

基于自适应重复学习的不确定多涡卷混沌系统同步控制

孙美美, 胡云安, 韦建明

(海军航空工程学院 控制工程系, 山东 烟台 264001)

摘要: 基于滞环函数提出一种参数可调的多涡卷混沌系统构造方法. 针对复杂不确定性系统, 综合利用自适应神经网络和重复学习控制方法设计一种自适应重复学习同步控制器; 利用自适应重复学习控制方法对周期时变参数化不确定性进行处理; 对函数型不确定性利用神经网络逼近技术进行补偿; 设计鲁棒学习项对神经网络逼近误差和扰动上界进行估计; 通过构造类Lyapunov复合能量函数证明了同步误差学习的收敛性. 仿真结果验证了所提出方法的有效性.

关键词: 滞环函数; 多涡卷; 自适应重复学习控制; 神经网络

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Adaptive repetitive learning-based synchronization control of uncertain multi-scroll chaotic systems

SUN Mei-mei, HU Yun-an, WEI Jian-ming

(Department of Control Engineering, Naval Aeronautical Engineering Institute, Yantai 264001, China. Correspondent: SUN Mei-mei, E-mail: smm6224582@sina.cn)

Abstract: Based on hysteresis functions, a kind of multi-scroll chaos systems constructing method is proposed, parameters of which can be adjusted. For a class of chaotic systems with complicated uncertainties, a kind of adaptive repetitive learning synchronization controller is presented by combining the adaptive neural network method and the repetitive learning scheme. The difficulty from periodic time-varying parametric uncertainties are overcome by using the adaptive repetitive learning method scheme, while the function uncertainties are compensated by using the neural approximation technique. The robust learning term is designed to estimate the upper bounds of neural approximation error and the disturbance. A Lyapunov-like function is constructed to prove the convergence of synchronization errors. Simulation results show the effectiveness of the proposed adaptive repetitive learning synchronization scheme.

Keywords: hysteresis function; multi-scroll; adaptive repetitive learning control; neural networks

0 引言

对于参数不确定混沌系统的同步控制, 学者们已经进行了深入的分析. 然而, 在实际应用工程中, 系统中的环境温度、电压波动、各元器件的相互作用等使得系统参数虽为已知, 但会围绕理论值上下波动, 并随着时间变化, 诸如此类的这些不确定因素对系统同步控制的影响都是巨大的. 因此, 对系统未知时变参数的研究显得至关重要且极具挑战性. 目前, 已有文献对时变参数不确定的系统进行了研究: 文献[1-2]研究了驱动系统的参数对于响应系统而言是完全未知的情况, 驱动系统和响应系统的参数可以不同或不

确定; Park^[3]研究了系统参数部分未知或不确定的情况. 重复学习控制能够有效处理周期时变不确定性或扰动问题, 并已得到了广泛研究^[4-7]. 近年来, 重复学习控制方法^[8-9]已经被应用于一致周期或假性周期的时变不确定混沌系统中. 基于自适应重复学习方法, Zhang等^[10]提出了一种自适应神经网络滑模控制器, 并应用于不确定分数阶混沌系统; Chen等^[11]提出了一种简单的时滞控制器来稳定混沌吸引子的不稳定周期轨道; 文献[12-13]针对未知周期时变混沌系统提出了一种基于自适应学习控制的广义投影同步控制方法. 可以看出, 大多数文献都是针对单涡卷或双

收稿日期: 2015-08-15; 修回日期: 2015-10-28.

基金项目: 国家自然科学基金重点项目(61433011).

作者简介: 孙美美(1987—), 女, 讲师, 博士, 从事混沌系统及其同步控制的研究; 胡云安(1966—), 男, 教授, 博士生导师, 从事非线性控制、飞行器设计等研究.

涡卷系统, 而多涡卷系统在构成中引入了函数项, 其结构复杂, 也是学习混沌同步控制领域亟待解决的难点问题。

多涡卷混沌系统同步在保密通信中具有巨大的应用前景, 而滞环非线性多涡卷混沌系统可以采用二阶系统和滞环函数实现, 不仅有利于理论上进行严格的数学分析, 更有利于硬件实现, 也是目前研究的热点问题。

本文基于文献[14]的思想进行研究, 得到可以通过调节滞环非线性函数参数达到调整涡卷数量的滞环多涡卷系统, 并在具有复杂不确定性的情况下进行同步控制研究。

1 准备工作

1.1 自适应重复学习控制方法思想阐述

为了说明基于类Lyapunov能量函数的设计思想, 首先给出一个简单的例子进行阐述. 考虑如下简单周期时变系统:

$$\dot{z}(t) = \theta(t)\xi(z(t), t) + u_z(t). \quad (1)$$

其中: $z(t)$ 为系统状态; $u_z(t)$ 为控制输入; $\theta(t)$ 为未知时变周期参数, 其周期为 T ; $\xi(z(t), t)$ 为已知函数. 设 $z(t)$ 要跟踪的期望轨迹为 $z_r(t)$, $t \in [0, T]$, 定义跟踪误差为 $e_z(t) = z(t) - z_r(t)$, 设计控制律如下:

$$u_z(t) = -k_z e_z(t) + \dot{z}_r(t) - \hat{\theta}(t)\xi(z(t), t). \quad (2)$$

其中: $k_z > 0$ 为设计参数, $\hat{\theta}(t)$ 为 $\theta(t)$ 的估计值. 设计未知时变参数的周期自适应学习律为

$$\hat{\theta}(t) = \begin{cases} \hat{\theta}(t-T) + q\xi(z(t), t)e_z(t), & t \in [T, \infty); \\ q\xi(z(t), t)e_z(t), & t \in [0, T). \end{cases} \quad (3)$$

其中 $q > 0$ 为学习增益.

