

# 面向预测控制的有限阶跃响应模型辨识

丁宝苍, 陈 桥, 谢亚军

(西安交通大学 电子与信息工程学院, 西安 710049)

**摘要:** 针对工业预测控制软件开发中所需有限阶跃响应模型辨识问题, 给出一种辨识算法. 该算法包含数据坏值的标识与插值、数据滤波、辨识案件分组、积分型输出的处理, 适合实际软件开发与工程实现. 在模型的计算环节, 采用经典的最小二乘辨识方法和递增的惩罚因子. 主要贡献是将稳定型输出和积分型输出统一处理, 采用增量数据辨识和增量算法, 与实际应用的动态矩阵控制技术完全吻合. 仿真算例验证了所提出算法的有效性.

**关键词:** 预测控制; 最小二乘法; 有限脉冲响应; 增量模型; 惩罚因子

**中图分类号:** TP273

**文献标志码:** A

## Predictive control oriented identification of finite step response model

DING Bao-cang, CHEN Qiao, XIE Ya-jun

(School of Electronic and Information Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China. Correspondent: DING Bao-cang, E-mail: baocangding@126.com)

**Abstract:** An algorithm for identifying the finite step response(FSR) model is given, which is utilized in the predictive control software development. This algorithm includes the stamp and interpolation of bad data, data filtering, identification case grouping and handling of the integral output, which is applied to the software development and engineering implementations. In calculating the FSR model, the classical least squares method and increasing penalty factors are applied. The contributions include an unified procedure for handling both stable and integral outputs, and the incremental method for both the data and the identification algorithm, which are consistent with the actually applied dynamic matrix control(DMC) techniques. The simulation example verifies the effectiveness of the proposed algorithm.

**Keywords:** predictive control; least squares method; finite step response; incremental model; penalty factor

### 0 引言

近年来, 模型辨识策略得到了深入的研究, 从各个角度、各种方法上取得了进展, 并且在工程实践中得到广泛的应用. 预测控制是唯一一种在工业控制工程中产生重大影响的先进控制技术<sup>[1]</sup>, 在过程工业中得到了广泛应用<sup>[2]</sup>. 实际上, 在工业控制中应用最多、最成功的预测控制技术是动态矩阵控制<sup>[2-4]</sup>, 其中一个成功的秘诀是采用简单的阶跃响应模型. 阶跃响应模型的辨识也得到了广泛的重视<sup>[5-7]</sup>.

本文研究有限阶跃响应模型的辨识算法, 目的是为预测控制软件开发<sup>[8]</sup>服务. 本文将解决数据处理、辨识案件分组、积分问题、阶跃响应模型辨识等问题. 对阶跃响应模型辨识, 本文采用经典的最小二乘法. 本文技术适合于软件开发和工程实施, 且直接有效,

这是与已有文献的主要区别.

本文算法已经在软件开发中得到完整实现, 并应用到工程实践中. 本文主要符号见表 1.

表 1 本文符号

符号	含义
$\mathcal{R}^n$	$n$ 维欧氏空间
$y$	因变量(DV), 属于 $\mathcal{R}^{n_y}$
$w = \begin{bmatrix} u \\ d \end{bmatrix}$	独立变量(IDV), 属于 $\mathcal{R}^{n_w}$ , $n_w = n_u + n_d$

### 1 问题描述

因变量  $y$  分为两类: 稳定和一阶积分型, 即  $y = [y^s \ y^r]^T$ , 其中上角标  $s$  和  $r$  分别表示稳定(stable)和积分(ramp). 不失一般性, 假设  $y^s \in \mathcal{R}^{n_{y,s}}$ ,  $y^r \in \mathcal{R}^{n_{y,r}}$ ,  $n_{y,s} + n_{y,r} = n_y$ . 假设系统的稳态工作点为

收稿日期: 2015-10-25; 修回日期: 2016-01-24.

基金项目: 国家 863 计划项目(2014AA041802); 国家自然科学基金项目(61573269); 陕西省自然科学基金项目(2016JM6049).

作者简介: 丁宝苍(1972—), 男, 教授, 博士生导师, 从事预测控制等研究; 陈桥(1991—), 男, 硕士生, 从事系统辨识的研究.

$$\{y_{\text{eq}}, w_{\text{eq}}\} = \left\{ \begin{bmatrix} y_{\text{eq}}^s \\ y_{\text{eq}}^r \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} u_{\text{eq}} \\ d_{\text{eq}} \end{bmatrix} \right\}.$$

辨识的目的是得到在稳态工作点附近的系统的近似线性模型. 辨识中, 对积分型因变量和稳定型因变量明确地区别对待.

