

基于多维区间 T-S 模糊模型的多维运动模式预测

孙昌平¹, 徐正光²

(1. 天津理工大学 a. 天津市复杂系统控制理论及应用重点实验室,
b. 自动化学院, 天津 300384; 2. 北京科技大学 自动化学院, 北京 100083)

摘要: 与传统的在欧氏空间建立系统动力学模型不同, 基于运动模式的建模是在模式运动空间中刻画系统的动力学特性. 首先, 提出一种基于粒子群优化和四叉树空间划分的多维模式运动空间的构建方法, 为了定量描述多维模式的运动, 采用多维区间数度量多维模式类别变量; 然后, 定义一种多维区间 T-S 模糊模型, 并以此构建多维运动模式的预测模型; 最后, 以烧结生产过程的实际数据为例, 验证了所提出预测模型的有效性.

关键词: 区间数; 区间 T-S 模糊模型; 多维运动模式; 多维模式运动空间; 多维模式类别变量

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Multi-dimensional moving pattern prediction based on multi-dimensional interval T-S fuzzy model

SUN Chang-ping¹, XU Zheng-guang²

(1a. Tianjin Key Laboratory of Control Theory and Applications in Complicated System, 1b. School of Electrical Engineering, Tianjin University of Technology, Tianjin 300384, China; 2. School of Automation, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China. Correspondent: SUN Chang-ping, E-mail: sunchangping2000@sina.com.cn)

Abstract: In contrast to constructing the dynamical model in the traditional Euclidean space, the modeling based on moving pattern characterizes the dynamics of systems in pattern moving space. Firstly, a method of constructing multi-dimensional pattern moving space based on particle swarm optimization and quadtree partition space is proposed. For quantitatively characterizing the moving of multi-dimensional pattern, the interval vector is used to measure the multi-dimensional pattern class variable. Then, a multi-dimensional interval T-S fuzzy model is defined and used to construct the prediction model of the multi-dimensional moving pattern. Finally, the effectiveness of the proposed model is verified by the simulation based on the real sintering production process data.

Keywords: interval number; interval T-S fuzzy model; multi-dimensional moving pattern; multi-dimensional moving pattern space; multi-dimensional pattern class variable

0 引言

动力学系统的建模方法很多, 如: 传递函数^[1]、状态空间^[2]、神经网络^[3]、模糊系统^[4]、支持向量机^[5-6]等, 这些建模方法是在欧氏空间进行的, 用于建模的数据都是精确数. 在现实世界中, 由于不确定性的存在, 很难获得精确的输入输出数据, 很多情况下, 能够获得的是变量或者参数的某一变化范围. 因此, 可以采用区间数建立对象的动力学模型. 自从 20 世纪 60 年代区间数被提出以来, 经过 50 多年的发展, 区间数在理论和实际应用中均取得了很大进展^[7-9].

近年来, 区间回归^[10-12]和区间时间序列预测^[13]逐渐成为一个新的研究领域. 从本质上看, 现有的区间回归和区间时间序列预测仍是在欧氏空间中建立模型.

文献 [14-20] 提出了基于运动模式的建模和控制, 将实际的多维工况模式经 PCA 压缩至一维后, 研究一维运动模式的建模和控制方法. 但实际的工况模式一般都是多维的, 为了更好地描述系统的动力学特性, 实现直接基于多维工况模式数据, 需要研究多维运动模式的建模问题. 与传统的在欧氏空间建立系统的动

收稿日期: 2015-07-22; **修回日期:** 2016-03-03.

基金项目: 国家自然科学基金青年基金项目(61403279); 天津市自然科学基金项目(13JCQNJC04000).

作者简介: 孙昌平(1981—), 男, 博士, 从事复杂系统的运动模式建模、区间模糊系统的研究; 徐正光(1959—), 男, 教授, 博士生导师, 从事复杂系统建模、模式识别、图像处理等研究.

力学模型不同, 基于多维运动模式的建模是在多维模式运动空间刻画系统的动力学特性. 与传统的变量在欧氏空间中从一个“点”(一般为实数向量)运动到另外一个“点”所形成的“点”运动轨迹不同, 在多维模式运动空间中, 变量从一个模式类别(模式样本的集合)转移到另外一个模式类别, 是“集合”之间的转移, 其运动轨迹反映了工况模式所属类别随时间的变化. 由于本文采用区间向量度量多维模式, 在模式运动空间中变量在每一时刻的值为某一区间向量.

本文首先给出基于运动模式建模的思想以及有关区间算术的基本知识; 然后, 提出一种基于粒子群优化和四叉树空间划分的多维模式运动空间的构建方法, 定义一种多维区间 T-S 模糊模型, 并以此构建多维运动模式的预测模型; 最后, 以烧结生产过程的实际数据为例, 验证了所提出的多维运动模式预测模型的有效性.

1 预备知识

1.1 基于运动模式建模的思想^[14-20]

基于运动模式建模的核心思想是, 在模式运动空间中通过模式类别变量的运动刻画系统的动力学特性. 在模式运动空间中, 坐标的刻度不再是传统意义上的“数”, 而是量化的模式类别. 因此, 在模式运动空间中, 模式类别变量在任一时刻的“值”是模式类别的量化值. 有关一维运动模式建模的具体过程见文献[14-20].

1.2 区间算数^[9]

给定区间数 $A = [a_l, a_u]$, $B = [b_l, b_u]$, 区间数 A 、 B 之间的加法、减法和实数与区间数相乘的运算定义如下:

$$A + B = (a_c + b_c, a_r + b_r), \quad (1)$$

$$A - B = (a_c - b_c, a_r + b_r), \quad (2)$$

$$\lambda A = (\lambda a_c, |\lambda| a_r). \quad (3)$$

其中: λ 为常数, a_c 和 a_r 分别为区间数 A 的中心和半径, $a_c = (a_l + a_u)/2$, $a_r = (a_u - a_l)/2$. 区间数 $A = [a_l, a_u]$ 的上界 a_u 、下界 a_l 与区间数 $A = (a_c, a_r)$ 的中心 a_c 和半径 a_r 的关系为

$$a_u = a_c + a_r, \quad (4)$$

$$a_l = a_c - a_r. \quad (5)$$

2 基于粒子群优化和四叉树空间划分的多维模式运动空间的构建

前期工作研究了一维模式运动空间的构建(多维模式样本经主成分分析降维), 在实际的生产过程中, 反映生产过程动力学特性的工况模式是多维的. 因此, 为了使所构建的基于运动模式的预测模型能够更

好地描述实际工况对象, 必须研究如何基于多维工况模式来构建与其对应的多维模式运动空间.

