

求解双层规划优化问题的层次风驱动优化算法

徐 兰^{1,2}, 苏 翔¹

(1. 江苏科技大学 经济管理学院, 江苏 镇江 212003;

2. 镇江市金舟软件有限责任公司, 江苏 镇江 212003)

摘 要: 针对双层规划的求解问题, 提出一种层次风驱动优化算法. 初始化上层优化变量后, 首先对下层规划进行求解, 满足约束条件的同时, 更新下层规划中的空气质点速度和位置; 然后, 利用风驱动优化算法对上层规划问题进行求解; 最后, 在优化解集中, 选择上下层规划目标值次序之和最小的解作为最终优化解. 实验结果表明, 所提出的层次风驱动算法是一种有效的求解双层规划问题的方法.

关键词: 风驱动优化; 双层规划问题; 约束优化

中图分类号: O221

文献标志码: A

Hierarchical wind driven optimization method for solving bi-level programming problem

XU Lan^{1,2}, SU Xiang¹

(1. School of Economics and Management, Jiangsu University of Science and Technology, Zhenjiang 212003, China;

2. Zhenjiang Jinzhou Software Co. Ltd., Zhenjiang 212003, China. Correspondent: XU Lan, E-mail: sherry_xulan@163.com)

Abstract: A hierarchical wind driven optimization(WDO) method is proposed to solve the bi-level programming problem. Firstly, the WDO method is used to optimize the lower level programming problem after initializing the upper level variables, and the positions and velocities of air parcels in the lower level are updated. Then the solutions of the upper level are optimized by using the WDO method with the constrained conditions. Finally, the solutions with the minimum sum of sequences of the two level results are selected as the final solution from the solution set. The experimental results of the proposed algorithm show the effectiveness of the proposed hierarchical wind driven optimization for solving the bi-level programming problems.

Keywords: wind driven optimization; bi-level programming problem; constrained optimization

0 引 言

双层规划问题是具有主从递阶结构的层次优化问题, 该问题将一个参数化的优化问题作为其约束条件^[1]. 双层规划模型已经在控制优化、经济管理规划、交通与物流网络优化等方面有广泛的应用^[2-5]. 针对两级供应链中制造商与零售商之间的多产品定价与订购问题, 蒋敏^[6]建立了两级供应链中多产品定价与订购的双层条件风险值模型, 获得了面包制造商的最优批发价和最优回购策略及零售商最优订购量. 韩霜等^[7]建立了以企业为领导者、以竞争者为跟随者的物流配送中心的双层规划模型, 利用非支配排序遗

传算法设计迭代求解算法并进行了仿真分析. 吕一兵等^[8]根据排污者在排污权市场上的行为特征, 建立了以排污权社会总效益和各排污者效益最大为目标的双层规划模型, 并给出了求解方法. 胡小平等^[9]建立了供应链物流分销系统优化设计中的双层规划模型, 并研究了基于并行基因算法的双层规划问题求解算法. 李相勇等^[10]和赵志刚等^[11]都在粒子群算法的基础上加以改进, 分别利用层次粒子群算法和借助于分层迭代的思想研究了双层规划模型的求解算法. 而李昌兵等^[12]则基于量子位的混沌特性和相干特性, 提出了针对一般双层规划问题的层次混沌量子遗传算法,

收稿日期: 2015-09-23; 修回日期: 2015-12-07.

基金项目: 国家自然科学基金项目(71471078, 71403109); 教育部人文社科青年基金项目(14YJC630151); 江苏省博士后科研基金项目(1402038C); 2015年江苏省“双创计划”项目.

作者简介: 徐兰(1982—), 女, 副教授, 博士, 从事决策理论和方法、质量管理的研究; 苏翔(1965—), 男, 教授, 博士生导师, 从事管理信息系统、企业信息化、会计信息化等研究.

获得了 Pareto 最优解集合. 然而, 现有的双层规划问题的求解集中在上下层函数凸可微的情况或是线性的双层规划问题, 且大多数求解算法依赖于解空间的特性^[13], 缺乏通用性, 难以解决一般的双层规划问题. 同时, 由于大多数的求解算法都是基于传统的进化算法, 而现有的进化算法要么容易收敛到局部最优, 要么存在计算开销和效率问题^[14], 这些都大大局限了双层规划的应用与推广^[15].

