

姿态变化一致有界的姿态稳定控制器设计

殷春武, 侯明善, 李明翔

(西北工业大学 自动化学院, 西安 710129)

摘要: 针对航天器姿态稳定控制问题, 设计一种迭代学习姿态控制器. 将连续非周期运动的姿态跟踪过程分解为队列重复运动, 采用前一周期的姿态跟踪误差修正后一周期的控制输入, 分别对未知参数和干扰构建有界迭代学习律, 给出航天器姿态稳定控制器, 并从理论上分析了闭环系统的渐近稳定性和姿态跟踪误差的一致有界性. 通过在轨捕获非合作目标过程中航天器姿态跟踪控制问题的数值仿真, 验证了迭代学习控制器的鲁棒性和强抗干扰性.

关键词: 姿态控制; 迭代学习; 障碍李雅普诺夫函数; 在轨捕获

中图分类号: V448.22; TP273

文献标志码: A

Attitude stability controller design under attitude uniformly bounded

YIN Chun-wu, HOU Ming-shan, LI Ming-xiang

(School of Automation, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710129, China. Correspondent: YIN Chun-wu, E-mail: yincwxa2013@mail.nwpu.edu.cn)

Abstract: A barrier alignment iterative learning controller is designed for spacecraft attitude stability control with both unbounded perturbation of moment of inertia and external disturbance. Under the condition that the expected attitude is const, the non-repetitive attitude tracking process is decomposed into periodic, continuous state alignment repetitive process, and a barrier alignment iterative learning controller is designed to guarantee the attitude stabilization. For the physical actuators saturation limiting, a barrier projection is utilized to estimate the unknown moment of inertia and external disturbance, and the asymptotic stability of the closed-loop system and the boundness of the attitude tracking error are analyzed. The simulation results show that the controller has the advantages of simple structure, strong robustness and bound attitude tracking error.

Keywords: attitude control; iterative learning; barrier Lyapunov function; on-orbit capture

0 引言

空间碎片的数量随太空航天器数量的增加而急剧增长, 回收空间碎片对减少航天器威胁和保持太空可持续发展具有重要的意义^[1-2]. 空间碎片的清除实质上是对非合作目标的在轨捕获过程. 在捕获过程中, 机械臂的伸缩会使抓捕航天器的质心偏移, 捕获非合作目标后抓捕航天器的质量会有所改变, 这些均会导致抓捕航天器的转动惯量发生未知摄动, 并带动航天器姿态发生较大改变. 若不能快速控制航天器的姿态到达稳定姿态, 抓捕航天器的安全将会受到威胁. 因此, 研究航天器在轨捕获非合作目标过程中的姿态控制问题具有重要的实际应用价值.

航天器姿态控制一直是学者研究的重点, 人们从不同的方面给出了姿态控制的策略. 文献[3]针对线性化后的航天器运动学方程, 采用线性最优控制(LQR)设计控制律, 对于产生名义转动惯量10%以内

的摄动, LQR控制律具有较好的鲁棒性; 文献[4]针对航天器角速度和控制存在约束条件, 设计了一种类PID控制律, 该PID控制律对60%以内的转动惯量摄动均具有很好的鲁棒性; 文献[5]针对航天器姿态控制中的 H_2 最优控制、 H_∞ 鲁棒控制、 H_2/H_∞ 混合控制、PD控制方法, 通过数值对比仿真, 从控制性能、收敛速度、适用性等方面进行了分析和总结; 文献[6]针对航天器姿态方程中存在未知外部干扰, 提出一种无约束快速非奇异滑模面(FNTSMS)的滑模控制方法, 仿真结果显示该方法能在有限时间内快速收敛, 且鲁棒性能良好, 控制精度高; 文献[7]采用内外环控制策略给出一种快速终端滑模控制律, 并基于Lyapunov方法证明了控制律的稳定性, 该控制律控制速度快, 控制精度高, 且放宽了对外部干扰和内部不确定参数有界的要求.

现有的姿态稳定控制方法中, 线性化控制方法不

收稿日期: 2015-06-25; 修回日期: 2015-11-26.

作者简介: 殷春武(1982-), 男, 副教授, 博士生, 从事航天器姿态控制、决策理论与方法、航迹规划的研究; 侯明善(1959-), 男, 教授, 博士生导师, 从事分析与评估、飞行器导航、制导与控制以及先进控制理论等研究.

利于实际应用,非线性控制方法控制律设计复杂,计算量大,且对于具有较强非线性耦合和不确定性的系统控制效果不好.近年来,迭代学习控制(ILC)因其能对难以建模、具有较强非线性耦合的系统实现高精度轨迹跟踪,且控制器设计简单而被广泛地应用于工业控制.迭代学习控制通过有限区间上的重复运动,利用前一次迭代跟踪误差不断修正控制输入,实现对系统不确定性和未知干扰的补偿,最终达到对给定轨迹的完全跟踪^[8].这一优点使得迭代学习控制的研究成为热点问题.文献[9]通过构建二次分式型障碍李雅普诺夫函数,设计了一种处理非参数不确定系统的迭代控制律,并给出了部分限幅和完全限幅的迭代学习控制算法;文献[10]针对存在不确定性的多输入多输出非线性系统,构建了一种与初态误差无关的、随迭代次数增加而缩短迭代周期的D型迭代学习控制器.现有的迭代学习控制均是针对具有重复运动的系统控制.文献[11]提出一种队列迭代学习控制策略,用于处理不存在重复运动的系统控制,并给出存在不确定参数和不确定干扰的多输入多输出系统队列迭代学习控制方法,扩大了迭代学习控制的应用方向.队列迭代学习控制(AILC)针对连续系统,预设迭代周期,并以本次迭代终值作为下一次迭代初值,将整个连续运动过程看作周期队列重复运动,连续系统通过不断的迭代学习,最终实现对给定轨迹的完全跟踪.