对于稳定型因变量, 采用如下的有限脉冲响应模型:

$$\partial y^s(k) = \sum_{l=1}^N H_l^s \partial w(k-l). \quad (1)$$

其中:  $H_l^s$  为脉冲响应系数矩阵,  $\partial y^s(k) = y^s(k) - y_{\text{eq}}^s$ ,  $\partial w(k-l) = w(k-l) - w_{\text{eq}}$ . 采用式(1)表示线性开环稳定系统的前提是  $H_l^s \approx 0, \forall l > N$ . 而  $N$  是模型时域, 故式(1)是对  $\partial y^s(k) = \sum_{l=1}^{\infty} H_l^s \partial w(k-l)$  的有效近似.

对于一阶积分型因变量, 采用如下增量形式的有限脉冲响应模型:

$$\partial(\Delta y^r(k)) = \sum_{l=1}^N \Delta H_l^r \partial w(k-l). \quad (2)$$

其中

$$\begin{aligned} \Delta H_l^r &= H_l^r - H_{l-1}^r, \\ \partial(\Delta y^r(k)) &= \Delta(\partial y^r(k)) = \Delta y^r(k), \\ \Delta y^r(k) &= y^r(k) - y^r(k-1), \\ \partial y^r(k) &= y^r(k) - y_{\text{eq}}^r. \end{aligned}$$

采用式(2)表示线性开环一阶积分对象的前提是  $\Delta H_l^r \approx 0, \forall l > N$ , 即式(2)是对  $\partial(\Delta y^r(k)) = \sum_{l=1}^{\infty} \Delta H_l^r \partial w(k-l)$  的有效近似.

采用式(1)和(2)时, 需要知道  $y_{\text{eq}}^s$  和  $w_{\text{eq}}$  (这在多数情况下并不容易), 若采用数据的增量值, 则无需知道  $y_{\text{eq}}^s$  和  $w_{\text{eq}}$ . 在式(1)和(2)的两边都乘以  $\Delta$ . 注意

$$\begin{aligned} \Delta(\partial y^s(k)) &= \Delta y^s(k), \\ \Delta(\partial w(k-l)) &= \Delta w(k-l), \\ \Delta(\partial(\Delta y(k))) &= \Delta^2 y(k). \end{aligned}$$

得到

$$\Delta y^s(k) = \sum_{l=1}^N H_l^s \Delta w(k-l), \quad (3)$$

$$\Delta^2 y^r(k) = \sum_{l=1}^N \Delta H_l^r \Delta w(k-l). \quad (4)$$

其中

$$\Delta^2 y^r(k) = y^r(k) - 2y^r(k-1) + y^r(k-2).$$

合并式(3)和(4)得到

$$\begin{bmatrix} \Delta y^s(k) \\ \Delta^2 y^r(k) \end{bmatrix} = \sum_{l=1}^N \begin{bmatrix} H_l^s \\ \Delta H_l^r \end{bmatrix} \Delta w(k-l).$$

本文的最小二乘法就是利用  $\left\{ \begin{bmatrix} \Delta y^s \\ \Delta^2 y^r \end{bmatrix}, \Delta w \right\}$  的数据集, 回归系数为  $\begin{bmatrix} H_l^s \\ \Delta H_l^r \end{bmatrix}, l \in \{1, 2, \dots, N\}$ .

记

$$H_l = \begin{bmatrix} h_{11,l} & h_{12,l} & \cdots & h_{1,n_w,l} \\ h_{21,l} & h_{22,l} & \cdots & h_{2,n_w,l} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{n_y,1,l} & h_{n_y,2,l} & \cdots & h_{n_y,n_w,l} \end{bmatrix}.$$

