

## 基于一阶特征模型的自适应跟踪控制方法

徐李佳, 胡勇

(1. 北京控制工程研究所, 北京 100190; 2. 空间智能控制技术重点实验室, 北京 100190)

**摘要:** 基于特征建模理论, 针对一类可由一阶特征模型描述的被控对象, 设计一种新的自适应跟踪控制方法. 通过参数整合, 将系统特征压缩到一个时变参数中, 进一步减少需估计的参数, 更利于工程应用. 利用李雅普诺夫方法, 分析闭环系统的稳定性. 最后, 通过数学仿真实验验证了所提出方法的有效性.

**关键词:** 一阶特征模型; 自适应控制; 时变参数; 跟踪控制

中图分类号: TP273

文献标志码: A

### Adaptive tracking control method based on the first-order characteristic model

XU Li-jia, HU Yong

(1. Beijing Institute of Control Engineering, Beijing 100190, China; 2. Science and Technology on Space Intelligent Control Laboratory, Beijing 100190, China. Correspondent: XU Li-jia, E-mail: predest@sina.com)

**Abstract:** This paper presents a novel adaptive tracking control method for a class of systems which can be described with a first-order characteristic model by the theory of characteristic modeling. An approach is introduced to compress the system characteristics into a special time-varying parameter, which can simplify the model and be easy for application in practical engineering. Lyapunov-based techniques are used to guarantee the stability of the closed loop system. The effectiveness of the proposed method is illustrated by simulations.

**Keywords:** first-order characteristic model; adaptive control; time-varying parameter; tracking control

## 0 引言

一般情况下, 在设计控制器之前需要事先知道被控对象的数学模型. 到目前为止, 基于精确数学模型设计的控制方法已得到了广泛研究. 然而, 随着生产和技术的发展, 被控对象越来越复杂, 一方面难以建立精确的动力学模型, 给基于精确动力学模型的控制方法带来了很大的挑战; 另一方面, 被控对象的复杂性需要用复杂的数学模型描述, 从而导致控制器设计复杂, 难以工程实现. 为此, 吴宏鑫在20世纪90年代提出了特征建模的思想, 其目的是在满足控制性能要求的前提下, 为高阶复杂对象建立一个能用于低阶控制器设计的模型.

特征模型<sup>[1-4]</sup>是指根据对象的动力学特征、环境特征和控制性能要求相结合而建立的模型. 特征模型与传统的动力学模型不同之处在于, 它将复杂对象的高阶项或者不确定项压缩到几个时变的特征参数中, 不丢失对象信息, 而描述形式却很简单, 易于控制器

设计和工程应用. 通常情况下, 特征模型可用一阶或者二阶离散时变线性方程表示.

人们针对基于二阶特征模型的控制方法<sup>[5-6]</sup>研究较多, 主要有黄金分割自适应控制律、维持跟踪控制律、逻辑积分控制律和逻辑微分控制律, 其中黄金分割自适应控制律是基本控制律, 具有鲁棒性好、易于工程实现等优点. 该类控制方法已成功地应用于多个航天任务中, 如神州飞船与天宫一号的交会对接任务<sup>[7-8]</sup>. 此外, 还有一些其他控制方法, 如非线性黄金分割自适应控制<sup>[9]</sup>、自适应滑模控制<sup>[10]</sup>等. 相比而言, 基于一阶特征模型的控制方法在之前的研究中相对较少, 然而在近期的工程应用中却得到越来越多的重视, 如成功地应用于嫦娥五号的返回再入任务<sup>[11]</sup>, 其优点是相比二阶特征模型形式更为简单、参数更少、工程应用更为方便. 在基于特征模型的控制设计问题上, 几乎现有的控制方法都属于自适应控制中的间接法, 即首先通过系统的输入输出辨识出模型参

收稿日期: 2015-07-21; 修回日期: 2015-12-08.

基金项目: 国家重点基础研究发展计划项目(2013CB733100); 国家自然科学基金项目(61333008, 61304027).

作者简介: 徐李佳(1987-), 男, 博士生, 从事特征模型及航天器控制的研究; 胡勇(1982-), 男, 工程师, 博士, 从事航天器控制理论与应用的研究.

数,在此基础上设计控制律. 辨识算法一般采用梯度或者最小二乘算法,需要事先给定投影边界,否则会影影响系统闭环稳定性.

