

一种考虑先验估计误差相关性的快速 DUIF 算法

汤文俊^{1a,2}, 张国良^{1a}, 曾静^{1b}, 徐君^{1a}, 姚二亮^{1a}

(1. 第二炮兵工程大学 a. 三系, b. 理学院, 西安 710025; 2. 中国人民解放军 96164 部队, 浙江 金华 321021)

摘要: 针对稀疏无线传感器网络 (WSN) 中加权平均一致分布式无迹信息滤波 (DUIF) 算法估计次优和滤波效率较低的问题, 提出一种考虑先验估计误差相关性的快速 DUIF 算法. 采用加权统计线性回归 (WSLR) 方法线性化观测模型, 以节点共享信息作为平均一致性算法输入, 从而在极大后验估计中引入先验估计交互协方差信息; 设计最优通信连接边权值并自适应修正状态加权矩阵, 提高平均一致性算法收敛速率. 仿真实验结果表明, 所提出的算法能够有效应用于稀疏 WSN 目标跟踪.

关键词: 先验估计误差相关性; 稀疏通信拓扑; 节点度差异; 平均一致性算法; 分布式无迹信息滤波算法
中图分类号: TP273 **文献标志码:** A

A fast distributed unscented information filter algorithm taking into account the correlation among prior estimate errors

TANG Wen-jun^{1a,2}, ZHANG Guo-liang^{1a}, ZENG Jing^{1b}, XU Jun^{1a}, YAO Er-liang^{1a}

(1a. Department Three, 1b. College of Science, Second Artillery Engineering University, Xi'an 710025, China; 2. People's Liberation Army, The United 96164, Jinhua 321021, China. Correspondent: TANG Wen-jun, E-mail: tangtcycy@sohu.com)

Abstract: The distributed unscented information filter(DUIF) based on weighted average consensus has the problems of suboptimal estimation accuracy and low filter efficiency in the sparse wireless sensor network(WSN), therefore, a fast DUIF algorithm taking into account the correlation among prior estimate errors is proposed. The observation model is linearized by using the weighted statistical linear regression(WSLR) method. And the mutual information is taken as the input of the average consensus algorithm, so that the information of the prior estimate cross-covariance can be introduced into the results of the maximum posteriori estimation. Meanwhile, by designing the optimal weights of the communication edges and modifying the state weighted matrices adaptively, the convergence rate of the average consensus algorithm can be improved. The simulation results show that the proposed DUIF algorithm can efficiently track the target in the sparse WSN.

Keywords: priori estimate error coorelation; sparse communication topology; degree variation among nodes; average-consensus filter; distributed unscented information filter algorithm

0 引言

控制理论的一致性算法^[1-4]实质上定义了多智能体系统中节点之间的信息交互规则,使所有节点只需维持局部通信,利用获取的局部信息并行开展数据处理,并最终就某所需状态量渐近达成全局一致.因此,基于一致性的分布式估计方法的应用一般不依赖于特殊形式的通信拓扑和信息融合中心,在保持较低通信复杂度、较高可扩展性和容错性的前提下,可以充分消除节点局部估计之间的差异.这些优势使其在无线传感器网络 (WSN) 中得到越来越多的应用^[5-13].

自从 Olfati-Saber 等首次提出基于平均一致性^[14]的分布式卡尔曼滤波 (DKF) 算法^[5-7]以来,分别针对非线性非高斯系统和非线性高斯系统,基于一致性的分布式粒子滤波 (DPF) 算法^[11-13]和基于一致性的分布式无迹信息滤波 (DUIF) 算法^[9-10,15]也相继出现了.值得注意的是,根据一致性算法作用的不同,文献 [11-13] 所述的 DPF 算法不同程度地存在计算复杂度过高、约束条件过于苛刻和假设全局后验估计服从高斯分布等缺陷^[16].因而 Lin 等指出,上述 DPF 算法均无法完美适用于严格的非高斯系统,并且相对于

收稿日期: 2015-07-08; 修回日期: 2015-10-27.

基金项目: 中国工程科技中长期发展战略研究项目(中国工程院与国家自然科学基金委联合资助项目)(2014-zcq-10).

作者简介: 汤文俊(1986-),男,博士生,从事多智能体协同导航与控制 and 无线传感器网络信息融合的研究; 张国良(1970-),男,教授,博士生导师,从事机器人技术和先进控制理论与应用等研究.

DUIF 算法^[9-10,15], 并无明显优势^[17]. 基于一致性的 DUIF 算法^[9-10]利用比例无迹变换 (SUT) 对非线性系统进行精确线性化, 进而通过一致性算法得到可靠一致的全局后验估计结果, 并成功应用于 WSN 的目标跟踪等任务.

由于在医疗、军事和社会服务等领域的巨大应用前景, 实际中的 WSN 经常会被要求对大范围环境进行覆盖^[18]. 在这种情况下, 传感器节点通信范围的限制使 WSN 成为了稀疏通信网络^[19]. 在稀疏 WSN 中, 节点有限的感知距离和稀疏的通信拓扑会导致节点之间的估计不确定度^[20], 产生较大差异或者无效节点^[15,21-22]的出现, 从而导致文献 [9-10] 中的 DUIF 算法分布式估计性能的降低甚至失效. 针对该问题, 文献 [15] 提出了加权平均一致 DUIF 算法. 该 DUIF 算法能够避免由稀疏 WSN 无效节点引起的平均一致误差, 并在稀疏 WSN 的目标跟踪中得到了有效应用. 然而, 当应用于稀疏 WSN 时, 该 DUIF 算法还存在两点主要缺陷: 其一, 忽略了节点之间先验估计误差相关性^[23], 因而估计精度次优; 其二, 未考虑稀疏通信拓扑和节点度差异对一致性算法收敛速率的负面影响, 因而滤波效率不高.