风驱动优化 (WDO) 算法^[16-17]是一种基于群体的迭代启发式全局优化算法, 该算法的提出是基于对简化的空气质点受力运动模型的模拟. 本文将在原始风驱动的基础上提出层次风驱动优化算法, 以求解双层规划问题.

1 风驱动优化算法基本原理

风驱动优化算法的核心是研究空气质点在大气中的受力运动情况, 应用牛顿第二定律并结合理想气体状态方程, 推导出空气质点在每一次迭代中的速度和位置的更新方程^[17]. 在风驱动优化算法中, 空气质点速度和位置的每一次迭代都会发生改变, 从而探索新的搜索空间. 因此, 速度变量可以表示为 $\Delta u = u_{\text{new}} - u_{\text{cur}}$. 其中: u_{cur} 代表当前迭代中空气质点的速度, u_{new} 为下一次迭代中空气质点的速度. 速度更新方程为

$$u_{\text{new}} = (1 - \alpha)u_{\text{cur}} - gx_{\text{cur}} + [RT|1/i - 1|(x_{\text{opt}} - x_{\text{cur}})] + (cu_{\text{cur}}^{\text{otherdim}}/i). \quad (1)$$

其中: α 是固定的摩擦系数, 一般取 [0.8, 0.9]; g 代表重力加速度, 其取值范围为 [0.6, 0.7]; x_{opt} 表示空气质点的最优位置; R 为理想气体常数; T 表示温度; RT 在 [1.0, 2.0] 范围内; $u_{\text{cur}}^{\text{otherdim}}$ 是空气质点当前所在维度中的速度. WDO 是基于大气中空气质点运动的优化方法, 每一次迭代过程中都要更新空气质点的速度和位置. 已知速度更新方程式 (1), 不难得出位置更新方程为

$$x_{\text{new}} = x_{\text{cur}} + u_{\text{new}}\Delta t, \quad (2)$$

假设时间间隔为 Δt . 对于每一维中的空气质点, 其搜索位置范围可以根据具体问题设定, 其更新速度也具有一定的范围, 可以简单设置如下:

$$u_{\text{new}}^* = \begin{cases} u_{\text{max}}, & u_{\text{new}} > u_{\text{max}}; \\ -u_{\text{max}}, & u_{\text{new}} < -u_{\text{max}}. \end{cases} \quad (3)$$

其中 u_{max} 为速度最大值.

风驱动优化算法流程如下:

1) 初始化群体规模, 设置最大迭代次数, 相关参数 (α 、 g 、 RT 、 C), 搜索边界以及定义压力函数 (即适

值函数);

- 2) 随机初始化空气质点, 随机分配起始速度和位置;
- 3) 计算当前迭代中空气质点的压力值, 并按照压力值将种群重新排列;
- 4) 通过式 (2) 更新空气质点的速度;
- 5) 通过式 (3) 更新空气质点的位置;
- 6) 若未达到终止条件, 则转第 3) 步.

最后一次迭代过程中的压力值被记为最优结果. 一般将终止条件设定为一个足够好的压力值 (适应值) 或达到一个预设的最大迭代次数.

2 基于层次风驱动优化的双层规划求解方法

双层规划问题的一般模型如下式所示:

$$\begin{cases} \min_{x \in X} F(x, y), \text{ s.t. } G(x, y) \leq 0; \\ \min_{y \in Y} f(x, y), \text{ s.t. } g(x, y) \leq 0. \end{cases} \quad (4)$$

其中: x 为上层变量, y 为下层变量, $F(\cdot)$ 和 $f(\cdot)$ 分别是上下层目标函数, $G(\cdot)$ 和 $g(\cdot)$ 分别是相应的约束条件.

上下层规划问题都有自身的目标函数和约束条件, 即决策向量 (x, y) 分别由上下两层的决策者控制. 上层决策者控制 x , 由上层决策者首先做出决策, 即根据上层规划的目标函数和约束条件选择 x ; 然后固定 x , 再由下层决策者根据下层规划的目标函数和约束条件选择 y .

基于风驱动优化算法, 本文提出一种层次风驱动优化 (HWDO) 算法. 由两个风驱动优化算法构成层次算法框架, 通过两个 WDO 算法的交互迭代来求解双层规划最优解, 算法流程如图 1 所示.

算法的具体求解过程如下:

1) 设定两层风驱动优化所需空气质点的群体规模、迭代次数等参数.