本文在对原系统建立的一阶特征模型的基础上,基于自适应控制中的直接法设计一种新的自适应跟踪控制方法. 首先考虑工程应用中估计的参数越少越好,将原一阶特征模型需辨识的两个特征参数整合到一个参数中,以进一步简化控制模型,减少估计参数;然后设计参数更新律和自适应控制律,直接通过李雅普诺夫方法证明闭环系统的稳定性;最后,给出数学仿真例子,表明了算法的有效性.

### 1 一阶特征模型

考虑一类对象

$$\dot{x} = f(t, x, u), y = x_1. \tag{1}$$

其中:  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \in \mathbf{R}^n$  为原系统状态向量,  $y \in \mathbf{R}$  为系统输出,  $u \in \mathbf{R}$  为系统控制输入. 根据特征建模理论<sup>[1]</sup>, 满足一定条件下的被控对象(1)通过离散化方法可以写成如下二阶特征模型形式:

$$y_{k+1} = \alpha_k y_k + \beta_k u_k. \tag{2}$$

其中:  $y_k$  和  $u_k$  为  $k$  时刻的系统的采样输出和控制输入,  $\alpha_k$  和  $\beta_k$  为一阶特征模型的两个特征参数,  $\alpha_k$  有界且在 1 附近变化,  $\beta_k$  有界且变化速度有界. 具体而言, 参数  $\alpha_k$  和  $\beta_k$  满足如下条件:

$$\alpha_k = 1 + \varepsilon_k, |\varepsilon_k| \leq \varepsilon_1(h); \tag{3}$$

$$\beta_1(h) \leq \beta_k \leq \beta_2(h); \tag{4}$$

$$|\beta_k/\beta_{k-1}| \leq \rho. \tag{5}$$

其中:  $\varepsilon_1(h)$ 、 $\beta_1(h)$ 、 $\beta_2(h) > 0$  为采样时间  $h$  的函数, 且随采样周期的减小而减小;  $\rho$  用于刻画  $\beta_k$  变化的快慢. 由特征建模理论可知, 当原对象增益不变时,  $\beta_k$  为慢时变的, 对应地  $\rho$  的取值接近于 1, 当原对象增益时变时,  $\rho$  的取值与原对象增益变化成正比, 不失一般性, 取  $\rho \geq 1$ .

注1 特征建模过程见文献[1,11-12].

### 2 模型转换

为了设计控制算法, 首先对特征模型(2)进行模型转换处理. 定义集合

$$\Omega_\eta = \{y_k \in \mathbf{R} | |y_k| \leq \eta\}, \tag{6}$$

其中  $\eta > 0$ , 可根据对象特征参数的变化快慢选取. 将特征模型(2)分两种情况进行讨论:

1)  $y_k \in \mathbf{R} \setminus \Omega_\eta$ . 在这种情况下, 被控对象的实际输出值远离零点, 特征模型形式不变, 如式(2)所示.

2)  $y_k \in \Omega_\eta$ . 相反地, 这种情况下被控对象的实际输出值在零点附近, 对特征模型的形式作如下变换:

$$(y_{k+1} + d) = \alpha'_k (y_k + d) + \beta_k u_k. \tag{7}$$

其中:  $d$  为常数, 一般取  $d > \eta$ ; 参数  $\alpha'_k$  为

$$\alpha'_k = \alpha_k + \frac{(1 - \alpha_k)d}{y_k + d}, \tag{8}$$

可知其为有界参数. 代入式(3)得到

$$\alpha'_k = 1 + \varepsilon_k \frac{y_k}{y_k + d}, \tag{9}$$

$$\left| \varepsilon_k \frac{y_k}{y_k + d} \right| \leq |\varepsilon_k| \left| \frac{y_k}{y_k + d} \right| \leq \frac{\eta}{d - \eta} \varepsilon_1(h). \tag{10}$$

由于情况2)变换后的模型(7)与原特征模型(2)在形式上一致, 可以写成如下统一形式:

$$z_{k+1} = \bar{\alpha}_k z_k + \beta_k u_k, \tag{11}$$

其中  $z_k$  和  $\bar{\alpha}_k$  为新的统一变量. 当  $y_k \in \mathbf{R} \setminus \Omega_\eta$  时, 取  $z_k = y_k$  和  $\bar{\alpha}_k = \alpha_k$ ; 当  $y_k \in \Omega_\eta$  时, 取  $z_k = y_k + d$  和  $\bar{\alpha}_k = \alpha'_k$ .