针对上述问题, 本文提出一种考虑先验估计误差相关性的快速 DUIF 算法. 首先, 在 Sigma 点采样和 SUT 的基础上, 应用加权统计线性回归 (WSLR) 方法^[24]实现节点非线性观测模型的统计线性化; 然后, 根据文献 [25-26] 提出的信息加权一致性滤波器 (ICF) 思想, 在极大后验估计准则 (Maximum a posteriori criterion) 下, 基于平均一致性算法对节点之间共享信息进行分布式计算, 从而实现非线性高斯系统状态的最优分布式估计; 最后, 选择最优通信连接边权值^[27], 并采用最速下降梯度方法自适应更新状态加权矩阵^[28], 从而使平均一致性算法快速收敛, 提高 DUIF 算法整体滤波效率. 仿真实验结果表明, 在稀疏 WSN 中, 相对于加权平均一致 DUIF 算法, 考虑先验估计误差相关性的快速 DUIF 算法具有更高的估计精度和滤波效率.

1 准备知识

1.1 稀疏 WSN 模型

用无向图 $G = (V, \varepsilon)$ 描述稀疏 WSN 通信拓扑. 其中: V 为传感器节点集合, 其基数为传感器节点数量 N , 即 $|V| = N$; ε 为节点之间的有效通信连接边集合, 其基数为有效通信连接边的数量 M , 即 $|\varepsilon| = M$. 在稀疏 WSN 中, M 满足如下稀疏条件^[29]:

$$M \ll N(N-1)/2. \quad (1)$$

无向图 G 的拉普拉斯矩阵可以描述如下:

$$L = \Delta - A. \quad (2)$$

其中: $A = [a_{ij}]_{N \times N}$ 为邻接矩阵; Δ 为度矩阵,

$$\Delta = \text{diag}(A \cdot \mathbf{1}) = \text{diag}(d_1, d_2, \dots, d_N), \quad (3)$$

$\mathbf{1}$ 为单位列向量, $d_i = \sum_{j=1}^N a_{ij}$. 显然, 拉普拉斯矩阵 L 是半正定矩阵, 其特征值为

$$0 = \lambda_1(L) \leq \lambda_2(L) \leq \dots \leq \lambda_N(L). \quad (4)$$

在无向图描述下, 对于任意节点 i , 离散时间平均一致性算法可以描述为如下线性迭代形式^[27]:

$$x_{k+1}^i = a_{ii}x_k^i + \sum_{j \in N_i} a_{ij}x_k^j, \quad (5)$$

其中 $N_i = \{j \in V | (i, j) \in \varepsilon\}$ 为节点 i 的邻居矩阵. 状态加权值, 即邻接矩阵元素满足

$$a_{ii} + \sum_{j \in N_i} a_{ij} = 1. \quad (6)$$

根据条件 (6), 平均一致性算法 (5) 可以化为如下向量形式:

$$x_{k+1} = A^k x_0, \quad (7)$$

其中 x_0 为目标系统初始状态向量.

引理 1 当且仅当

$$\mathbf{1}^T A = \mathbf{1}^T, A \mathbf{1} = \mathbf{1}, \rho(A - \mathbf{1}\mathbf{1}^T/N) < 1$$

时, 平均一致性算法 (7) 能够使节点估计状态向量渐近收敛于关于目标系统初始状态向量的平均一致值, 即

$$x^* = \lim_{k \rightarrow \infty} x_k = (\mathbf{1}\mathbf{1}^T/N)x_0.$$

其中: $\rho(\cdot)$ 为任意矩阵的谱半径, $\rho(A - \mathbf{1}\mathbf{1}^T/N)$ 为算法 (7) 的渐近收敛因子. 渐近收敛因子越小, 算法 (7) 收敛速率越快^[27].

1.2 系统和观测模型

在稀疏 WSN 中, 任意传感器节点 i 的非线性观测模型可以描述为

$$z_k^i = h^i(x_k, k) + v_k^i. \quad (8)$$

其中: z_k^i 为 $p \times 1$ 维观测变量; x_k 为 $n \times 1$ 维系统状态变量, 系统模型为

$$x_k = f(x_{k-1}, k) + w_{k-1}. \quad (9)$$

在模型 (8) 和 (9) 中, $f(\cdot)$ 和 $h(\cdot)$ 分别为对应于系统模型和观测模型的非线性函数, w_{k-1} 和 v_k^i 是相互独立的系统和观测零均值高斯白噪声向量, 且

$$E[w_l w_k^T] = Q_k \delta_{kl}, E[v_l^i (v_k^i)^T] = R_k^i \delta_{kl}.$$

其中: δ 为狄拉克函数, Q_k 和 R_k^i 均为正定矩阵.

2 非线性观测模型统计线性化

对于任意节点 i , 统计线性化的目的是在 Sigma 点采样的基础上, 将观测模型非线性函数化为如下形式:

$$h^i(x_k, k) = \bar{H}_k^i x_k + b_k^i + \eta_k^i, \quad (10)$$

其中待确定未知参数 \bar{H}_k^i ^[30]、 b_k^i 和 η_k^i 分别为伪观测矩阵、偏移向量和线性化误差向量.

首先,基于后验估计状态向量 $\hat{x}_{k-1|k-1}^i$ 和协方差矩阵 $P_{k-1|k-1}^i$,进行Sigma点采样,有

$$\begin{cases} \chi_{k-1|k-1}^{i,0} = \hat{x}_{k-1|k-1}^i, \\ \chi_{k-1|k-1}^{i,s} = \hat{x}_{k-1|k-1}^i + (\sqrt{(n+\kappa)P_{k-1|k-1}^i})_s, \\ \chi_{k-1|k-1}^{i,s+n} = \hat{x}_{k-1|k-1}^i - (\sqrt{(n+\kappa)P_{k-1|k-1}^i})_s. \end{cases} \quad (11)$$

其中: $s = 1, 2, \dots, n$, n 为系统状态维数; κ 为比例参数; $(\cdot)_s$ 为任意矩阵的乔利斯基分解结果(Cholesky decomposition)的第 s 行.