定义参数估计误差为 $\tilde{\theta}(t) = \hat{\theta}(t) - \theta(t)$, 选取如下类Lyapunov复合能量函数:

$$E(t) = \frac{1}{2}e_z^2(t) + \frac{1}{2q} \int_{t-T}^t \tilde{\theta}^2(\sigma) d\sigma, \quad (4)$$

其中 σ 为积分变量. 由此可以推导出

$$\Delta E(t) = E(t) - E(t-T) \leq - \int_{t-T}^t (e_z(\sigma))^2 d\sigma, \quad (5)$$

进一步可得

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \int_{t-T}^t (e_z(\sigma))^2 d\sigma = 0. \quad (6)$$

这样, 当 $t \rightarrow \infty$ 时, 系统的状态 $z(t)$ 收敛于期望轨迹 $z_r(t)$, $t \in [kT, (k+1)T]$, $k = 0, 1, \dots$.

1.2 基于滞环函数的多涡卷混沌系统

对文献[13]中的混沌系统进行研究拓展, 提出一种更为广泛的滞环多涡卷混沌系统模型, 即

$$\dot{x}_1 = x_2, \quad \dot{x}_2 = -a_1 x_1 + b_1 x_2 + c_1 \text{Hys}(d_1 x_1). \quad (7)$$

其中: x_1 和 x_2 为状态变量; a_1 、 b_1 和 c_1 为驱动系统参

数; $\text{Hys}(x_1)$ 为向第3象限拓展后的滞环非线性函数, 形式为

$$\text{Hys}(d_1 x_1) = \sum_{j=1}^m \text{hys}_j(d_1 x_1), \quad m = 1, 2, 4, 6, \dots$$

其表达形式如下:

$$\text{hys}_i(d_1 x_1) = \begin{cases} \frac{(i+1)}{2}, & d_1 x_1 > \frac{(i+1)}{2}; \\ \frac{(i-1)}{2}, & d_1 x_1 < \frac{(i-1)}{2}; \\ \text{hys}_i^-(d_1 x_1), & \frac{(i-1)}{2} < d_1 x_1 < \frac{(i+1)}{2}; \end{cases} \quad (8)$$

$$i = 2n - 1, \quad n = 1, 2, \dots$$

$$\text{hys}_i(d_1 x_1) = \begin{cases} \frac{-i}{2}, & d_1 x_1 < \frac{-i}{2}; \\ \frac{-(i-2)}{2}, & d_1 x_1 > \frac{-(i-2)}{2}; \\ \text{hys}_i^-(d_1 x_1), & \frac{-i}{2} d_1 x_1 < \frac{-(i-2)}{2}; \end{cases} \quad (9)$$

$$i = 2n, \quad n = 1, 2, \dots$$

其中: $i = 2n$, $n = 1, 2, \dots$; $\text{hys}_i^-(\cdot)$ 为 $\text{hys}_i(\cdot)$ 在上一时刻的值. 确定好 m 后, 系统(9)可生成 $m+1$ 个涡卷.

2 自适应重复学习同步控制器设计

考虑不确定因素的影响, 将周期时变参数化不确定性和非参数化不确定性引入到混沌系统中. 驱动系统形式为

$$\begin{cases} \dot{x}_i = x_{i+1}, & i = 1, 2, \dots, n-1; \\ \dot{x}_n = f(x) + \Delta f(x) + \theta^T(t)\xi(x) + d(t). \end{cases} \quad (10)$$

其中: $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$; $f(x)$ 为已知的非线性函数; $\Delta f(x)$ 为未知的不确定项; $\xi(x) \in R^m$ 为已知函数; $d(t)$ 为未知有界外界干扰; $\theta(t) \in R^m$ 为未知连续周期时变参数, 且 $\theta(t) = \Xi + \Theta(t)$, Ξ 为未知常数参数, $\Theta(t)$ 为未知的连续周期时变参数, 其周期为 T . 系统中既包含了参数化不确定项, 又包含了非参数化不确定项; 参数化不确定项中既包含了常数参数化不确定项, 又包含了时变参数化不确定项.

被控响应系统模型为

$$\begin{cases} \dot{y}_i = y_{i+1}, & i = 1, 2, \dots, n-1; \\ \dot{y}_n = g(y) + \Delta g(y) + u(t). \end{cases} \quad (11)$$

其中: $y = [y_1, y_2, \dots, y_n]^T$, $g(y)$ 为已知的非线性函数, $\Delta g(y)$ 为未知的不确定项, $u(t)$ 为同步控制器.

定义跟踪误差为 $e_i = y_i - x_i$, 则控制的目标就是对响应系统设计合适的控制器 $u(t)$, 使得响应系统(8)能与驱动系统(7)同步, 即

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \int_{t-T}^t \|e(\sigma)\|^2 d\sigma = 0.$$

假设 1 假设初始同步误差是有界的, 即 $|e_i(0)|$

$\leq \varepsilon_i, i = 1, 2, \dots, n$.

