

基于广义“灰度不减”公理的区间灰数预测模型

叶 璟, 党耀国, 丁 松

(南京航空航天大学 经济与管理学院, 南京 210016)

摘 要: 区间灰数是灰色预测的基本研究对象之一, 针对其中蕴含的灰度信息, 在充分挖掘和拓展“灰度不减”公理的基础上, 建立基于广义“灰度不减”公理的区间灰数预测模型. 通过准灰度因子对区间灰数上下界进行灰度最大化处理, 保证建模过程中的灰度不减, 并根据区间灰数序列灰度走势得到的灰度因子进一步修正模型, 提高预测的可靠性. 最后通过实例验证了模型的有效性和实用性.

关键词: 灰色系统理论; 预测模型; 区间灰数; 灰度

中图分类号: N945.1

文献标志码: A

Grey prediction model of interval grey numbers based on axiom of generalized non-decrease grey degree

YE Jing, DANG Yao-guo, DING Song

(College of Economics and Management, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China. Correspondent: YE Jing, E-mail: yejingjessie@163.com)

Abstract: The sequence of interval grey numbers is a kind of basic research objects of grey prediction. Based on grey degree information contained in the interval grey numbers, a grey model of interval grey numbers based on the axiom of generalized non-decrease grey degree is established by fully excavating and expanding the connotation of non-decrease grey degree axiom. To be specific, the upper and lower bounds of interval grey numbers are unifiedly processed by using the quasi grey factor to maximize each interval grey number's grey degree, which can ensure the fulfillment of the axiom of "non-decrease grey degree" in the subsequent modeling process. Then, according to the trend of grey degree sequence of interval grey numbers, the grey prediction model of grey degree sequence is predicted to obtain grey factor which can correct the reliability of the previous model deeply. Finally, the effectiveness and practicability of the proposed model are verified by empirical results.

Keywords: grey system theory; prediction model; interval grey number; grey degree

0 引 言

随着信息时代的发展, 人类进行的社会活动越来越复杂, 数据信息维度正呈现爆炸式增长, 因此, 单一的观测值越来越难以准确地表达对目标对象的认知, 表征系统的信息灰度越来越大, 统计结果正向着多元化、区间化的趋势发展. 由此产生的区间灰数不仅具有以上特点, 而且是不同于一般区间数的一种典型灰数, 其区间内分布信息不明确, 既非均匀分布, 也不是通常意义上的正态分布, 而是随信息流的变化而不断改变分布状态. 因此, 对这种区间灰数的预测很难

总结出统计学上的规律, 具有明显的灰色特征.

追溯以往的研究成果, 自灰色系统理论提出以来, 学者们对灰数预测研究大多集中在实数序列^[1-5], 而对有效表征数据信息灰度的区间灰数的预测研究相对较少. 目前, 学者们主要通过几何特征^[6-7]、构造算子^[8-9]、组合模型^[10-11]等方法, 将区间灰数序列转化为实数序列进行灰色预测模型建模再还原回区间灰数序列的思想, 对区间灰数进行尝试和探讨. 其中, 曾波等^[6]通过分别对标准化离散灰数的“核”序列和“灰单元格”面积序列建立 GM(1,1) 模型实现对

收稿日期: 2015-10-20; 修回日期: 2015-12-31.

基金项目: 国家自然科学基金项目(71071077, 71371098, 71503103); 江苏高校哲学社会科学重点研究基地重大项目(2012JDXM005); 江苏省普通高校研究生科研创新计划项目(KYZZ15_0095); 中央高校基本科研业务费专项资金项目.

作者简介: 叶璟(1988—), 女, 博士生, 从事灰色系统理论与应用的研究; 党耀国(1964—), 男, 教授, 博士生导师, 从事灰色系统理论、数量经济等研究.