2) 基于上层规划决策变量的取值范围, 初始化上层优化变量 x_0 和 y_0 , 设定迭代次数.

3) 基于给定 x_0 , 在满足约束条件 $g(x, y) \leq 0$ 的同时, 利用风驱动算法对下层规划进行优化求解, 并得出最优解 $y_{0 \text{ opt}}$.

4) 判断下层规划的风驱动优化中局部最优空气质点位置, 有

$$y_{0 \text{ opt}} = \begin{cases} y_{0 \text{ opt}}, & \text{if } F(x_0, y_{0 \text{ opt}}) < F(x_0, y_0); \\ y_0, & \text{else.} \end{cases} \quad (5)$$

利用式 (2) 和 (3) 分别对下层规划中空气质点的速度、位置进行更新.

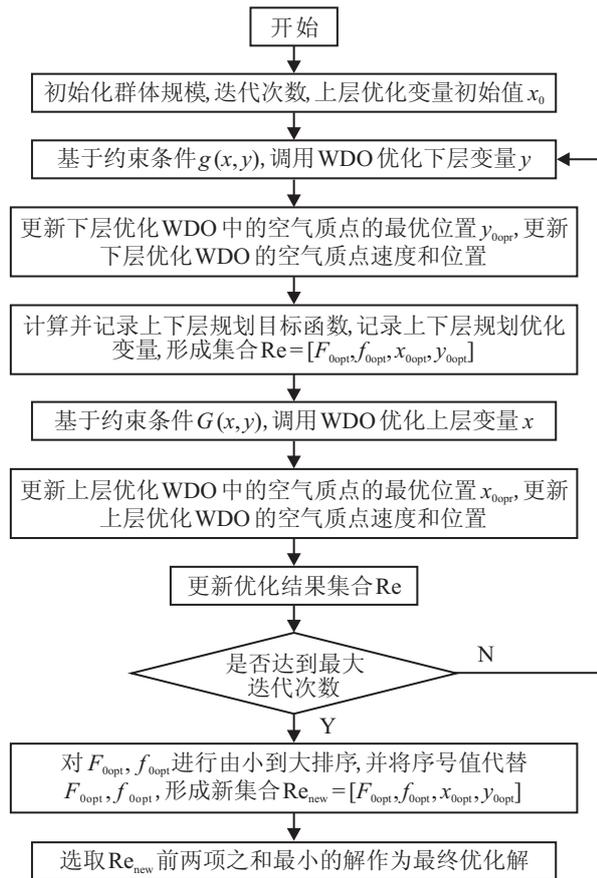


图 1 层次风驱动优化算法流程

5) 利用上、下层优化变量计算上、下层规划函数值 $F_{0\text{opt}}$ 和 $f_{0\text{opt}}$, 构建向量 $\text{Re} = [F_{0\text{opt}}, f_{0\text{opt}}, x_{0\text{opt}}, y_{0\text{opt}}]$.

6) 基于下层规划的优化结果, 在满足约束条件 $G(x, y) \leq 0$ 的同时, 利用风驱动优化算法求出上层规划中的最优解 $x_{0\text{opt}}$.

7) 判断上层规划的风驱动优化中局部最优空气质点位置, 有

$$x_{0\text{opt}} = \begin{cases} x_{0\text{opt}}, & \text{if } f(x_{0\text{opt}}, y_{0\text{opt}}) < f(x_0, y_{0\text{opt}}); \\ x_0, & \text{else.} \end{cases} \quad (6)$$

利用式 (2) 和 (3) 分别对上层规划中空气质点的速度、位置进行更新.

8) 更新向量 Re, 将两个规划目标函数值分别由小到大排序, 并用序号替换对应的双规划目标函数值.

9) 判断是否达到最大迭代次数. 迭代结束后, 将 Re 中两列序号值相加, 选取和值最小的解作为最终优化解.