定义辅助的同步误差为

$$s(t) = e_s(t) - \eta(t) \text{sat}\left(\frac{e_s(t)}{\eta(t)}\right). \quad (12)$$

其中: $\eta(t) = \varepsilon e^{-Kt}, K > 0$ 为设计参数, $\varepsilon = [\Lambda^T 1]^T \times [\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n]^T, \Lambda = [\lambda_1, \lambda_2, L, \lambda_{n-1}]^T$; 饱和函数为

$$\text{sat}(\cdot) = \text{sgn}(\cdot) \times \min\{|\cdot|, 1\}. \quad (13)$$

其中符号函数

$$\text{sgn}(\cdot) = \begin{cases} 1, & \cdot > 0; \\ 0, & \cdot = 0; \\ -1, & \cdot < 0. \end{cases}$$

注 1 注意到 $\eta(t)$ 是沿着时间轴递减的, 且 $\eta(0) = \varepsilon$, 如果 $s(t)$ 趋向于零, 则达到了控制目标.

容易验证

$$\begin{aligned} |e_s(0)| &= \\ |\lambda_1 e_1(0) + \lambda_2 e_2(0) + \dots + e_n(0)| &\leq \\ \lambda_1 |e_1(0)| + \lambda_2 |e_2(0)| + \dots + |e_n(0)| &\leq \\ \lambda_1 \varepsilon_1 + \lambda_2 \varepsilon_2 + \dots + \varepsilon_n = \varepsilon = \eta(0), &\quad (14) \end{aligned}$$

即 $s(0) = e_s(0) - \eta(0) \frac{e_s(0)}{\eta(0)} = 0$ 成立.

由 $s(t)$ 的定义可知

$$s(t) \text{sat}\left(\frac{e_s(t)}{\eta(t)}\right) = \begin{cases} s(t), & e_s(t) > \eta(t); \\ 0, & |e_s(t)| \leq \eta(t); \\ -s(t), & e_s(t) < -\eta(t) \end{cases} = |s(t)|. \quad (15)$$

选择 Lyapunov 函数为 $V(t) = \frac{1}{2} s^2(t)$, 求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= s(t) \dot{s}(t) = \\ \begin{cases} s(t)(\dot{e}_s(t) - \dot{\eta}(t)), & e_s(t) > \eta(t); \\ 0, & |e_s(t)| \leq \eta(t); \\ s(t)(\dot{e}_s(t) + \dot{\eta}(t)), & e_s(t) < -\eta(t) \end{cases} &= \\ s(t)(\dot{e}_s(t) - \dot{\eta}(t) \text{sgn}(s(t))) &= \\ s(t) \left(\sum_{j=2}^n \lambda_{j-1} e_j + g(y) + \Delta g(y) + u(t) - \right. & \\ \left. f(x) - \Delta f(x) - \Xi^T \xi(x) - \Theta^T(t) \xi(x) - \right. & \\ \left. d(t) + K e_s(t) \right) - K s^2(t). &\quad (16) \end{aligned}$$

其中利用了如下等式:

$$\begin{aligned} s(t)(-K e_s(t) + K \eta(t) \text{sgn}(s(t))) &= \\ s(t) \left(-K s(t) - K \eta(t) \text{sat}\left(\frac{e_s(t)}{\eta(t)}\right) + \right. & \\ \left. K \eta(t) \text{sgn}(s(t)) \right) &= \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -K s^2(t) - K \eta(t) |s(t)| + K \eta(t) |s(t)| &= \\ -K s^2(t). & \end{aligned}$$

将系统中的不确定表示为

$$U(x, y) = \Delta g(y) - \Delta f(x),$$

利用神经网络对 $U(x, y)$ 进行估计, 即

$$U(x, y) = W^{*T} \phi(Z) + \varepsilon(Z). \quad (17)$$

其中: $Z = [x^T, y^T]^T \in R^{2n}$; 设 l 为神经网络神经元的个数, $W^* \in R^l$ 为最优神经网络权值; $\phi(Z) = [\varphi_1(Z), \varphi_2(Z), \dots, \varphi_l(Z)]^T, \varphi_i(Z) = e^{-\|Z - \mu_i\|^2 / \eta_i^2}$ 为高斯基函数, $i = 1, 2, \dots, l$; $\varepsilon(Z)$ 为神经网络逼近误差. 式 (16) 可转化为

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= \\ s(t) \left(\sum_{j=2}^n \lambda_{j-1} e_j + g(y) + W^{*T} \phi(Z) + \right. & \\ u(t) - f(x) - \Xi^T \xi(x) - \Theta^T(t) \xi(x) + & \\ \left. \varepsilon(Z) - d(t) + K e_s(t) \right) - K s^2(t). &\quad (18) \end{aligned}$$

由神经网络的特性可知, $|\varepsilon(Z) - d(t)| \leq \rho, \rho$ 为未知的常值上界.

设计同步控制器

$$\begin{aligned} u &= \\ - \sum_{j=2}^n \lambda_{j-1} e_j - g(y) - \hat{W}^T \phi(Z) + f(x) + & \\ \hat{\Xi}^T \xi(x) + \hat{\Theta}^T(t) \xi(x) - \hat{\rho} \tanh\left(\frac{\hat{\rho} s(t)}{\omega e^{-k_1 t}}\right) - K e_s(t). &\quad (19) \end{aligned}$$

其中: $k, k_1, \omega > 0$ 为设计参数; $\hat{W}, \hat{\Xi}, \hat{\Theta}(t), \hat{\rho}$ 分别为 $W^*, \Xi, \Theta(t), \rho$ 的估计值.