离散灰数中元素的预测, 并为避免等可能性取值这一缺陷, 构建标准离散灰数中元素“取值可能性”序列, 实现对离散灰数中元素取值可能性大小的预测. 吴利丰等^[7]通过计算灰数层的曲面面积和区间灰数的认知程度, 将序列转化成实数序列, 分别建立离散灰色模型, 最终还原得到基于区间灰数序列的预测模型. 曾波^[8]以区间灰数的“核”序列为基础建立预测模型, 并以“灰度不减”公理为理论依据取最大灰度结合“核”序列预测值得出区间灰数的上界和下界, 实现了对区间灰数预测模型的构建. 孟伟等^[9]按照灰数的原始定义将灰数标准化后得到“白部”和“灰部”, 分别建立 DGM(1,1) 模型预测, 最终还原成灰色区间数的上下界, 得到预测模型. 杨德岭等^[12]将 Verhulst 模型拓展到了区间灰数的范围上, 基于“灰度”和“核”序列构建 Verhulst 模型, 并以信息域不减推论为依据、以核为中心推导区间灰数上(下)界. Tian 等^[13]利用区间灰数的灰度和核序列构造了新的 GM(0,N) 模型 -IN-GM(0,N) model, 运用于多变量区间灰数序列建模.

现有文献大多是针对区间灰数上下界、核、灰度、灰数层面积等变量进行的讨论, 并没有充分考虑区间灰数区间内分布不明确的灰色特征. 对于区间灰数本身存在的“灰度”, 仅有学者^[8]简单地运用“灰度不减”公理在核预测的基础上直接选择最大灰度计算出区间灰数的预测值, 并未在整个建模过程中考虑区间灰数的“灰度不减”问题. 然而, 在区间灰数的运算法则体系中, 包括区间灰数的代数运算等在内的预测建模必然会导致灰度不断增加, 因此, 在建模过程中考虑“灰度不减”公理十分必要.

本文提出基于广义“灰度不减”公理的区间灰数预测模型, 将区间灰数建模序列进行灰度最大化处理, 使得区间灰数处于最大灰度的统一建模运算状态中. 对处理后的区间灰数上下界分别进行建模, 这不仅避免了上下界直接建模可能存在的交叉情况, 也在建模运算中全面体现了“灰度不减”的公理. 考虑两种不同情形对最大灰度进行处理, 使得针对不同区间灰数序列的具体情形进一步修正模型, 提高了预测精度. 最后, 将建立的基于“灰度不减”公理的区间灰数预测模型运用在实例中, 验证了模型的有效性和实际意义.

1 基本概念

定义 1 将只知道取值范围而不知其确切值的数称为灰数, 其中既有下界 a 又有上界 b 的灰数称为区间灰数, 记为 $\otimes \in [a, b]$, $a < b$.

定义 2^[14] 设灰数 $\otimes \in [a, b]$, $a < b$, 在缺乏取

值分布信息的情况下, 若 \otimes 为连续灰数, 则称 $\tilde{\otimes} = (a + b)/2$ 为灰数的核, 灰数的核序列记作

$$X(\tilde{\otimes}) = (\tilde{\otimes}_1, \tilde{\otimes}_2, \dots, \tilde{\otimes}_n).$$

定义 3^[14] 设灰数 $\otimes \in [a, b]$, $a < b$, 其上界和下界的差值称为区间灰数的测度, 记作 $l(\otimes) = b - a$, 灰数的测度序列记作

$$L(\otimes) = (l(\otimes_1), l(\otimes_2), \dots, l(\otimes_n)).$$

定义 4^[14] 设灰数 $\otimes \in [a, b]$, $a < b$, 若 \otimes 为连续灰数, 则区间灰数测度和核的比值称为区间灰数的灰度, 记作 $g^\circ = l(\otimes)/\tilde{\otimes}$. 在同一背景或论域 Ω 下, 区间灰数的灰度序列记作

$$G^\circ(\otimes) = (g^\circ(\otimes_1), g^\circ(\otimes_2), \dots, g^\circ(\otimes_n)).$$

定义 5 设区间灰数的灰度序列为 $G^\circ(\otimes) = (g^\circ(\otimes_1), g^\circ(\otimes_2), \dots, g^\circ(\otimes_n))$, 根据“灰度不减”公理, 在灰度序列中选取灰度的最大值 $g^\circ(\otimes_{\max})$, 有 $g^\circ(\otimes_{\max}) \geq g^\circ(\otimes_i)$, $i = 1, 2, \dots, n$, 称 $g^\circ(\otimes_{\max})$ 为准灰度因子.