以微粒群算法^[21]和四叉树空间划分为基础, 本文提出一种基于多维工况模式的多维模式运动空间构造方法. 这里以二维模式为例来说明多维模式运动空间的构造方法. 在原始样本集中任取一初始点 $\mathbf{x}_0 = (x_0, y_0)$, 经过该点 (x_0, y_0) 分别作与坐标轴 x 轴和 y 轴垂直的直线 l_1 和 l_2 , 这两条直线将样本集划分为 4 个子集, 分别为

$$z_1 = \{(x, y) | x > x_0, y > y_0\},$$

$$z_2 = \{(x, y) | x < x_0, y > y_0\},$$

$$z_3 = \{(x, y) | x < x_0, y < y_0\},$$

$$z_4 = \{(x, y) | x > x_0, y < y_0\}.$$

计算 4 个子集的内离散度矩阵 S_w 和类间离散度矩阵 S_b , 并以 S_w 和 S_b 构造待优化的目标函数 $f(\mathbf{x}_0) = |S_w|/|S_b|$, 通过微粒群优化算法, 寻找使得目标函数 $f(\mathbf{x}_0) = |S_w|/|S_b|$ 取得极小的 \mathbf{x}_{opt} . 这样, 经过点 $\mathbf{x}_{opt} = (x_{opt}, y_{opt})$ 且与坐标轴垂直的直线 l_1 、 l_2 将原始样本集划分为 4 个最佳的模式类别(或子集). 将得到的每一个子集作为原始样本集, 继续上述过程(将每一个原始样本集划分为 4 个子集), 直到得到满足建模或控制要求的空间划分. 算法具体过程如下.

Step 1: 将原始模式样本集中 X 轴方向的最大值 x_{max} 和最小值 x_{min} 作为样本集在 x 轴方向上的类别边界; 将模式样本集中 y 轴方向的最大值 y_{max} 和最小值 y_{min} 作为 Y 轴方向上的类别边界, 并将二维区间数 $[[x_{min}, x_{max}], [y_{min}, y_{max}]]$ 作为原始模式样本集(模式类别)的区间数表征, 初始化 $t = 1$, 同时在矩形区域 $[[x_{min}, x_{max}], [y_{min}, y_{max}]]$ 初始化粒子的位置和速度.

Step 2: 经过每个粒子分别作与 x 轴、 y 轴垂直的直线 l_1 、 l_2 . l_1 和 l_2 将原始的样本集划分为 4 个模式类别(或子集), 即

$$z_1 = \{(x, y) | x > x_0, y > y_0\},$$

$$z_2 = \{(x, y) | x < x_0, y > y_0\},$$

$$z_3 = \{(x, y) | x < x_0, y < y_0\},$$

$$z_4 = \{(x, y) | x > x_0, y < y_0\}.$$

计算以上 4 个模式类别的内离散度矩阵和类间离散度矩阵分别为

$$S_w = \sum_{i=1}^4 \sum_{\mathbf{x}_k \in z_k} (\mathbf{x}_k - \boldsymbol{\mu}_i)(\mathbf{x}_k - \boldsymbol{\mu}_i)^T,$$

$$S_b = \sum_{i=1}^4 n_i (\boldsymbol{\mu}_i - \boldsymbol{\mu})(\boldsymbol{\mu}_i - \boldsymbol{\mu})^T.$$

其中: \mathbf{x}_k 为样本集中第 k 个样本, $\boldsymbol{\mu}_i$ 为第 i 类(子集

z_i 的均值向量, μ 为原始样本集的均值向量, n_i 为子集 z_i 中模式样本的数量. 计算每个粒子的适应值 $f(x_0) = |S_w|/|S_b|$, “|” 代表矩阵范数.

Step 3: 对于每个微粒, 将其适应值与所经历过的最好位置 P_i 的适应值进行比较, 若较好, 则将其作为当前的最好位置.

Step 4: 对于每个微粒, 将其适应值与全局所经历的最好位置 P_g 的适应值进行比较, 若较好, 则将其作为当前的全局最好位置.

Step 5: 对微粒的速度和位置进行进化.

Step 6: 如达到结束条件(一个预设最大代数), 则结束, 否则返回 Step 1.

过 $x_{opt}=(x_{opt}, y_{opt})$ 且分别与 x 轴、 y 轴垂直的直线 l_1 、 l_2 将原始样本集划分为最佳的 4 个模式类别, 完成了原始样本集的第 1 级划分. 之后, 重新采用上述算法, 继续划分得到的每 1 个模式类别 z_i (子集), 这样, 每 1 个模式类别又被划分为最佳的 4 个模式类别, 完成了原始样本集的第 2 级划分. 以此类推, 直到得到满足建模或控制要求的空间划分.

图 1 为二维模式运动空间构造示意图. 图 1 中最大的“圆点”代表第 1 级划分得到的最优划分点, 另外 4 个较小的“圆点”代表第 2 级划分得到的各个最优划分点.

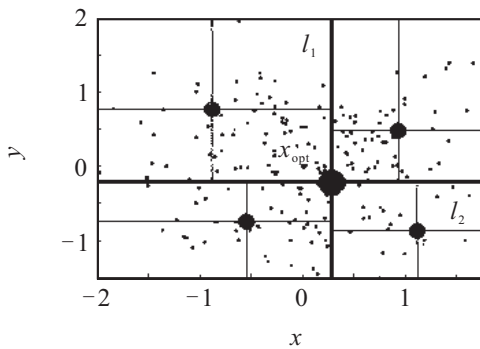


图 1 二维模式运动空间构造示意图

3 多维模式类别变量的度量

为了定量地描述多维模式类别变量在多维模式运动空间中的运动, 提出采用多维区间数(区间向量)度量多维模式类别变量. 以二维模式运动空间为例, 二维模式运动空间中的每个模式类别为二维模式样本的集合, 该空间中的每个模式类别必定对应着一个二维区间数, 该二维区间数每一维的上界和下界分别为二维模式运动空间构造时得到的该模式类别的类别边界, 因此, 可以采用二维区间数定量地描述模式类别变量的运动, 完成模式类别变量的度量. 在时刻 t , 二维模式样本 $mx(t)$ 被划分到模式类别 X_j , $j \in \{1, 2, \dots, C\}$, 二维模式类别变量 $dx(t)$ 在模式运

动空间中的度量值为二维区间数 $\begin{bmatrix} x_{1\min}^j, x_{1\max}^j \\ x_{2\min}^j, x_{2\max}^j \end{bmatrix}$, 该区间数为模式类别 X_j 的区间数表征.