基于Sigma点的采样和传播,根据WSLR方法,可以计算得到式(10)中的相关待定未知矩阵和向量

$$\bar{H}_k^i = (P_{k|k-1}^{i,xz})^T (P_{k|k-1}^i)^{-1}, \quad (12)$$

$$b_k^i = \hat{z}_{k|k-1}^i - \bar{H}_k^i \hat{x}_{k|k-1}^i. \quad (13)$$

将式(10)代入(8),可以得到非线性观测模型(8)的统计线性化方程

$$z_k^i = \bar{H}_k^i x_k + b_k^i + \eta_k^i + v_k^i, \quad (14)$$

令 $\bar{v}_k^i = \eta_k^i + v_k^i + b_k^i$ 为伪观测噪声,则式(14)可化为

$$z_k^i = \bar{H}_k^i x_k + \bar{v}_k^i. \quad (15)$$

同时,伪观测噪声协方差矩阵为

$$\begin{aligned} \bar{R}_k^i &= R_k^i + P_k^{i,\eta} + B_k^i = \\ &P_{k|k-1}^{i,zz} - \bar{H}_k^i P_{k|k-1}^i (\bar{H}_k^i)^T + B_k^i, \end{aligned} \quad (16)$$

其中 $B_k^i = b_k^i (b_k^i)^T$ 是 $p \times p$ 维常数方阵,可以根据式(13)求解.

3 极大后验估计

根据式(15),稀疏WSN的集中观测模型为

$$Z_k^c = \bar{H}_k^c X + \bar{v}_k^c. \quad (17)$$

系统状态的集中先验估计均值 $\hat{X}_{k|k-1}^c$ 可以描述为

$$\hat{X}_{k|k-1}^c = H_I X + \delta_{k|k-1}^c. \quad (18)$$

其中

$$\begin{aligned} X &= [x_k^T, x_k^T, \dots, x_k^T]_{(N \cdot n) \times 1}^T, \\ H_I &= [I_n, I_n, \dots, I_n]^T, \\ Z_k^c &= [z_{1,k}^T, z_{2,k}^T, \dots, z_{N,k}^T]^T, \\ \bar{v}_k^c &= [\bar{v}_{1,k}^T, \bar{v}_{2,k}^T, \dots, \bar{v}_{N,k}^T]^T, \\ \bar{H}_k^c &= [\bar{H}_{1,k}^T, \bar{H}_{2,k}^T, \dots, \bar{H}_{N,k}^T]^T, \\ \delta_k^c &= [\delta_{1,k|k-1}^T, \delta_{2,k|k-1}^T, \dots, \delta_{N,k|k-1}^T]^T, \\ \hat{X}_k^c &= [\hat{x}_{1,k|k-1}^T, \hat{x}_{2,k|k-1}^T, \dots, \hat{x}_{N,k|k-1}^T]^T. \end{aligned}$$

x_k 为系统状态真值向量, $\delta_{k|k-1}^i$ 为节点 i 的先验估计误差.

联立式(17)和(18),可得

$$\begin{bmatrix} \hat{X}_{k|k-1}^c \\ Z_k^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_I \\ \bar{H}_k^c \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} \delta_{k|k-1}^c \\ \bar{v}_k^c \end{bmatrix}. \quad (19)$$

令

$$\Psi_k = \begin{bmatrix} \hat{X}_{k|k-1}^c \\ Z_k^c \end{bmatrix}, \Phi_k = \begin{bmatrix} H_I \\ \bar{H}_k^c \end{bmatrix}, \varphi_k = \begin{bmatrix} \delta_{k|k-1}^c \\ \bar{v}_k^c \end{bmatrix},$$

则式(19)可以化为

$$\Psi_k = \Phi_k X + \varphi_k. \quad (20)$$

易知 $\varphi_k \sim N(0, C_k)$. 其中: $C_k = \text{diag}(P_{k|k-1}^c, \bar{R}_k^c)$, $\bar{R}_k^c = \text{diag}(\bar{R}_k^i), i = 1, 2, \dots, N$, $P_{k|k-1}^c$ 为先验估计误差协方差矩阵,即

$$P_{k|k-1}^c = \begin{bmatrix} P_{k|k-1}^{11} & \dots & P_{k|k-1}^{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{k|k-1}^{N1} & \dots & P_{k|k-1}^{NN} \end{bmatrix}.$$

$P_{k|k-1}^{ij}$ 为任意节点 i 与 j 之间的先验估计误差交互协方差.

定义先验估计误差信息矩阵为

$$F_{k|k-1} = (P_{k|k-1}^c)^{-1} = \begin{bmatrix} F_{k|k-1}^{11} & \dots & F_{k|k-1}^{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ F_{k|k-1}^{N1} & \dots & F_{k|k-1}^{NN} \end{bmatrix}.$$

从而可得, $C_k^{-1} = \text{diag}(F_{k|k-1}, (\bar{R}_k^c)^{-1})$. 同时,令 $J_{k|k-1}^i = (P_{k|k-1}^{ii})^{-1}$. 一般情况下, $J_{k|k-1}^i \neq F_{k|k-1}^{ii}$.

根据极大后验估计准则,关于系统状态的集中式后验估计结果为

$$\begin{aligned} \hat{x}_{k|k} &= \\ &\left[\sum_{i=1}^N (F_{k|k-1}^i + U_k^i) \right]^{-1} \cdot \sum_{i=1}^N (F_{k|k-1}^i \hat{x}_{k|k-1}^i + u_k^i), \end{aligned} \quad (21)$$

$$J_{k|k} = \sum_{i=1}^N (F_{k|k-1}^i + U_k^i). \quad (22)$$

其中

$$\begin{aligned} F_{k|k-1}^i &= \sum_{j=1}^N F_{k|k-1}^{ji}, \\ U_k^i &= (\bar{H}_k^i)^T (\bar{R}_k^i)^{-1} \bar{H}_k^i, \\ u_k^i &= (\bar{H}_k^i)^T (\bar{R}_k^i)^{-1} z_k^i. \end{aligned}$$

4 考虑先验估计误差相关性的快速DUIF算法

定义稀疏WSN中节点之间的共享信息为

$$\begin{cases} \theta_k^i = F_{k|k-1}^i + U_k^i, \\ \theta_k^i = F_{k|k-1}^i \hat{x}_{k|k-1}^i + u_k^i. \end{cases} \quad (23)$$

则式(21)和(22)可以化为

$$\hat{x}_{k|k} = \left(\sum_{i=1}^N \theta_k^i \right)^{-1} \sum_{i=1}^N \theta_k^i, \quad (24)$$

$$J_{k|k} = \sum_{i=1}^N \theta_k^i. \quad (25)$$

易知,只有获取 $F_{k|k-1}^i$ 的信息,才能计算出共享信息 θ_k^i 和 θ_k^i 的值.

