能体系统一致稳定性问题将完全失效.

为了解决现存方法固有的局限性问题, 可以运用一种随机逼近的新方法来分析随机多智能体系统一致稳定性. 随机逼近 (stochastic approximation) 思想来源于 Robbins 等[58]提出的随机逼近算法, 这是一个著名的、在有测量噪声的情况下寻找回归方程根的回归算法. 随机逼近算法可以理解为, 利用观测估计未知函数的极值或者未知方程解, 来自于适应求解问题的技术[59]. 但是, 利用随机逼近方法来进行多智能体系统一致稳定性分析的文献非常少, 并且现有的研究主要集中在一阶智能体系统一致稳定性分析上. 例如 Xu 等[60]运用随机逼近算法分析了固定拓扑下一阶随机有限时滞多智能体系统均方一致稳定性问题, 达到一致稳定性的充分条件是有向图包含一个有向生成树. 运用随机逼近算法, Yin 等[61]分析了随机切换拓扑基础上一阶定常时滞随机多智能体系统随机渐近一致稳定性问题, 其中随机切换拓扑是以一个有限状态的马尔科夫链来描述的. Huang 等[43]运用同步和异步的随机逼近方法分析了一阶随机多时滞带噪声变拓扑多智能体系统渐近一致稳定性问题, 并且指出达到一致稳定性的充分条件是有向图包含一个有向生成树. 但是, 以上文献只运用随机逼近方法分析一阶随机智能体系统一致稳定性问题, 并没有考虑不稳定智能体个体对多智能体系统的影响. 而事实上, 高阶系统与现有的一阶系统相比, 对一致稳定性分析的探索更具挑战性, 更为困难; 另外, 开环不稳定极点在一定程度上会使随机多智能体系统通过局部通讯, 驱使原本已经移向共同目标的智能体发生指数般彼此背离现象. 因此, 运用不同于 Lyapunov 泛函或 Razumikhin 函数的方法, 在马尔科夫切换拓扑下, 对带随机多噪声干扰时变输入时滞的一般高阶随机多智能体系统进行一致稳定性分析, 具有很强的理论意义和现实意义.

4 随机多智能体系统分布式优化控制一致稳定性分析

随机多智能体系统一旦给出了动态过程的性能

要求或定义了随机多智能体系统的某种性能指标, 例如随机多智能体系统的代价函数 (又称性能指标、费用函数或目标函数) 是全部单个智能体代价函数的和函数, 即

$$\min\ f(x)=\sum_{i=1}^{n}f_i(x), \tag{1}$$

则整个随机多智能体系统优化的目的就是通过个体间的相互协作来最小化 $f(x)$. 式 (1) 中: $f_i(x)$ 为个体 i 的代价函数, 如最小通信成本[62]、最小能量消耗[63]等; $f(x)$ 为整个随机多智能体系统网络的代价函数.

以上讨论的各种随机多智能体系统一致稳定性分析可以转化为随机多智能体系统分布式优化控制的一致稳定性分析.

随机系统最优控制理论, 起源于原苏联数学家 Kolmogorov[64]与美国数学家 Wiener[65]的滤波和预测理论, 该理论是随机最优控制的理论基础. 另外, Kalman[66]和 Busy[67]得到了求解滤波问题和预测问题的递推算法[68], 该递推算法是随机系统最优控制的另一个重要理论基础[69]. 随后, Wonham[70]提出了分离定理. 进入 20 世纪 90 年代, Mohceeba 根据火控系统的特点, 提出了随机系统最优预测控制理论[71].