设计参数自适应律

$$\hat{\Theta}(t) = \begin{cases} 0, & t \in [-T, 0); \\ -q_0(t) \xi(x) s(t), & t \in [0, T); \\ \hat{\Theta}(t - T) - q_1 \xi(x) s(t), & t \in [T, \infty). \end{cases} \quad (20)$$

$$\dot{\hat{W}} = q_2 s(t) \phi(Z). \quad (21)$$

$$\dot{\hat{\Xi}} = -q_3 \xi(x) s(t). \quad (22)$$

$$\dot{\hat{\rho}} = q_4 |s(t)|. \quad (23)$$

其中: $q_1, q_2, q_3, q_4 > 0$ 为设计参数, $q_0(t)$ 为一个单调递增的连续函数, 且 $q_0(0) = \alpha > 0, q_0(T) = q_1$.

注 2 $\hat{\Theta}(t) = 0 (t \in (-\infty, 0))$ 不具有实际意义, 仅用于下文的分析.

引理 1 $\hat{\Theta}(t) (\forall t \in [0, \infty))$ 是连续的.

证明 由于 $\xi(x)$ 是连续函数, $\hat{\Theta}(t)$ 在 $t \in [kT, (k+1)T)$ 上的连续性是显而易见的, $k = 0, 1, \dots$. 下面

分两种情况考虑在 $t = kT$ 处 $\hat{\theta}(t)$ 的连续性.

1) $k = 1$.

由自适应学习律 (20) 以及 $s(0) = 0, q_0(T) = q_1$ 可知

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow T^-} \hat{\theta}(t) &= \lim_{t \rightarrow T^-} [-q_0(t)\xi(x)s(t)] = \\ &= -q_1\xi(x(T))s(T), \\ \lim_{t \rightarrow T^+} \hat{\theta}(t) &= \lim_{t \rightarrow T^+} [\hat{\theta}(t-T) - q_1\xi(x)s(t)] = \\ &= -q_1\xi(x(T))s(T), \end{aligned}$$

因此 $\hat{\theta}(t)$ 在 $t = T$ 处是连续的.

2) $k \geq 2$.

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow kT^-} \hat{\theta}(t) &= \lim_{t \rightarrow kT^-} [\hat{\theta}(t-T) - q_1\xi(x)s(t)] = \\ &= \hat{\theta}((k-1)T^-) - q_1\xi(x(kT))s(kT), \\ \lim_{t \rightarrow kT^+} \hat{\theta}(t) &= \lim_{t \rightarrow kT^+} [\hat{\theta}(t-T) - q_1\xi(x)s(t)] = \\ &= \hat{\theta}((k-1)T^+) - q_1\xi(x(kT))s(kT). \end{aligned}$$

由于 $\xi(x)$ 和 $e_s(t)$ 是连续的, $\hat{\theta}(t)$ 在 $t = kT$ 处的连续性依赖于 $\hat{\theta}(t)$ 在 $t = (k-1)T$ 处的连续性. 由于已经证明得到 $\hat{\theta}(t)$ 在 $t = T$ 处是连续的, $\hat{\theta}(t)$ 在 $t = 2T$ 处是连续的. 进一步可知, $\hat{\theta}(t)$ 在 $t = kT (k \geq 2)$ 处都是连续的.

综上所述, $\hat{\theta}(t) (\forall t \in [0, \infty))$ 是连续的. \square

引理 2 对于任意的 $\eta > 0$ 和 $x \in R$, 如下不等式成立:

$$|x| - x \tanh(x/\eta) \leq \beta\eta.$$

其中: β 为正常数, $\beta = e^{-(\beta+1)}$ 或 $\beta = 0.2785$.

由自适应学习律 (23) 可知 $\hat{\rho} > 0$. 将控制器 (19) 代入 (18) 并考虑引理 2, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &\leq \\ &-Ks^2(t) - s(t)(\tilde{W}^T\phi(Z) - \tilde{\Xi}^T\xi(x) - \\ &\tilde{\Theta}^T(t)\xi(x) + \rho|s(t)| - \\ &\hat{\rho}s(t) \tanh\left(\frac{\hat{\rho}s(t)}{\omega e^{-k_1 t}}\right) = \\ &-ks^2(t) - s(t)(\tilde{W}^T\phi(Z) - \tilde{\Xi}^T\xi(x) - \\ &\tilde{\Theta}^T(t)\xi(x) + \rho|s(t)| - \hat{\rho}|s(t)| + \hat{\rho}|s(t)| - \\ &\rho s(t) \tanh\left(\frac{\hat{\rho}s(t)}{\omega e^{-k_1 t}}\right) \leq \\ &-ks^2(t) - s(t)(\tilde{W}^T\phi(Z) - \tilde{\Xi}^T\xi(x) - \\ &\tilde{\Theta}^T(t)\xi(x) - \tilde{\rho}|s(t)| + \beta\omega e^{-k_1 t}), \end{aligned} \tag{24}$$

其中 $\tilde{*} = \hat{*} - *$ 为参数估计误差.

3 稳定性及收敛性分析

定理 1 对于形如式 (7) 的混沌驱动系统和形

如式 (8) 的响应系统, 设计自适应重复学习控制 (20) 及参数自适应学习律 (21)~(23), 则可实现驱动系统与响应系统同步, 或者说同步误差随周期学习收敛到零, 即

$$\int_{(k-1)T}^{kT} s^2(\sigma) d\sigma = 0.$$

证明 定义类 Lyapunov 函数为

$$\begin{aligned} E(t) &= \\ &V(t) + \frac{1}{2q_1} \int_{t-T}^t \tilde{\Theta}^T(\sigma)\tilde{\Theta}(\sigma) d\sigma + \\ &\frac{1}{2q_2} \tilde{W}^T(t)\tilde{W}(t) + \frac{1}{2q_3} \tilde{\Xi}^T(t)\tilde{\Xi}(t) + \frac{1}{2q_4} \tilde{\rho}^2(t). \end{aligned} \tag{25}$$

下面的证明过程包括 3 部分.