3 算例及其计算结果

仿真选取的算例^[11]如下:

例 1

$$\min_x F(x, y) = 2x_1 + 2x_2 - 3y_1 - 3y_2 - 60;$$

$$\begin{aligned} \text{s.t. } & x_1 + x_2 + y_1 - 2y_2 \leq 40, \\ & 0 \leq x_1 \leq 50, 0 \leq x_2 \leq 50. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \min_y f(x, y) = & (y_1 - x_1 + 20)^2 + (y_2 - x_2 + 20)^2; \\ \text{s.t. } & 2y_1 - x_1 + 10 \leq 0, \\ & 2y_2 - x_2 + 10 \leq 0. \end{aligned} \quad (7)$$

例 2

$$\begin{aligned} \min_x F(x, y) = & -x_1^2 - 3x_2^2 - 4y_1 + y_2^2; \\ \text{s.t. } & x_1 + 2x_2 \leq 4, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \\ \min_y f(x, y) = & 2x_1^2 + y_1^2 - 5y_2; \\ \text{s.t. } & x_1^2 - 2x_1 + x_2^2 - 2y_1 + y_2 \geq -3, \\ & x_2 + 3y_1 - 4y_2 \geq 4, \\ & y_1 \geq 0, y_2 \geq 0. \end{aligned} \quad (8)$$

例 3

$$\begin{aligned} \min_x F(x, y) = & k(x_1^2 + x_2^2) - 3y_1 - 4y_2 + 0.5(y_1^2 + y_2^2); \\ \min_y f(x, y) = & 0.5[y_1 \ y_2]H[y_1, y_2]^T - [x_1 \ x_2][y_1, y_2]^T. \\ \text{s.t. } & -0.333y_1 + y_2 - 2 \leq 0, \\ & y_1 - 0.333y_2 - 2 \leq 0; \end{aligned} \quad (9)$$

$$(a) \ k = 0.1, H = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}; \quad (10a)$$

$$(b) \ k = 1, H = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}; \quad (10b)$$

$$(c) \ k = 0, H = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 10 \end{bmatrix}; \quad (10c)$$

$$(d) \ k = 0.1, H = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 10 \end{bmatrix}. \quad (10d)$$

为了验证本文层次风驱动优化算法(HWDO)的有效性, 在仿真中与文献[11]中的基于粒子群优化(PSO)方法、GA方法的求解算法进行了比较. 仿真WDO优化过程, 迭代次数为100, 空气质点规模为200个. 对双层规划求解的结果如表1和表2所示.

由于双层规划中上层规划处于“主导”地位, 双层规划的解的品质首先取决于上层规划解的优劣. 从表2可以看出, 对于每一个算例, HWDO方法都可以求出较好的全局最优解. 6个算例中, 仅例2和例3(c)的上层规划值稍微劣于其他两种方法, 但这两种方法对例2的全局最优解不够精确. 如文献[16]所述, WDO方法相比较于PSO算法具有较多的优势. 粒子

表 1 上层规划优化结果

例子	上层目标最优值 F		
	GA	PSO	HWDO
1	5	0	-9.9566
2	-12.68	-12.6787	-12.0064
3(a)	-8.9172	-8.9172	-8.9527
3(b)	-7.5782	-7.5785	-9.1796
3(c)	-11.9985	-11.9985	-11.9553
3(d)	-3.6	-3.6	-3.8783

表 2 下层规划优化结果

例子	下层目标最优值 f		
	GA	PSO	HWDO
1	0	100	58.7701
2	-1.0156	-1.01563	-1.3176
3(a)	-6.137	-6.157	-12.2985
3(b)	-0.5738	-0.57192	-0.4844
3(c)	-163.42	-178.07	-390.6435
3(d)	-2	-3.6	-3.4468

群算法中的粒子经常会跑出或者滞留于优化边界, 使得他们的位置在多次迭代中得不到更新, 这也限制了 PSO 算法的寻优性能. 但是风驱动优化中, 引力的作用使得空气质点不容易飞出优化边界范围, 其优化过程中的地球自转偏向力会进一步增强空气质点的稳定性. 另外, WDO 中的科氏力带来的随机效应进一步增强了优化算法中空气质点的运动鲁棒性.

WDO 的优势使得本文提出的 HWDO 算法也具有较好的寻优能力. 分别基于层次风驱动优化 (HWDO) 和基于层次粒子群优化 (HPSO) 算法的求解进行了运行时间对比仿真, 如图 2 所示. 可以看出, 两种优化算法在具有相同的变量规模和迭代次数前提下, 本文 HWDO 方法具有较快的寻优速度. 另外, 从 HWDO 的算法流程和仿真结果可以知道, HWDO 不需要对双层规划目标做任何形式的处理和改变, 也不需要借助于任何特定的条件 (例如可微、库恩-塔克条件等), 是解决双层规划问题的有效方法.