航天器对未知目标的在轨捕获控制过程实质上是对转动惯量发生未知扰动的航天器动力学方程的稳定性控制.本文针对存在转动惯量扰动和外部有界干扰的航天器运动方程,设计一种基于队列迭代学习的姿态稳定控制器.主要是通过预设固定迭代学习周期 T ,将航天器姿态控制问题视为周期为 T 的重复运动,将 $k-1$ 次迭代的状态终值作为第 k 次迭代的状态初值,并利用第 $k-1$ 次迭代的跟踪误差对第 k 次迭代的控制律进行调整,形成迭代学习控制律,最终实现抓捕平台的姿态稳定.

1 姿态动力学模型

刚体航天器按照 yaw-pitch-roll ($\theta_1 - \theta_2 - \theta_3$) 进行旋转,得到刚体航天器的姿态动力学方程^[12]为

$$\boldsymbol{\omega} = \mathbf{R}(\theta)\dot{\theta} - \boldsymbol{\omega}_c(\theta), \quad (1)$$

航天器运动学方程为

$$\mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\omega}} = [\mathbf{h}\times]\boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{\tau}_u + \boldsymbol{\tau}_d. \quad (2)$$

其中: $\theta = [\theta_1, \theta_2, \theta_3]^T$ 为姿态欧拉角, ω_0 为轨道旋转速率, $\boldsymbol{\omega} = [\omega_1, \omega_2, \omega_3]^T$ 为角速度, \mathbf{J} 为转动惯量, $\boldsymbol{\tau}_u$ 为外部控制输入, $\boldsymbol{\tau}_d$ 为外部干扰, 且

$$\mathbf{R}(\theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin \theta_2 \\ 0 & \cos \theta_1 & \sin \theta_1 \cos \theta_2 \\ 0 & -\sin \theta_1 & \cos \theta_1 \cos \theta_2 \end{bmatrix},$$

$\boldsymbol{\omega}_c =$

$$\omega_0 \begin{bmatrix} \cos \theta_2 \sin \theta_3 \\ \cos \theta_1 \sin \theta_3 + \sin \theta_1 \sin \theta_2 \sin \theta_3 \\ -\sin \theta_1 \cos \theta_3 + \cos \theta_1 \sin \theta_2 \sin \theta_3 \end{bmatrix},$$

$$[\mathbf{h}\times] = \begin{bmatrix} 0 & -h_3 & h_2 \\ h_3 & 0 & -h_1 \\ -h_2 & h_1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{J} = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} & J_{13} \\ J_{12} & J_{22} & J_{23} \\ J_{13} & J_{23} & J_{33} \end{bmatrix}.$$

对式(1)微分,有

$$\dot{\boldsymbol{\omega}} = \mathbf{R}(\theta)\ddot{\theta} + \frac{d}{dt}\mathbf{R}(\theta)\dot{\theta} - \frac{d}{dt}\boldsymbol{\omega}_c. \quad (3)$$

将式(1)和(3)代入(2),并左乘矩阵 $\mathbf{R}^T(\theta)$,得

$$\mathbf{M}(\theta)\ddot{\theta} + \mathbf{C}(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + \mathbf{G}(\theta, \dot{\theta}) = \mathbf{u} + \mathbf{d}. \quad (4)$$

其中

$$\mathbf{M}(\theta) = \mathbf{R}^T \mathbf{J} \mathbf{R},$$

$$\mathbf{G}(\theta, \dot{\theta}) = -\mathbf{R}^T \mathbf{J} \frac{d}{dt} \boldsymbol{\omega}_c + \mathbf{R}^T [\mathbf{h}\times] \boldsymbol{\omega}_c,$$

$$\mathbf{c}(\theta, \dot{\theta}) = \mathbf{R}^T \mathbf{J} \frac{d}{dt} \mathbf{R} - \mathbf{R}^T [\mathbf{h}\times] \mathbf{R},$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{R}^T \boldsymbol{\tau}_u, \quad \mathbf{d} = \mathbf{R}^T \boldsymbol{\tau}_d.$$

为控制抓捕平台的稳定性,一般希望抓捕平台的姿态稳定在一个期望的姿态上.记期望姿态角为 θ_r ,期望角速度和加速度分别为 $\dot{\theta}_r$ 、 $\ddot{\theta}_r$,则姿态跟踪误差为

$$\mathbf{e} =: \begin{bmatrix} \tilde{\theta} \\ \dot{\tilde{\theta}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta - \theta_r \\ \dot{\theta} - \dot{\theta}_r \end{bmatrix}. \quad (5)$$

引入滤波器

$$\mathbf{R} = \lambda_1 \tilde{\theta} + \lambda_2 \dot{\tilde{\theta}}, \quad \lambda_1 > 0, \quad \lambda_2 > 0, \quad (6)$$

则有

$$\dot{\mathbf{r}} = -\mathbf{M}^{-1} \mathbf{C} \mathbf{r} + \lambda_2 \mathbf{M}^{-1} [-\mathbf{F}(\mathbf{e}, t) + (\mathbf{u} + \mathbf{d})], \quad (7)$$

其中

$$\mathbf{F}(\mathbf{e}, t) = \mathbf{M} \left(\ddot{\theta}_r - \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \dot{\tilde{\theta}} \right) + \mathbf{C} \left(\dot{\theta}_r - \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \tilde{\theta} \right) + \mathbf{G}. \quad (8)$$

