

一种连续非奇异快速终端滑模控制方法

冒建亮, 李奇, 朱海荣

(东南大学 a. 自动化学院, b. 复杂工程系统测量与控制教育部重点实验室, 南京 210096)

摘要: 为解决现有终端滑模控制算法在收敛速度和抖振方面的问题, 提出一种连续非奇异快速终端滑模控制方法. 采用变系数双幂次趋近率和非奇异快速终端滑模面相结合的设计方式, 提高系统状态在趋近和滑动阶段的收敛速度. 通过 Lyapunov 稳定性方法证明所提出的控制率可使得状态轨迹在扰动存在的情况下, 在有限时间内快速收敛到一个区域. 与传统方法相比, 所提出的控制率是连续的, 因此抑制了抖振, 拥有更高的控制精度. 将所提出的方法应用于光电稳定平台, 仿真结果验证了算法的有效性.

关键词: 非奇异终端滑模控制; 变系数双幂次趋近率; 有限时间; 扰动抑制

中图分类号: TP273

文献标志码: A

A continuous nonsingular fast terminal sliding mode control method

MAO Jian-liang, LI Qi, ZHU Hai-rong

(a. School of Automation, b. Key Laboratory of Measurement and Control of Complex Systems of Engineering of Ministry of Education, Southeast University, Nanjing 210096, China. Correspondent: MAO Jian-liang, E-mail: mjl@seu.edu.cn)

Abstract: To solve the problems on the convergence rate and chattering existed in terminal sliding mode control, a continuous nonsingular fast terminal sliding mode controller is proposed. The double exponential reaching law with the variable coefficient is combined with the nonsingular fast terminal sliding mode manifold to improve the convergence rate during reaching and sliding phase. The states can converge rapidly to a zone in finite time in presence of perturbation, which is proved by using the Lyapunov stability theory. The proposed control law is essentially continuous such that the chattering is attenuated and the high precision is obtained. The proposed method is then applied to the photoelectric stabilized platform. Simulation results show the effectiveness of the proposed algorithm.

Keywords: nonsingular terminal sliding mode control; variable coefficient and double exponential reaching law; finite time; chattering attenuation

0 引言

光电稳定平台被广泛应用于军事航空领域和消防、环境监测等民用领域, 为了隔离因载体运动产生的扰动, 常采用陀螺作为惯性敏感元件, 为光电平台提供不受运动影响的惯性坐标系, 从而使光电稳定平台视轴(LOS)可以始终跟随目标运动. 目前, 国内外已投入使用的稳定平台大多仍采用经典控制方法^[1-2], 在此类应用中, 稳定平台控制对象通常被近似为线性时不变系统, 即忽略了参数时变、系统耦合、摩擦力矩等非线性因素, 视轴稳定性能往往受到局限.

由于滑模控制对系统的参数摄动和外部干扰的不变性, 已被广泛应用于制导、跟踪等高精度控制系

统. 当状态处于滑动阶段时, 由于切换项的作用, 系统闭环响应体现出强抗扰动性和鲁棒性. 传统的滑模控制方法采用线性超平面, 在满足 Lyapunov 稳定性条件下, 系统将渐近收敛于平衡点. 为了使得系统模态可以实现有限时间快速收敛, 文献[3-5]提出了终端滑模(TSM)控制方法. 由于控制率中存在着奇异项, 滑动模态在接近平衡点时易出现抖振. 非奇异终端滑模(NTSM)控制^[6-7]在保证状态滑动阶段快速收敛的同时, 避免了 TSM 所存在的问题, 可以实现非线性系统的有限时间控制. 但是在一般 TSM 控制方法中, 当状态在远离平衡点的区域内时, 由于状态导数小于相同参数的滑模面, 导致在趋近阶段时收敛缓慢, 不

收稿日期: 2015-09-06; **修回日期:** 2016-02-19.

基金项目: 国家国际科技合作专项项目(2015DFA10490); 国家自然科学基金项目(51307089); 江苏省普通高校研究生科研创新计划项目(KYLX15.0213).

作者简介: 冒建亮(1989—), 男, 博士生, 从事滑模控制与伺服控制的研究; 李奇(1963—), 男, 教授, 博士生导师, 从事系统优化、智能控制等研究.

具备全局快速收敛的特点^[8]. 另外, 上述控制率是不连续的, 系统会产生更大的抖振, 在多环控制系统中, 内环不连续的给定信号是不能直接应用的, 工程上通常的解决方法是采用饱和函数 $\text{sat}(s/\varphi)$ 代替开关函数 $\text{sign}(s)$, 这种方式无疑降低了系统的控制精度, 文献[9]通过理论分析给出了具体的数值范围.