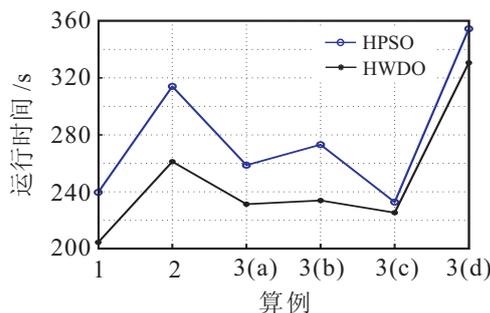


图 2 算法运行时间对比

4 结 论

针对双层规划问题, 本文提出了一种层次风驱动优化算法. 由两个风驱动优化算法构成了层次算法框架, 通过两个 WDO 算法的交互迭代来求解双层规划最优解. 算例的计算结果验证了本文方法的有效性. 仿真结果表明, 本文提出的基于层次 WDO 算法不仅能有效求解双层规划模型, 而且具有通用性和较好的鲁棒性能, 可以满足实际的管理决策要求.

参考文献(References)

- [1] 郑跃, 万仲平, 袁柳洋. 基于二层规划的委托代理协调问题[J]. 系统工程理论与实践, 2014, 34(1): 77-83. (Zheng Y, Wan Z P, Yuan L Y. Coordination problem of the principal-agent based on bi-level programming[J]. Systems Engineering—Theory & Practice, 2014, 34(1): 77-83.)
- [2] Xu X F, Zhang W, Li N. A bi-level programming model of resource matching for collaborative logistics network in supply uncertainty environment[J]. J of the Franklin Institute, 2015, 352(9): 3873-3884.
- [3] Aman G, Gerald W. A goal programming model for the operation of closed-loop supply chains[J]. Engineering Optimization, 2009, 41(8): 730-735.
- [4] Vyacheslav V K, Roger Z R M. A natural gas cash-out problem: A bilevel programming framework and a penalty function method[J]. Engineering Optimization, 2006, 38(7): 403-420.
- [5] Lee H, Song Y, Choo S. Bi-level optimization programming for the shipper-carrier network problem[J]. Cluster Computing, 2014, 17(3): 805-816.
- [6] 蒋敏. 一种多损失条件风险值的双层规划模型及应用[J]. 系统工程理论与实践, 2013, 33(4): 926-933. (Jiang M. A bilevel programming of multi-loss conditional value-at-risk model and its applications[J]. Systems Engineering—Theory & Practice, 2013, 33(4): 926-933.)
- [7] 韩霜, 张邻, 谭智华. 动态竞争环境下的物流配送中心双层规划模型[J]. 控制与决策, 2014, 29(11): 2055-2060. (Han S, Zhang L, Tan Z H. Bi-level programming of logistics distribution center in dynamic competitive environment[J]. Control and Decision, 2014, 29(11): 2055-2060.)
- [8] 吕一兵, 万仲平, 郭旭宁. 排污权市场交易的双层规划模型[J]. 系统工程理论与实践, 2014, 34(2): 343-348. (Lv Y B, Wan Z P, Guo X N. Bilevel model of emission permits market trading[J]. Systems Engineering—Theory & Practice, 2014, 34(2): 343-348.)
- [9] 胡小平, 赵梅, 何建敏. PGAs 求解双层规划及其在分销系统优化设计中的应用[J]. 系统工程, 2008, 26(6): 16-20. (Hu X P, Zhao M, He J M. Solving bi-level programming