令向量 $\mathbf{a} = (a_1, a_2, a_3)^T$, 则定义算子

$$\mathbf{L}(\mathbf{a}) = \begin{bmatrix} a_1 & 0 & 0 & a_2 & a_3 & 0 \\ 0 & a_2 & 0 & a_1 & 0 & a_3 \\ 0 & 0 & a_3 & 0 & a_1 & a_2 \end{bmatrix}. \quad (9)$$

令 $\boldsymbol{\xi} = [J_{11}, J_{22}, J_{33}, J_{12}, J_{13}, J_{23}]^T$, 则有

$$\mathbf{J} \mathbf{a} = \mathbf{L}(\mathbf{a}) \boldsymbol{\xi}. \quad (10)$$

因为 \mathbf{F} 是关于 $\boldsymbol{\xi}$ 的线性函数,利用线性算子(9),将 \mathbf{F} 转换成如下线性回归方程:

$$\mathbf{F}(\mathbf{e}, t) = -\mathbf{Y} \boldsymbol{\xi}, \quad (11)$$

则有

$$\dot{e} = \mathbf{A}(e, t)e(t) + \mathbf{B}(e, t)[\mathbf{Y}\xi + (\mathbf{u} + \mathbf{d})]. \quad (12)$$

其中

$$\mathbf{A}(e, t) = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} \\ -\frac{\lambda_1}{\lambda_2} \mathbf{M}^{-1} \mathbf{C} & -\mathbf{M}^{-1} \mathbf{C} - \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \mathbf{I}_{3 \times 3} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B}(e, t) = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{M}^{-1} \end{bmatrix}.$$

在捕获非合作目标过程中, 一般要求航天器的姿态角稳定在恒定状态. 期望姿态为常值的航天器姿态跟踪过程如图 1 所示, 实际姿态 (real) 在控制器作用下逐渐逼近期望姿态 (ideal). 整个姿态跟踪过程为连续非重复运动, 按图 1 中竖线所示, 对姿态跟踪过程按周期 T 进行分解, 则第 $i-1$ 个周期的状态终值成为第 i 个周期的状态初值, 整个姿态跟踪过程分解为对齐条件下的重复运动. 记 $\mathbf{x} = (\theta^T, \dot{\theta}^T)^T$, 则有 $\mathbf{x}_i(0) = \mathbf{x}_{i-1}(T)$. 基于迭代学习的思想, 采用第 $i-1$ 个周期的姿态跟踪误差来修正第 i 个周期的控制输入; 控制输入 \mathbf{u} 通过不断地迭代学习, 最终可以实现对期望姿态的精确跟踪. 期望姿态满足 $\mathbf{x}_r(0) = \mathbf{x}_r(T)$, 于是第 i 次迭代的航天器姿态误差方程为

$$\dot{e}_i = \mathbf{A}_i e_i + \mathbf{B}_i [\mathbf{Y}_i \xi_i + (\mathbf{u}_i + \mathbf{d}_i)]. \quad (13)$$

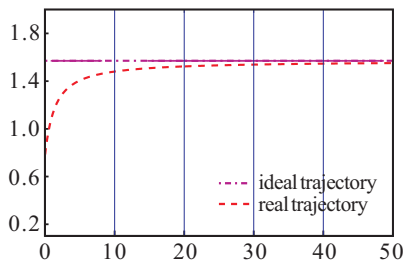


图 1 队列迭代学习控制原理

航天器在轨捕获非合作目标过程中的姿态跟踪控制问题描述为: 针对存在上界未知转动惯量 \mathbf{J} 和外部干扰 \mathbf{d} 的航天器误差动力学方程 (13), 设计迭代控制器 $\mathbf{u}_i(t)$, 使闭环系统随着迭代次数 i 的增加, 姿态跟踪误差 $e_i(t)$ 全局渐近收敛, 即 $\lim_{i \rightarrow \infty} \|e_i\| = 0$.

2 队列迭代学习控制律设计及稳定性分析

假设 1 惯量矩阵 \mathbf{J} 是一个对称正定的矩阵, 外部干扰 τ_d 有界.

假设 2 $\|\mathbf{d}_r - \mathbf{d}\| + \|\mathbf{Y}\xi_r - \mathbf{Y}\xi\| \leq \varphi(\mathbf{x}, \mathbf{x}_r, t) \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_r\| = \varphi(\mathbf{x}, \mathbf{x}_r, t) \|e\|$. 其中: $\|\cdot\|$ 为欧氏范数, \mathbf{d}_r 、 ξ_r 、 ϕ 是已知有界变量和函数.

假设 3 存在障碍李雅普诺夫函数 (BLF) V 和非负 K -类函数 γ , 使得对于向量 $\zeta \in R^n$, 当 $\|\zeta\| \rightarrow k_b$ 时, $V \rightarrow \infty$, 且

$$\frac{\partial V^T}{\partial \zeta} \mathbf{A}(e, t)e(t) \leq -\gamma(\|\zeta\|), \quad (14)$$

零输入系统

$$\dot{\zeta} = \mathbf{A}(e, t)e(t) \quad (15)$$

一致渐近稳定.