基于上述分析,将平均一致性算法(5)分别作用于 θ_k^i 和 θ_k^i ,即

$$\theta_{k+1}^i = a_{ii}\theta_k^i + \sum_{j \in N_i} a_{ij}\theta_k^j, \quad (26)$$

$$\theta_{k+1}^i = a_{ii}\theta_k^i + \sum_{j \in N_i} a_{ij}\theta_k^j. \quad (27)$$

使各个节点中的 θ_k^i 和 θ_k^i 的值渐近趋于关于初始共享信息 θ_0^i 和 θ_0^i 的平均一致值, 即

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \theta_k^i = \theta^* = \left(\sum_{i=1}^N \theta_0^i \right) / N, \quad (28)$$

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \theta_k^i = \theta^* = \left(\sum_{i=1}^N \theta_0^i \right) / N. \quad (29)$$

则最终的后验估计结果为

$$\hat{x}^* = \left(\sum_{i=1}^N \theta_0^i \right)^{-1} \sum_{i=1}^N \theta_0^i, \quad (30)$$

$$J^* = \sum_{i=1}^N \theta_0^i. \quad (31)$$

显然, 在极大后验估计准则下, 基于平均一致性的 DUIF 算法得以运行的关键在于任意节点 i 对于任意时刻 k 的信息矩阵 $F_{k|k-1}^i$ 的计算.

4.1 信息矩阵的计算

类似于 ICF 算法^[26], $F_{k|k-1}^i$ 的计算分为两种情形.

1) 不存在无效节点. 由极大后验估计准则可知

$$J_{k|k} = J_{k|k-1} + \sum_{i=1}^N U_k^i. \quad (32)$$

联立式 (22) 和 (32), 可知

$$\sum_{i=1}^N F_{k|k-1}^i = J_{k|k-1} = \sum_{i=1}^N (J_{k|k-1} / N). \quad (33)$$

随着平均一致性算法的持续执行, 当其有效收敛时, 对于任意节点 i , $J_{k|k-1}^i$ 都会满足如下关系:

$$J_{k|k-1}^i = J_{k|k-1}. \quad (34)$$

将式 (34) 代入 (33) 可得

$$\sum_{i=1}^N F_{k|k-1}^i = \sum_{i=1}^N (J_{k|k-1} / N). \quad (35)$$

从而计算得到共享信息

$$\begin{cases} \theta_k^i = J_{k|k-1}^i / N + U_k^i, \\ \theta_k^i = J_{k|k-1}^i \hat{x}_{k|k-1}^i / N + u_k^i. \end{cases} \quad (36)$$

2) 存在无效节点. 在滤波的初始阶段, 由于传感器节点的感知范围和通信范围有限, 稀疏 WSN 中会存在若干无效节点, 在这种情况下, 节点之间的先验信息是不相关的, 这意味着任意节点 i 与 j 之间的初始先验估计误差交互协方差为 0, 即

$$P_{k|k-1}^{ij} = E[\delta_{k|k-1}^i (\delta_{k|k-1}^j)^T] = 0.$$

那么, 在初始时刻, $F_{k|k-1}$ 的非对角线元素均为 0, 由此可知

$$J_{k|k-1}^i = F_{k|k-1}^{ii}.$$

同时

$$F_{k|k-1}^i = \sum_{j=1}^N F_{k|k-1}^{ji} = F_{k|k-1}^{ii} = J_{k|k-1}^i. \quad (37)$$

将式 (37) 代入 (23), 可得共享信息.

注 1 在稀疏 WSN 中, 无效节点极易出现在滤波的初始阶段. 然而, 随着一致性算法的不断执行, 节点之间的先验估计相关性持续增强, 当无效节点中开始从邻居节点接收关于目标系统状态的任何先验信息时, 自当前时刻开始, 共享信息就要按照式 (36) 进行计算.

4.2 收敛速率优化

稀疏 WSN 以较少的通信连接维持着通信拓扑无向图的连通性, 这意味着节点的度普遍较小. 同时, 由于节点分布的随机性, 稀疏 WSN 节点的度之间的差异可能较大. 易知, 节点的度小意味着节点的邻居节点较少, 相比于度大的节点, 此类节点需要通过更多的传递来获取信息, 一致性算法在这些节点中的收敛速率自然就会更慢, 导致一致性算法总体收敛速率的降低. 文献 [2] 也明确指出, 一致性算法在稀疏 WSN 中的收敛速率缓慢. 因此, 考虑对一致性算法的收敛速率进行优化, 主要分两个步骤: 第 1 步, 进行最优通信连接边权值的设计, 最小化渐近收敛因子; 第 2 步, 使各个节点能够根据自身估计状态自适应修正状态加权矩阵, 逐步减小节点之间度差异. 值得注意的是, 优化一致性算法的收敛速率, 实质上是为了提高 DUIF 算法的滤波效率.

第 1 步 最优通信连接边权值设计. 根据文献 [27], 在任意时刻赋予稀疏 WSN 中所有通信连接边相同的权值 α , 可得

$$A = I - \alpha L. \quad (38)$$

这极大简化了状态加权矩阵的计算. 进而, 需合理设计 α 的值, 使渐近收敛因子最小.

定理 1 对于通信拓扑无向图 $G = (V, \varepsilon)$, 若 α^* 赋值为

$$\alpha^* = \frac{2}{\lambda_N(L) + \lambda_2(L)} > 0, \quad (39)$$

则渐近收敛因子的值最小.