本文在文献[10-11]的基础上, 针对一类二阶非线性不确定系统, 提出一种连续非奇异快速终端滑模 (CNFTSM) 控制算法, 并在光电稳定平台系统中进行仿真实验. 首先, 分别从收敛速度和抖振角度对现有的 TSM 类控制算法存在的问题进行分析, 提出并证明了通过采用变系数快速双幂次趋近率和非奇异快速终端滑模面可提高滑模变量在趋近阶段和滑动阶段的收敛速度. 采用 Lyapunov 稳定性方法证明了所提出控制率可使得系统状态在有限时间内收敛到零点的一个邻域. 对光电稳定平台系统进行建模研究, 根据所提出的算法进行控制率设计, 以光电稳定平台为对象, 对所提出算法进行仿真实验, 结果验证了算法的有效性.

1 连续非奇异快速终端滑模控制

考虑一类含匹配性干扰二阶不确定非线性系统

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = f(x) + b(x)u + d(t). \end{cases} \quad (1)$$

其中: x_1 和 x_2 为系统的状态变量, u 为控制输入, $f(x)$ 和 $b(x)$ 为系统标准模型参数, $d(t)$ 为包含模型不确定性和外部扰动的非线性函数.

定义 1 TSM 和 NTSM 分别定义为如下一阶非线性差分方程^[11]:

$$s = x_2 + \beta_1 x_1^{q/p} = 0, \quad (2)$$

$$s = x_1 + \frac{1}{\beta_2} x_2^{p/q} = 0. \quad (3)$$

其中: $p > q > 0$, p, q 为奇数, $\beta_1, \beta_2 > 0$.

在式(2) TSM 控制下, 状态变量 x_1, x_2 可以在有限时间

$$t_s = \frac{p}{\beta_1(p-q)} |x_1(t_r)|^{1-q/p}$$

内到达平衡点, 但控制率 u 存在奇异现象. 当 $x_2 \neq 0$, $x_1 = 0$ 时, 系统无法获得一个有界的输入 u , 且在实际工程系统中, 由于计算误差和不确定因素, 滑动模态将不会保持 $s = 0$ 的理论状态, 在系统控制越接近平衡点时, $x_2 \neq 0, x_1 = 0$ 这种情况出现频率越高, 奇异现象越严重. 采用式(3) NTSM 设计方法, 可以得到控制率 u 满足

$$u = -b(x)^{-1} \left[f(x) + \frac{\beta_2 q}{p} x_2^{2-p/q} + (l_g + \eta) \text{sign}(s) \right]. \quad (4)$$

其中: $1 < p/q < 2, \eta > 0$. NTSM 有效避免了奇异问题, 且当 $\beta_1 = \beta_2^{q/p}$ 时, 系统同样可在有限时间 t_s 内到达平衡点. 但采用常规 NTSM 方法存在以下两个问题:

1) 由于指数幂 $1 < p/q < 2$, 在状态处于远离平衡点区域的趋近阶段和滑动阶段时收敛速度缓慢, 导致系统收敛时间大大增加;

2) l_g 定义为不确定干扰上界, 控制率 u 为非连续的, 当 $d(t)$ 难以估计或较大时, l_g 势必将选取为一个较大值, 这将导致系统更大的抖振.

本文从连续控制率设计的角度解决上述问题.

1.1 双幂次趋近律

文献[10-11]提出采用非奇异快速终端滑模 (NFTSM) 控制方法, 此时滑模面设计为

$$s = x_1 + \alpha |x_1|^a \text{sign}(x_1) + \beta |x_2|^b \text{sign}(x_2). \quad (5)$$

其中: $\alpha, \beta \in \mathbf{R}^+, 1 < b < 2, a > b$. 采用式(5)所述的滑模面, 系统状态在远离平衡点区域内同样可以快速收敛. 但上述分析方法均停留在滑动阶段有限时间控制分析, 并没有考虑状态处于趋近阶段时系统的动态性能. 当 $x_1(0)$ 或 $x_2(0)$ 很大时, $s(0)$ 是一个很大的初值, 滑模面从 $s(0) \rightarrow 0$ 的收敛时间 t_r 将会大大增加. 本文在快速幂次趋近律^[12]的基础上, 提出一种变系数快速双幂次趋近律, 可大幅提高状态在趋近阶段的收敛速度. 趋近率设计为

$$\dot{s} = -(k_1 |s|^{c_1} \text{sign}(s) + k_2 |s|^{c_2} \text{sign}(s)) (1 + 2\|x\|_\infty). \quad (6)$$

其中: $k_1, k_2 \in \mathbf{R}^+, c_1 > 1, 0 < c_2 < 1, \|x\|_\infty = \max(|x_1|, |x_2|)$ 为系统状态变量的矩阵 ∞ 范数.