引理 1 考虑一阶系统 $\dot{\eta} = \mathbf{h}(t, \eta)$, 其中函数 $\mathbf{h}(\cdot)$ 和 $\eta(\cdot)$ 关于 t 分段连续, 关于 e_1 满足局部 Lipschitz 条件. 假设存在连续可微的正定函数 $U(\cdot)$ 和 $V_1(\cdot)$, 使得当 $\|e_1\| \rightarrow k_{b1}$ 时, $V_1(e_1) \rightarrow \infty$ 和 $\gamma_1(\|\nu\|) \leq U(\nu) \leq \gamma_2(\|\nu\|)$, $\gamma_1(\cdot)$ 、 $\gamma_2(\cdot)$ 为 K_∞ 类函数. 令 $V(\eta) = V_1(e_1) + U(\nu)$, 且 $\|e_1(0)\| < k_{b1}$, 如果下述不等式成立:

$$\dot{V}(\eta) = \frac{\partial V}{\partial \eta} \mathbf{h} \leq 0, \quad (16)$$

则对于 $t \in [0, \infty)$, 有 $\|e_1(t)\| < k_{b1}$.

证明 因为 $\dot{V}(\eta) \leq 0$, 说明函数 $V(\eta)$ 为单调递减函数, 所以 $V(\eta(t)) \leq V(\eta(0))$. 又 $V(\eta) = V_1(e_1) + U(\nu)$, 且 $V_1(e_1)$ 、 $U(\nu)$ 正定, 故 $0 \leq V(\eta(t)) \leq V(\eta(0))$. 由条件可知 $\gamma_1(\|\nu\|) \leq U(\nu) \leq \gamma_2(\|\nu\|)$, 所以 $V_1(e_1)$ 有界. 根据 $\|e_1(0)\| < k_{b1}$ 和 $\|e_1\| \rightarrow k_{b1}$ 时 $V_1(e_1) \rightarrow \infty$, 可知 e_1 是有界的, 即对于任意的 $t \in [0, \infty)$ 满足 $\|e_1(t)\| < k_{b1}$. \square

定理 1 系统 (12) 在满足假设 2 和假设 3 的条件下, 利用如下队列迭代学习控制律, 随着迭代次数 $i \rightarrow \infty$, 系统 (12) 全局渐近稳定.

$$\mathbf{u}_i = \begin{cases} -\mathbf{Y}_i \hat{\xi}_i - \hat{\mathbf{d}}_i - \frac{\alpha_i^T}{\|\alpha_i\|} (\phi_i \|e_i\| + \lambda \|\hat{\mathbf{d}}_{ii}\| + \lambda \|\mathbf{Y}_i \hat{\xi}_i\|), & \alpha_i \neq 0; \\ -\mathbf{Y}_i \hat{\xi}_i - \hat{\mathbf{d}}_i, & \alpha_i = 0. \end{cases} \quad (17)$$

其中: $\hat{\xi}_i$ 、 $\hat{\mathbf{d}}_i$ 分别是 ξ_i 、 \mathbf{d}_i 的估计, i 表示第 i 次迭代. 考虑到执行器存在饱和的约束, 为了达到限幅的约束, $\hat{\xi}_i$ 、 $\hat{\mathbf{d}}_i$ 的迭代更新律为

$$\hat{\xi}_i = P_\xi [\hat{\xi}_{i-1}] + p \mathbf{Y}_i^T \alpha_i^T, \quad (18)$$

$$\hat{\mathbf{d}}_i = P_d [\hat{\mathbf{d}}_{i-1}] + q \alpha_i^T. \quad (19)$$

其中

$$P_\xi [\hat{\xi}] = (P_\xi [\hat{\xi}_1], P_\xi [\hat{\xi}_2], \dots, P_\xi [\hat{\xi}_6])^T;$$

$$P_\xi [\hat{\xi}_j] = \begin{cases} \hat{\xi}_j, & |\hat{\xi}_j| \leq \bar{\xi}_j; \\ \text{sign}(\hat{\xi}_j) \bar{\xi}_j, & |\hat{\xi}_j| > \bar{\xi}_j; \end{cases}$$

$$P_d [\hat{\mathbf{d}}] = (P_d [\hat{\mathbf{d}}_1], P_d [\hat{\mathbf{d}}_2], \dots, P_d [\hat{\mathbf{d}}_m])^T;$$

$$P_d [\hat{\mathbf{d}}_j] = \begin{cases} \hat{\mathbf{d}}_j, & |\hat{\mathbf{d}}_j| \leq \bar{\mathbf{d}}_j; \\ \text{sign}(\hat{\mathbf{d}}_j) \bar{\mathbf{d}}_j, & |\hat{\mathbf{d}}_j| > \bar{\mathbf{d}}_j. \end{cases}$$

$\bar{\xi}_j$ 和 $\bar{\mathbf{d}}_j$ 满足: $\sup |d_j| \leq \bar{\mathbf{d}}_j$, $\sup |\xi_j| \leq \bar{\xi}_j$, 且 $\alpha_i = \frac{\partial V^T}{\partial e_i} \mathbf{B}(e_i, t) \in R^{1 \times m}$.

定理 2 如果初始姿态跟踪误差满足条件 $\|\mathbf{e}_1(0)\|^2 < k_b^2$, 则系统 (12) 在控制律 (17) 下, 整个姿态控制过程中姿态跟踪误差均有界, 即有 $\|\mathbf{e}_i(t)\|^2 < k_b^2$.