4 基于多维区间T-S模糊模型的多维运动模式预测

以二维情形为例说明多维运动模式的预测模型. 基于二维区间数度量的运动模式预测模型为

$$dx(k) = F(d\tilde{x}(k)) = F(f(dx(k-1), dx(k-2), \dots, dx(k-m))). \quad (6)$$

其中: $dx(k)$ 为二维模式类别变量, 其取值为二维区间数; $F(\cdot)$ 为分类过程; $d\tilde{x}(k)$ 为基于运动模式的初步预测模型输出, 其取值也为二维区间数; $d\tilde{x}(k) = f(\cdot)$ 为初步预测模型; m 为模型的阶次.

基于二维区间数度量的运动模式预测模型是一个两步预测模型, 有:

Step 1: 根据实际的模式类别变量时间序列构建基于运动模式的初步预测模型 $d\tilde{x}(k) = f(\cdot)$;

Step 2: 初步预测输出经过分类获得基于运动模式的预测模型的最终预测输出, 即 $dx(k) = F(d\tilde{x}(k))$.

4.1 基于二维区间数度量的运动模式初步预测模型

为了描述模式类别变量在模式运动空间中的运动, 定义一种新型结构的二维区间T-S模糊模型.

定义 1 给定二维区间时间序列 $Y(k)$, 其中

$$Y(k) = \begin{bmatrix} Y_1(k) \\ Y_2(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (Y_{1c}(k), Y_{1r}(k)) \\ (Y_{2c}(k), Y_{2r}(k)) \end{bmatrix},$$

$Y_{1c}(k)$ 和 $Y_{1r}(k)$ 分别为区间数 $Y_1(k)$ 的中心和半径, $Y_{2c}(k)$ 和 $Y_{2r}(k)$ 分别为区间数 $Y_2(k)$ 的中心和半径, $Y_{1r}(k) \geq 0, Y_{2r}(k) \geq 0, k = 1, 2, \dots, n$. 则二维区间T-S模糊模型的定义为

R^i : If $Y_{1c}(k-1)$ is A_1^i and $Y_{2c}(k-1)$ is $B_1^i, \dots,$

$Y_{1c}(k-n)$ is A_n^i and $Y_{2c}(k-n)$ is B_n^i ;

$$\text{Then } Y^i(k) = \begin{bmatrix} Y_1^i(k) \\ Y_2^i(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{\theta}_{10}^i \\ \tilde{\theta}_{20}^i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{\theta}_{11}^i & \tilde{\theta}_{12}^i \\ \tilde{\theta}_{21}^i & \tilde{\theta}_{22}^i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{1c}(k-1) \\ Y_{2c}(k-1) \end{bmatrix} + \dots + \begin{bmatrix} \tilde{\theta}_{1(2n-1)}^i & \tilde{\theta}_{1(2n)}^i \\ \tilde{\theta}_{2(2n-1)}^i & \tilde{\theta}_{2(2n)}^i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{1c}(k-n) \\ Y_{2c}(k-n) \end{bmatrix}. \quad (7)$$

其中: $\tilde{\theta}_{1p}^i, \tilde{\theta}_{2p}^i$ 为区间参数; A_j^i, B_q^i 为模糊集; $p = 0, 1, \dots, 2n, j = 1, 2, \dots, n, q = 1, 2, \dots, n, i = 1, 2, \dots, l$; n 为模型阶次, l 为模糊规则数.

二维区间T-S模糊模型的最终输出为

$$Y(k) = \frac{\sum_{i=1}^l \omega_i Y^i(k)}{\sum_{i=1}^l \omega_i} \quad (8)$$

其中

$$\omega_i = \prod_{j=1}^n A_j^i(Y_{1c}(k-j)) \prod_{q=1}^n B_q^i(Y_{2c}(k-q)),$$

$A_j^i(Y_{1c}(k-j))$ 代表 $Y_{1c}(k-j)$ 隶属于模糊集 A_j^i 的隶属度, $B_q^i(Y_{2c}(k-q))$ 代表 $Y_{2c}(k-q)$ 隶属于模糊集 B_q^i 的隶属度.

基于上述二维区间 T-S 模糊模型, 二维区间数度量的运动模式初步预测模型如下所示:

R^i : If $dx_{1c}(k-1)$ is A_1^i and $dx_{2c}(k-1)$ is $B_1^i, \dots, dx_{1c}(k-n)$ is A_n^i and $dx_{2c}(k-n)$ is B_n^i ;

$$\begin{aligned} \text{Then } d\tilde{x}^i(k) &= \begin{bmatrix} d\tilde{x}_1^i(k) \\ d\tilde{x}_2^i(k) \end{bmatrix} = \\ & \begin{bmatrix} \tilde{\theta}_{10}^i \\ \tilde{\theta}_{20}^i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{\theta}_{11}^i & \tilde{\theta}_{12}^i \\ \tilde{\theta}_{21}^i & \tilde{\theta}_{22}^i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx_{1c}(k-1) \\ dx_{2c}(k-1) \end{bmatrix} + \dots + \\ & \begin{bmatrix} \tilde{\theta}_{1(2n-1)}^i & \tilde{\theta}_{1(2n)}^i \\ \tilde{\theta}_{2(2n-1)}^i & \tilde{\theta}_{2(2n)}^i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx_{1c}(k-n) \\ dx_{2c}(k-n) \end{bmatrix}. \quad (9) \end{aligned}$$

其中: $\tilde{\theta}_{1p}^i = (\theta_{c1p}^i, \theta_{r1p}^i)$, $\tilde{\theta}_{2p}^i = (\theta_{c2p}^i, \theta_{r2p}^i)$ 为区间参数; $p=0, 1, \dots, 2n, i=1, 2, \dots, l, l$ 为模糊规则数; $[dx_{1c}(k-j) \ dx_{2c}(k-j)]^T$ 为模式类别变量

$$[dx_1(k-j) \ dx_2(k-j)]^T$$

的中心值, $j=1, 2, \dots, n$; $[d\tilde{x}_1(k) \ d\tilde{x}_2(k)]^T$ 为基于二维区间数度量的运动模式初步预测模型输出.