分布式优化是合作协调多个随机多智能体有效地解决分布问题的技术, 可用来处理许多集中式优化算法难以胜任的大规模复杂的优化问题[72]. 分布式优化简单地可分为分布式凸优化、分布式非凸优化和分布式博弈[73], 而分布式凸优化又可分为分布式无约束凸优化和分布式带约束凸优化[74]. 对于分布式无约束凸优化问题的研究方法有基于梯度的方法[75-76]、基于次梯度 (subgradient) 的方法、非次梯度方法和随机优化方法[77]等. Nedic 等[78]分析了不带约束的多智能体系统次梯度凸优化的收敛性即一致稳定性及其收敛率问题, 继而, 又分析了带约束的多智能体系统优化一致的收敛性即一致稳定性[79], 这些结果已被进一步扩展到随机多智能体系统次梯度凸优化[80]问题均方一致稳定性分析中. 另外, Lobel 等[81]分析了时变拓扑下随机多智能体系统次梯度凸优化的几乎必然一致稳定性问题; Duchi 等[82]则基于对偶次梯度平均凸优化算法进行了随机多智能体系统一致稳定性分析.

非凸优化系统的能量函数有多个极值, 即系统有多个稳定的平衡态, 这给系统的最优化控制带来难度. John 等[83]已进行了基于智能体的非凸优化工程上的一些尝试. Zhu 等[84]在多智能体系统次梯度凸优化分析基础上, 运用对偶次梯度优化算法探索了多智能体系统非凸优化一致稳定性问题[85]. Bianchi 等[86]讨论了非凸优化算法在随机多智能体系统上一致稳定性问题, 并且给出了其收敛点集.

在实际优化问题中, 有时随机多智能体系统的优化目标存在多方对抗或合作的因素, 而分布式博弈优化算法正好能够解决这些问题. 博弈优化从宏观上看, 可分为合作博弈、非合作博弈和演化博弈 3 种, 其中非合作博弈又分为完全信息静态或动态博弈以及不完全信息静态或动态博弈. 完全信息静态不合作博弈又可分为Nash 均衡、零和博弈及非零和博弈. Gharesifard 等[87]提出了一种基于两个子网络的对抗和严格凹凸全局存在李普希茨梯度的动力系统中寻求零和 Nash 均衡点的算法, 其结果是在固定权重平衡图中得出的. 在此基础上, Lou 等[88]在切换拓扑下研究了零和 Nash 均衡优化算法, 并对权重非平衡图的情况进行了探讨.

对于随机多智能体系统的优化控制, 有分布式预测控制[89]、平均场控制[90]和线性高斯二次型控制[91]等. Li 等[92]对高斯白噪声干扰下的连续时间随机多智能体系统线性二次动态博弈优化问题进行了研究, 并讨论了噪声干扰比高斯白噪声所描述的噪声范围更广的二阶矩有界的鞅差列[93]的情况, 研究具有耦合线性二次型随机性能指标的离散时间大种群随机多智能体系统的分散博弈问题, 并利用概率极限理论分析了闭环系统的一致稳定性和最优性. 更进一步, Wang 等[94]把线性随机多智能体系统一致稳定性分析扩展到非线性随机多智能体系统的分散博弈优化一致稳定性分析中.

对于随机多智能体系统的分布式优化一致稳定性分析, 往往是在固定网络拓扑或是假定多智能体之间的通信网络为无干扰的理想状态的拓扑结构下进行的, 然而, 通信信道总是受到拓扑变化、随机噪声等不确定性的干扰. 拓扑变化、随机噪声等不确定性的干扰还会影响分布式优化控制作用的随机多智能体系统的优化解, 甚至会影响整个随机多智能体系统的稳定性. 因此, 进行马尔科夫切换拓扑下随机多智能体系统分布式优化控制一致稳定性分析具有重要的理论和现实意义.

5 结　论

此领域仍存在许多具有挑战意义的问题, 其中包括以下几个方面.

1) 基于数据挖掘的非对象模型的随机多智能体系统各种稳定性判据极少有人涉足, 而实际系统迫切需要. 对于非合作的数量巨大的智能体构成的随机多智能体系统一致稳定性控制和优化控制的一致稳定性分析在未来将有很强的生命力.