证明 易知, 状态加权矩阵 A 的特征值为

$$\lambda_i(A) = 1 - \alpha \lambda_{N-i+1}(L). \quad (40)$$

由引理 1 可知

$$\rho(A - \mathbf{1}\mathbf{1}^T / N) = \max\{\lambda_{N-1}(A), -\lambda_1(A)\}. \quad (41)$$

由式 (40) 可得

$$\lambda_{N-1}(A) = 1 - \alpha \lambda_2(L), \quad (42)$$

$$\lambda_1(A) = 1 - \alpha \lambda_N(L). \quad (43)$$

当 $\alpha = \alpha^*$ 时, 有

$$\begin{cases} \lambda_{N-1}(A) = \frac{\lambda_N(L) - \lambda_2(L)}{\lambda_N(L) + \lambda_2(L)} > 0, \\ \lambda_1(A) = \frac{\lambda_2(L) - \lambda_N(L)}{\lambda_N(L) + \lambda_2(L)} < 0. \end{cases} \quad (44)$$

由式 (44) 容易看出

$$\lambda_{N-1}(A) = -\lambda_1(A). \quad (45)$$

此时, 渐近收敛因子的值达到最小. \square

第 2 步 状态加权矩阵自适应修正. 在状态加权矩阵自适应修正过程中, 状态加权矩阵是时变的, 所以平均一致性算法 (5) 应化为

$$x_{k+1}^i = a_k^{ii} x_k^i + \sum_{j \in N_i} a_k^{ij} x_k^j. \quad (46)$$

由于 $a_k^{ii} + \sum_{j \in N_i} a_k^{ij} = 1$, 可得

$$x_k^i = x_{k-1}^i + (a_k^i)^T (\bar{x}_{k-1}^i - 1_{|N_i|} \otimes x_{k-1}^i). \quad (47)$$

其中: $|N_i|$ 为任意节点 i 邻居节点集合的基数; 而

$$a_k^i = [a_k^{ij_1}, a_k^{ij_2}, \dots, a_k^{ij_{|N_i|}}]^T, \\ \bar{x}_k^i = [x_{j_1,k}^T, x_{j_2,k}^T, \dots, x_{j_{|N_i|},k}^T]^T.$$

平均一致性算法 (47) 存在输出误差

$$\tilde{e}_k^i = x - x_k^i, \quad (48)$$

其中 x 为预估信息真值. 构造目标函数

$$\phi_k^i = E\{(\tilde{e}_k^i)^T \tilde{e}_k^i\}. \quad (49)$$

根据最小均方 (LMS) 算法原理^[31], 运用最速下降梯度方法对状态加权矩阵进行自适应修正, 即

$$\hat{a}_k^i = a_k^i - 0.5\mu_k^i \nabla \phi_k^i, \quad (50)$$

其中 $\nabla \phi_k^i$ 为目标函数 ϕ_k^i 的梯度, 计算如下:

$$\nabla \phi_k^i = -2E\{(\bar{x}_{k-1}^i - 1_{|N_i|} \otimes x_{k-1}^i)(\tilde{e}_k^i)^T\}. \quad (51)$$

将式 (51) 代入 (50), 可得

$$\hat{a}_k^i = a_k^i + \mu_k^i E\{(\bar{x}_{k-1}^i - 1_{|N_i|} \otimes x_{k-1}^i)(\tilde{e}_k^i)^T\}. \quad (52)$$

为了避免式 (52) 中期望值的复杂计算, 以瞬时梯度代替式 (51), 并代入 (52), 得到最优边权值自适应更新算法, 即

$$\hat{a}_k^i = a_k^i + \mu_k^i (\bar{x}_{k-1}^i - 1_{|N_i|} \otimes x_{k-1}^i)(\tilde{e}_k^i)^T. \quad (53)$$

将式 (53) 代入 (47), 得到状态加权矩阵能够自适应修正的平均一致性算法, 即

$$x_k^i = x_{k-1}^i + (\hat{a}_k^i)^T (\bar{x}_{k-1}^i - 1_{|N_i|} \otimes x_{k-1}^i). \quad (54)$$

在基于平均一致性的 DUIF 算法中, 将平均一致性算法 (54) 分别作用于 Θ_k^i 和 θ_k^i , 从而加快其收敛速率, 提高 DUIF 算法的整体滤波效率.

在式 (50) 中, μ_k^i 是表征状态加权矩阵自适应修正过程收敛速率和稳定性的常数收敛参数. 因而, 对该参数值的确定具有十分重要的意义^[28].

引理 2 在任意节点 i 中, 若任意时刻 k 的收敛参数的取值满足

$$0 < \mu_k^i < 2/(\sigma_i^2(|N_i| + 1)), \quad (55)$$

则状态加权矩阵自适应修正算法 (53) 可较快收敛, 其

中 σ_i^2 为节点输入状态的方差^[28].

为了确保算法 (53) 严格收敛, 根据文献 [32], 收敛参数的取值一般为

$$0 < \mu_k^i < 2/(\sigma_i^2(|N_i|(|N_i| + 1))). \quad (56)$$

4.3 算法实现

基于上述分析, 对于任意节点 i , 给出考虑先验估计误差相关性的快速 DUIF 算法实现伪代码和流程图如下.

4.3.1 算法实现

算法 1 考虑先验估计误差相关性的快速 DUIF 算法.

Step 1: 初始化 $\hat{x}_0^i, P_0^{ii} \rightarrow J_0^i = (P_0^{ii})^{-1}$.