1) $E(t)$ 的差分.

计算 $E(t)$ 在 $[t-T, t)$ 上的差分

$$\begin{aligned} \Delta E(t) &= \\ &E(t) - E(t-T) = \\ &V(t) - V(t-T) + \\ &\frac{1}{2q_1} \int_{t-T}^t [\tilde{\Theta}^T(\sigma)\tilde{\Theta}(\sigma) - \\ &\tilde{\Theta}^T(\sigma-T)\tilde{\Theta}(\sigma-T)] d\sigma + \\ &\frac{1}{2q_2} [\tilde{W}^T(t)\tilde{W}(t) - \tilde{W}^T(t-T)\tilde{W}(t-T)] + \\ &\frac{1}{2q_3} [\tilde{\Xi}^T(t)\tilde{\Xi}(t) - \tilde{\Xi}^T(t-T)\tilde{\Xi}(t-T)] + \\ &\frac{1}{2q_4} [\tilde{\rho}^2(t) - \tilde{\rho}^2(t-T)]. \end{aligned} \tag{26}$$

由式 (24) 可知

$$\begin{aligned} V(t) - V(t-T) &\leq \\ &\int_{t-T}^t [-Ks^2(\sigma) - s(\sigma)(\tilde{W}^T\phi(Z) - \tilde{\Xi}^T\xi(x) - \\ &\tilde{\Theta}^T(\sigma)\xi(x) - \tilde{\rho}|s(\sigma)| + \beta\omega e^{-k_1\sigma})] d\sigma; \end{aligned} \tag{27}$$

由自适应学习律 (20) 可得

$$\begin{aligned} \frac{1}{2q_1} \int_{t-T}^t [\tilde{\Theta}^T(\sigma)\tilde{\Theta}(\sigma) - \tilde{\Theta}^T(\sigma-T)\tilde{\Theta}(\sigma-T)] d\sigma &= \\ - \int_{t-T}^t \tilde{\Theta}(\sigma)\xi(x)s(\sigma) d\sigma - \frac{q_1}{2} \int_{t-T}^t s^2(\sigma) \|\xi(x)\|^2 d\sigma; \end{aligned} \tag{28}$$

由自适应学习律 (21) 可得

$$\begin{aligned} \frac{1}{2q_2} [\tilde{W}^T(t)\tilde{W}(t) - \tilde{W}^T(t-T)\tilde{W}(t-T)] &= \\ \frac{1}{q_2} \int_{t-T}^t \tilde{W}^T(t)\dot{\tilde{W}}(t) d\sigma &= \\ \int_{t-T}^t s(t)\tilde{W}^T(t)\phi(Z) d\sigma. \end{aligned} \tag{29}$$

同理可以得到

$$\begin{aligned} \frac{1}{2q_3} [\tilde{\Xi}^T(t)\tilde{\Xi}(t) - \tilde{\Xi}^T(t-T)\tilde{\Xi}(t-T)] &= \\ - \int_{t-T}^t \tilde{\Xi}^T(\sigma)\xi(x)s(\sigma) d\sigma, \end{aligned} \tag{30}$$

$$\frac{1}{2q_4}[\tilde{\rho}^2(t) - \tilde{\rho}^2(t-T)] = \int_{t-T}^t \tilde{\rho}(\sigma)|s(\sigma)|d\sigma. \quad (31)$$

将式(28)~(31)代回式(26), 可得

$$\begin{aligned} \Delta E(t) \leq & - \int_{t-T}^t K s^2(\sigma)d\sigma + \int_{t-T}^t \beta \omega e^{-k_1 \sigma} d\sigma d\sigma - \\ & \frac{q_1}{2} \int_{t-T}^t s^2(\sigma) \|\xi(x)\|^2 d\sigma \leq \\ & - \int_{t-T}^t K s^2(\sigma)d\sigma + \frac{1}{k_1} \beta \omega (e^{-k_1(t-T)} - e^{-k_1 t}). \quad (32) \end{aligned}$$

2) $E(t)$ 在 $[0, T]$ 上的有界性.

当 $t \in [0, T]$ 时, $E(t)$ 的形式为

$$\begin{aligned} E(t) = & V(t) + \frac{1}{2q_1} \int_0^t \tilde{\Theta}^T(\sigma) \tilde{\Theta}(\sigma) d\sigma + \\ & \frac{1}{2q_2} \tilde{W}^T(t) \tilde{W}(t) + \frac{1}{2q_3} \tilde{\Xi}^T(t) \tilde{\Xi}(t) + \frac{1}{2q_4} \tilde{\rho}^2(t). \quad (33) \end{aligned}$$

对上式求导并考虑自适应律(20)~(23), 可得

$$\begin{aligned} \dot{E}(t) = & \dot{V}(t) + \frac{1}{2q_1} \tilde{\Theta}^T(t) \dot{\tilde{\Theta}}(t) + \frac{1}{q_2} \tilde{W}^T(t) \dot{\tilde{W}}(t) + \\ & \frac{1}{q_3} \tilde{\Xi}^T(t) \dot{\tilde{\Xi}}(t) + \frac{1}{q_4} \tilde{\rho}(t) \dot{\tilde{\rho}}(t) \leq \\ & - K s^2(t) + s(t) \tilde{\Theta}^T(t) \xi(x) + \\ & \frac{1}{2q_1} \tilde{\Theta}^T(t) \dot{\tilde{\Theta}}(t) + \beta \omega e^{-k_1 t}. \quad (34) \end{aligned}$$