2) 在随机多智能体系统稳定性分析问题中, 动态

过程的良好性能越来越受到关注, 尤其是收敛速度, 它对于实际系统而言十分重要. 目前, 针对提高收敛速度开展的一致稳定性分析, 主要集中于一阶系统, 而针对二阶、高阶甚至非线性多智能体系统的成果却很少. 因此, 如何将一阶系统一致稳定性收敛速度的研究成果推广到更一般的系统还有待深入研究.

3) 对于随机非线性多智能体系统稳定性分析是一个具有挑战性的课题, 无论是随机非线性多智能体系统一致稳定性控制, 还是随机非线性多智能体系统优化控制, 现有文献极少, 但随机非线性多智能体系统更加切合实际意义上的多智能体系统, 故而该方向极具生命力和前瞻性.

4) 目前, 随机多智能体系统一致稳定性分析主要侧重于理论研究, 在编队控制、蜂拥控制以及分布式决策与估计等方面的应用, 更多的是通过简化实际模型得到的模式化成果, 而真正与实际工程紧密结合的研究成果较少. 如何将随机多智能体系统一致稳定性问题的理论研究应用于工程实践, 综合考虑实际系统本身的复杂特点, 权衡成本、时间、耗能等许多更实际的问题, 已成为一个重要的研究方向.

总之, 随机多智能体系统一致稳定性分析已有了很大发展, 但仍存在很多有价值的理论和实际问题需要进一步深入探讨、研究和解决. 可以相信, 随着随机多智能体系统分析的不断深入, 随机多智能体系统的分布式优化控制、分布式一致稳定性分析等都必将得到进一步完善和发展.

参考文献(References)

[1] Kim B Y, Ahn H S. Distributed coordination and control for a freeway traffic network using consensus algorithms Q2[J]. IEEE System J, 2014, 99(1): 1-7.

[2] Kar S, Moura J. Distributed consensus algorithms in sensor networks with imperfect communication: Link failures and channel noise[J]. IEEE Trans on Signal Process, 2009, 57(1): 355-369.

[3] Aragues R, Cortes J, Sagues, C. Distributed consensus on robot networks for dynamically merging feature-based maps[J]. IEEE Trans on Robot, 2012, 28(4): 840-854.

[4] Palomares I, Martinez L, Herrera F. A consensus model to detect and manage non-cooperative behaviors in large scale group decision making[J]. IEEE Trans on Fuzzy System, 2014, 22(3): 516-530.

[5] Huang M, Manton J H. Coordination and consensus of networked agents with noisy measurements: Stochastic algorithms and asymptotic behavior[J]. SIAM J on Control and Optimization, 2009, 48(1): 134-161.

[6] Huang M, Manton J H. Stochastic consensus seeking with noisy and directed inter-agent communication: Fixed and randomly varying topologies[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2010, 55(1): 235-241.

[7] Li T, Zhang J. Mean square average-consensus under measurement noises and fixed topologies: Necessary and sufficient conditions[J]. Automatica, 2009, 45(8): 1929-1936.

[8] Li T, Zhang J. Consensus conditions of multi-agent systems with time-varying topologies and stochastic communication noises[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2010, 55(9): 2043-2057.

[9] Cheng L, Hou Z, Tan M. Necessary and sufficient conditions for consensus of double-integrator multi-agent systems with measurement noises[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2011, 56(8): 1958-1963.

[10] Miao G, Xu S, Zou Y. Consentability for high-order SMAS under noise environment and time delays[J]. J of the Franklin Institute, 2013, 350(2): 244-257.

[11] Wen G, Duan Z, Li Z. Stochastic consensus in directed networks of agents with non-linear dynamics and repairable actuator failures[J]. Control Theory and Applications, 2012, 6(11): 1583-1593.