基于区间 T-S 模糊模型的运动模式初步预测模型的最后输出为

$$d\mathbf{x}(k) = \frac{\sum_{i=1}^r \omega_i d\mathbf{x}^i(k)}{\sum_{i=1}^r \omega_i} \quad (10)$$

令 $\tilde{\omega}_i = \omega_i / \sum_{i=1}^r \omega_i$, 将式 (10) 进一步整理得

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} d\tilde{x}_1(k) \\ d\tilde{x}_2(k) \end{bmatrix} &= \sum_{i=1}^r \tilde{\omega}_i \begin{bmatrix} d\tilde{x}_1^i(k) \\ d\tilde{x}_2^i(k) \end{bmatrix} = \\ & \sum_{i=1}^r \tilde{\omega}_i \left\{ \begin{bmatrix} \tilde{\theta}_{10}^i \\ \tilde{\theta}_{20}^i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{\theta}_{11}^i & \tilde{\theta}_{12}^i \\ \tilde{\theta}_{21}^i & \tilde{\theta}_{22}^i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx_{1c}(k-1) \\ dx_{2c}(k-1) \end{bmatrix} + \right. \\ & \left. \dots + \begin{bmatrix} \tilde{\theta}_{1(2n-1)}^i & \tilde{\theta}_{1(2n)}^i \\ \tilde{\theta}_{2(2n-1)}^i & \tilde{\theta}_{2(2n)}^i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx_{1c}(k-n) \\ dx_{2c}(k-n) \end{bmatrix} \right\} = \\ & \sum_{i=1}^r \tilde{\omega}_i \begin{bmatrix} (\tilde{\theta}_{c10}^i, \tilde{\theta}_{r10}^i) \\ (\tilde{\theta}_{c20}^i, \tilde{\theta}_{r20}^i) \end{bmatrix} + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^r \tilde{\omega}_i \begin{bmatrix} (\tilde{\theta}_{c11}^i, \tilde{\theta}_{r11}^i) & (\tilde{\theta}_{c12}^i, \tilde{\theta}_{r12}^i) \\ (\tilde{\theta}_{c21}^i, \tilde{\theta}_{r21}^i) & (\tilde{\theta}_{c22}^i, \tilde{\theta}_{r22}^i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx_{1c}(k-1) \\ dx_{2c}(k-1) \end{bmatrix} + \\ & \dots + \sum_{i=1}^r \tilde{\omega}_i \begin{bmatrix} (\tilde{\theta}_{c1(2n-1)}^i, \tilde{\theta}_{r1(2n-1)}^i) & (\tilde{\theta}_{c1(2n)}^i, \tilde{\theta}_{r1(2n)}^i) \\ (\tilde{\theta}_{c2(2n-1)}^i, \tilde{\theta}_{r2(2n-1)}^i) & (\tilde{\theta}_{c2(2n)}^i, \tilde{\theta}_{r2(2n)}^i) \end{bmatrix} \times \\ & \begin{bmatrix} dx_{1c}(k-n) \\ dx_{2c}(k-n) \end{bmatrix} = \\ & \sum_{i=1}^r \tilde{\omega}_i \begin{bmatrix} ((\tilde{\theta}_{1c}^i)^T \mathbf{X}(k), (\tilde{\theta}_{1r}^i)^T \mathbf{X}(k)) \\ ((\tilde{\theta}_{2c}^i)^T \mathbf{X}(k), (\tilde{\theta}_{2r}^i)^T \mathbf{X}(k)) \end{bmatrix} = \\ & \begin{bmatrix} (\tilde{\theta}_{1c}^T \tilde{\mathbf{X}}(k), \tilde{\theta}_{1r}^T \tilde{\mathbf{X}}(k)) \\ (\tilde{\theta}_{2c}^T \tilde{\mathbf{X}}(k), \tilde{\theta}_{2r}^T \tilde{\mathbf{X}}(k)) \end{bmatrix}. \quad (11) \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} (\tilde{\theta}_{1c}^i)^T &= [\theta_{c10}^i, \theta_{c11}^i, \theta_{c12}^i, \dots, \theta_{c1(2n-1)}^i, \theta_{c1(2n)}^i], \\ (\tilde{\theta}_{1r}^i)^T &= [\theta_{r10}^i, \theta_{r11}^i, \theta_{r12}^i, \dots, \theta_{r1(2n-1)}^i, \theta_{r1(2n)}^i], \\ (\tilde{\theta}_{2c}^i)^T &= [\theta_{c20}^i, \theta_{c21}^i, \theta_{c22}^i, \dots, \theta_{c2(2n-1)}^i, \theta_{c2(2n)}^i], \\ (\tilde{\theta}_{2r}^i)^T &= [\theta_{r20}^i, \theta_{r21}^i, \theta_{r22}^i, \dots, \theta_{r2(2n-1)}^i, \theta_{r2(2n)}^i], \\ \tilde{\theta}_{1c}^T &= [(\tilde{\theta}_{1c}^1)^T, (\tilde{\theta}_{1c}^2)^T, \dots, (\tilde{\theta}_{1c}^r)^T], \\ \tilde{\theta}_{1r}^T &= [(\tilde{\theta}_{1r}^1)^T, (\tilde{\theta}_{1r}^2)^T, \dots, (\tilde{\theta}_{1r}^r)^T], \\ \tilde{\theta}_{2c}^T &= [(\tilde{\theta}_{2c}^1)^T, (\tilde{\theta}_{2c}^2)^T, \dots, (\tilde{\theta}_{2c}^r)^T], \\ \tilde{\theta}_{2r}^T &= [(\tilde{\theta}_{2r}^1)^T, (\tilde{\theta}_{2r}^2)^T, \dots, (\tilde{\theta}_{2r}^r)^T], \end{aligned}$$

$$\mathbf{X}(k) = [1, dx_{1c}(k-1), dx_{2c}(k-1), \dots, dx_{1c}(k-n), dx_{2c}(k-n)],$$

$$|\mathbf{X}(k)| = [1, |dx_{1c}(k-1)|, |dx_{2c}(k-1)|, \dots, |dx_{1c}(k-n)|, |dx_{2c}(k-n)|].$$

4.2 初步预测模型中区间参数的辨识

基于运动模式初步预测模型中的区间参数, 通过使式 (12) 中的目标函数 J_1 在约束条件 $\theta_{r1p}^i \geq 0$, $\theta_{r2p}^i \geq 0$ 下 (区间参数的半径大于等于 0) 取得极小求得, 其中 $p=0, 1, \dots, 2n$, 且有

$$\begin{aligned} & \min_{\theta_{1c}, \theta_{1r}, \theta_{2c}, \theta_{2r}} J_1 = \\ & \sum_{k=1}^N \{ [dx_1^U(k) - d\tilde{x}_1^U(k)]^2 + [dx_1^L(k) - d\tilde{x}_1^L(k)]^2 + \\ & [dx_2^U(k) - d\tilde{x}_2^U(k)]^2 + [dx_2^L(k) - d\tilde{x}_2^L(k)]^2 \}; \\ & \text{s.t. } \theta_{r1p}^i \geq 0, \theta_{r2p}^i \geq 0, i=1, 2, \dots, l. \quad (12) \end{aligned}$$

为了求解式 (12) 中的约束优化问题, 将式 (12) 进行整理, 得到与式 (12) 同解的二次优化问题, 进而采用求解二次规划的方法求解式 (12).