定理 1 和定理 2 的证明 令第 i 次迭代的障碍组合能量函数 (BCEF) 为

$$E_i(t) = V_{i1}(t) + V_{i2}(t) + V_{i3}(t). \quad (20)$$

其中

$$V_{i1}(t) = \frac{k_b^2}{\pi} \tan\left(\frac{\pi \mathbf{e}^T \mathbf{e}}{2k_b^2}\right), \quad (21)$$

$$V_{i2}(t) = \frac{1}{2p} \int_0^t (\xi_r - \hat{\xi}_i)^T (\xi_r - \hat{\xi}_i) d\tau, \quad (22)$$

$$V_{i3}(t) = \frac{1}{2q} \int_0^t (\mathbf{d}_r - \hat{\mathbf{d}}_i)^T (\mathbf{d}_r - \hat{\mathbf{d}}_i) d\tau. \quad (23)$$

考虑在第 i 次迭代终值 (即 $t = T$) 处 BCEF 函数的差分为

$$\Delta E_i(T) = \Delta V_{i1}(T) + \Delta V_{i2}(T) + \Delta V_{i3}(T), \quad (24)$$

其中

$$\begin{aligned} \Delta V_{i1}(T) &= \\ V(\mathbf{e}_i(T)) - V(\mathbf{e}_{i-1}(T)) &= \int_0^T \left(\frac{\partial V^T}{\partial \mathbf{e}_i} \dot{\mathbf{e}}_i \right) d\tau = \\ \int_0^T \left(\frac{\partial V^T}{\partial \mathbf{e}_i} \mathbf{A}(\mathbf{e}_i, t) \mathbf{e}_i(t) + \frac{\partial V^T}{\partial \mathbf{V} \mathbf{e}_i} \mathbf{B}(\mathbf{e}_i, t) [\mathbf{Y}_i \xi_i + \right. & \\ \left. (\mathbf{u}_i + \mathbf{d}_i)] \right) d\tau &\leq \\ \int_0^T -\gamma(\|\mathbf{e}_i\|) d\tau + \int_0^T \frac{\partial V^T}{\partial \mathbf{V} \mathbf{e}_i} \mathbf{B}(\mathbf{e}_i, t) [\mathbf{Y}_i \xi_i + & \\ (\mathbf{u}_i + \mathbf{d}_i)] d\tau &= \\ \int_0^T -\gamma(\|\mathbf{e}_i\|) d\tau + \int_0^T \alpha_i [\mathbf{Y}_i \xi_i + (\mathbf{u}_i + \mathbf{d}_i)] d\tau, & \end{aligned}$$

即

$$\Delta V_{i1}(T) \leq \int_0^T -\gamma(\|\mathbf{e}_i\|) d\tau + \int_0^T \alpha_i [\mathbf{Y}_i \xi_i + (\mathbf{u}_i + \mathbf{d}_i)] d\tau. \quad (25)$$

当 $\alpha_i = 0$ 时, 有

$$\Delta V_{i1}(T) \leq \int_0^T -\gamma(\|\mathbf{e}_i\|) d\tau. \quad (26)$$

当 $\alpha_i \neq 0$ 时, 将式 (17) 代入 (25) 中第 2 个等式中的积分部分, 有

$$\begin{aligned} \alpha_i [\mathbf{Y}_i \xi_i + (\mathbf{u}_i + \mathbf{d}_i)] &\leq \\ \alpha_i \mathbf{Y}_i (\xi_i - \hat{\xi}_i) + \alpha_i (\mathbf{d}_i - \hat{\mathbf{d}}_i) - \|\alpha_i\| \phi_i \|\mathbf{e}_i\|. & \quad (27) \end{aligned}$$

将式 (27) 代入 (25), 得到

$$\begin{aligned} \Delta V_{i1}(T) &\leq \int_0^T -\gamma(\|\mathbf{e}_i\|) d\tau + \int_0^T [\alpha_i \mathbf{Y}_i (\xi_i - \\ \hat{\xi}_i) + \alpha_i (\mathbf{d}_i - \hat{\mathbf{d}}_i) - \|\alpha_i\| \phi_i \|\mathbf{e}_i\|] d\tau. & \quad (28) \end{aligned}$$

由以下的等式和不等式关系:

$$\begin{aligned} (c - a)^T (c - a) - (c - b)^T (c - b) &= \\ (a - b)^T (a + b - 2c), & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\xi - \hat{\xi}_{i-1})^T (\xi - \hat{\xi}_{i-1}) &\geq \\ (\xi - P_\xi [\hat{\xi}_{i-1}])^T (\xi - P_\xi [\hat{\xi}_{i-1}]), & \end{aligned}$$

可以得到

$$\begin{aligned} \Delta V_{i2}(T) &= \\ \frac{1}{2p} \int_0^T (\xi_r - \hat{\xi}_i)^T (\xi_r - \hat{\xi}_i) d\tau - & \\ \frac{1}{2p} \int_0^T (\xi_r - \hat{\xi}_{i-1})^T (\xi_r - \hat{\xi}_{i-1}) d\tau &\leq \\ \frac{1}{2p} \int_0^T (\xi_r - \hat{\xi}_i)^T (\xi_r - \hat{\xi}_i) d\tau - & \\ \frac{1}{2p} \int_0^T (\xi_r - P_\xi [\hat{\xi}_{i-1}])^T (\xi_r - P_\xi [\hat{\xi}_{i-1}]) d\tau &\leq \\ \int_0^T \alpha_i \mathbf{Y}_i (\hat{\xi}_i - \xi_r) d\tau. & \quad (29) \end{aligned}$$

同理, 可以得到

$$\Delta V_{i3}(T) \leq \int_0^T \alpha_i (\hat{\mathbf{d}}_i - \mathbf{d}_r) d\tau. \quad (30)$$