由自适应重复学习律(20)可知

$$\dot{\tilde{\Theta}}(t) = -q_0(t) \xi(x) s(t), \quad t \in [0, T],$$

且有

$$\begin{aligned} s(t) \tilde{\Theta}^T(t) \xi(x) + \frac{1}{2q_1} \tilde{\Theta}^T(t) \dot{\tilde{\Theta}}(t) = & \\ - \frac{1}{q_0(t)} \tilde{\Theta}^T(t) \dot{\tilde{\Theta}}(t) + \frac{1}{2q_1} \tilde{\Theta}^T(t) \dot{\tilde{\Theta}}(t) = & \\ - \left(\frac{1}{q_0(t)} - \frac{1}{2q_1} \right) \tilde{\Theta}^T(t) \dot{\tilde{\Theta}}(t) - \frac{1}{q_0(t)} \tilde{\Theta}^T(t) \theta(t) = & \\ - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{q_0(t)} - \frac{1}{q_1} \right) \tilde{\Theta}^T(t) \dot{\tilde{\Theta}}(t) - & \\ \frac{1}{2q_0(t)} (\tilde{\Theta}(t) + \theta(t))^T (\tilde{\Theta}(t) + \theta(t)) + & \\ \frac{1}{2q_0(t)} \theta^T(t) \theta(t) \leq \frac{1}{2q_0(t)} \theta^T(t) \theta(t). & \quad (35) \end{aligned}$$

因此, 式(34)可以转化为

$$\begin{aligned} \dot{E}(t) = & \dot{V}(t) + \frac{1}{2q_1} \tilde{\Theta}^T(t) \dot{\tilde{\Theta}}(t) + \frac{1}{q_2} \tilde{W}^T(t) \dot{\tilde{W}}(t) + \\ & \frac{1}{q_3} \tilde{\Xi}^T(t) \dot{\tilde{\Xi}}(t) + \frac{1}{q_4} \tilde{\rho}(t) \dot{\tilde{\rho}}(t) \leq \\ & - K s^2(t) + \frac{1}{2q_0(t)} \theta^T(t) \theta(t) + \beta \omega e^{-k_1 t}. \quad (36) \end{aligned}$$

由于 $\theta(t)$ 是有界的, 设

$$L = \max_{t \in [0, T]} \left\{ \frac{\theta^T(t) \theta(t)}{2q_0(t)} \right\},$$

则对式(36)在 $[0, t]$ 上积分, 可得

$$\begin{aligned} E(t) \leq & E(0) - \int_0^t K s^2(\sigma) d\sigma + \int_0^t L d\sigma + \int_0^t \beta \omega e^{-k_1 \sigma} d\sigma \leq \\ & E(0) + Lt + \frac{1}{k_1} \beta \omega (1 - e^{-k_1 t}). \quad (37) \end{aligned}$$

由假设 1 及自适应律可知 $E(0) = 0$, 因此有

$$E(t) \leq Lt + \frac{1}{k_1} \beta \omega (1 - e^{-k_1 t}). \quad (38)$$

显然, 当 $t \in [0, T]$ 时, $E(t)$ 是有界的. 在 $t \in [0, T]$ 上, 用 t_0 来标记 t , 则式(38)可转化为

$$E(t_0) \leq Lt_0 + \frac{1}{k_1} \beta \omega (1 - e^{-k_1 t_0}). \quad (39)$$

3) 同步误差学习收敛性.

对于时刻 $t \in [kT, (k+1)T]$ ($k = 1, 2, \dots$), 可表示为 $t = t_0 + kT$. 对于 $t \in [kT, (k+1)T]$, 有

$$\begin{aligned} E(t) = & E(t_0) + \sum_{j=0}^{k-1} \Delta E(t-jT) \leq \\ & E(t_0) - \sum_{j=0}^{k-1} \int_{t-(j+1)T}^{t-jT} K s^2(\sigma) d\sigma + \\ & \sum_{j=0}^{k-1} \frac{1}{k_1} \beta \omega (e^{-k_1(t-(j+1)T)} - e^{-k_1(t-jT)}) = \\ & E(t_0) - \sum_{j=0}^{k-1} \int_{t-(j+1)T}^{t-jT} K s^2(\sigma) d\sigma + \\ & \frac{1}{k_1} \beta \omega (e^{-k_1(t-kT)} - e^{-k_1 t}). \quad (40) \end{aligned}$$

由上式可得

$$\begin{aligned} \sum_{j=0}^{k-1} \int_{t-(j+1)T}^{t-jT} K s^2(\sigma) d\sigma \leq & \\ E(t_0) + \frac{1}{k_1} \beta \omega (e^{-k_1(t-kT)} - e^{-k_1 t}). & \quad (41) \end{aligned}$$

对上式求极限, 可得

$$\begin{aligned} \lim_{k \rightarrow \infty} \sum_{j=0}^{k-1} \int_{t-(j+1)T}^{t-jT} K s^2(\sigma) d\sigma \leq & \\ E(t_0) + \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{k_1} \beta \omega (e^{-k_1(t-kT)} - e^{-k_1 t}) = E(t_0). & \quad (42) \end{aligned}$$

由级数收敛的必要条件可知, $\lim_{t \rightarrow \infty} \int_{t-T}^t s^2(\sigma) d\sigma = 0$ 等价于 $\lim_{t \rightarrow \infty} \int_{t-T}^t |s(\sigma)| d\sigma = 0$. 由 $s(t)$ 的定义可知

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |e_s(t)| \leq \lim_{t \rightarrow \infty} \eta(t) = 0.$$

进一步有 $\lim_{t \rightarrow \infty} e_i(t) = 0, i = 1, 2, \dots, n$. \square

4 仿真分析

以式(7)表示的系统为驱动系统, 则被控响应系

统模型为

$$\begin{aligned} \dot{y}_1 &= y_2, \\ \dot{y}_2 &= -a_2 y_1 + b_2 y_2 + c_2 \text{Hys}(d_2 y_1) + \Delta g(y) + u(t). \end{aligned} \tag{43}$$

下面以驱动系统 (7) 和响应系统 (43) 为模型进行仿真分析.