定理 1 式 (12) 中的约束最优化与下式中的二次规划同解:

$$\min_{\theta_{1c}, \theta_{1r}, \theta_{2c}, \theta_{2r}} J_2 =$$

$$[\theta_{1c}^T \ \theta_{1r}^T \ \theta_{2c}^T \ \theta_{2r}^T] \begin{bmatrix} H_1 & & & \\ & H_2 & & \\ & & H_1 & \\ & & & H_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_{1c} \\ \theta_{1r} \\ \theta_{2c} \\ \theta_{2r} \end{bmatrix} -$$

$$[\theta_{1c}^T \ \theta_{1r}^T \ \theta_{2c}^T \ \theta_{2r}^T] \begin{bmatrix} C_1 + C_3 \\ C_2 - C_4 \\ C_5 + C_7 \\ C_6 - C_8 \end{bmatrix};$$

$$J_1 = \sum_{k=1}^N \{ [dx_1^U(k) - (\theta_{1c}^T X(k) + \theta_{1r}^T |X(k)|)]^2 + [dx_1^L(k) - (\theta_{1c}^T X(k) - \theta_{1r}^T |X(k)|)]^2 + [dx_2^U(k) - (\theta_{2c}^T X(k) + \theta_{2r}^T |X(k)|)]^2 + [dx_2^L(k) - (\theta_{2c}^T X(k) - \theta_{2r}^T |X(k)|)]^2 \} =$$

$$\sum_{k=1}^N \{ [(dx_1^U(k))^2 + (dx_1^L(k))^2 + 2\theta_{1c}^T X(k) X^T(k) \theta_{1c} + 2\theta_{1r}^T |X(k)| |X(k)|^T \theta_{1r} - 2dx_1^U(k) \theta_{1c}^T X(k) - 2dx_1^L(k) \theta_{1r}^T |X(k)| - 2dx_1^L(k) \theta_{1r}^T |X(k)| + [(dx_2^U(k))^2 + (dx_2^L(k))^2 + 2\theta_{2c}^T X(k) X^T(k) \theta_{2c} + 2\theta_{2r}^T |X(k)| |X(k)|^T \theta_{2r} - 2dx_2^U(k) \theta_{2c}^T X(k) - 2dx_2^L(k) \theta_{2r}^T |X(k)| - 2dx_2^L(k) \theta_{2r}^T |X(k)| + 2dx_2^L(k) \theta_{2c}^T X(k) + 2dx_2^L(k) \theta_{2r}^T |X(k)|] \}.$$

令

$$H_1 = \sum_{k=1}^N 2X(k) X^T(k),$$

$$H_2 = \sum_{k=1}^N 2|X(k)| |X(k)|^T,$$

$$C_1 = \sum_{k=1}^N 2dx_1^U(k) X(k),$$

$$C_2 = \sum_{k=1}^N 2dx_1^L(k) |X(k)|,$$

$$C_3 = \sum_{k=1}^N 2dx_1^L(k) X(k),$$

$$C_4 = \sum_{k=1}^N 2dx_1^L(k) |X(k)|,$$

$$C_5 = \sum_{k=1}^N 2dx_2^U(k) X(k),$$

$$C_6 = \sum_{k=1}^N 2dx_2^U(k) |X(k)|,$$

$$C_7 = \sum_{k=1}^N 2dx_2^L(k) X(k),$$

$$C_8 = \sum_{k=1}^N 2dx_2^L(k) |X(k)|.$$

有

$$J_1 = (dx_1^U(k))^2 + (dx_1^L(k))^2 + (dx_2^U(k))^2 + (dx_2^L(k))^2 + \theta_{1c}^T H_1 \theta_{1c} + \theta_{1r}^T H_2 \theta_{1r} - \theta_{1c}^T C_1 - \theta_{1r}^T C_2 - \theta_{1c}^T C_3 + \theta_{1r}^T C_4 + \theta_{2c}^T H_1 \theta_{2c} + \theta_{2r}^T H_2 \theta_{2r} - \theta_{2c}^T C_5 - \theta_{2r}^T C_6 - \theta_{2c}^T C_7 + \theta_{2r}^T C_8.$$

由于 $(dx_1^U(k))^2 + (dx_1^L(k))^2 + (dx_2^U(k))^2 + (dx_2^L(k))^2$ 为常数, 式(12)中的约束优化问题与以下的二次优化问题同解:

$$\min_{\theta_{1c}, \theta_{1r}, \theta_{2c}, \theta_{2r}} J_2 = [\theta_{1c}^T \ \theta_{1r}^T \ \theta_{2c}^T \ \theta_{2r}^T] \begin{bmatrix} H_1 & & & \\ & H_2 & & \\ & & H_1 & \\ & & & H_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_{1c} \\ \theta_{1r} \\ \theta_{2c} \\ \theta_{2r} \end{bmatrix} -$$

$$[\theta_{1c}^T \ \theta_{1r}^T \ \theta_{2c}^T \ \theta_{2r}^T] \begin{bmatrix} C_1 + C_3 \\ C_2 - C_4 \\ C_5 + C_7 \\ C_6 - C_8 \end{bmatrix}.$$

4.3 基于运动模式的最终预测模型输出 $d\hat{x}(k)$

在得到初步预测模型输出后, 基于运动模式建模的第2步对初步预测模型的输出 $d\hat{x}(k)$ 进行分类, 将初步预测输出 $d\hat{x}(k)$ 划分到模式运动空间中的某一个类别 j , 并将模式类别 j 的多维区间数表征 $\begin{bmatrix} [x_{1\min}^j, x_{1\max}^j] \\ [x_{2\min}^j, x_{2\max}^j] \end{bmatrix}$ 作为该时刻基于运动模式的预测模型的最终输出值. 本文采用最近邻法对初步预测模型的输出进行分类, 即: 如果

$$j =$$

$$\arg \min_{i=1,2,\dots,C} \left(D \left(\begin{bmatrix} d\tilde{x}_1(k) \\ d\tilde{x}_2(k) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} [x_{1\min}^j, x_{1\max}^j] \\ [x_{2\min}^j, x_{2\max}^j] \end{bmatrix} \right) \right),$$