联立式 (24)、(28)、(29)、(30), 有

$$\begin{aligned} \Delta E_i(T) &= \\ \Delta V_{i1}(T) + \Delta V_{i2}(T) + \Delta V_{i3}(T) &\leq \\ \int_0^T -\gamma(\|\mathbf{e}_i\|) d\tau + \int_0^T [\alpha_i \mathbf{Y}_i (\xi_i - & \\ \hat{\xi}_i) + \alpha_i (\mathbf{d}_i - \hat{\mathbf{d}}_i) - \|\alpha_i\| \phi_i \|\mathbf{e}_i\|] d\tau + & \\ \int_0^T \alpha_i \mathbf{Y}_i (\hat{\xi}_i - \xi_r) d\tau + \int_0^T \alpha_i (\hat{\mathbf{d}}_i - \mathbf{d}_r) d\tau = & \\ \int_0^T -\gamma(\|\mathbf{e}_i\|) d\tau + \int_0^T [\alpha_i \mathbf{Y}_i (\xi_i - \xi_r) + & \\ \alpha_i (\mathbf{d}_i - \mathbf{d}_r) - \|\alpha_i\| \phi_i \|\mathbf{e}_i\|] d\tau. & \end{aligned}$$

由假设 2 有 $\|\mathbf{Y}_i (\xi_i - \xi_r)\| + \|(\mathbf{d}_i - \mathbf{d}_r)\| \leq \phi_i \|\mathbf{e}_i\|$,

则

$$\Delta E_i(T) \leq \int_0^T -\gamma(\|\mathbf{e}_i\|) d\tau. \quad (31)$$

说明随着迭代次数的增加, $E_i(T)$ 单调下降. 下面证明第 1 次迭代中 BCEF 函数的有界性.

$$\dot{E}_1(t) = \dot{V}_{11}(t) + \dot{V}_{12}(t) + \dot{V}_{13}(t). \quad (32)$$

与式 (28) 相同原理, 可以得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_{11}(t) &\leq -\gamma(\|\mathbf{e}_1\|) + \alpha_1 \mathbf{Y}_1 (\xi_1 - p \mathbf{Y}_1^T \alpha_1^T) + \\ \alpha_1 (\mathbf{d}_1 - q \alpha_1^T) - \|\alpha_1\| \phi_1 \|\mathbf{e}_1\|, & \quad (33) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_{12}(t) &= \frac{1}{2p} (\xi_r - \hat{\xi}_1)^T (\xi_r - \hat{\xi}_1) = \\ \frac{1}{2p} \xi_r^T \xi_r - \alpha_1 \mathbf{Y} \xi_r + \frac{p}{2} \alpha_1 \mathbf{Y} \mathbf{Y}^T \alpha_1^T, & \quad (34) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_{13}(t) &= \frac{1}{2q} (\mathbf{d}_r - \hat{\mathbf{d}}_1)^T (\mathbf{d}_r - \hat{\mathbf{d}}_1) = \\ \frac{1}{2q} \mathbf{d}_r^T \mathbf{d}_r - \alpha_1 \mathbf{d}_r + \frac{q}{2} \alpha_1 \alpha_1^T. & \quad (35) \end{aligned}$$

将式 (33)、(34)、(35) 代入 (32), 得到

$$\dot{E}_1(t) \leq -\gamma(\|\mathbf{e}_1\|) - \frac{p}{2} \alpha_1 \mathbf{Y} \mathbf{Y}^T \alpha_1^T -$$

$$\frac{q}{2}\alpha_1\alpha_1^T + \frac{1}{2p}\xi_r^T\xi_r + \frac{1}{2q}\mathbf{d}_r^T\mathbf{d}_r < \infty, \quad (36)$$

此处 $\|\alpha_1\mathbf{Y}_1(\xi_1 - \xi_r)\| + \|\alpha_1(\mathbf{d}_1 - \mathbf{d}_r)\| \leq \|\alpha_1\|\phi_1\|\mathbf{e}_1\|$. 式(36)表明 $E_1(T)$ 是有限的. 对于任意的迭代次数 $i \geq 2$, 对 BCEF 函数求导, 有

$$\dot{E}_i(t) = \dot{V}_{i1}(t) + \dot{V}_{i2}(t) + \dot{V}_{i3}(t), \quad (37)$$

则根据式(28), 有

$$\begin{aligned} \dot{V}_{i1}(t) &\leq -\gamma(\|\mathbf{e}_i\|) + [\alpha_i\mathbf{Y}_i(\xi_i - \hat{\xi}_i) + \\ &\alpha_i(\mathbf{d}_i - \hat{\mathbf{d}}_i) - \|\alpha_i\|\phi_i\|\mathbf{e}_i\|], \end{aligned} \quad (38)$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_{i2}(t) &= \\ &\frac{1}{2p}(\xi_r - P_\xi[\hat{\xi}_{i-1}] - p\mathbf{Y}_i^T\alpha_i^T)^T \times \\ &(\xi_r - P_\xi[\hat{\xi}_{i-1}] - p\mathbf{Y}_i^T\alpha_i^T) = \\ &\left\{ \frac{1}{2p}\xi_r^T\xi_r - \frac{1}{p}P_\xi^T[\hat{\xi}_{i-1}]\xi_r + \frac{1}{2p}P_\xi^T[\hat{\xi}_{i-1}]P_\xi[\hat{\xi}_{i-1}] \right\} - \\ &\alpha_i\mathbf{Y}_i\xi_r + \alpha_i\mathbf{Y}_iP_\xi[\hat{\xi}_{i-1}] + \frac{p}{2}\alpha_i\mathbf{Y}_i\mathbf{Y}_i^T\alpha_i^T = \\ &C_1 + \alpha_i\mathbf{Y}_i(\hat{\xi}_i - \xi_r) - \frac{p}{2}\alpha_i\mathbf{Y}_i\mathbf{Y}_i^T\alpha_i^T. \end{aligned} \quad (39)$$