定理 1 (“灰度不减”)^[14] 两个灰度不同的灰数进行和、差、积、商运算时, 运算结果的灰度不小于灰度较大的灰数灰度.

定理 2 (广义“灰度不减”) 在同一背景或论域 Ω 下的灰数序列中, 对任意具有不同灰度的灰数进行和、差、积、商、指数、对数、幂、三角函数运算以及包含以上运算的模型建模时, 结果的灰度不小于灰数中灰度最大的灰数灰度.

2 模型构建

传统区间灰数预测方法大多直接对区间灰数上下界分别建模或将区间灰数上下界所含的信息转化成相应的实数序列进行建模, 在建模过程中鲜少考虑区间灰数序列的灰度变化. 本文基于定理 2, 将“灰度不减”公理推广到区间灰数预测模型的建模过程中. 主要思想为: 建模前, 首先对区间灰数序列的灰度进行计算, 掌握其灰度序列中各灰度值的大小, 选择拟合区间灰数灰度序列中灰度最大的值作为准灰度因子(见定义 5); 然后, 对区间灰数序列的上下界进行准灰度因子的统一处理, 这样可保证建模过程中区间灰数上下界序列的“灰度不减”; 进一步地, 随着预测模型的建立, 为确保广义“灰度不减”定理在预测值中的实现, 需要进一步修正预测模型. 修正过程分两种情形考虑: 对于拟合区间灰数灰度序列发展趋势递减的情形, 其灰度值逐渐减小, 已选择的准灰度因子(拟合区间灰数序列灰度最大值)能够代表该区间灰数序列的最大值, 体现了广义“灰度不减”公理在其建模过程中的作用, 因此, 无需进一步修正; 对于拟合区间

灰数灰度序列发展趋势递增的情形, 其灰度值逐渐增加, 已选择准灰度因子可能被预测值的灰度取代, 因此, 需要对准灰度因子进行修正处理, 即根据灰度序列发展情况对其建立 GM(1,1) 模型, 得到灰度序列预测值, 称为灰度因子, 并由灰度因子取代准灰度因子对各步预测值进行修正, 最终, 完成对区间灰数序列的预测.

具体建模过程如下: 设有区间灰数序列

$$X(\otimes) = (\otimes_1, \otimes_2, \dots, \otimes_n),$$

$$\otimes_i \in [a_i, b_i], i = 1, 2, \dots, n,$$

其上下界序列分别为

$$B^{(0)} = (b_1, b_2, \dots, b_n),$$

$$A^{(0)} = (a_1, a_2, \dots, a_n).$$

由定义 2~定义 4, 分别得到区间灰数序列的核序列为

$$X(\tilde{\otimes}) = (\tilde{\otimes}_1, \tilde{\otimes}_2, \dots, \tilde{\otimes}_n),$$

测度序列为

$$L(\otimes) = (l(\otimes_1), l(\otimes_2), \dots, l(\otimes_n)),$$

灰度序列为

$$G^o(\otimes) = (g^o(\otimes_1), g^o(\otimes_2), \dots, g^o(\otimes_n)).$$

2.1 区间灰数上下界序列的准灰度因子处理

对于原始区间灰数序列的预测, 若直接对其上下界进行 GM(1,1) 模型建模, 则由于区间灰数上下界包含的信息并非一脉相承, 前后增长率的大小也没有必然联系, 这种做法没有明显的实际意义. 另外, 直接建模可能会导致上下界预测值交叉的情况, 即上界预测值小于下界预测值的情况 (见图 1), 故直接建模方法的可靠性值得怀疑.