由文献[13]的定理 1 容易推得, 滑模面 $s = 0$ 的有限到达时间 t_r 满足

$$t_r < \begin{cases} \left(\frac{1 - |s(0)|^{1-c_1}}{k_1(c_1 - 1)} + \frac{1}{k_2(1 - c_2)} \right) \chi, & |s(0)| > 1; \\ \frac{|s(0)|^{1-c_2} \chi}{k_2(1 - c_2)}, & 0 < |s(0)| \leq 1. \end{cases} \quad (7)$$

其中: $\chi = \frac{1}{1 + 2\{\|x\|_\infty\}_{\min}}$; $\{\|x\|_\infty\}_{\min}$ 为 s 从初始位置 $s(0)$ 到达 $s = 0$ 位置期间, 状态变量 x 矩阵 ∞ 范数的最小值.

在滑模到达阶段, 当 x 初始状态远离平衡点时, 有 $|s(0)| \gg 1, \|x\|_\infty \gg 0, c_1 > 1, 0 < \chi < 1$, 由式(7)可知, 相比于文献[12,14], 本文所提出的趋近律可获得更小的趋近时间 t_r , 即系统状态可获得很快的收敛速度. 当 $|s|$ 接近 1 时, 比例系数 k_1, k_2 起主要作用. 当 $|s|$ 接近 0 时, 由于 $0 < c_2 < 1$, 将会使得滑模面 s 在有限时间收敛到 0.

注 1 式 (6) 所设计的趋近律包含 x 的矩阵 ∞ 范数, 由于 $\|x\|_\infty \leq \|x\|_p \leq 2\|x\|_\infty, 1 \leq p \leq \infty$, 采用 $(1 + 2\|x\|_\infty)$ 的形式可使得系统状态获得最优的收敛速度. 另外, 与一般的趋近律设计相比, 所提出趋近律 (6) 无需大的比例增益 k , 即可实现系统状态在趋近阶段的快速收敛.

1.2 控制率设计

假设 1 扰动信号 $d(t)$ 是有界的, 存在 $d^* \in \mathbf{R}^+$, 满足 $|d(t)| \leq d^*$.

定理 1 对于不确定非线性系统 (1), 在满足假设 1 的条件下, 终端滑模面选取为式 (5), 趋近率选取为式 (6), 控制率 u 设计为

$$u = u_e + u_n. \tag{8}$$

其中

$$u_e = -\frac{1}{b(x)} \left[\frac{1}{\beta b} |x_2|^{2-b} \text{sign}(x_2) (1 + \alpha a |x_1|^{a-1}) + f(x) \right],$$

$$u_n = -\frac{1}{b(x)} [(k_1 |s|^{c_1} \text{sign}(s) + k_2 |s|^{c_2} \text{sign}(s)) (1 + 2\|x\|_\infty)].$$

系统状态轨迹将在有限时间内到达滑模面 (5) $s = 0$ 的一个邻域 Ω_s , 有

$$\begin{cases} \Omega_s = \{s \mid |s| \leq \Delta\}, \\ \Delta = \min(\Delta_1, \Delta_2), \\ \Delta_1 = \left(\frac{d^*}{k_1(1 + 2\|x\|_\infty)}\right)^{1/c_1}, \\ \Delta_2 = \left(\frac{d^*}{k_2(1 + 2\|x\|_\infty)}\right)^{1/c_2}. \end{cases} \tag{9}$$

系统状态将在有限时间内到达区域

$$|x_1| \leq \Delta_{x_1}, |x_2| \leq \Delta_{x_2}. \tag{10}$$

其中

$$\Delta_{x_1} = \min \left(\left(\frac{d^*}{k_1 \alpha^{c_1}}\right)^{1/ac_1}, \left(\frac{d^*}{k_2 \alpha^{c_2}}\right)^{1/ac_2} \right),$$

$$\Delta_{x_2} = \min \left(\left(\frac{d^*}{k_1 \beta^{c_1}}\right)^{1/bc_1}, \left(\frac{d^*}{k_2 \beta^{c_2}}\right)^{1/bc_2} \right).$$