为了进一步减少需估计的参数, 本文将特征模型统一形式(11)中的两个参数  $\bar{\alpha}_k$  和  $\beta_k$  整合到一个参数中, 得到如下形式的描述方程:

$$z_{k+1} = \theta_k z_k + \beta u_k. \tag{12}$$

其中:  $\beta$  为定值, 取  $\beta > \beta_2(h)$ ; 整合的参数  $\theta_k$  满足

$$\theta_k = \bar{\alpha}_k + \frac{(\beta_k - \beta)u_k}{z_k}. \tag{13}$$

整合参数  $\theta_k$  与参数  $\bar{\alpha}_k$ 、 $\beta_k$ 、 $\beta$ 、控制量  $u_k$  和输出量  $z_k$  均有关, 后文将根据设计的控制律对  $\theta_k$  作具体分析.

### 3 控制器设计

针对式(12)给出的整合方程, 设计自适应控制律和参数更新律. 考虑跟踪控制, 自适应控制律为

$$u_k = \frac{1}{\beta} (-\hat{v}_k z_k + a_0 e_k + z_{r,k+1}). \tag{14}$$

其中:  $0 < a_0 < 1$ , 统一变量的跟踪误差  $e_k = z_k - z_{r,k}$ ,  $z_{r,k}$  为统一变量的参考跟踪信号,  $\hat{v}_k$  为估计参数. 参数更新律由下式得到:

$$\hat{v}_k = l \hat{v}_{k-1} + \lambda (a_0 z_k e_k - \mu z_k^2 \hat{v}_k). \tag{15}$$

其中:  $0 < l < 1/\rho$ ,  $\lambda > 0$ ,  $\mu > 0$ .

在上述跟踪控制律(14)和参数更新律(15)中, 统一变量的输出  $z_k$  与原对象的实际采样输出  $y_k$  的关系如下:

$$z_k = y_k + D(\Omega_\eta, y_k)d, \tag{16}$$

其中  $D(\Omega_\eta, x)$  为死区函数, 定义为

$$D(\Omega_\eta, y_k) = \begin{cases} 0, & y_k \in \mathbf{R} \setminus \Omega_\eta; \\ 1, & y_k \in \Omega_\eta. \end{cases} \tag{17}$$

同样地, 统一变量的参考跟踪信号  $z_{r,k}$  也可以表示为  $z_{r,k} = y_{r,k} + D(\Omega_\eta, y_k)d$ ,  $y_{r,k}$  为原对象输出实际需要跟踪的参考信号. 那么, 统一变量的跟踪误差  $e_k$  为原对象实际的跟踪误差, 即  $y_k - y_{r,k} = e_k$ .

将控制律(14)代入参数整合后的方程(12), 得到闭环系统方程

$$e_{k+1} = a_0 e_k + \tilde{\varphi}_k z_k, \quad (18)$$

其中  $\tilde{\varphi}_k = \theta_k - \hat{\vartheta}_k$  为真实参数与估计参数之间的差。下面对其进行分析。

首先, 将控制律方程(14)代入整合的参数方程(13), 利用关系式  $e_k = z_k - z_{r,k}$ , 得到

$$\begin{aligned} \theta_k &= \bar{\alpha}_k + \frac{(\beta_k - \beta)u_k}{z_k} = \\ &\bar{\alpha}_k + \frac{\beta_k - \beta}{\beta} \left( -\hat{\vartheta}_k + a_0 + \frac{z_{r,k+1} - a_0 z_{r,k}}{z_k} \right). \end{aligned} \quad (19)$$

移项整理后得到

$$\tilde{\varphi}_k = -\frac{\beta_k}{\beta} \hat{\vartheta}_k + \frac{\beta_k}{\beta} \delta_k, \quad (20)$$

其中

$$\frac{\beta_k}{\beta} \delta_k = \bar{\alpha}_k + \frac{\beta_k}{\beta} a_0 - a_0 + \frac{\beta_k - \beta}{\beta} \left( \frac{z_{r,k+1} - a_0 z_{r,k}}{z_k} \right). \quad (21)$$

假设实际参考跟踪信号有界且柔滑,  $y_{r,k+1}$  可以表示成  $y_{r,k+1} = a_0 y_{r,k} + \varepsilon'_r$ ,  $|\varepsilon'_r| \leq \varepsilon'_2$  且  $|y_{r,k}| \leq \varepsilon_3$ . 根据统一变量  $z_{r,k}$  与  $y_{r,k}$  的关系, 可以得到  $z_{r,k+1} = a_0 z_{r,k} + \varepsilon_r$ ,  $|\varepsilon_r| \leq \varepsilon_2 = \varepsilon'_2 + a_0 d$  且  $|z_{r,k}| \leq \varepsilon_4 = \varepsilon_3 + d$ . 下面分析  $\beta_k \delta_k / \beta$  的界. 式(21)中  $z_k$  和  $\bar{\alpha}_k$  的取值分两种情况:

1) 当  $y_k \in \mathbf{R} \setminus \Omega_\eta$  时,  $\bar{\alpha}_k = \alpha_k = 1 + \varepsilon_k$  且

$$\left| \frac{z_{r,k+1} - a_0 z_{r,k}}{z_k} \right| = \left| \frac{\varepsilon_r}{y_k} \right| \leq \frac{\varepsilon_2}{\eta}, \quad (22)$$

$\beta_k \delta_k / \beta$  满足

$$\delta_{11} \leq \beta_k \delta_k / \beta \leq \delta_{12}, \quad (23)$$

其中  $\delta_{11}$  和  $\delta_{12}$  分别为  $\beta_k \delta_k / \beta$  在第1)种情况下的最小和最大值, 根据式(21)给出具体表达式为

$$\delta_{11} = 1 - a_0 + \frac{\beta_1(h)}{\beta} a_0 - \varepsilon_1(h) + \frac{\beta_1(h) - \beta}{\beta} \frac{\varepsilon_2}{\eta},$$

$$\delta_{12} = 1 - a_0 + \frac{\beta_2(h)}{\beta} a_0 + \varepsilon_1(h) - \frac{\beta_1(h) - \beta}{\beta} \frac{\varepsilon_2}{\eta}.$$

2) 当  $y_k \in \Omega_\eta$  时,  $\bar{\alpha}_k = \alpha'_k = 1 + \varepsilon_k \frac{y_k}{y_k + d}$ , 且有

$$\left| \frac{z_{r,k+1} - a_0 z_{r,k}}{z_k} \right| = \left| \frac{\varepsilon_r}{y_k + d} \right| \leq \frac{\varepsilon_2}{d - \eta}, \quad (24)$$

$\beta_k \delta_k / \beta$  满足

$$\delta_{21} \leq \beta_k \delta_k / \beta \leq \delta_{22}, \quad (25)$$

其中  $\delta_{21}$  和  $\delta_{22}$  分别为  $\beta_k \delta_k / \beta$  在第2)种情况下的最小和最大值, 根据式(21)给出具体表达式为

$$\delta_{21} = 1 - a_0 + \frac{\beta_1(h)}{\beta} a_0 - \frac{\eta}{d - \eta} \varepsilon_1(h) + \frac{\beta_1(h) - \beta}{\beta} \frac{\varepsilon_2}{d - \eta},$$

$$\delta_{22} = 1 - a_0 + \frac{\beta_2(h)}{\beta} a_0 + \frac{\eta}{d - \eta} \varepsilon_1(h) - \frac{\beta_1(h) - \beta}{\beta} \frac{\varepsilon_2}{d - \eta}.$$

综上, 令  $\delta_1 = \min \{ \delta_{11}, \delta_{21} \}$ ,  $\delta_2 = \max \{ \delta_{12}, \delta_{22} \}$ ,  $\beta_k \delta_k / \beta$  满足

$$\delta_1 \leq \beta_k \delta_k / \beta \leq \delta_2. \quad (26)$$

为进一步得到前后两时刻估计误差之间的关系, 将参数更新律(15)代入式(20), 整理后得到

$$\tilde{\varphi}_k = m \tilde{\varphi}_{k-1} + \delta_{\varphi k}. \quad (27)$$

其中

$$m = l \frac{\beta_k}{\beta_{k-1}}, \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \delta_{\varphi k} &= \frac{\beta_k}{\beta} (\delta_k - l \delta_{k-1}) - \frac{\beta_k}{\beta} \lambda a_0 z_k e_k - \\ &\lambda \mu \tilde{\varphi}_k z_k^2 + \frac{\beta_k}{\beta} \lambda \mu \delta_k z_k^2. \end{aligned} \quad (29)$$

## 4 稳定性分析

**定理1** 针对一类可由一阶特征模型(2)描述的原复杂对象(1), 采用自适应跟踪控制律(14)和参数更新律(15), 闭环系统的跟踪误差和参数估计误差是有界的。

**证明** 考虑如下李雅普诺夫函数:

$$V_k = e_{k+1}^2 + \tilde{\varphi}_k^2. \quad (30)$$

对其取差分, 并将闭环系统方程(18)代入, 得到

$$\begin{aligned} \Delta V &= V_k - V_{k-1} = \\ &-(1 - a_0^2) e_k^2 + \tilde{\varphi}_k^2 z_k^2 + 2a_0 \tilde{\varphi}_k e_k z_k + (\tilde{\varphi}_k^2 - \tilde{\varphi}_{k-1}^2). \end{aligned} \quad (31)$$