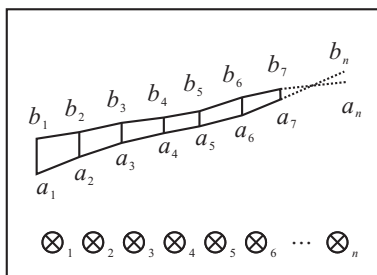


图 1 原始区间灰数序列直接建模产生交叉现象

本文提出的“准灰度因子”统一处理, 在对区间灰数上下界进行 GM(1,1) 模型建模之前运用, 使原区间灰数序列的测度 (即界差) 进一步拉大 (见图 2), 不仅可避免上下界直接建模可能产生的交叉情况, 而且保证了“灰度不减”公理在建模中的充分体现. 具体而言, 准灰度因子处理需对原始区间灰数序列按如下步骤进行.

Step 1: 计算区间灰数序列各项的灰度, 选取其中的灰度最大值 $g^o(\otimes_{\max})$ 作为准灰度因子.

Step 2: 由灰度计算公式 $g^o = l(\otimes)/\tilde{\otimes}$, 经准灰度因子处理后, 得到新的测度为

$$l'(\otimes_i) = \frac{(\otimes_i) \cdot g^o(\otimes_{\max})}{g^o(\otimes_i)}. \quad (1)$$

从而得到新的上界值为

$$b'_i = \frac{a_i + b_i}{2} + \frac{l'(\otimes_i)}{2}, \quad (2)$$

新的下界值为

$$a'_i = \frac{a_i + b_i}{2} - \frac{l'(\otimes_i)}{2}. \quad (3)$$

由此得到新的上下界序列

$$B^{(0)} = (b'_1, b'_2, \dots, b'_n), A^{(0)} = (a'_1, a'_2, \dots, a'_n).$$

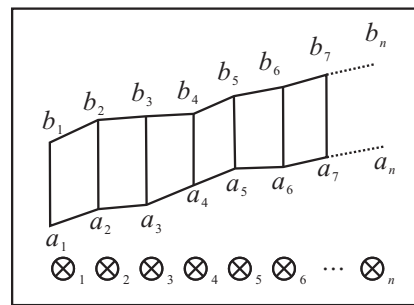


图 2 灰度统一化后的区间灰数序列走势

2.2 区间灰数上下界序列的 GM(1,1) 模型的构建

对新的上下界序列 $B^{(0)} = (b'_1, b'_2, \dots, b'_n)$, $A^{(0)} = (a'_1, a'_2, \dots, a'_n)$ 分别进行 GM(1,1) 模型建模.

对于新的上界序列, GM(1,1) 模型的白化方程为

$$b^{(0)}(k) + a_{b'} z_{b'}^{(1)}(k) = b_{b'}, \quad (4)$$

得到其时间响应序列为

$$\hat{b}^{(1)}(k+1) = \left(b^{(0)}(1) - \frac{b_{b'}}{a_{b'}} \right) e^{-a_{b'}k} + \frac{b_{b'}}{a_{b'}},$$

$$k = 1, 2, \dots, n; \quad (5)$$

还原值为

$$\hat{b}^{(0)}(k+1) = \hat{b}^{(1)}(k+1) - \hat{b}^{(1)}(k) =$$

$$(1 - e^{a_{b'}}) \left(b^{(0)}(1) - \frac{b_{b'}}{a_{b'}} \right) e^{-a_{b'}k},$$

$$k = 1, 2, \dots, n. \quad (6)$$

式 (6) 即为区间灰数上界序列的 GM(1,1) 预测模型, 求得上界的预测值 $\hat{b}^{(0)}(k+1), \hat{b}^{(0)}(k+2), \dots$ 其中

$$B^{(1)} = (b^{(1)}(1), b^{(1)}(2), \dots, b^{(1)}(n));$$

$$b^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^k b_i^{(0)}, k = 1, 2, \dots, n;$$

$$Z_{b'}^{(1)} = (z_{b'}^{(1)}(2), z_{b'}^{(1)}(3), \dots, z_{b'}^{(1)}(n));$$

$$z_{b'}^{(1)}(k) = \frac{1}{2}(b^{(1)}(k) + b^{(1)}(k-1)), k = 2, 3, \dots, n.$$