证明 选取 Lyapunov 函数

$$V = \frac{1}{2} s^2, \tag{11}$$

对式 (11) 求导, 并将式 (1) 代入, 得到

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s\dot{s} = \\ &s(x_2 + \alpha a |x_1|^{a-1} x_2 + \beta b |x_2|^{b-1} \dot{x}_2) = \\ &s(x_2 + \alpha a |x_1|^{a-1} x_2 + \beta b |x_2|^{b-1} (f(x) + b(x)u + d)). \end{aligned} \tag{12}$$

将式 (8) 代入 (12), 得到

$$\dot{V} = -s\beta b |x_2|^{b-1} [d + (1 + 2\|x\|_\infty) \times$$

$$\begin{aligned} &(k_1 |s|^{c_1} \text{sign}(s) + k_2 |s|^{c_2} \text{sign}(s))] = \\ &-\eta (\xi_1 |s|^{c_1+1} + k_2 |s|^{c_2+1}) (1 + 2\|x\|_\infty) = \\ &-\eta (\xi_1 V_1^{(c_1+1)/2} + k_2 V_1^{(c_2+1)/2}) (1 + 2\|x\|_\infty), \end{aligned} \tag{13}$$

其中

$$\eta = \beta b |x_2|^{b-1},$$

$$\xi_1 = \frac{ds}{(1 + 2\|x\|_\infty) |s|^{c_1+1}} + k_1.$$

由于

$$c_1 > 1, 0 < c_2 < 1,$$

$$\frac{c_1 + 1}{2} > 1, 0.5 < \frac{c_2 + 1}{2} < 1,$$

当 $\xi_1 > 0, x_2 \neq 0$ 时, 式 (13) 与所提出的趋近率 (6) 格式一致, 可以保证系统状态在有限时间 t_r 收敛, t_r 满足式 (7). 由 $\xi_1 > 0$, 并结合假设 1, 可以得到在

$$|s| \leq \left(\frac{d^*}{k_1(1 + 2\|x\|_\infty)}\right)^{1/c_1} \tag{14}$$

之外的区域, $\dot{V} \leq 0$, 因此在这种情况下收敛域为式 (14). 同理, 式 (12) 可以变换为

$$\dot{V} = -\eta (k_1 V_1^{(c_1+1)/2} + \xi_2 V_1^{(c_2+1)/2}) (1 + 2\|x\|_\infty), \tag{15}$$

其中

$$\xi_2 = \frac{ds}{(1 + 2\|x\|_\infty) |s|^{c_2+1}} + k_2, \xi_2 > 0.$$

采用同样的分析方法可以得到收敛域的另一种描述为

$$|s| \leq \left(\frac{d^*}{k_2(1 + 2\|x\|_\infty)}\right)^{1/c_2}. \tag{16}$$

综合式 (14) 和 (16) 可以得到, 系统状态在有限时间内收敛的区域符合式 (8) 所述.

当 $x_2 = 0$ 时, 将控制率 (7) 代入系统 (1), 可得

$$\begin{aligned} \dot{x}_2 &= \\ &-(k_1 |s|^{c_1} \text{sign}(s) + \\ &k_2 |s|^{c_2} \text{sign}(s)) (1 + 2|x_1|) - d = \\ &\begin{cases} -(\xi_1 |s|^{c_1} \text{sign}(s) + k_2 |s|^{c_2} \text{sign}(s)) (1 + 2|x_1|), \\ -(k_1 |s|^{c_1} \text{sign}(s) + \xi_2 |s|^{c_2} \text{sign}(s)) (1 + 2|x_1|). \end{cases} \end{aligned} \tag{17}$$

对于区域 Δ_1, Δ_2 之外的滑模面 s , 有 $\xi_1, \xi_2 > 0, s \neq 0$, 所以由式 (15) 可得 $\dot{x}_2 \neq 0$, 即在系统状态到达滑模面邻域 Ω_s 范围区间的时间内, x_2 不是吸引子, 因此系统状态在趋近阶段有限时间到达滑模面的邻域结论成立.

当状态进入 $|s| \leq \Delta$ 区域时, 存在 $|\delta| \in \Omega_s$ 满足

$$x_1 + \alpha |x_1|^a \text{sign}(x_1) + \beta |x_2|^b \text{sign}(x_2) = \delta. \tag{18}$$

式 (18) 可以变换为

$$x_1 + \alpha|x_1|^a \text{sign}(x_1) + \left(\beta - \frac{\delta}{|x_2|^b \text{sign}(x_2)}\right) |x_2|^b \text{sign}(x_2) = 0. \quad (19)$$

当 $\beta > \delta/|x_2|^b \text{sign}(x_2)$ 时, 式(19)满足(5)所述的 NFTSM 形式, 即系统轨迹将一直收敛到

$$\beta \leq \frac{\delta}{|x_2|^b \text{sign}(x_2)}.$$

因此, 状态 x_2 可在有限时间 t_s 内快速收敛到区域

$$|x_2| \leq \left(\frac{\delta}{\beta}\right)^{1/b} \leq \left(\frac{\Delta}{\beta}\right)^{1/b} \leq \Delta_{x_2}. \quad (20)$$

t_s 的具体数值形式见文献[11].