在驱动系统 (7) 中, 取参数

$$a_1 = 1, b_1 = 0.125, c_1 = 1, d_1 = 1.$$

当 m 分别取 1, 2, 4, 6 时, 生成的涡卷如图 1 所示.

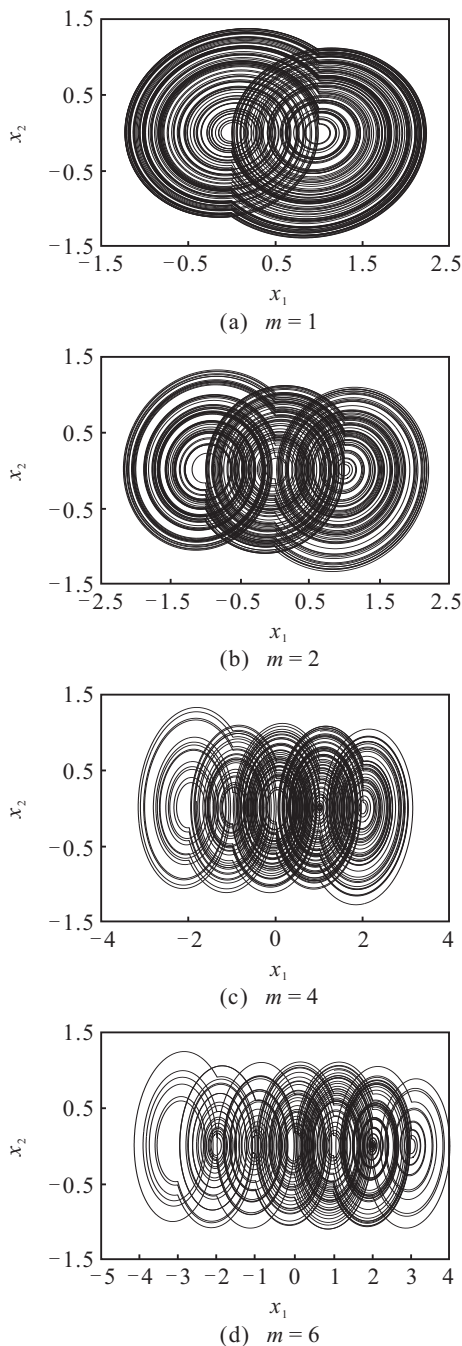


图 1 不同 m 产生的滞环多涡卷

下面验证本章所提出的自适应重复学习控制的有效性. 部分仿真结果如图 2~图 5 所示.

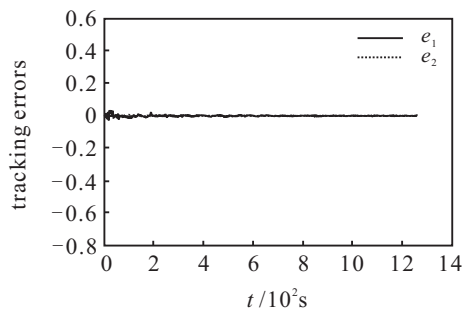


图 2 跟踪误差

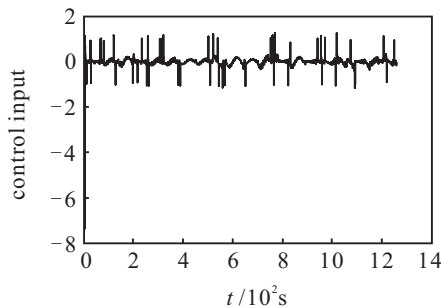
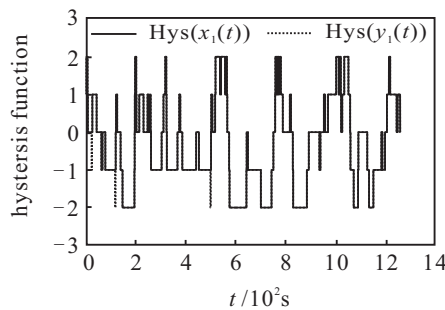
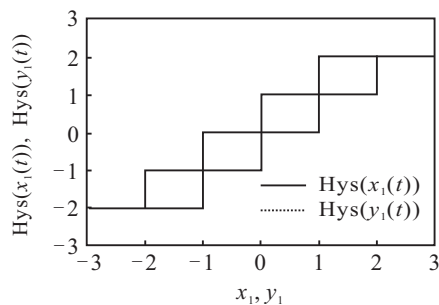