[12] Amelina N, Fradkov A, Jiang Y. et al. Approximate consensus in stochastic networks with application to load balancing[J]. IEEE Trans on Information Theory, 2015, 61(4): 1739-1752.

[13] Zhu W, Cheng D. Leader-following consensus of second-order agents with multiple time-varying delays[J]. Automatica, 2010, 46(12): 1994-1999.

[14] Li H, Liao X, Lei X, et al. Second-order consensus seeking in multi-agent systems with nonlinear dynamics over random switching directed networks[J]. IEEE Trans on Circuits System I: Regular Paper, 2013, 60(6): 1595-1607.

[15] Liu J, Zhang H, Liu X, et al. Distributed stochastic consensus of multi-agent systems with noisy and delayed measurements[J]. Control Theory and Applications, 2013, 7(10): 1359-1369.

[16] Tahbaz-Salehi A, Jadbabaie A. A necessary and sufficient condition for consensus over random networks[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2008, 53(3): 791-795.

[17] Hatano Y, Mesbahi M. Agreement over random networks[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2005, 50(11): 1867-1872.

[18] Wu C. Synchronization and convergence of linear dynamics in random directed networks[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2006, 51(7): 1207-1210.

[19] Tahbaz-Salehi A, Jadbabaie A. Consensus over ergodic stationary graph processes[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2010, 55 (1): 225-230.

[20] Matei I, Baras J S. Convergence results for the linear consensus problem under Markovian random graphs[R]. Wasington DC: The A. James Clark School of Engineering, The University of Maryland, 2009.

[21] Zhang Q, Zhang J. Distributed parameter estimation over unreliable networks with markovian switching topologies[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2012, 57(10): 2545-2560.

[22] Zhang Y, Tian Y. Consentability and protocol design of multi-agent systems with stochastic switching topology[J]. Automatica, 2009, 45(5): 1195-1201.

[23] Zhao H, Xu S, Yuan D. Consensus of data-sampled multi-agent systems with Markovian switching topologies[J]. Asian J of Control, 2012, 14(5): 1366-1373.

[24] Miao G, Xu S, Zou Y. Necessary and sufficient conditions for mean square consensus under Markov switching topologies[J]. Int J of Systems Science, 2013, 44(1): 178-186.

[25] You K, Li Z, Xie L. Consensus condition for linear multi-agent systems over randomly switching topologies[J]. Automatica, 2013, 49(10): 3125-3132.

[26] Vengertsev D, Kim H, Seo J. Consensus of output-coupled high-order linear multi-agent systems under deterministic and Markovian switching networks[J]. Int J of Systems Science, 2015, 46(10): 1790-1799.

[27] Tanelli M, Picasso B, Bolzern P, et al. Almost sure stabilization of uncertain continuous-time Markov jump linear systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2010, 55(1): 195-201.

[28] Colaneri P D, Souza V M. Relations between stochastic stability of Markovian jump linear systems and stabilization of deterministic switched linear systems[J]. Applied and Computational Mathematics, 2008, 7(2): 179-191.

[29] Cheng L, Hou Z, Tan M. A mean square consensus protocol for linear multi-agent systems with communication noise and fixed topologies[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2014, 59 (1): 261-267.

[30] Cheng L, Wang Y, Hou Z. Stochastic consensus of linear multi-agent systems: Communication noises and Markovian switching topologies[C]. Proc of the 26th Chinese Control and Decision Conf. Changsha, 2014: 274-279.

[31] Ming P, Liu J, Tan S, et al. Consensus stabilization of stochastic multi-agent system with Markovian switching topologies and stochastic communication noise[J]. J of the Franklin Institute, 2015, 352: 3684-3700.

[32] Olfati-Saber R, Murray R M. Consensus problems in networks of agents with switching topology and time-delays[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2004, 49(9): 1520-1533.

[33] Cui Y, Jia Y, Du J, et al. Robust L_2-L_∞ consensus control of the second-order multi-agent systems with time-delay[C]. Decision and Control and European Control Conf (CDC-ECC). Orlando, 2011: 5639-5644.