将式(27)代入(31)的最后一项, 有

$$\tilde{\varphi}_k^2 - \tilde{\varphi}_{k-1}^2 = -\left( \frac{1}{m^2} - 1 \right) \tilde{\varphi}_k^2 - \frac{1}{m^2} \delta_{\varphi k}^2 + \frac{2}{m^2} \tilde{\varphi}_k \delta_{\varphi k}. \quad (32)$$

进一步将式(29)代入(32)的最后一项, 并利用关系式  $z_k = e_k + z_{r,k}$ , 有

$$\begin{aligned} &\frac{2}{m^2} \tilde{\varphi}_k \delta_{\varphi k} = \\ &\frac{2}{m^2} \left[ -\frac{\beta_k}{\beta} \lambda a_0 \tilde{\varphi}_k z_k e_k + \frac{\beta_k}{\beta} \lambda \mu \delta_k \tilde{\varphi}_k z_k^2 - \right. \\ &\left. \lambda \mu \tilde{\varphi}_k^2 z_k^2 + \frac{\beta_k}{\beta} (\delta_k - l \delta_{k-1}) \tilde{\varphi}_k \right] = \\ &\frac{2}{m^2} \left[ -\frac{\beta_k}{\beta} \lambda a_0 \tilde{\varphi}_k z_k e_k + \frac{\beta_k}{\beta} \lambda \mu \delta_k \tilde{\varphi}_k z_k (e_k + \right. \\ &\left. z_{r,k}) - \lambda \mu \tilde{\varphi}_k^2 z_k^2 + \frac{\beta_k}{\beta} (\delta_k - l \delta_{k-1}) \tilde{\varphi}_k \right] = \\ &\frac{2}{m^2} \left[ -\lambda \mu \tilde{\varphi}_k^2 z_k^2 + \frac{\beta_k}{\beta} (\lambda \mu \delta_k - \lambda a_0) \tilde{\varphi}_k z_k e_k + \right. \\ &\left. \frac{\beta_k}{\beta} \lambda \mu \delta_k z_{r,k} \tilde{\varphi}_k z_k + \frac{\beta_k}{\beta} (\delta_k - l \delta_{k-1}) \tilde{\varphi}_k \right]. \end{aligned} \quad (33)$$

将式(33)代入(32), 然后代入式(31), 整理后得到

$$\begin{aligned} \Delta V &= \\ &-(1 - a_0^2) e_k^2 - \left( \frac{1}{m^2} - 1 \right) \tilde{\varphi}_k^2 - \frac{1}{m^2} \delta_{\varphi k}^2 + \tilde{\varphi}_k^2 z_k^2 + \\ &2a_0 \tilde{\varphi}_k e_k z_k + \frac{2}{m^2} \left[ -\lambda \mu z_k^2 \tilde{\varphi}_k^2 + \frac{\beta_k}{\beta} (\lambda \mu \delta_k - \lambda a_0) \tilde{\varphi}_k z_k e_k + \right. \\ &\left. \frac{\beta_k}{\beta} \lambda \mu \delta_k z_{r,k} \tilde{\varphi}_k z_k + \frac{\beta_k}{\beta} (\delta_k - l \delta_{k-1}) \tilde{\varphi}_k \right] = \\ &-(1 - a_0^2) e_k^2 - \left( \frac{1}{m^2} - 1 \right) \tilde{\varphi}_k^2 - \frac{1}{m^2} \delta_{\varphi k}^2 - \left( \frac{2\lambda\mu}{m^2} - \right. \\ &\left. 1 \right) \tilde{\varphi}_k^2 z_k^2 + 2 \left[ \frac{1}{m^2} \frac{\beta_k}{\beta} (\lambda \mu \delta_k - \lambda a_0) + a_0 \right] \tilde{\varphi}_k z_k e_k + \\ &\frac{2}{m^2} \frac{\beta_k}{\beta} \lambda \mu \delta_k z_{r,k} \tilde{\varphi}_k z_k + \frac{2}{m^2} \frac{\beta_k}{\beta} (\delta_k - l \delta_{k-1}) \tilde{\varphi}_k. \end{aligned} \quad (34)$$

令

$$s_1 = \frac{1}{m^2} \frac{\beta_k}{\beta} (\lambda \mu \delta_k - \lambda a_0) + a_0, \quad (35)$$

$$s_2 = \frac{1}{m^2} \frac{\beta_k}{\beta} \lambda \mu \delta_k z_{r,k}, \quad (36)$$

$$s_3 = \frac{1}{m^2} \frac{\beta_k}{\beta} (\delta_k - l \delta_{k-1}). \quad (37)$$