对于新的下界序列, GM(1,1) 模型的白化方程为

$$a^{(0)}(k) + a_{a'} z_{a'}^{(1)}(k) = b_{a'}, \quad (7)$$

得到其时间响应序列为

$$\hat{a}^{(1)}(k+1) = \left(a^{(0)}(1) - \frac{b_{a'}}{a_{a'}} \right) e^{-a_{a'} k} + \frac{b_{a'}}{a_{a'}}, \quad (8)$$

$$k = 1, 2, \dots, n.$$

还原值为

$$\hat{a}^{(0)}(k+1) = \hat{a}^{(1)}(k+1) - \hat{a}^{(1)}(k) =$$

$$(1 - e^{-a_{a'}}) \left(a^{(0)}(1) - \frac{b_{a'}}{a_{a'}} \right) e^{-a_{a'} k},$$

$$k = 1, 2, \dots, n, \quad (9)$$

式(9)即为区间灰数下界序列的 GM(1,1) 预测模型, 求得下界的预测值 $\hat{a}^{(0)}(k+1), \hat{a}^{(0)}(k+2), \dots$. 其中

$$A^{(1)} = (a^{(1)}(1), a^{(1)}(2), \dots, a^{(1)}(n));$$

$$a^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^k a_i^{(0)}, \quad k = 1, 2, \dots, n;$$

$$Z_{a'}^{(1)} = (z_{a'}^{(1)}(2), z_{a'}^{(1)}(3), \dots, z_{a'}^{(1)}(n));$$

$$z_{a'}^{(1)}(k) = \frac{1}{2}(a^{(1)}(k) + a^{(1)}(k-1)), \quad k = 2, 3, \dots, n.$$

2.3 区间灰数灰度因子的选取及区间灰数灰度序列的 GM(1,1) 模型的构建

对于区间灰数的灰度序列而言, 首先要考察其发展趋势, 以便进一步处理. 若灰度序列呈递减趋势, 则为保证区间灰数预测过程中的“灰度不减”, 仍选用准灰度因子进行统一处理, 因此, 上下界预测值仍由该准灰度因子取得, 无需对新的区间灰数上下界序列预测值进行进一步处理. 若区间灰数的灰度序列呈递增趋势, 则需对灰度序列进行灰色预测模型的建模, 对灰度的趋势进行预测, 得到的灰度预测值作为灰度因子. 这里仅考虑区间灰数的灰度序列呈递增趋势的情形, 具体过程如下.

对于灰度序列, GM(1,1) 模型的白化方程为

$$g^{o(0)}(k) + a_{g^o} z_{g^o}^{(1)}(k) = b_{g^o}, \quad (10)$$

得到其时间响应序列为

$$\hat{g}^{o(1)}(k+1) = \left(g^{o(0)}(1) - \frac{b_{g^o}}{a_{g^o}} \right) e^{-a_{g^o} k} + \frac{b_{g^o}}{a_{g^o}},$$

$$k = 1, 2, \dots, n, \quad (11)$$

还原值为

$$\hat{g}^{o(0)}(k+1) = \hat{g}^{o(1)}(k+1) - \hat{g}^{o(1)}(k) =$$

$$(1 - e^{-a_{g^o}}) \left(g^{o(0)}(1) - \frac{b_{g^o}}{a_{g^o}} \right) e^{-a_{g^o} k},$$

$$k = 1, 2, \dots, n. \quad (12)$$

式(12)即为区间灰数灰度序列的 GM(1,1) 预测模型. 其中

$$G^{o(1)} = (g^{o(1)}(1), g^{o(1)}(2), \dots, g^{o(1)}(n));$$

$$g^{o(1)}(k) = \sum_{i=1}^k g_i^{o(0)}, \quad k = 1, 2, \dots, n;$$

$$Z_{g^o}^{(1)} = (z_{g^o}^{(1)}(2), z_{g^o}^{(1)}(3), \dots, z_{g^o}^{(1)}(n));$$

$$z_{g^o}^{(1)}(k) = \frac{1}{2}(g^{o(1)}(k) + g^{o(1)}(k-1)), \quad k = 2, 3, \dots, n.$$

2.4 基于灰度因子对区间灰数预测模型的修正

考虑到第 2.3 节中区间灰数的灰度序列呈递增趋势的情形下新的灰度因子被选择, 相应地, 区间灰数新的上下界序列的预测值需要运用对应的灰度因子进行修正处理, 具体步骤如下.