[34] Dong X, Xi J, Shi Z, et al. Consensus for high-order time-delayed swarm systems with uncertainties and external disturbances[C]. Proc of the 30th Chinese Control Conf. Yantai, 2011: 4852-4859.

[35] Wang Z, Liu Y, Liu X. Exponential stabilization of a class of stochastic system with Markovian jump parameters and mode-dependent mixed time-delays[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2010, 55(7): 1656-1662.

[36] Chen J, Xie D, Yu M. Consensus problem of networked multi-agent systems with constant communication delay: Stochastic switching topology case[J]. Int J of Control, 2012, 85(9): 1248-1262.

[37] Zhang H, Wang Z, Liu D A. Comprehensive review of stability analysis of continuous-time recurrent neural networks[J]. IEEE Trans on Neural Networks and Learning Systems, 2014, 25(7): 1229-1262.

[38] Yi J, Wang Y, Xiao J, et al. Exponential synchronization of complex dynamical networks with markovian jump parameters and stochastic delays and its application to multi-agent systems[J]. Communication Nonlinear Science Numerical, Simulation, 2013, 18(5): 1175-1192.

[39] Gao H, Meng X, Chen T. Stabilization of networked control systems with a new delay characterization[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2008, 53(9): 2142-2148.

[40] Xiao F, Wang L. Asynchronous consensus in continuous-time multi-agent systems with switching topology and time-varying delays[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2008, 53(8): 1804-1816.

[41] Hu H, Yu W, Xuan Q. Consensus of multi-agent systems in the cooperation-competition network with inherent nonlinear dynamics: A time-delayed control approach[J]. Neurocomputing, 2015, 158(1): 134-143.

[42] Sun Y, Wang L. Consensus of multi-agent systems in directed networks with nonuniform time-varying delays[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2009, 54(7): 1607-1613.

[43] Huang M. Stochastic approximation for consensus: A new approach via ergodic backward products[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2012, 57(12): 2994-3008.

[44] Tian Y, Liu C. Consensus of multi-agent systems with diverse input and communication delays[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2008, 53(9): 2122-2128.

[45] Zhou B, Lin Z. Consensus of high-order multi-agent systems with input and communication delays-output feedback case[C]. Proc of the 32nd Chinese Control Conf. Xi'an: IEEE, 2013: 7156-7161.

[46] Nuno E, Ortega R, Basanez L, et al. Synchronization of networks of nonidentical euler-lagrange systems with uncertain parameters and communication delays[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2011, 56(4): 935-941.

[47] 王勇. 线性切换时滞系统的稳定性分析与控制[D]. 大连: 大连理工大学控制科学与工程学院, 2010.
(Wang Y. The stability analysis and control for linear switched delay systems[D]. Dalian: School of Control Science and Engineering, Dalian University of Technology, 2010.)

[48] Brierley S D, Chiasson J N, Lee E B. On stability independent of delay[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1982, 27(1): 252-254.

[49] Gu K, Niculescu S. Survey on recent results in the stability and control of time-delay systems[J]. J of Dynamic Systems Measurement and Control, 2003, 125(2): 158-165.

[50] Xu S, Lam J. A survey of linear matrix inequality techniques in stability analysis of delay systems[J]. Int J of Systems Science, 2008, 39(12): 1095-1113.

[51] Sakurama K, Nakano K. Necessary and sufficient condition for average consensus of networked multi-agent systems with heterogeneous time delays[J]. Int J of Systems Science, 2015, 46(5): 818-830.

[52] Sun Y. Mean square consensus for uncertain multiagent systems with noises and delays[J]. Abstract and Applied Analysis, 2012(2012): 1-18.

[53] Xie D, Liang T. Second-order group consensus for multi-agent systems with time delays[J]. Neurocomputing, 2015, 153(1): 133-139.