采用同样的方法对式(18)进行变换, 得到状态 x_1 的收敛区域为 $|x_1| \leq \Delta_{x_1}$, 其中 Δ_{x_1} 和 Δ_{x_2} 满足式(10)所述形式. \square

注2 若系统不存在扰动, 即 $d(t) = 0$, 则由定理1可得, 系统状态将在有限时间内快速收敛到0, 并且具有二阶滑模特性 $s = \dot{s} = 0$. 当系统存在扰动时, 系统状态在有限时间内快速收敛到 $s = 0$ 的邻域内, 结合式(10), 可根据控制精度指标进行参数设计, 以满足系统动态和稳态性能要求. 理论上, 可以通过采用有限时间观测器 (FTDO)^[15] 实现对扰动 $d(t)$ 的观测, 并在控制率中进行补偿, 这样即使在扰动存在的情况下, 系统状态亦可在有限时间内收敛到0, 不过这样将会增加在工程上的实现难度.

注3 所提出的控制率 u 可以获得更低的抖振, 因为控制率是非奇异且连续的, 不存在一般控制率中的切换项, 避免了因频繁切换导致的抖振增加.

2 光电稳定平台控制率设计

由于载体扰动通过几何约束和摩擦约束耦合到平台俯仰框架, 造成视轴中心偏离目标位置. 通过采用惯性稳定陀螺作为速度反馈, 可建立跟踪平台的惯性坐标系, 从而有效隔离载体扰动. 以双轴平台为例, 外框为方位框, 内框为俯仰框, 为抵消扰动分量, 应使得方位、俯仰轴电机的补偿角速度 ω_a 和 ω_f 满足^[14]

$$\begin{cases} \omega_a \cos \theta_f + \omega_{fz} = 0, \\ \omega_f + \omega_{fx} = 0. \end{cases} \quad (21)$$

当速率陀螺敏感到方位轴和俯仰轴的扰动信号 ω_{fz} 和 ω_{fx} 时, 稳定环控制器产生相应的驱动力矩, 使得平台产生逆向角速度 ω_a 和 ω_f , 以消除扰动影响.

基于 CNFTSM 控制方法的光电稳定平台结构如图1所示. 在稳定方式下, 视轴速率 ω 和角度 θ 需要始终保持为0. 在跟踪方式下, 给定速率由复合控制跟踪环给出. 采用双速率陀螺的安装结构, 可实现双轴平台的解耦控制, 将系统非线性摩擦力矩、质量不平衡力矩、非线性耦合力矩、模型参数不确定性等视为统一的干扰力矩 T_d .

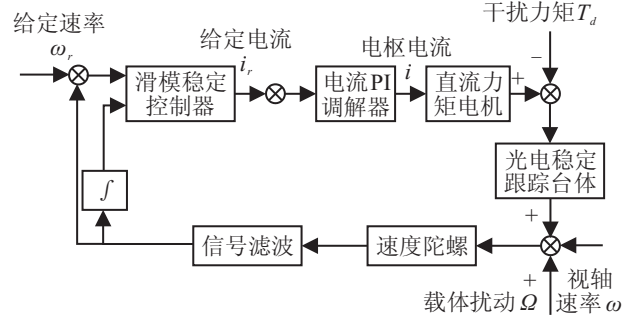


图1 光电稳定平台结构

根据牛顿力学方程, 可建立平台单轴系统状态空间模型

$$\begin{cases} \dot{\theta} = \omega, \\ \dot{\omega} = -\frac{B}{J}\omega + \frac{C_m}{J}i_r - T_\Sigma. \end{cases} \quad (22)$$