根据上下界各步预测值, 求出各步上下界预测值的中心点, 即区间灰数核的预测值 $\tilde{\otimes}_{k+1}, \tilde{\otimes}_{k+2}, \dots$, 有

$$\tilde{\otimes}_{k+1} = \frac{\hat{a}^{(0)}(k+1) + \hat{b}^{(0)}(k+1)}{2}. \quad (13)$$

由灰度定义可知, 由各步灰度因子和式(13)中的各步核的预测值, 可求得区间灰数测度的预测值 $l(k+1), l(k+2), \dots$, 有

$$l(k+1) = \hat{g}^{o(0)}(k+1) \cdot \tilde{\otimes}_{k+1}. \quad (14)$$

由区间灰数核的预测值和区间灰数测度预测值, 求出上下界的预测值为

$$b'(k+1) = \tilde{\otimes}_{k+1} + \frac{l(k+1)}{2}, \quad (15)$$

$$a'(k+1) = \tilde{\otimes}_{k+1} - \frac{l(k+1)}{2}. \quad (16)$$

最终, 得到原始区间灰数序列预测的各步上下界预测值 $b'(k+1), b'(k+2), \dots, a'(k+1), a'(k+2), \dots$.

2.5 基于广义“灰度不减”公理的区间灰数预测模型建模步骤

Step 1: 由定义 2~定义 4, 计算区间灰数序列中模拟数据的灰度, 形成灰度模拟序列.

Step 2: 由定义 5, 选取准灰度因子.

Step 3: 利用准灰度因子对模拟数据进行灰度统一处理, 得到新的灰度统一化后区间灰数序列的上下界.

Step 4: 对新的区间灰数序列上下界分别建立 GM(1,1) 模型, 得到区间灰数上下界的预测值.

Step 5: 研究灰度序列走势, 若呈下降趋势, 则在 Step 2 中选取的准灰度因子代表了“灰度不减”定理中的最大灰度值, 即可作为灰度因子, 预测值无需修正, 区间灰数预测模型建模完成, 在 Step 4 中所得到的上下界预测值即为最终预测值.

Step 6: 研究灰度序列走势, 若呈上升趋势, 则对灰度模拟序列建立 GM(1,1) 模型, 得到灰度预测值, 形成灰度因子序列.

Step 7: 根据 Step 4 中上下界各步预测值, 求出各步上下界预测值的中心点, 即区间灰数核的预测值.

Step 8: 由定义 4 可知, 引入 Step 6 中的各步灰度因子和 Step 7 各步核的预测值, 求得修正后的区间灰数测度的预测值.

Step 9: 由 Step 7 中区间灰数核的预测值和 Step 8 中区间灰数测度预测值, 求出上下界的预测值, 最终得到修正后区间灰数序列各步上下界的预测

值.

3 实例分析

近年来, 智能终端市场迅速崛起, 某企业在评估同行发展状况时, 因缺少对方销售额的准确资料, 通过对共同竞标等经营活动中收集到的信息进行分析, 对该企业的销售额进行区间估计, 认为 2007~2014 年该企业的销售额如表 1 所示.

表 1 2007~2014 年某企业智能终端销售额的区间灰数

	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
区间灰数	\otimes_1	\otimes_2	\otimes_3	\otimes_4	\otimes_5	\otimes_6	\otimes_7	\otimes_8
	[54.4, 61]	[71, 81]	[96, 113]	[121, 147]	[143, 179]	[168, 220]	[202, 282]	[230, 357]

选取 2007~2012 年某企业智能终端销售额的区间灰数进行建模, 2013 年、2014 年的数据作为误差验证数据. 通过对 2007~2012 年某企业智能终端销售额的区间灰数拟合序列灰度的计算, 得到灰度序列走势呈上升趋势 (见图 3), 同样需要对灰度序列进行 GM(1,1) 模型建模处理.