式(34)可以简写为

$$\begin{aligned} \Delta V = & - (1 - a_0^2) e_k^2 - \left( \frac{1}{m^2} - 1 \right) \tilde{\varphi}_k^2 - \frac{1}{m^2} \delta_{\varphi_k}^2 - \\ & \left( \frac{2\lambda\mu}{m^2} - 1 \right) \tilde{\varphi}_k^2 z_k^2 + 2s_1 \tilde{\varphi}_k z_k e_k + 2s_2 \tilde{\varphi}_k z_k + 2s_3 \tilde{\varphi}_k. \end{aligned} \quad (38)$$

为分析闭环系统稳定性, 下面给出式(38)中系数  $s_1$ 、 $s_2$  和  $s_3$  的变化范围. 将式(26)给出的关于  $\beta_k \delta_k / \beta$  的界代入(35)~(37)中, 且令  $s_{1m} = \max\{|s_{11}|, |s_{12}|\}$ ,  $s_{2m} = \max\{|s_{21}|, |s_{22}|\}$ ,  $s_{3m} = \max\{|s_{31}|, |s_{32}|\}$ , 其中  $s_{i1}$  和  $s_{i2}$  分别为  $s_i$  的最小和最大值 ( $i = 1, 2, 3$ ), 具体表达式为

$$\begin{aligned} s_{11} &= \frac{1}{m^2} \left( \lambda \mu \delta_1 - \lambda a_0 \frac{\beta_2(h)}{\beta} \right) + a_0, \\ s_{12} &= \frac{1}{m^2} \left( \lambda \mu \delta_2 - \lambda a_0 \frac{\beta_1(h)}{\beta} \right) + a_0, \\ s_{21} &= -\frac{1}{m^2} \lambda \mu |\delta_2| \varepsilon_4, \quad s_{22} = \frac{1}{m^2} \lambda \mu |\delta_2| \varepsilon_4, \\ s_{31} &= \frac{1}{m^2} (\delta_1 - m \delta_2), \quad s_{32} = \frac{1}{m^2} (\delta_2 - m \delta_1). \end{aligned}$$

那么有  $|s_1| \leq s_{1m}$ ,  $|s_2| \leq s_{2m}$ ,  $|s_3| \leq s_{3m}$ . 考虑如下不等式:

$$\begin{aligned} 2s_1 \tilde{\varphi}_k z_k e_k &\leq \frac{s_{1m}}{\gamma_1} \tilde{\varphi}_k^2 z_k^2 + \gamma_1 s_{1m} e_k^2, \\ 2s_2 \tilde{\varphi}_k z_k &\leq \frac{s_{2m}}{\gamma_2} \tilde{\varphi}_k^2 z_k^2 + \gamma_2 s_{2m}, \\ 2s_3 \tilde{\varphi}_k &\leq \frac{s_{3m}}{\gamma_3} \tilde{\varphi}_k^2 + \gamma_3 s_{3m}, \end{aligned}$$

其中  $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3 > 0$ . 将上述不等式代入式(38), 得到

$$\Delta V \leq -N_1 e_k^2 - N_2 \tilde{\varphi}_k^2 z_k^2 - N_3 \tilde{\varphi}_k^2 - N_4 \delta_{\varphi_k}^2 + \delta_m. \quad (39)$$

其中

$$\begin{aligned} N_1 &= 1 - a_0^2 - \gamma_1 s_{1m}, \\ N_2 &= \frac{2\lambda\mu}{m^2} - 1 - \frac{s_{1m}}{\gamma_1} - \frac{s_{2m}}{\gamma_2}, \quad N_3 = \frac{1}{m^2} - 1 - \frac{s_{3m}}{\gamma_3}, \\ N_4 &= \frac{1}{m^2}, \quad \delta_m = \gamma_2 s_{2m} + \gamma_3 s_{3m}. \end{aligned}$$

根据给出的特征参数的界, 通过调节控制器参数  $a_0$ 、 $\beta$ 、 $l$ 、 $\lambda$  和  $\mu$ , 可以保证系数  $0 < N_1 < 1$ 、 $N_2$ 、 $N_3$  和  $N_4$  均大于零. 根据  $V_k$  的定义, 可以得到

$$e_{k+1}^2 + (1 + N_3) \tilde{\varphi}_k^2 \leq (1 - N_1) e_k^2 + \tilde{\varphi}_{k-1}^2 + \delta_m. \quad (40)$$