[54] Zhu W, Jiang Z. Event-based leader-following consensus of multi-agent systems with input time delay[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2015, 60(5): 1362-1367.

[55] Tang Y, Gao H, Zhang W. Leader-following consensus of a class of stochastic delayed multi-agent systems with partial mixed impulses[J]. Automatica, 2015, 53(1): 346-354.

[56] Ma L, Min H, Wang S, et al. Consensus of nonlinear multi-agent systems with self and communication time delays: A unified framework[J]. J of the Franklin Institute, 2015, 352(3): 745-760.

[57] Olshevsky A, Tsitsiklis J N. On the nonexistence of quadratic Lyapunov functions for consensus algorithms[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2008, 53(11): 2642-2645.

[58] Robbins H, Monro S. A stochastic approximation method[J]. The Annals of Mathematical Statistics, 1951, 22(3): 400-407.

[59] 哀微. 基于随机逼近的数据驱动控制方法研究[D]. 广州: 华南理工大学自动化科学与工程学院, 2011.
(Ai W. Research on data-driven control method based on stochastic approximation[D]. Guangzhou: School of Automation Science and Engineering, South China University of Technology, 2011.)

[60] Xu J, Zhang H, Shi L. Consensus and convergence rate analysis for multi-agent systems with time delay[C]. 12th Int Conf on Control, Automation, Robotics and Vision. Guangzhou, 2012: 590-595.

[61] Yin G, Wang L, Sun Y. Stochastic recursive algorithms for networked systems with delay and random switching: Multiscale formulations and asymptotic properties[J]. Multiscale Modeling Simulation, 2011, 9(3): 1087-1112.

[62] Zhao H, Xu S, Yuan D, et al. Minimum communication cost consensus in multi-agent systems with Markov chain patterns[J]. Control Theory and Applications, 2011, 5(1): 63-68.

[63] Sardellitti S, Barbarossa S, Swami A. Optimal topology control and power allocation for minimum energy consumption in consensus networks[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2012, 60(1): 383-399.

[64] Kolmogorov A N. Interpolation and extrapolation von stationaren zufalligen folgen[J]. Bull Acadamic Science URSS Series Math, 1941, 5(1): 3-14.

[65] Wiener N. Extrapolation, interpolation and smoothing of stationary time series: With engineering application[M]. Massachusetts: Technology Press of the Massachusetts Institute of Technology, 1949: 10-25.

[66] Kalman R E. Contribution to the theory of optimal control[J]. Boletin of the Maxcian Math Society, 2001, 5(63): 102-119.

[67] Kalman R E, Busy R S. New results in linear filter and prediction theory[J]. J of Basic Engineering, 1961, 83(1): 95-108.

[68] Kalman R E, Koepcke R W. Optimal synthesis of linear sampling control systems using generalized performance index[J]. IEEE Trans on Magnetics, 1960, 80(1): 1820-1828.

[69] Kalman R E, Ho Y C, Narendra K S. Controllability of linear dynamical systems[J]. Contributions to Differential Equations, 1963, 1(2): 189-213.

[70] Wonham W M. On separation theory of stochastic control[J]. SIAM J on Control, 1968, 6(2): 312-326.

[71] 方洋旺. 随机系统最优控制[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004: 1-2.

(Fang Y W. Stochastic optimal control system[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004: 1-2.)

[72] 洪奕光, 张艳琼. 分布式优化: 算法设计和收敛性分析[J]. 控制理论与应用, 2014, 31(7): 850-857.
(Hong Y G, Zhang Y Q. Distributed optimization: Algorithm design and convergence analysis[J]. Control Theory & Applications, 2014, 31(7): 850-857.)

[73] Frihauf P, Krstic M, Basar T. Nash equilibrium seeking in noncooperative games[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2012, 57(5): 1192-1207.