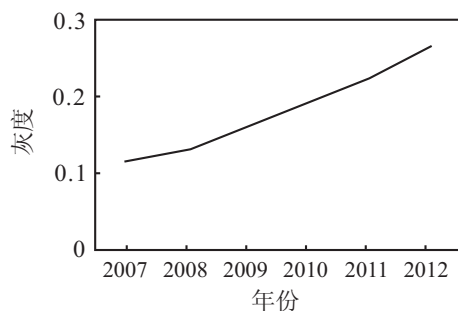


图 3 2007~2012 年某企业智能终端销售额的区间灰数灰度序列趋势

表 2 2013 年、2014 年某企业智能终端销售额的区间灰数预测结果和误差

	年份	预测值		预测误差		平均误差/%
		下界	上界	下界/%	上界/%	
本文方法	2013	205.31	282.62	1.64	0.22	2.38
	2014	245.85	359.70	6.89	0.76	
GM(1,1)	2013	208.42	279.85	3.18	-0.76	3.92
	2014	254.03	352.45	10.45	-1.27	

由表 2 结果可知, 本文方法得到的预测精度高于传统 GM(1,1) 模型. 由于原始区间灰数序列较为平稳, 本身较适合运用 GM(1,1) 模型建模, 不存在上下界交叉的可能性, 平均误差仅为 3.92%, 但最大误差达到了 10.45%. 另一方面, 本文方法在充分考虑区间灰数上下界信息的基础上, 在遵循广义“灰度不减”公理的前提下, 所得到的结果更加满意, 平均误差为 2.38%, 最大误差仅为 6.89%. 概述本案例数据特征并推而广之, 所提出的基于广义“灰度不减”公理的

区间灰数预测模型尤其适用于前期处于孕育阶段、近期出现大爆发形态的新兴领域的相关预测. 对于该类数据, 前期区间灰数绝对值较小、测度范围较窄, 导致区间灰数的灰度较低、增长缓慢; 后期由于井喷式发展, 其绝对值显著增长, 但又牵涉政策、市场等诸多因素, 因此企业作为保守估计的区间灰数下界值会与其乐观值即上界值相差较大, 从而使得区间灰数的测度大大增加, 导致序列灰度也相对增加. 综上, 本文提出的模型对此类实际问题有着良好的解读性, 体现了“灰度不减”定理的在建模过程中实际意义.

4 结 论

本文将“灰度不减”公理推广到灰色预测模型的建模运算中, 提出了广义“灰度不减”公理. 在构建区间灰数预测模型时, 利用准灰度因子对区间灰数序列上下界进行灰度的统一处理, 不仅为区间灰数的建模运算提供了灰度一致的运算基础, 标准化了建模序列的灰度信息, 同时也是对数据序列的一次平滑处理, 扩大了区间灰数的测度, 避免了直接对上下界序列分别预测时可能产生交叉的情形. 对于灰度因子的选择, 首先, 计算拟合序列的灰度, 根据灰度序列的走势, 分两种情形进行分别处理. 对于灰度序列递减的情形, 考虑“灰度不减”原则, 仍运用处理上下界时的准灰度因子作为灰度因子; 对于灰度序列递增的情形, 对灰度序列进行灰色预测建模, 预测其走势得到的预测灰度作为灰度因子用于上下界预测值的处理. 基于所提出的方法, 最终运用某企业智能终端销售额的实例进行验证, 尽管数据趋势较为平稳, 适于直接进行 GM(1,1) 建模, 但本文方法得到的平均预测误差仍略低于原始模型, 表明了所提出方法的有效性和实用性. 由于区间灰数在现实数据多元化、区间化发展的背景下意义愈发显现, 所提出的建模方法因其突出了灰数计算中的“灰度不减”的基本原则和简便的建模过程, 将得到更加广泛的应用与发展.