令  $N = \max\left(\frac{1}{1 + N_3}, 1 - N_1\right)$  且  $0 < N < 1$ , 有

$$\begin{aligned} e_{k+1}^2 + (1 + N_3) \tilde{\varphi}_k^2 &\leq \\ N[e_k^2 + (1 + N_3) \tilde{\varphi}_{k-1}^2] + \delta_m &\leq \end{aligned}$$

$$N^k [e_1^2 + (1 + N_3) \tilde{\varphi}_0^2] + \frac{1 - N^k}{1 - N} \delta_m.$$

因此可以得到闭环系统的跟踪误差  $e_k$  和参数估计误差  $\tilde{\varphi}_k$  有界, 且跟踪误差最终的界

$$|e_k| \leq \sqrt{\frac{\delta_m}{1 - N}}. \quad (41)$$

定理1得证. □

### 5 仿真分析

本节通过数学仿真例子验证所提出的基于一阶特征模型的自适应跟踪控制方法的有效性, 并与PD控制方法进行比较.

考虑一类可用特征模型描述的高阶线性系统

$$\begin{aligned} y^{(6)} = & a_5 y^{(5)} + a_4 y^{(4)} + a_3 y^{(3)} + a_2 y^{(2)} + a_1 y^{(1)} + a_0 y + \\ & b_4 u^{(4)} + b_3 u^{(3)} + b_2 u^{(2)} + b_1 u^{(1)} + b_0 u, \end{aligned}$$

其中参数  $a_i, b_i$  ( $i = 0, 1, \dots, 5$ ) 未知. 假设初始参数

$$\begin{aligned} [a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5] &= [-5760, 4176, 100, -536, 69, 8], \\ [b_0, b_1, b_2, b_3, b_4] &= [2520, 1494, 323, 30, 1], \end{aligned}$$

可以判断出上述对象为不稳定系统. 为考验控制能力, 使对象部分零极点在  $\pm 50\%$  范围内变化, 同时考虑被控对象增益变化, 在对象前串联一个增益环节  $k(t)$ , 取  $k(t) = 1 - 0.6 \sin(2t + 0.3)$ , 将组成的整个系统看作被控对象. 考虑跟踪控制, 设跟踪参考信号为  $y_r = 5 \sin 0.2t$ , 采样后得到  $y_{r,k}$ . 根据文献[13], 上述被控对象可以写成式(2)所示的一阶特征模型形式, 其中采样周期取  $h = 0.01$  s. 经过模型转换, 在定义的集合(6)中取  $\eta = 2$ , 且在式(7)中取  $d = 4$ , 可以得到方程(11)描述的统一形式, 进而得到参数整合后的描述方程(12). 采用自适应控制律(14)和参数更新律(15), 取参数  $a_0 = 0.8$ ,  $\beta = 1$ ,  $l = 0.5$ ,  $\lambda = 200$ ,  $\mu = 0.01$ .

图1为输出跟踪对比曲线, 可以看出在对象参数和增益变化的情况下, 本文方法的跟踪性能要优于PD控制方法, 且由图2的输入控制对比曲线中可以看出, PD控制会在某些情况下产生较大的控制量甚至不稳定, 相比之下本文方法对于参数和增益的变化具有很好的自适应能力, 体现在整合参数的变化中, 整合参数估计曲线如图3所示.

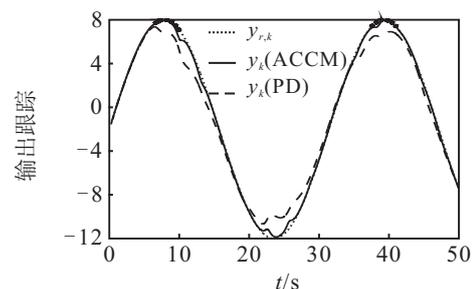


图1 输出跟踪对比曲线

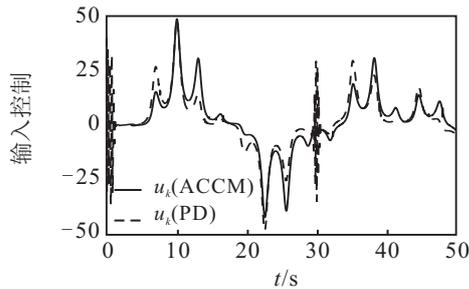


图 2 输入控制对比曲线

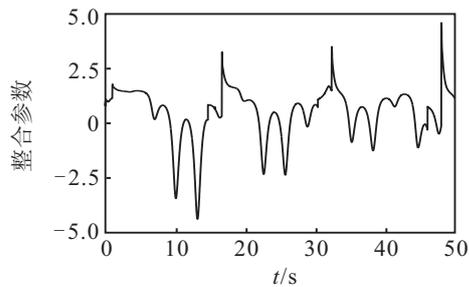


图 3 整合参数估计曲线

## 6 结 论

本文针对一类可由一阶特征模型描述的实际复杂系统,从工程应用的角度出发,通过模型转换和参数整合,使之进一步简化对象模型,减少实际需要估计的参数.设计了一种新的自适应跟踪控制方法,并从理论上分析了系统的闭环稳定性.最后通过数学仿真例子验证了所提出算法的有效性.