[74] Zhu M, Martinez S. On distributed convex optimization under inequality and equality constraints via primal-dual subgradient methods[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2012, 57(1): 151-164.

[75] Lu J, Tang C, Regie P R. Gossip algorithms for convex consensus optimization over networks[J]. IEEE Trans on Auotmatic Control, 2011, 56(12): 2917-2923.

[76] Jakovatic D, Xavier J, Moura J M. Cooperative convex optimization in networked systems: Augmented Lagrangian algorithms with directed gossip communication[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2011, 59(8): 3889-3902.

[77] Shi G, Johansson K H. Randomized optimal consensus of multi-agent systems[J]. Automatica, 2012, 48(12): 3018-3030.

[78] Nedic A, Ozdaglar A. Distributed subgradient methods for multi-agent optimization[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2009, 54(1): 48-61.

[79] Nedic A, Ozdaglar A, Parrilo P A. Constrained consensus and optimization in multi-agent networks[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2010, 55(4): 922-938.

[80] Ram S S, Nedic A, Veeravalli V V. Distributed stochastic subgradient projection algorithms for convex optimization[J]. J of Optimization Theory and Application, 2010, 147(3): 516-545.

[81] Lobel I, Ozdaglar A. Distributed subgradient methods for convex optimization over random networks[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2011, 56(6): 1291-1306.

[82] Duchi J C, Agarwal A, Wainwright M J. Dual averaging for distributed optimization: Convergence analysis and network scaling[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2012, 57(3): 592-606.

[83] Siirola J D, Hauan S, Westerberg A W. Toward agent-based process systems engineering: Proposed framework and application to non-convex optimization[J]. Computers and Chemical Engineering, 2003, 27(12): 1801-1811.

[84] Zhu M, Martínez S. On distributed convex optimization under inequality and equality constraints[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2012, 57(1): 151-164.

[85] Zhu M, Martinez S. An approximate dual subgradient algorithm for multi-agent non-convex optimization[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2013, 58(6): 1534-1539.

[86] Bianchi P, Jakubowicz J. Convergence of a multi-agent projected stochastic gradient algorithm for non-convex optimization[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2013, 58(2): 391-405.

[87] Gharesifard B, Cortés J. Distributed convergence to Nash equilibria in two-network zero-sum games[J]. Automatica, 2013, 49(6): 1683-1692.

[88] Lou Y, Hong Y. Distributed convergence to Nash equilibrium of antagonistic optimization networks[C]. Proc of the 32nd Chinese Control Conf. Xi'an: IEEE, 2013: 6976-6980.

[89] Cheng Z, Zhang H, Fan M, et al. Distributed consensus of multi-agent systems with input constraints: A model predictive control approach[J]. IEEE Trans on Circuits and Systems I: Regular Papers, 2015, 62(3): 825-834.

[90] Kizilkale A C, Caines P E. Mean field stochastic adaptive control[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2013, 58(4): 905-920.

[91] Nourian M, Caines P E, Malhame R P, et al. Mean field LQG control in leader-follower stochastic multi-agent systems: Likelihood ratio based adaptation[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2012, 57(11): 2801-2816.

[92] Li T, Zhang J. Asymptotically optimal decentralized control for large population stochastic multiagent systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2008, 53(7): 1643-1660.

[93] 马翠芹, 李韬, 张纪峰. 离散时间大种群随机多智能体系统的线性二次分散动态博弈[J]. 系统科学与数学, 2007, 27(3): 464-480.
(Ma C Q, Li T, Zhang J F. Linear quadratic decentralized dynamic games for discrete-time large population stochastic multi-agent systems[J]. J of Systems Science and Mathematical Sciences, 2007, 27(3): 464-480.)

[94] Wang X, Xiao N, Xie L, et al. Decentralised dynamic games for large population stochastic multi-agent systems[J]. Control Theory and Applications, 2015, 9(3): 503-510.

(责任编辑：李君玲)