C 为模式运动空间中模式类别数, 则将初步预测模型的输出 $[d\tilde{x}_1 \ d\tilde{x}_2]^T$ 划分到模式类别 j , 并将模式类别 j 的多维区间数表征 $\begin{bmatrix} [x_{1\min}^j, x_{1\max}^j] \\ [x_{2\min}^j, x_{2\max}^j] \end{bmatrix}$ 作为该时刻的最终预测输出, 即 $d\hat{x}(k) = \begin{bmatrix} [x_{1\min}^j, x_{1\max}^j] \\ [x_{2\min}^j, x_{2\max}^j] \end{bmatrix}$,

其中 $D \left(\begin{bmatrix} d\tilde{x}_1(k) \\ d\tilde{x}_2(k) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} [x_{1\min}^j, x_{1\max}^j] \\ [x_{2\min}^j, x_{2\max}^j] \end{bmatrix} \right)$ 为初步预测模型输出 $[d\tilde{x}_1 \ d\tilde{x}_2]^T$ (二维区间数) 与模式运动空间中模式类别 i 的区间数表征 $\begin{bmatrix} [x_{1\min}^j, x_{1\max}^j] \\ [x_{2\min}^j, x_{2\max}^j] \end{bmatrix}$ 之

间的豪斯多夫距离^[11].

4.4 基于多维区间 T-S 模糊模型运动模式预测性能评价

为了定量评价基于多维区间 T-S 模糊模型运动模式预测性能,采用预测模型各维最终预测输出的上下界根均方误差的均值定量评价基于区间数度量的多维运动模式的建模精度.模型各维输出的上界、下界根均方误差的均值为

$$\begin{aligned}
 \text{RMSE}_{d\hat{x}} &= \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n (\text{RMSE}_{d\hat{x}_i^L} + \text{RMSE}_{d\hat{x}_i^U}), \\
 \text{RMSE}_{d\hat{x}_i^L} &= \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (dx_i^L(k) - d\hat{x}_i^L(k))^2}, \\
 \text{RMSE}_{d\hat{x}_i^U} &= \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (dx_i^U(k) - d\hat{x}_i^U(k))^2}. \quad (13)
 \end{aligned}$$

其中: n 为运动模式的维数, N 为测试样本的个数, $dx_i^U(k)$ 为 k 时刻第 i 维真实模式类别变量时间序列的上界, $dx_i^L(k)$ 为 k 时刻第 i 维真实模式类别变量时间序列的下界, $d\hat{x}_i^U(k)$ 为基于多维区间 T-S 模糊模型的运动模式预测模型最终输出第 i 维的上界, $d\hat{x}_i^L(k)$ 为基于多维区间 T-S 模糊模型的运动模式预测模型最终输出第 i 维的下界, $\text{RMSE}_{d\hat{x}_i^L}$ 为基于多维区间 T-S 模糊模型的运动模式预测模型最终输出第 i 维的下界根均方误差, $\text{RMSE}_{d\hat{x}_i^U}$ 为基于多维区间 T-S 模糊模型的运动模式预测模型最终输出的各维上下界均方误差的均值.

5 仿真分析

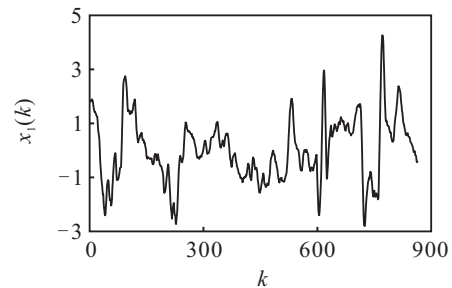
以安阳钢铁厂的烧结生产过程为例验证所提出预测模型的有效性.

5.1 多维模式运动空间的构造

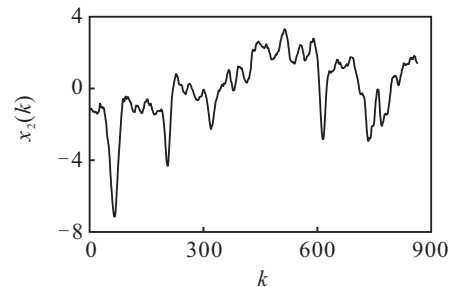
采集了烧结生产过程的实际工况模式 $\mathbf{x}_k = [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6]^T$ (风箱废气温度,如图2所示)的864组数据,采样周期为25 s.工况模式 $\mathbf{x}_k = [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6]^T$ 经过零-均值归一化后再经主成分分析降维,得到降维后的二维工况模式 $\mathbf{x}_k = [x_1(k), x_2(k)]^T$.采用本文给出的多维模式运动空间构造方法,将降维后的864组实际工况数据 $\mathbf{x}_k = [x_1(k), x_2(k)]^T$ 划分为 C 类,具体的模式类别数可根据实际应用确定,本文仿真实验中取为 $C = 16$.

针对降维后的工况模式,采用本文提出的多维模式运动空间构造方法构造模式运动空间.对原始模式样本集进行两级二叉树划分,得到16个模式类别.图3给出了基于微粒群算法和二叉树空间划分得到的二维模式运动空间.图3中,两条粗实线代表第一级二叉树划分得到的类别边界,细实线代表第二级四

叉树划分得到的类别边界,大“圆圈”代表第一级二叉树划分最优点,小“圆圈”代表第二级四叉树划分最优点.表1给出了二维模式运动空间中各个模式类别的二维区间数表征.在构造完二维模式运动空间后,原欧氏空间的“点”变量被映射为模式运动空间的模式类别变量,如图4所示.