## 参考文献(References)

- [1] 吴宏鑫,胡军,解永春.基于特征模型的智能自适应控制[M].北京:中国科学技术出版社,2009:45-78.  
(Wu H X, Hu J, Xie Y C. Characteristic model-based intelligent adaptive control[M]. Beijing: Science and Technology of China Press, 2009: 45-78.)
- [2] Meng Bin, Wu Hongxin. On characteristic modeling of a class of flight vehicles attitude dynamics[J]. Science China Technological Sciences, 2010, 53(8): 2074-2080.
- [3] Meng Bin, Wu Hongxin. A unified proof of the characteristic model of linear time-invariant systems[C]. Proc of 2007 American Control Conference. New York, 2007: 935-940.
- [4] 孟斌,吴宏鑫.线性定常系统特征模型的证明[J].中国科学,2007,37(10):1258-1271.  
(Meng B, Wu H X. Proof of the characteristic model for the linear invariant systems[J]. Science in China, 2007, 37(10): 1258-1271.)
- [5] Wu Hongxin, Hu Jun, Xie Yongchun. Characteristic model-based all-coefficient adaptive control method and its applications[J]. IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics, Part C: Applications and Reviews, 2007, 37(2): 213-221.

- [6] 孟斌,吴宏鑫.黄金分割控制的收敛性和稳定性研究[J].宇航学报,2009,30(5):2128-2132.  
(Meng B, Wu H X. Convergence and stability of the golden-section control[J]. J of Astronautics, 2009, 30(5): 2128-2132.)
- [7] 胡军,解永春,张昊,等.神舟八号飞船交会对接制导、导航与控制系统及其飞行结果评价[J].空间控制技术与应用,2011,37(6):1-5.  
(Hu J, Xie Y C, Zhang H, et al. Shenzhou-8 spacecraft guidance navigation and control system and flight result evaluation for rendezvous and docking[J]. Aerospace Control and Application, 2011, 37(6): 1-5.)
- [8] Xie Yongchun, Hu Jun, Wang Min, et al. Accurate and stable control of shenzhou spacecraft in rendezvous and docking[C]. Proc of the 19th IFAC Symposium on Automatic Control in Aerospace. Wurzburg, 2013: 524-528.
- [9] 吴宏鑫,王颖,解永春.非线性黄金分割自适应控制[J].宇航学报,2002,23(6):19-26.  
(Wu H X, Wang Y, Xie Y C. Nonlinear golden-section adaptive control[J]. J of Astronautics, 2002, 23(6): 19-26.)
- [10] Zhou Chunjie, Shi Yufeng, Yang Shuanghua, et al. Characteristic model-based adaptive discrete-time sliding mode control for the swing arm in a fourier transform spectrometer[J]. IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics, Part C: Applications and Reviews, 2012, 42(6): 1633-1643.
- [11] 胡军.基于预测的全系数自适应校正采用一阶特征模型的论证[R].北京:北京控制工程研究所,2014.  
(Hun J. Proof of prediction based all-coefficient adaptive control for first-order characteristic model[R]. Beijing: Beijing Institute of Control Engineering, 2014.)
- [12] 孙明轩,李芝乐,余林江.动态系统的一阶特征模型与直线伺服系统的自适应迭代学习控制[J].系统科学与数学,2012,32(6):666-682.  
(Sun M X, Li Z L, Yu L J. The first-order characteristic models of dynamic systems and adaptive iterative learning control of linear servo systems[J]. J of System Science and Mathematical Science, 2012, 32(6): 666-682.)
- [13] 胡勇,徐李佳.基于一阶特征模型的一类快变系统的自适应控制[C].第34届中国控制会议.杭州,2015:3242-3247.  
(Hu Y, Xu L J. First-order Characteristic model based adaptive control for a class of systems with fast time-varying parameters[C]. Proc of the 34th Chinese Control Conf. Hangzhou, 2015: 3242-3247.)

(责任编辑:郑晓蕾)