Step 2: for $k = 0 : K$ (K 为总迭代步数)

for $i = 0 : N$

$\hat{x}_{k|k}^i, J_{k|k}^i \rightarrow$ Sigma 点采样 $\rightarrow \chi_{k|k}^{i,s}$;

统计线性化 $\rightarrow \bar{H}_k^i, b_k^i, \eta_k^i \rightarrow \bar{R}_k^i$;

根据是否存在无效节点计算 $F_{k|k-1}^i$;

输入观测值 $z_k^i \rightarrow U_k^i, u_k^i$;

$F_{k|k-1}^i \rightarrow \Theta_k^i, \theta_k^i$

for $t = 1 : T$ (一致性算法迭代步数)

最优通信连接边权值设计 $\rightarrow \alpha^*$;

$\Theta_k^i, \theta_k^i \rightarrow$ 平均一致性算法;

状态加权矩阵自适应修正 $\rightarrow \min$

ϕ_k^i

end for

极大后验估计 $\rightarrow \hat{x}_{k+1|k+1}^i, J_{k+1|k+1}^i$

end for

输出 $\hat{x}_{k|k}^i, J_{k|k}^i$

end for

4.3.2 算法流程

任意节点 i 中, 考虑先验估计误差相关性的快速 DUIF 算法任意一步迭代 ($k \rightarrow k+1$) 流程如图 1 所示.

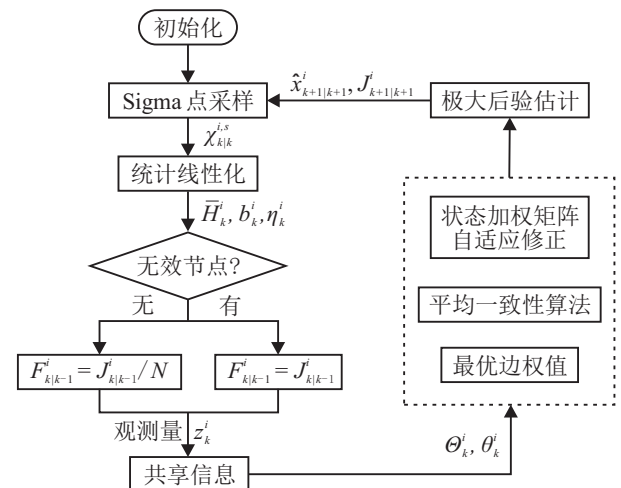


图 1 算法任意一步迭代流程图

5 仿真实验

为了便于讨论,分别记加权平均一致DUIF算法、不包含收敛速率优化环节的考虑先验估计误差相关性的DUIF算法和完整的考虑先验估计误差相关性的DUIF算法为算法1、算法2和算法3.进而,分别应用上述3种算法进行稀疏WSN单目标跟踪.通过与算法1和算法2的对比,验证本文所提出算法3的有效性.

以平均估计误差(AE)衡量分布式估计精度,即

$$AE_k = \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \|\hat{x}_k^i - x_k\|_2 \right)^{1/2},$$

其中 x_k 为目标系统真值.

以平均一致跟踪误差(ATE)衡量平均一致性算法收敛速率,即

$$ATE_k = \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \|\hat{x}_k^i - x_k^*\|_2 \right)^{1/2},$$

$x_k^* = \sum_{i=1}^N \hat{x}_k^i / N$ 为各节点目标状态估计的平均值.

5.1 仿真模型

任意传感器节点 i 的观测模型描述如下:

$$z_k^i = \begin{bmatrix} \sqrt{(x_k^i - x^i)^2 + (y_k^i - y^i)^2} \\ \arctan((y_k^i - y^i)/(x_k^i - x^i)) \end{bmatrix} + v_k^i,$$

其中 (x^i, y^i) 为节点 i 的位置坐标. 目标的非线性系统模型描述形式如式(9)所示. 在二维笛卡尔坐标系下,用 $x_k = [x_k, y_k, \dot{x}_k, \dot{y}_k]$ 描述目标状态,其中 (x_k, y_k) 和 (\dot{x}_k, \dot{y}_k) 分别为目标的位置和速度坐标. 系统噪声和观测噪声均为零均值高斯白噪声,其方差分别为

$$Q_k = 3I_4, R_k = 5I_2.$$

设置目标初始状态为

$$x_0 = [10 \text{ m} \quad 10 \text{ m} \quad -0.4 \text{ m/s} \quad 0.7 \text{ m/s}].$$

对于算法1和算法2,由于不包含一致性算法收敛速率优化环节,其状态加权矩阵的元素根据节点之间是否存在通信连接而设置为0或1.对于算法3,根据4.2节内容,收敛参数 μ_k^i 根据式(56)进行取值,执行收敛速率优化.

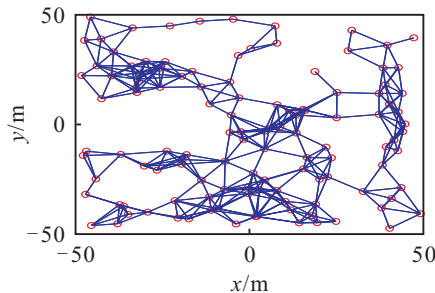


图2 稀疏WSN

如图2所示,120个传感器节点被随机分布于 $100 \text{ m} \times 100 \text{ m}$ 的范围中,节点坐标服从均匀分布.设

置节点通信距离不大于 $\sqrt{1.9N} \text{ m}$,形成的通信连接边数量为 $M = 394$.易知

$$M \ll N(N-1)/2 = 7140,$$

所以图2所示WSN为稀疏WSN.同时,节点的最大度 d_{\max} 、最小度 d_{\min} 和平均度 d_{avg} 分别为

$$d_{\max} = 15, d_{\min} = 1, d_{\text{avg}} = 6.5398.$$

可见,该稀疏WSN总体上存在较大的节点度差异.根据式(39),对于算法1,其初始时刻的通信连接边权重为 $\alpha^* = 2/(15.7856 + 0.0591) = 0.1262$.

5.2 仿真结果

图3所示为稀疏WSN中的目标真实运动轨迹.