(a) 第1维 x_1



(b) 第2维 x_2

图2 降维后的二维工况时间序列 $\mathbf{x}_k = [x_1, x_2]^T$

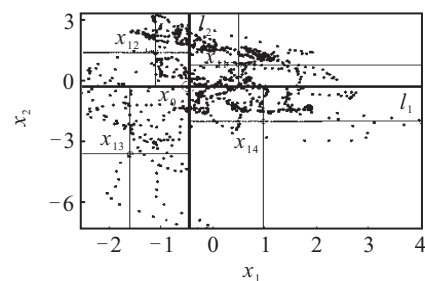


图3 二维模式运动空间

表1 二维模式运动空间中各个模式类别的区间数表征

P_i	$[p_{\min}^i, p_{\max}^i]$
1	$[[[-0.4542, 0.5005], [-0.2241, 0.8786]]]$
2	$[[[0.5005, 4.2659], [-0.2241, 0.8786]]]$
3	$[[[-0.4542, 0.5005], [0.8786, 3.3106]]]$
4	$[[[0.5005, 4.2659], [0.8786, 3.3106]]]$
5	$[[[-2.8095, -1.0852], [1.5028, 3.3106]]]$
6	$[[[-1.0852, -0.4542], [-0.2241, 1.5028]]]$
7	$[[[-1.0852, -0.4542], [1.5028, 3.3106]]]$
8	$[[[-2.8095, -1.0852], [-0.2241, 1.5028]]]$
9	$[[[-2.8095, -1.5856], [-7.1643, -3.5082]]]$
10	$[[[-1.5856, -0.4542], [-3.5082, -0.2241]]]$
11	$[[[-1.5856, -0.4542], [-7.1643, -3.5082]]]$
12	$[[[-2.8095, -1.5856], [-3.5082, -0.2241]]]$
13	$[[[-0.4542, 0.9721], [-1.8894, -0.2241]]]$
14	$[[[0.9721, 4.2659], [-7.1643, -1.8894]]]$
15	$[[[0.9721, 4.2659], [-1.8894, -0.2241]]]$
16	$[[[-0.4542, 0.9721], [-7.1643, -1.8894]]]$

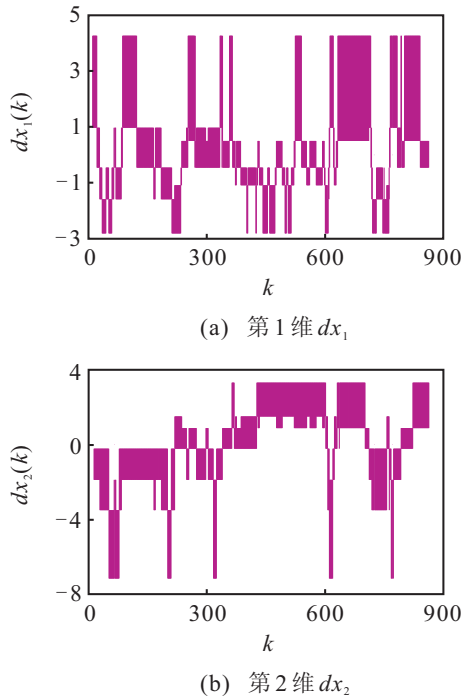


图4 二维模式类别变量时间序列

5.2 基于多维区间T-S模糊模型的多维运动模式预测

仿真实验采用本文提出的二维T-S模糊模型对多维运动模式进行预测, 具体形式如下所示:

$$R^i: \text{If } dx_{1c}(k-1) \text{ is } A_1^i \text{ and } dx_{2c}(k-1) \text{ is } B_1^i, \\ dx_{1c}(k-2) \text{ is } A_n^i \text{ and } dx_{2c}(k-2) \text{ is } B_n^i;$$

$$\text{Then } d\tilde{x}^i(k) = \begin{bmatrix} d\tilde{x}_1^i(k) \\ d\tilde{x}_2^i(k) \end{bmatrix} = \\ \begin{bmatrix} \tilde{\theta}_{10}^i \\ \tilde{\theta}_{20}^i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{\theta}_{11}^i & \tilde{\theta}_{12}^i \\ \tilde{\theta}_{21}^i & \tilde{\theta}_{22}^i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx_{1c}(k-1) \\ dx_{2c}(k-1) \end{bmatrix} + \\ \begin{bmatrix} \tilde{\theta}_{13}^i & \tilde{\theta}_{14}^i \\ \tilde{\theta}_{23}^i & \tilde{\theta}_{24}^i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx_{1c}(k-2) \\ dx_{2c}(k-2) \end{bmatrix}.$$

假定模型的阶次为2. 采用前500个样本用于训练模型, 后364个样本用于测试模型. 由式(12)和(13), 辨识得到的二维区间T-S模糊模型后件区间参数如下所示:

$$\begin{bmatrix} \tilde{\theta}_{10}^1 \\ \tilde{\theta}_{20}^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (-0.0461, 0.3414) \\ (0.0045, 0.7196) \end{bmatrix}, \\ \begin{bmatrix} \tilde{\theta}_{11}^1 & \tilde{\theta}_{12}^1 \\ \tilde{\theta}_{21}^1 & \tilde{\theta}_{22}^1 \end{bmatrix} = \\ \begin{bmatrix} (0.0773, 0.0000) & (0.0707, 0.0000) \\ (0.0098, 0.0000) & (-0.0922, 0.0431) \end{bmatrix}, \\ \begin{bmatrix} \tilde{\theta}_{13}^1 & \tilde{\theta}_{14}^1 \\ \tilde{\theta}_{23}^1 & \tilde{\theta}_{24}^1 \end{bmatrix} = \\ \begin{bmatrix} (0.7628, 0.1533) & (-0.1411, 0.0000) \\ (-0.0648, 0.0000) & (1.0962, 0.0396) \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{\theta}_{10}^2 \\ \tilde{\theta}_{20}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (0.0427, 0.5454) \\ (-0.2195, 0.5629) \end{bmatrix}, \\ \begin{bmatrix} \tilde{\theta}_{11}^2 & \tilde{\theta}_{12}^2 \\ \tilde{\theta}_{21}^2 & \tilde{\theta}_{22}^2 \end{bmatrix} = \\ \begin{bmatrix} (0.2485, 0.1868) & (-0.0331, 0.0000) \\ (-0.0616, 0.0000) & (0.1538, 0.0470) \end{bmatrix}, \\ \begin{bmatrix} \tilde{\theta}_{13}^2 & \tilde{\theta}_{14}^2 \\ \tilde{\theta}_{23}^2 & \tilde{\theta}_{24}^2 \end{bmatrix} = \\ \begin{bmatrix} (0.7590, 0.2718) & (0.0715, 0.0000) \\ (0.1496, 0.0048) & (0.7091, 0.3251) \end{bmatrix}.$$

基于本文提出的多维T-S模糊模型, 图5给出了运动模式最终预测输出的上界和下界(实线), 竖直线段代表不同时刻的真实模式类别时间序列. 表2给出了基于多维区间T-S模糊模型的多维运动模式预测的最终预测输出上下界根均方误差.