同理, 有

$$\dot{V}_{i3}(t) = C_2 + \alpha_i(\hat{\mathbf{d}}_i - \mathbf{d}_r) - \frac{q}{2}\alpha_i\alpha_i^T. \quad (40)$$

将式(38)、(39)、(40)代入(37), 有

$$\begin{aligned} \dot{E}_i(t) &= \\ &\dot{V}_{i1}(t) + \dot{V}_{i2}(t) + \dot{V}_{i3}(t) \leq \\ &-\gamma(\|\mathbf{e}_i\|) + C_1 + C_2 - \frac{p}{2}\alpha_i\mathbf{Y}_i\mathbf{Y}_i^T\alpha_i^T - \\ &\frac{q}{2}\alpha_i\alpha_i^T \leq +C_1 + C_2 < \infty. \end{aligned} \quad (41)$$

第 i 次迭代的 BCEF 函数的初始值为 $E_i(0) = V_{i1}(\mathbf{e}_i(0))$, 因为 $\mathbf{e}_i(0) = \mathbf{e}_{i-1}(T)$, 且通过第 $i-1$ 次迭代的 BCEF 函数有界可以证明 $\mathbf{e}_{i-1}(T)$ 是有界的. $\dot{E}_i(t)$ 和 $E_i(0)$ 的有界性意味着 $E_i(t)$ 的有界性, 因此 $V_{i1}(\mathbf{e}_i(t))$ 的有界性可以确保. 根据引理 1, 在所有迭代过程中的任意时刻均有 $\|\mathbf{e}_i(t)\| < k_b$, 因为 $\Delta E_i(T) \leq 0$, 在第 k 次迭代中的 BCEF 函数满足

$$\begin{aligned} \lim_{k \rightarrow \infty} E_k(T) &= \\ E_1(T) + \lim_{k \rightarrow \infty} \sum_{i=2}^k \Delta E_i(T) &\leq \\ E_1(T) - \lim_{k \rightarrow \infty} \sum_{i=2}^k \int_0^T \gamma(\|\mathbf{e}_i\|)d\tau. \end{aligned} \quad (42)$$

由 $E_k(T)$ 的非负性和 $E_1(T)$ 的有限性知

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \sum_{i=2}^k \int_0^T \gamma(\|\mathbf{e}_i\|)d\tau$$

收敛, 因此

$$\lim_{i \rightarrow \infty} \int_0^T \gamma(\|\mathbf{e}_i\|)d\tau = 0,$$

即

$$\int_0^T \lim_{i \rightarrow \infty} \gamma(\|\mathbf{e}_i\|)d\tau = 0.$$

因为 $\gamma(\|\mathbf{e}_i\|) \geq 0$, 所以 $\lim_{i \rightarrow \infty} \gamma(\|\mathbf{e}_i\|) \geq 0$. 根据定积分的性质, 有

$$\int_0^T \lim_{i \rightarrow \infty} \gamma(\|\mathbf{e}_i\|)d\tau \geq 0.$$

又因

$$\int_0^T \lim_{i \rightarrow \infty} \gamma(\|\mathbf{e}_i\|)d\tau = 0,$$

故可得到

$$\lim_{i \rightarrow \infty} \|\mathbf{e}_i\| = 0, \forall t \in [0, T]. \quad (43)$$

由此定理得证. \square

注 1 定理 1 说明, 航天器在迭代学习控制律(17)的控制下, 控制器通过不断的迭代学习, 最终能使得航天器实现对期望姿态的精确跟踪.

注 2 定理 2 说明, 航天器姿态跟踪误差在整个控制过程中, 均不会超过预设的最大误差值 k_b , 能有效降低姿态翻转的风险, 保障航天器平稳飞行.

注 3 分析控制器(17)的结构可以看出: 迭代更新律均是线性运算, 复杂度低, 计算量相对较小; 迭代控制过程中, 处理器只需要存储两个周期内的数据, 对内存需求少, 能满足在线迭代学习的需求.

3 仿真实验

为了验证本文所设计控制律对航天器姿态稳定控制的有效性和鲁棒性, 下面进行数值仿真. 设航天器基本参数为

$$\theta_0 = [4^\circ, 4^\circ, 4^\circ]^T, \omega_0 = [0, 0, 0]^T,$$

$$\omega_0 = 0.01 \text{ rad/s}, \mathbf{J} = \begin{bmatrix} 2000 & 120 & 90 \\ 120 & 1700 & 140 \\ 90 & 140 & 1500 \end{bmatrix}.$$

相关控制参数取为 $\lambda_1 = 5, \lambda_2 = 15, k_b = 0.3, p = 7157, q = 8242, \phi_i = 3.2, \lambda = 1.15$.

设恒定期望角度、期望角速度、期望加速度分别为 $\theta_r = (1^\circ, 1^\circ, 1^\circ)^T, \dot{\theta}_r(0) = (0, 0, 0)^T, \ddot{\theta}_r(0) = (0, 0, 0)^T$.

假设在 $T_0 = 25 \text{ s}$ 时航天器对目标航天器实现抓捕, 产生瞬间强干扰, 因此, 干扰力矩为(其中 rectpuls 表示方波) $d = (\sin t + 5\text{rectpuls}(t - T_0, 1))$. 设迭代周期 $T = 20 \text{ s}$, 迭代次数 = 1000, 转动惯量摄动矩阵 $\Delta \mathbf{J} = 0.01 \times \mathbf{J} \times t$. 采用本文设计的队列迭代学习控制律进行数值仿真验证, 得到轨迹跟踪误差曲线如图 2 所示, 控制力矩变化曲线如图 3 所示.