其中: i_r 为电流PI调节器的跟踪输入; B 为电机与转轴间的粘性阻尼系数; C_m 为电机转矩系数; J 为电机和负载等效到转轴上总的转动惯量; T_Σ 为包含干扰力矩 T_d 和电流环跟踪误差在内的等价扰动, 满足

$$T_\Sigma = \frac{T_d}{J} + \frac{C_m}{J}(i_r - i). \quad (23)$$

光电稳定平台设计的关键, 是通过设计滑模稳定控制器, 使得系统对于载体扰动实现快速补偿, 实现控制目标 $\lim_{t \rightarrow \infty} (\theta, \omega) = 0$. 根据定理1, 控制率设计为

$$\begin{aligned} i_r = & -\frac{J}{C_m} \left[\frac{|\omega|^{2-b}}{\beta b} \text{sign}(\omega) (1 + \alpha a |\theta|^{\alpha-1}) - \right. \\ & \left. \frac{B}{J} \omega + (k_1 |s|^{c_1} \text{sign}(s) + k_2 |s|^{c_2} \text{sign}(s)) \times \right. \\ & \left. (1 + 2 \max(|\theta|, |\omega|)) \right], \end{aligned} \quad (24)$$

滑模面设计为

$$s = \theta + \alpha|\theta|^a \text{sign}(\theta) + \beta|\omega|^b \text{sign}(\omega), \quad (25)$$

系统状态 $[\theta, \omega]^T$ 可在有限时间内快速收敛到所需的控制精度.

3 仿真实验

结合实际光电稳定平台设计参数, 对所提出的连续非奇异快速终端滑模控制方法进行仿真研究. 其中, 以俯仰轴为例, 系统参数如下:

$$B = 0.001 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}, I_a = 2.5 \text{ A},$$

$$J = 0.1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2, C_m = 0.4 \text{ N} \cdot \text{m/A}.$$

假设系统状态初值为

$$[\theta, \omega]^T = [0.5 \text{ rad}, 0.2 \text{ rad/s}]^T,$$

系统稳定精度要求优于 $6'$, 即 $1.7 \times 10^{-3} \text{ rad}$. 电流PI内环已调试好最佳性能参数, 且控制周期远低于稳定环控制周期, 载体在俯仰通道按正弦波形式扰动, 因此干扰力矩 T_Σ 可假设为连续函数 $[A \sin(2\pi t/T) + H]$, 包括载体外部不确定性周期扰动 $A \sin(2\pi t/T)$

和模型参数不确定性 H . 本实例中, 假设

$$T_D = (0.15 \sin(2\pi t) + 0.1) \text{ N} \cdot \text{m}.$$

为了验证算法的有效性, 将所提出的 CNFTSM 算法与 NTSM 算法^[12]和 NFTSM 算法^[10]分别从收敛性能和控制精度角度进行对比仿真. 各算法控制参数选取如表 1 所示. 为对比各算法的性能, 相同功能参数取值一致.

表 1 各控制算法设计参数

控制算法	设计参数
NTSM ^[12]	$k_1 = 2, k_2 = 4, \beta = 0.5, \gamma = 5/3, \rho = 0.5$
NFTSM ^[10]	$k_1 = 2, k_2 = 4, \alpha = 1, \beta = 0.5,$ $a_1 = 2, a_2 = 5/3, \gamma = 0.5$
本文 CNFTSM	$k_1 = 2, k_2 = 4, \alpha = 1, \beta = 0.5,$ $a = 2, b = 5/3, c_1 = 2, c_2 = 0.5$

3.1 收敛性能

图 2 为在系统初值为 $[0.5 \text{ rad}, 0.2 \text{ rad/s}]^T$ 时, 状态 θ, ω 和滑模面 s 在不同算法下的动态轨迹. 在干扰力矩 T_D 存在的情况下, 采用 3 种控制方式均可使滑模面 s 在有限时间收敛到 $s = 0$ 的邻域, 采用本文 CNFTSM 算法可使系统状态在趋近阶段获得更快的收敛速度. 另外, 由图 2 可见, 虽然 NFTSM 在滑动阶段从理论上较 NTSM 可使状态收敛更快, 但由于较大的初值 $s(0)$, NFTSM 算法在状态趋近阶段中的收敛时间仍然大于 NTSM, 这一点也验证了前文所述.