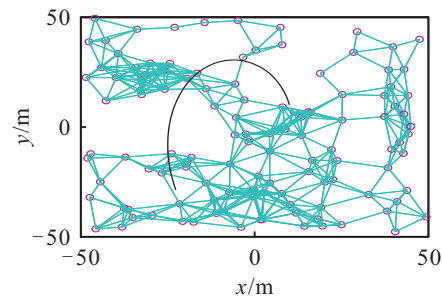
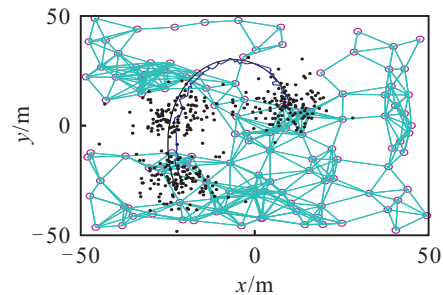
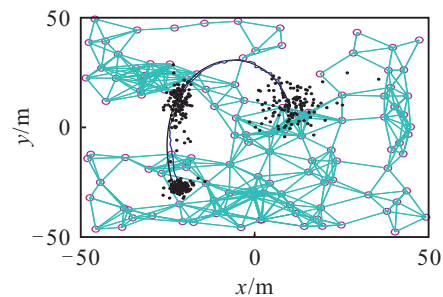


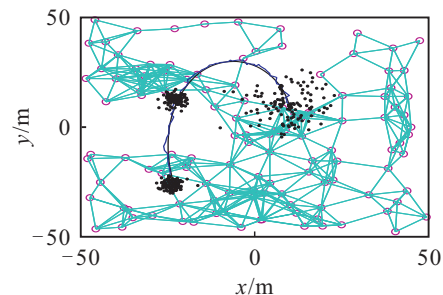
图3 目标真实运动轨迹



(a) 算法1



(b) 算法2



(c) 算法3

图4 3种算法对目标进行跟踪的结果

应用3种算法对图3所示目标进行跟踪,跟踪结果如图4所示.其中:实线为跟踪轨迹,3个实心点簇分别为初始时刻、终止时刻和第60步时刻的所有节点的瞬时状态估计值,点簇的密集程度表征了当前时刻节点估计值的收敛程度.

由图4可以直观看出,相对于算法1,算法2和算法3的跟踪精度更高,因为其跟踪轨迹在绝大多数时刻与目标真实轨迹均是几乎重合的.比较图4(b)和4(c)可知,当不包含收敛速率优化环节时,算法3的估计精度不会明显下降.同时,由3幅图中的点簇密集程度的变化趋势可以直观看出,在任意选取的第60步时刻,在收敛速率优化环节的作用下,相对于算法1和算法2,算法3中一致性算法的收敛速率更快.

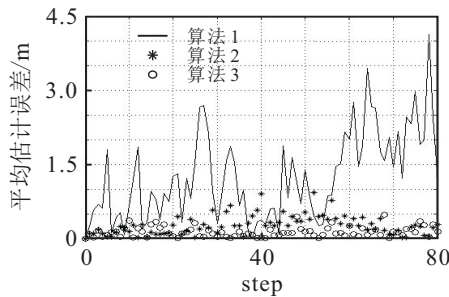


图5 平均估计误差

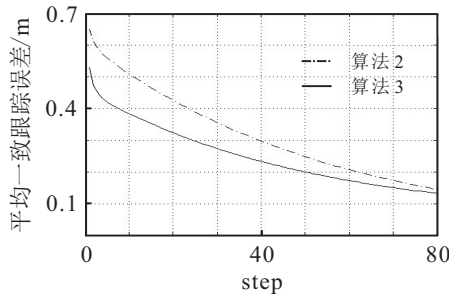


图6 平均一致跟踪误差

从图5和图6可以看出,AE和ATE曲线与由图4得出的直观分析结果是相符的.由图5可知,算法1的平均估计误差最大超过了3.5m,而算法2和算法3的平均估计误差绝大部分时间都不超过0.5m.同时,由图6可知,使平均一致跟踪误差收敛至0.2m,算法2用了60步的时间,而通过收敛速率优化,算法3则只需50步的时间.

表1 算法性能比较

算法	平均运行时间/s	平均估计误差均值/m
算法1	4.5603	1.5746
算法2	2.9435	0.2589
算法3	1.4566	0.2177

同时,从表1可以看出,算法3,即完整的考虑先验估计误差相关性的DUIF算法运行80步所耗费的平均运行时间是最少的,且具有最小的平均估计误差均值.

6 结论

节点之间先验估计误差相关性信息的缺失是导致基于一致性的分布式估计方法滤波结果次优的主要原因.同时,实际中存在大量的稀疏WSN,其稀疏通信拓扑和普遍存在的节点度差异,对分布式滤波产生了较大的负面影响.为此,本文提出一种考虑先验估计误差相关性的快速DUIF算法.该DUIF算法在Sigma点采样和加权统计线性回归分析的基础上,有效实现对节点非线性观测模型的统计线性化,从而使DUIF算法能够在极大后验估计准则下有效执行;根据是否存在无效节点,有效实现对先验估计信息矩阵的计算,从而成功在分布式估计过程中引入表征先验估计误差相关性的交互协方差矩阵信息;平均一致性算法被用于节点之间共享信息的分布式计算,实现目标状态的分布式估计;同时,通过设计最优通信连接边权值和自适应修正状态加权矩阵,使平均一致性算法保持较快收敛速率.相对于加权平均一致DUIF算法,本文提出的DUIF算法的滤波效果更为优异,表现出更高的估计精度和滤波效率.

参考文献(References)

- [1] Olfati-Saber R, Fax J A, Murray R M. Consensus and cooperation in networked multi-agent systems[J]. Proc of the IEEE, 2007, 95(1): 215-233.
- [2] Olfati-Saber R, Murray R M. Consensus problems in networks of agents with switching topology and time-delays[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2004, 49(9): 1520-1533.
- [3] 邢关生, 杜春燕, 宗群, 等. 基于一致性的小型四旋翼机群自主编队分布式运动规划[J]. 控制与决策, 2014, 29(11): 2081-2084.
(Xing G S, Du C Y, Zong Q, et al. Consensus-based distributed motion planning for autonomous formation of miniature quadrotor groups[J]. Control and Decision, 2014, 29(11): 2081-2084.)
- [4] 余莹莹, 方华京. 基于一类连续非线性函数的多智能体系统有限时间一致性[J]. 控制与决策, 2011, 26(7): 1101-1104.
(She Y Y, Fang H J. Finite-time consensus for multi-agent systems on continuous nonlinear functions[J]. Control and Decision, 2011, 26(7): 1101-1104.)
- [5] Olfati-Saber R. Distributed Kalman filter with embedded consensus filters[C]. Proc of IEEE Conf on Decision and Control. Seville: IEEE Press, 2005: 8179-8184.
- [6] Olfati-Saber R. Distributed Kalman filtering for sensor networks[C]. Proc of IEEE Conf on Decision and Control. Louisiana: IEEE Press, 2007: 5492-5498.