在图 2 中, 随着迭代次数的增加, 姿态角和角速度跟踪误差均逐渐收敛到零, 且整个控制过程中的跟踪误差均小于初始误差; 在图 3 中, 控制力矩在 $\pm 2 \text{ N}\cdot\text{m}$ 内, 整个姿态调整过程中所需要的控制力矩相对较小.

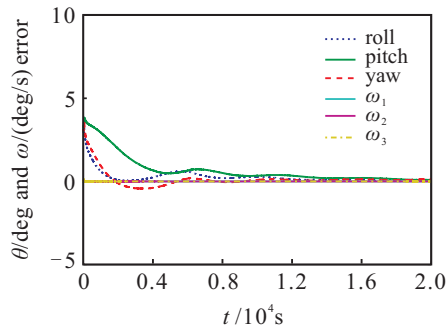


图 2 姿态跟踪误差曲线

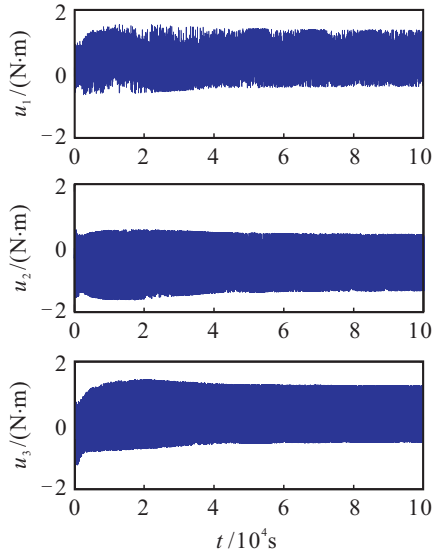


图 3 控制力矩曲线

4 结 论

本文针对航天器在轨捕获未知目标后的整体航天器姿态稳定控制问题,提出了一种新的基于队列迭代学习的控制策略.其主要贡献在于:

1) 将连续非重复运动的姿态控制过程分解为等周期重复运动,并将迭代学习控制用于姿态控制器设计,充分利用了迭代学习控制中控制器结构简单、跟踪精度高的优势,为姿态控制器设计提供了新的设计思路.

2) 利用迭代学习控制,有效抵消了航天器的转动惯量摄动和外部干扰,增强了航天器的鲁棒性,且整个控制过程中控制输入力矩量级相对较小.

3) 基于障碍李雅普诺夫函数设计的控制器,能保证整个控制过程中的姿态跟踪误差小于预设阈值,对保持航天器平稳性具有重要的实际工程意义.

参考文献(References)

[1] 王超,董正宏,尹航,等.空间目标在轨捕获技术研究综述[J].装备学院学报,2013,24(4):63-66.
(Wang C, Dong Z H, Yin H, et al. Research summarizing of on-orbit capture technology for space target[J]. J of Academy of Equipment, 2013, 24(4): 63-66).

- [2] 蔡洪亮,高永明,邴启军,等.国外空间非合作目标抓捕系统研究现状与关键技术分析[J].装备指挥技术学院学报,2010,21(6):71-77.
(Cai H L, Gao Y M, Bing Q J, et al. The research status and key technology analysis of foreign non-cooperative target in space capture system[J]. J of the Academy of Equipment Command & Technology, 2010, 21(6): 71-77.)
- [3] Yang Y G. Spacecraft attitude determination and control: Quaternion based method[J]. Annual Reviews in Control, 2012, 36(2): 198-219.
- [4] Li C J, Teo K L, Li B, et al. A constrained optimal PID-like controller design for spacecraft attitude stabilization[J]. Acta Astronautica, 2012, 74: 131-140.
- [5] Won C W. Comparative study of various control methods for attitude control of an LEO satellite[J]. Aerospace Science and Technology, 1999, 3(5): 323-333.
- [6] Lu K, Xia Y. Adaptive attitude tracking control for rigid spacecraft with finite-time convergence[J]. Automatica, 2013, 49(12): 3591-3599.
- [7] Song Z, Li H, Sun K. Finite-time control for nonlinear spacecraft attitude based on terminal sliding mode technique[J]. ISA Transactions, 2014, 53(1): 117-124.
- [8] 严求真,孙明轩.一类非线性系统的误差轨迹跟踪鲁棒学习控制算法[J].控制理论与应用,2013(1):23-30.
(Yan Q Z, Sun M X. Error trajectory tracking by robust learning control for nonlinear systems[J]. Control Theory & Applications, 2013(1): 23-30.)
- [9] 孙明轩,张伟博,严求真.非参数不确定系统约束迭代学习控制[J].控制理论与应用,2014,31(4):479-484.
(Sun M X, Zhang W B, Yan Q Z. Constrained iterative learning control of a class of non-parametric uncertain systems[J]. Control Theory & Applications, 2014, 31(4): 479-484.)
- [10] 吕庆,方勇纯,任道.加速抑制随机初态误差影响的迭代学习控制[J].自动化学报,2014,40(7):1295-1302.
(Lü Q, Fang Y C, Ren X. Iterative learning control for accelerated inhibition effect of initial state random error[J]. Acta Automatica Sinica, 2014, 40(7): 1295-1302.)
- [11] Xu J X, Xu J. State-constrained iterative learning control for a class of MIMO systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2013, 58(5): 1322-1327.
- [12] Chen B S, Wu C S, Jan Y W. Adaptive fuzzy mixed H_2/H_∞ attitude control of spacecraft[J]. IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems, 2000, 36(4): 1343-1359.