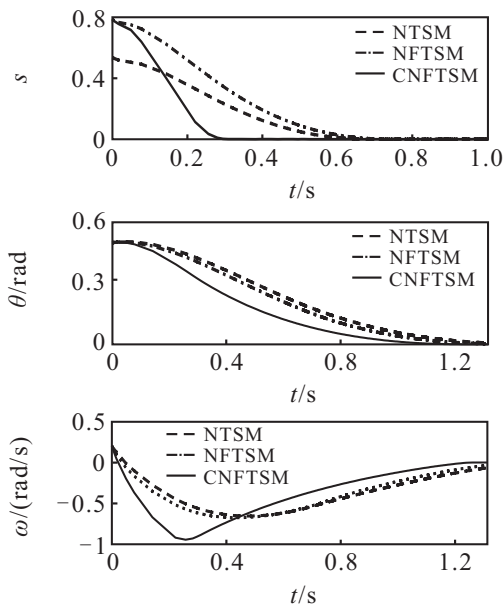


图 2 系统状态 θ, ω 和滑模面 s 在不同算法下的动态轨迹

在 3 种不同算法下, θ, ω 的收敛时间分别为 1.42 s、1.34 s 和 1.23 s, 且随着系统状态初值的增大, CNFTSM 表现出更优的动态性能, 原因是随着跟踪误差的增大, 由于系数 $(1 + 2\|x\|_\infty)$ 的作用, 在状态远

离平衡点时 s 将拥有更快的收敛速度, 而在滑模接近滑动阶段时, $\|x\|_\infty$ 所起到的作用变得很小, 避免了超调. 针对这一结论, 本文对 3 组不同初值情况下状态的收敛性能进行说明: 当 $\theta = 0.75 \text{ rad}$ 时, 收敛时间分别为 1.63 s、1.51 s、1.32 s; 当 $\theta = 1.00 \text{ rad}$ 时, 收敛时间分别为 1.85 s、1.68 s、1.43 s; 当 $\theta = 1.25 \text{ rad}$ 时, 收敛时间分别为 2.15 s、1.85 s、1.56 s.

3.2 扰动抑制

当系统状态到达稳态阶段, 由于干扰力矩 T_D 的作用, 由定理 1 可知 θ 和 ω 不能收敛到 0. 利用表 1 中的设计参数, 采用本文所述方法 θ 可在有限时间内收敛到 $0.7 \times 10^{-3} \text{ rad}$, 采用其他两种方法分别收敛到 $0.9 \times 10^{-3} \text{ rad}$ 和 $0.95 \times 10^{-3} \text{ rad}$, 结果如图 3 所示. 由此可知, 在相同功能参数下, 采用 CNFTSM 控制方法可获得更高的稳态精度.

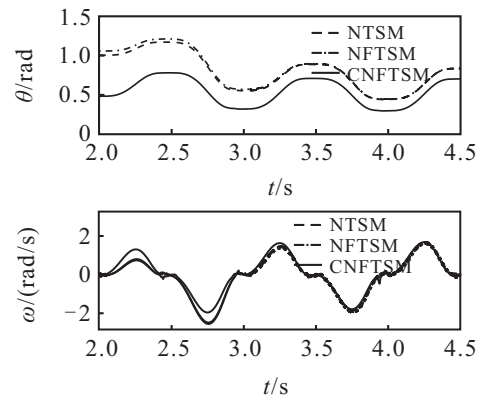


图 3 系统状态 θ, ω 在不同算法下的稳态精度

通过增大增益系数 k_1, k_2 , 可使得稳态误差进一步降低, 外部扰动影响减弱, 见图 4. 注意到, 虽然增益系数的提高会提升稳态精度, 但这样会使得控制能量增大, 同时会引起超调, 需要根据实际工程中的性能指标进行参数设计.

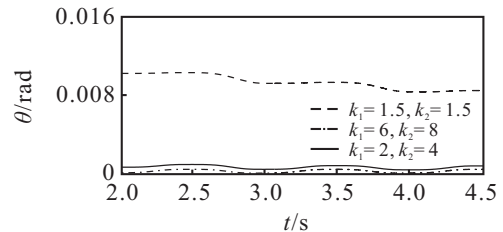


图 4 角度 θ 在不同增益系数下的稳态精度

3.3 抖振抑制

稳定环输出 i_r 作为内环的期望给定, 若采用非连续 SMC 算法, 则除了传统的抖振问题, 所得到的控制率也不能直接被应用. 两种不同方式下得到的曲线如图 5 所示, 采用 CNFTSM 控制方法得到的控制率 i_r , 不仅避免了传统 TSM 算法的奇异问题, 而且是连续的, 消除了抖振的影响, 有利于工程应用.