图 3 控制输入



(a) hysteresis function



(b) $\text{Hys}(x_1(t)), \text{Hys}(y_1(t))$

图 4 滞环函数

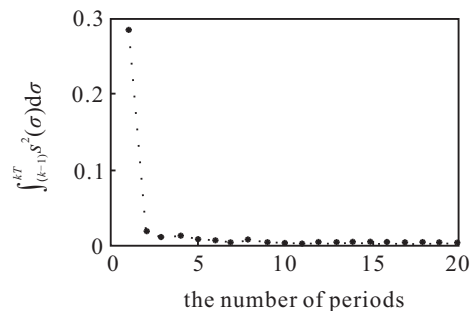


图 5 误差 $\int_{(k-1)T}^{kT} s^2(\sigma) d\sigma$ 随周期运行次数 k 的变化

在图 2~图 5 中: 驱动系统参数取

$$\Xi = [-a_1, b_1]^T, \Theta(t) = [0.1 \sin(0.1t), 0.1 \cos(0.1t)]^T,$$

$$\xi(x) = [x_1, x_2]^T, f(x) = c_1 \text{Hys}(d_1 x_1),$$

$$\Delta f(x) = 0.05 \sin(x_1 x_2), d(t) = 0.1 \text{rand};$$

参数取值为

$$a_1 = 1, b_1 = 0.125, c_1 = 1, d_1 = 1, m = 4;$$

被控响应系统参数取值为

$$a_2 = 1, b_2 = 0.125, c_2 = 1, d_2 = 1,$$

$$m = 4, \Delta g(y) = 0.05 \cos(y_1 y_2), T = 20\pi;$$

对系统施加控制, 控制参数取值为

$$K = 5, \varepsilon_1 = 1, \varepsilon_2 = 1, \lambda = 2,$$

$$\omega = \varepsilon = \lambda \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = 3, k_1 = 5, q_1 = 1,$$

$$q_2 = 0.01, q_3 = 0.2, q_4 = 0.01,$$

$$q_0(t) = \frac{[100 + (t - T)]}{100}.$$

神经网络参数为 $l = 20$, 神经网络中心值为 $\mu_j = \frac{1}{l}(2j - l)[6, 3, 6, 3]^T$, 中心值 $\eta_j = 2, j = 1, 2, \dots, l$.

由仿真结果可以看出, 所设计的自适应重复学习同步控制方案能够实现驱动系统与响应系统的同步, 所得结果与理论分析一致.

5 结 论

本文提出了一种基于滞环函数的参数可调多涡卷系统构造方法. 针对系统参数未知时变的情况, 结合自适应重复学习控制和神经网络方法, 提出了一种能使驱动系统和响应系统的跟踪误差渐近同步的自适应重复学习控制器, 并且将控制器应用于所构造的滞环多涡卷混沌系统中. 仿真结果验证了所提出方案的有效性.

参考文献(References)

- [1] Salarieh H, Shahrokhi M. Adaptive synchronization of two different chaotic systems with time varying unknown parameters[J]. *Chaos Solitons and Fractals*, 2008, 37(1): 125-136.
- [2] Sun F, Zhao Y, Zhou T. Identify fully uncertain parameters and design controller based on synchronization[J]. *Chaos Solitons and Fractals*, 2007, 34(5): 1677-1682.
- [3] Park J H. Adaptive modified projective synchronization of a unified chaotic system with an uncertain parameter[J]. *Chaos Solitons and Fractals*, 2007, 34: 1552-1559.
- [4] Sun M X, Ge S S. Adaptive repetitive control for a class of nonlinearly parametrized systems[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2006, 51(10): 1684-1867.
- [5] Xu J X, Yan R. On repetitive learning control for periodic tracking tasks[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2006, 51(11): 1842-1848.
- [6] Yu M, Ye X D, Qi D L. Robust adaptive repetitive learning control for a class of time-varying nonlinear systems with unknown control direction[J]. *J Control Theory Appl*, 2013, 11(3): 336-342.
- [7] Zhu Q, Xu J X, Yang S P, et al. Adaptive backstepping repetitive learning control design for nonlinear discrete-time systems with periodic uncertainties[J]. *Int J of Adaptive Control and Signal Processing*, 2015, 29(4): 524-535.
- [8] Xu J X, Yan R. Synchronization of chaotic systems via learning control[C]. *The 8th Int Conf on Control, Automation, Robotics and Vision*. Kunming: Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc. 2004: 631-636.
- [9] Song Y, Yu X, Chen G, et al. Time delayed repetitive learning control for chaotic systems[J]. *Bifurcation and Chaos*, 2002, 12(5): 1057-1065.
- [10] 张友安, 余名哲, 吴华丽. 基于自适应神经网络的分数阶混沌系统滑模同步[J]. *控制与决策*, 2015, 30(5): 882-886.
(Zhang Y A, Yu M Z, Wu H L. Sliding mode synchronization of fractional-order chaotic systems based on adaptive neural network[J]. *Control and Decision*, 2015, 30(5): 882-886.)
- [11] Chen M, Zhou D, Shang Y. A simple time-delayed method to control chaotic systems[J]. *Chaos Solitons and Fractals*, 2004, 22(5): 1117-1125.
- [12] Sun Y P, Li J M, Wang J A, et al. Generalized projective synchronization of chaotic systems via adaptive learning control[J]. *Chinese Physics B*, 2010, 19(2): 020505.
- [13] Xu J X, Yan R. Synchronization of chaotic systems via learning control[J]. *Int J of Bifurcation and Chaos*, 2005, 15(12): 4035-4041.
- [14] 吴自忠, 邝钰. 多涡卷混沌系统的广义同步控制[J]. *物理学报*, 2009, 58(10): 6823-6827.
(Wu Z Z, Kuang Y. General synchronization control of multi-scroll chaotic systems[J]. *Acta Physica Sinica*, 2009, 58(10): 6823-6827.)

(责任编辑: 闫 妍)