参考文献(References)

- [1] Xiao X P, Deng J L. A new modified GM(1,1) model: Grey optimization model[J]. J of Systems Engineering and Electronics, 2001, 23(2): 1-5.
- [2] 党耀国, 刘思峰, 刘斌. 以 $x^{(1)}(n)$ 为初始条件的 GM(1,1) 模型[J]. 中国管理科学, 2005, 13(1): 132-134. (Dang Y G, Liu S F, Liu B. The GM models that $x^{(1)}(n)$ be taken as initial value[J]. Chinese J of Management Science, 2005, 13(1): 132-134.)
- [3] 谢乃明, 刘思峰. 离散 GM(1,1) 模型与灰色预测模型建模机理[J]. 系统工程理论与实践, 2005, 25(1): 93-98. (Xie N M, Liu S F. Discrete GM(1,1) and mechanism of gray forecasting model[J]. System Engineering — Theory & Practice, 2005, 25(1): 93-98.)
- [4] Liu S F, Lin Y. On measures of information content of grey numbers[J]. Kybernetes, 2006, 35(5): 899-904.
- [5] 张岐山. 提高灰色 GM(1,1) 模型精度的微粒群方法[J]. 中国管理科学, 2007, 15(5): 126-129. (Zhang Q S. Improving the precision of GM(1,1) by using particle swarm optimization[J]. Chinese J of Management Science, 2007, 15(5): 126-129.)
- [6] 曾波, 刘思峰, 孟伟, 等. 具有主观取值倾向的离散灰数预测模型及其应用[J]. 控制与决策, 2012, 27(9): 1359-1364. (Zeng B, Liu S F, Meng W, et al. Prediction model of discrete grey number with subjective valued orientation and its application[J]. Control and Decision, 2012, 27(9): 1359-1364.)
- [7] 吴利丰, 刘思峰, 闫书丽. 区间灰数序列的灰色预测模型构建方法[J]. 控制与决策, 2013, 28(12): 1912-1914. (Wu L F, Liu S F, Yan S L. Grey prediction model for hybrid sequence[J]. Control and Decision, 2013, 28(12): 1912-1914.)
- [8] 曾波. 基于核和灰度的区间灰数预测模型[J]. 系统工程与电子技术, 2011, 33(4): 821-824. (Zeng B. Prediction model of interval grey number based on kernel and degree of greyness[J]. Systems Engineering and Electronics, 2011, 33(4): 821-824.)
- [9] 孟伟, 刘思峰, 曾波. 区间灰数的标准化及其预测模型的构建与应用研究[J]. 控制与决策, 2012, 27(5): 773-776. (Meng W, Liu S F, Zeng B. Standardization of interval grey number and research on its prediction modeling and application[J]. Control and Decision, 2012, 27(5): 773-776.)
- [10] Tsaur R C. The development of an interval grey regression model for limited time series forecasting[J]. Expert Systems with Applications, 2010, 37(2): 1200-1206.
- [11] 杨锦伟, 肖新平, 郭金海. 正态分布区间灰数灰色预测模型[J]. 控制与决策, 2015, 30(9): 1711-1716. (Yang J W, Xiao X P, Guo J H. Gray prediction model of normal distribution interval grey number[J]. Control and Decision, 2015, 30(9): 1711-1716.)
- [12] 杨德岭, 刘思峰, 曾波. 基于核和信息域的区间灰数 Verhulst 模型[J]. 控制与决策, 2013, 28(2): 264-268. (Yang D L, Liu S F, Zeng B. Verhulst model of interval grey number based on kernel and information field[J]. Control and Decision, 2013, 28(2): 264-268.)
- [13] Tian M, Cao Y, Xie N M, et al. IN-GM(0,N) cost forecasting model of commercial aircraft based on interval grey numbers[J]. Kybernetes, 2012, 41(7/8): 886-896.
- [14] 刘思峰, 方志耕, 谢乃明. 基于核和灰度的区间灰数运算法则[J]. 系统工程与电子技术, 2010, 32(2): 313-316. (Liu S F, Fang Z G, Xie N M. Algorithm rules of interval grey numbers based on the kernel and the degree of greyness of grey numbers[J]. Systems Engineering and Electronics, 2010, 32(2): 313-316.)

(责任编辑: 郑晓蕾)