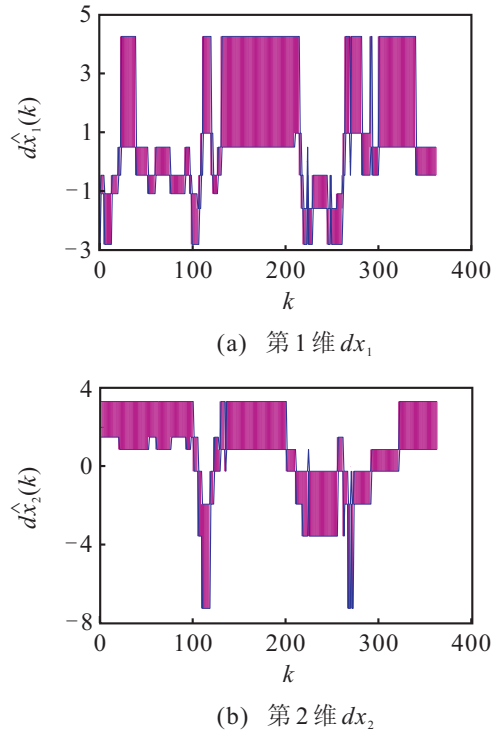


图5 $d\hat{x}(k)$ 的上界、下界和真实的模式类别变量时间序列

表2 最终预测输出上下界根均方误差

RMSE _{$d\hat{x}_1^L$}	RMSE _{$d\hat{x}_1^U$}	RMSE _{$d\hat{x}_2^L$}	RMSE _{$d\hat{x}_2^U$}	RMSE _{$d\hat{x}$}
0.4158	0.7630	0.8416	0.4279	0.6121

6 结 论

本文在前期工作的基础上, 提出了基于多维区间T-S模糊模型的多维运动模式预测. 以二维工况模式为例, 采用区间向量度量模式, 原欧氏空间的二维工况模式被映射为模式运动空间的区间向量时间序列, 定义的二维区间T-S模糊模型描述了模式类别变量时间序列(本质上为区间向量时间序列)在模式运动

空间中的运动. 以烧结生产过程的实际数据为例验证了所提出的多维运动模式预测模型的有效性.

参考文献(References)

- [1] Lennart H. Modeling of three-phase dynamic systems using complex transfer functions and transfer matrices[J]. IEEE Trans on Industrial Electronics, 2007, 54(4): 2239-2248.
- [2] Mohamaed L, Elhassan A. Linearizing and control of a three-phase photovoltaic system with feedback method and intelligent control in state-space[J]. Trans on Electrical and Electronic Materials, 2014, 15(6): 297-304.
- [3] Yu H S, Peng J Z, Tang Y D. Identification of nonlinear dynamic systems using Hammerstein-type neural network[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2014, 10(1): 1-9.
- [4] Ceconello M S, Leite J, Bassanezi R C. Invariant and attractor sets for fuzzy dynamical systems[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2015, 265(4): 99-109.
- [5] Zhou Y H. Fuzzy indirect adaptive control using SVM-based multiple models for a class of nonlinear systems[J]. Neural Computing and Applications, 2013, 22(3/4): 825-833.
- [6] Liu X F, Lin B. Identification of resonance states of rotor-bearing system using RQA and optimal binary tree SVM[J]. Neurocomputing, 2015, 152(3): 36-44.
- [7] Xu Z, Liu M, Yang G, et al. Application of interval analysis and evidence theory to fault location[J]. Electric Power Applications, 2009, 3(1): 77-84.
- [8] Wang C, Qiu Z P. Interval analysis of steady-state heat convection - diffusion problem with uncertain-but-bounded parameters[J]. Int J of Heat and Mass Transfer, 2015, 91(8): 355-362.
- [9] Moore R E. Interval analysis[M]. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1966: 8-20.
- [10] Sun Changping, Xu Zhengguang. Extended T-S fuzzy model based on interval arithmetic and its application to interval nonlinear regression analysis[C]. IEEE Int Conf on Fuzzy Systems. Jeju Island: Republic of Korea, 2009: 1773-1778.
- [11] Chuang C C. Extended support vector interval regression networks for interval input-output data[J]. Information Science, 2008, 178(3): 871-891.
- [12] Angela B F, Norberto Gil G R. Estimation of a flexible simple linear model for interval data based on set arithmetic[J]. Computational Statistics and Data Analysis, 2011, 55(9): 2568-2578.
- [13] Froelich W, Salmeron J L. Evolutionary learning of fuzzy cognitive maps for multivariate, interval-valued time series[J]. Int J of Approximate Reasoning, 2014, 55(9): 1319-1335.
- [14] Xu Zhengguang, Sun Changping. Interval T-S fuzzy model and its application to identification of nonlinear interval dynamic system based on interval data[C]. The 48th IEEE Conf on Decision and Control. Shanghai: IEEE, 2009: 4414-4419.
- [15] 徐正光, 孙昌平. 基于区间数度量的运动模式建模与控制[J]. 控制理论与应用, 2012, 29(9): 1115-1124. (Xu Z G, Sun C P. Moving pattern measured by interval number for modeling and control[J]. Control Theory & Application, 2012, 29(9): 1115-1124.)
- [16] 徐正光, 孙昌平. 基于区间 T-S 模糊模型的运动模式预测[J]. 控制与决策, 2012, 27(11): 1699-1705. (Xu Z G, Sun C P. Forecasting model based on moving pattern measured by interval number[J]. Control and Decision, 2012, 27(11): 1699-1705.)
- [17] 徐正光. 智能自动化的模式识别方法及其工程实现[D]. 北京: 北京科技大学自动化学院, 2001. (Xu Z G. Pattern recognition method of intelligent automation and its implementation in engineering[D]. Beijing: College of Automation, University of Science and Technology, 2001.)
- [18] Sun Changping, Gao Qiang, Xu Zhengguang. Study on moving pattern based fault detection method[C]. Applied Mechanics and Materials. Zurich, 2013: 1463-1466.
- [19] Xu Zhengguang, Sun Changping. Moving pattern-based forecasting model of a class of complex dynamical systems[C]. The 50th IEEE Int Conf on Decision and Control and European. Orlando: IEEE, 2011: 4967-4972.
- [20] Xu Zhengguang, Sun Changping. Moving pattern-based approach to modeling of a class of complex production processes[C]. The 20th IEEE Int Conf on Fuzzy Systems. Taipei, 2011: 2282-2287.
- [21] 闫丽梅, 张士元, 任伟建, 等. 基于粒子群进化算法的电力系统状态估计研究[J]. 电力系统保护与控制, 2010, 38(22): 86-89. (Yan L M, Zhang S Y, Ren W J, et al. Power system state estimation based on particle swarm optimization algorithm[J]. Power System Protection and Control, 2010, 38(22): 86-89.)

(责任编辑: 郑晓蕾)