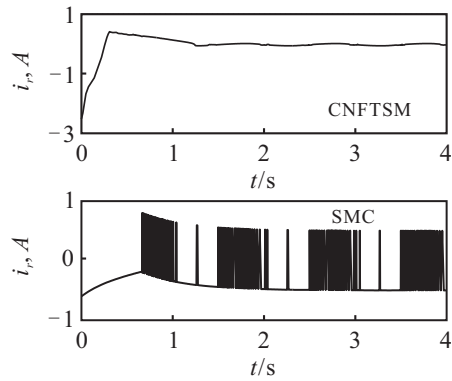


图5 内环期望的给定电流 i_r 曲线

4 结 论

本文提出了一种连续非奇异快速终端滑模控制方法,采用变系数快速双幂次趋近率和非奇异快速终端滑模面对控制率进行设计,保证了系统状态在有限时间内快速收敛特性.所提出的控制率是非奇异且连续的,因此抑制了抖振.将所提出的控制方法与现有算法在光电稳定平台系统中进行相关的对比仿真实验,结果证实了算法的有效性,所提出算法易于处理器实现,且适用于实际工程中多环控制器高精度应用场合的设计.

参考文献(References)

- [1] 姬伟,李奇.自适应模糊PID控制器在跟踪器瞄准线稳定系统中的应用[J].控制理论与应用,2008,25(2): 278-282.
(Ji W, Li Q. Application of adaptive fuzzy PID controller to tracker line of sight[J]. Control Theory & Applications, 2008, 25(2): 278-282.)
- [2] Zhang Y, Yang T, Li C, et al. Fuzzy-PID control for the position loop of aerial inertially stabilized platform[J]. Aerospace Science and Technology, 2014, 36: 21-26.
- [3] Wu Y, Yu X, Man Z. Terminal sliding mode control design for uncertain dynamic systems[J]. Systems & Control Letters, 1998, 34(5): 281-287.
- [4] Man Z, Paplinski A P, Wu H R. A robust MIMO terminal sliding mode control scheme for rigid robotic manipulators[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1994, 39(12): 2464-2469.
- [5] Yu X, Man Z. Multi-input uncertain linear systems with terminal sliding-mode control[J]. Automatica, 1998, 34(3): 389-392.
- [6] Feng Y, Yu X, Man Z. Non-singular terminal sliding mode control of rigid manipulators[J]. Automatica, 2002, 38(12): 2159-2167.

- [7] 丁世宏,李世华.有限时间控制问题综述[J].控制与决策,2011,26(2): 161-169.
(Ding S H, Li S H. A survey for finite-time control problems[J]. Control and Decision, 2011, 26(2): 161-169.)
- [8] 李升波,李克强,王建强,等.非奇异快速的终端滑模控制方法及其跟车控制应用[J].控制理论与应用,2010,27(5): 543-550.
(Li S B, Li K Q, Wang J Q, et al. Nonsingular fast terminal-sliding-mode control method and its application on vehicular following system[J]. Control Theory & Applications, 2010, 27(5): 543-550.)
- [9] Feng Y, Yu X, Man Z. Non-singular terminal sliding mode control and its application for robot manipulators[C]. The 2001 IEEE Int Symposium on Circuits and Systems. New York: IEEE Press, 2001, 3: 545-548.
- [10] 熊少锋,王卫红,王森.带攻击角度约束的非奇异快速终端滑模制导律[J].控制理论与应用,2014,31(3): 269-278.
(Xiong S F, Wang W H, Wang S. Nonsingular fast terminal sliding-mode guidance with intercept angle constraint[J]. Control Theory & Applications, 2014, 31(3): 269-278.)
- [11] Yang L, Yang J. Nonsingular fast terminal sliding-mode control for nonlinear dynamical systems[J]. Int J of Robust and Nonlinear Control, 2011, 21(16): 1865-1879.
- [12] Yu S, Yu X, Shirinzadeh B, et al. Continuous finite-time control for robotic manipulators with terminal sliding mode[J]. Automatica, 2005, 41(11): 1957-1964.
- [13] 张合新,范金锁,孟飞,等.一种新型滑模控制双幂次趋近律[J].控制与决策,2013,28(2): 289-293.
(Zhang H X, Fan J S, Meng F, et al. A new double power reaching law for sliding mode control[J]. Control and Decision, 2013, 28(2): 289-293.)
- [14] 董小坤,曹剑中,刘辰,等.非伪控制解决惯性稳定平台的非线性时变干扰[J].控制理论与应用,2014,31(9): 1206-1212.
(Dong X K, Cao J Z, Liu C, et al. Rejection of time-varying disturbances in inertial platform stabilizing system via unfalsified control[J]. Control Theory & Applications, 2014, 31(9): 1206-1212.)
- [15] Shtessel Y B, Shkolnikov I A, Levant A. Smooth second-order sliding modes: Missile guidance application[J]. Automatica, 2007, 43(8): 1470-1476.

(责任编辑:郑晓蕾)