- by PGAs and its application to the optimal design for distribution system[J]. *System Engineering*, 2008, 26(6): 16-20.)
- [10] 李相勇, 田澎. 双层规划问题的粒子群算法研究[J]. *管理科学学报*, 2008, 11(5): 41-52.
(Li X Y, Tian P. Particle swarm optimization for solving bilevel programming problems[J]. *J of Management Sciences*, 2008, 11(5): 41-52.)
- [11] 赵志刚, 顾新一, 李陶深. 求解双层规划模型的粒子群优化算法[J]. *系统工程理论与实践*, 2007, 27(8): 92-98.
(Zhao Z G, Gu X Y, Li T S. Particle swarm optimization for bi-level programming problem[J]. *Systems Engineering—Theory & Practice*, 2007, 27(8): 92-98.)
- [12] 李昌兵, 杜茂康, 付德强. 求解双层规划问题的层次混沌量子遗传算法[J]. *系统工程学报*, 2013, 28(4): 159-166.
(Li C B, Du M K, Fu D Q. Hierarchical chaotic quantum-inspired genetic algorithm solving bi-level programming problem[J]. *J of Systems Engineering*, 2013, 28(4): 159-166.)
- [13] Andreani R, Castro S L C, Chela J L, et al. An inexact-restoration method for nonlinear bilevel programming problems[J]. *Computational Optimization and Applications*, 2009, 43(3): 307-328.
- [14] Masatoshi S, Hideki K, Takeshi M. Interactive fuzzy goal programming approach for bilevel programming problem[J]. *European J of Operational Research*, 2009, 194(2): 368-376.
- [15] Benoit C. Patrice marcotte and gilles savard—An overview of bilevel optimization[J]. *Annals of Operations Research*, 2007, 153(1): 235-256.
- [16] Zikri Bayraktar, Muge Komurcu, Jeremy A Bossard, et al. The wind driven optimization technique and its application in electromagnetics[J]. *IEEE Trans on Antennas and Propagation*, 2013, 61(5): 2745-2757.
- [17] 任作琳, 张儒剑, 田雨波. 风驱动优化算法[J]. *江苏科技大学学报: 自然科学版*, 2015, 29(2): 153-158.
(Ren Z L, Zhang R J, Tian Y B. Wind driven optimization algorithm[J]. *J of Jiangsu University of Science and Technology: Natural Science Edition*, 2015, 29(2): 153-158.)

(责任编辑: 李君玲)

第 29 届中国控制与决策会议 (2017 CCDC) 征文通知

第 29 届中国控制与决策会议 (2017 CCDC) 将于 2017 年 5 月 28~30 日在中国重庆举行. 会议由东北大学、IEEE 新加坡工业电子分会和中国自动化学会信息物理系统控制与决策专业委员会主办, 重庆大学承办. 第 29 届中国控制与决策会议论文集集中的英文论文将进入 IEEE Xplore Data Base, 并被 Ei 检索.

第 29 届中国控制与决策会议将涉及理论与应用两方面, 主要涵盖系统、控制与决策相关课题. 征文范围如下:

控制与决策: 自适应控制; 复杂系统与复杂网络; 控制系统应用; 控制工程教育; 协同控制; 信号处理; 数据处理; 数据驱动控制; 决策理论与方法; 决策支持系统; 管控一体化; 时滞系统; 离散事件系统; 分布控制系统; 分布参数系统; 故障诊断与容错控制; 模糊系统; 对策论; 混杂系统; 系统辨识与参数估计; 智能系统; 知识管理与知识工程; 管理信息系统与企业信息化; 供应链与物流管理; 电子商务建模与优化; 运动控制; 网络控制系统; 神经网络; 非线性系统; 优化控制; 过程控制; 生产计划与调度; 鲁棒控制; 传感器网络; 社会经济系统; 随机系统; 变结构控制; 控制与仿真.

自动化: CIMS 与制造系统; 工厂建模与仿真;

家庭、实验室及服务自动化; 仪器仪表系统; 智能自动化; 人机交互; 纳米自动化与装配; 基于网络的系统; 计划、调度与协调; 过程自动化.

机器人: 以人为中心的人机系统; 医用机器人与生物机器人学; 微机器人与微操作; 移动机器人学; 移动传感器网络; 感知系统; 机器人控制; 机器人传感与数据融合; 搜寻、援救与野外机器人学; 人机交互; 空间与水下机器人; 遥控机器人; 视觉伺服; 多足机器人系统.

新兴技术领域: 信息物理系统; 智能电网; 再生能源; 能源管理系统; 集成系统与过程; 微机电系统; 电动车辆与智能交通; 交通控制; 暖通系统优化和控制; 生物系统建模.

除分组报告外, 会议另设有邀请专题, 特别专题, 特邀大会报告和杰出讲座.

会议投稿者请于 2016 年 10 月 31 日前提交全文. 录用文章的作者需要注册并到会宣讲论文. 请登陆 <http://www.ccdc.neu.edu.cn> 了解具体事宜并投稿. 同时也可通过 E-mail 向大会秘书处 (secretary_ccdc@ise.neu.edu.cn) 咨询.

中国控制与决策会议秘书处