- [7] Olfati-Saber R. Kalman-consensus filter: Optimality, stability, and performance[C]. Proc of IEEE Conf on Decision and Control. Shanghai: IEEE Press, 2009: 7036-7042.
- [8] 杨文, 侍洪波, 汪小帆. 卡尔曼一致滤波算法综述[J]. 控制与决策, 2011, 26(4): 481-488.
(Yang W, Shi H B, Wang X F. A survey of consensus based Kalman filtering algorithm[J]. Control and Decision, 2011, 26(4): 481-488.)
- [9] Li W, Jia Y. Consensus-based distributed multiple model UKF for jump Markov nonlinear systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2012, 57(1): 227-233.
- [10] Zhou Y, Wang D, Li J. Consensus 3-D bearings-only tracking in switching sensor networks[J]. Signal Processing, 2014, 105: 148-155.
- [11] Gu D. Distributed particle filter for target tracking[C]. Proc of IEEE Conf on Robotics and Automation. Roma: IEEE Press, 2007: 3856-3861.
- [12] Farahmand S, Roumeliotis S I, Giannakis G B. Set-membership constrained particle filter: Distributed adaptation for sensor networks[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2011, 59(9): 4122-4138.
- [13] Hlinka O, Sluciak O, Hlawatsch F, et al. Likelihood consensus and its application to distributed particle filtering[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2012, 60(8): 4334-4349.
- [14] Xiao L, Boyd S, Lall S. A scheme for robust distributed sensor fusion based on average consensus[C]. Proc of IEEE Symposium on Information Processing in Sensor Networks. Los Angeles: IEEE Press, 2005: 63-70.
- [15] Hlinka, O, Hlawatsch, F, Djuric P M. Distributed particle filtering in agent networks: A survey, classification, and comparison[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2013, 30(1): 61-81.
- [16] 汤文俊, 张国良, 曾静, 等. 一种适用于稀疏无线传感器网络的改进分布式 UIF 算法[J]. 自动化学报, 2014, 40(11): 2490-2498.
(Tang W J, Zhang G L, Zeng J, et al. An improved distributed unscented information filter algorithm for sparse wireless sensor network[J]. Acta Automatica Sinica, 2014, 40(11): 2490-2498.)
- [17] Lin X D, Thiagalingam K, Yaakov B S, et al. Comparison of EKF, pseudo measurement, and particle filter for a bearing-only target tracking problem[C]. Proc of SPIE Conf on Signal Data Processing of Small Targets. Orlando: SPIE Press, 2002: 240-250.
- [18] Akyildiz I F, Su W, Sankarasubramaniam Y, et al. A survey on sensor networks[J]. IEEE Communications Magazine, 2002, 40(8): 102-114.
- [19] Kar S, Moura J M. Sensor networks with random links: Topology design for distributed consensus[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2008, 56(7): 3315-3326.
- [20] 席峰, 刘中. 基于信息矩阵加权一致策略的分布式 Kalman 滤波器[J]. 信息与控制, 2010, 39(2): 194-199.
(Xi F, Liu Z. Distributed Kalman filter with information matrix weighted consensus strategies[J]. Information and Control, 2010, 39(2): 194-199.)
- [21] Demetriou M A. Design of consensus and adaptive consensus filters for distributed parameter systems[J]. Automatica, 2010, 46(2): 300-311.
- [22] Kamal A T, Ding C, Song B, et al. A generalized Kalman consensus filter for wide-area video networks[C]. Proc of IEEE Conf on Decision and Control and European Control. Orlando: IEEE Press, 2011: 7863-7869.
- [23] Sun S L. Multi-sensor optimal information fusion Kalman filters with applications[J]. Aerospace Science and Technology, 2004, 8(1): 57-62.
- [24] Kamal A T, Jay F, Amit K. Information weighted consensus[C]. Proc of IEEE Conf on Decision and Control. Maui: IEEE Press, 2012: 2732-2737.
- [25] Kamal A T, Farrell J, Roy-Chowdhury A K. Information weighted consensus filters and their application in distributed camera networks[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2013, 58(12): 3112-3125.
- [26] Lefebvre T, Bruyninckx H, De Schutter J. Comment on "a new method for the nonlinear transformation of means and covariances in filters and estimators"[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2002, 47(8): 1406-1409.
- [27] Xiao L, Boyd S. Fast linear iterations for distributed averaging[J]. Systems & Control Letters, 2004, 53(1): 65-78.
- [28] Talebi M S, Kefayati M, Khalaj B H, et al. Adaptive consensus averaging for information fusion over sensor networks[C]. Proc of IEEE Conf on Mobile Adhoc and Sensor Systems. Vancouver: IEEE Press, 2006: 562-565.
- [29] Kar S, Moura J M F. Sensor networks with random links: Topology design for distributed consensus[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2008, 56(7): 3315-3326.
- [30] Lee D. Nonlinear estimation and multiple sensor fusion using unscented information filtering[J]. IEEE Signal Processing Letter, 2008, 15: 861-864.
- [31] 张贤达. 现代信号处理[M]. 北京: 清华大学出版社, 2002: 188-205.
(Zhang X D. Modern signal processing[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2002: 188-205.)
- [32] Simon H. Adaptive filter theory[J]. Prentice Hall, 2002, 2: 478-481.