并非所有的独立变量与所有的因变量之间都有动态因果关系. 为了避免零参数的辨识等原因, 脉冲响应模型辨识一般采用的是多入单出的辨识模式. 将式(3)和(4)表示为

$$\begin{aligned} \Delta y_j^s(k) &= \sum_{i \in \pi_j} \sum_{l=1}^N h_{ji,l}^s \Delta w_i(k-l) = \\ & \sum_{i \in \pi_j} \vec{h}_{ji}^s \Delta \vec{w}_i(k-1), \quad j \in \{1, 2, \dots, n_{y,s}\}; \quad (5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta^2 y_j^r(k) &= \sum_{i \in \pi_j} \sum_{l=1}^N \Delta h_{ji,l}^r \Delta w_i(k-l) = \\ & \sum_{i \in \pi_j} \Delta \vec{h}_{ji}^r \Delta \vec{w}_i(k-1), \\ & j \in \{n_{y,s} + 1, n_{y,s} + 2, \dots, n_y\}. \quad (6) \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} \Delta \vec{w}_i(k-1) &= \\ & [\Delta w_i(k-1), \Delta w_i(k-2), \dots, \Delta w_i(k-N)]^T, \\ \vec{h}_{ji}^s &= [h_{ji,1}^s, h_{ji,2}^s, \dots, h_{ji,N}^s], \\ \Delta \vec{h}_{ji}^r &= [\Delta h_{ji,1}^r, \Delta h_{ji,2}^r, \dots, \Delta h_{ji,N}^r], \end{aligned}$$

$\pi_j$  表示所有与第  $j$  个因变量有动态因果关系的独立变量的指标集.

## 2 数据处理

通过过程动态测试等手段, 得到测试数据集为  $\{y(k), w(k) | k = 0, 1, 2, \dots, L\}$ , 将其写成矩阵的形式如下:

$$M_{\text{sd}} = \begin{bmatrix} y_1(0) & y_1(1) & \cdots & y_1(L) \\ y_2(0) & y_2(1) & \cdots & y_2(L) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{n_y}(0) & y_{n_y}(1) & \cdots & y_{n_y}(L) \\ w_1(0) & w_1(1) & \cdots & w_1(L) \\ w_2(0) & w_2(1) & \cdots & w_2(L) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{n_w}(0) & w_{n_w}(1) & \cdots & w_{n_w}(L) \end{bmatrix}, \quad (7)$$

矩阵中每一行为一个变量的数据序列.

### 2.1 坏数据的标识和插值

实际上,某些数据属于“坏数据”,不能用于辨识,要将其剔除或作插值处理. 首先,在矩阵  $\mathcal{M}_{sd}$  中,将坏数据改为 b (bad). 对较长时段的坏数据、采样开始和结束时段的坏数据,应该考虑剔除;对短时段的坏数据,可以作插值处理. 最简单的线性插值如下:

$$x(l) = x(t_1 - 1) + \frac{l - t_1 + 1}{t_2 - t_1 + 2} [x(t_2 + 1) - x(t_1 - 1)],$$

$$l \in \{t_1, t_1 + 1, \dots, t_2\}. \tag{8}$$

其中:  $x \in \{y_1, y_2, \dots, y_{n_y}, w_1, w_2, \dots, w_{n_w}\}$ ,  $t_1$  和  $t_2$  是关于  $x$  的坏数据的起始和终止时刻. 对于作了插值处理的数据,不再表示为 b. 对坏数据进行剔除或差值处理的算法是迭代的.

经过以上的坏数据的改值和插值,式(7)变为如下形式:

$$\mathcal{M}'_{sd} = \begin{bmatrix} y'_1(0) & y'_1(1) & \dots & y'_1(L) \\ y'_2(0) & y'_2(1) & \dots & y'_2(L) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y'_{n_y}(0) & y'_{n_y}(1) & \dots & y'_{n_y}(L) \\ w'_1(0) & w'_1(1) & \dots & w'_1(L) \\ w'_2(0) & w'_2(1) & \dots & w'_2(L) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w'_{n_w}(0) & w'_{n_w}(1) & \dots & w'_{n_w}(L) \end{bmatrix}, \tag{9}$$

其中某些数据为 b.

### 2.2 数据的平滑处理

由于数据中不可避免地存在着噪声,可作平滑处理,此处以一阶指数平滑为例加以说明. 在式(9)中,非 b 数据是分为多段的. 分别针对每段数据作平滑处理,即

$$x''_j(l) = \begin{cases} x'_j(l), & x'_j(l-1) = \text{b 或 } l = 0; \\ \alpha_{x,j} x'_j(l) + (1 - \alpha_{x,j}) x''_j(l-1), & \text{其他;} \end{cases}$$

$$j \in \{1, 2, \dots, n_x\}, x \in \{y, u, d\}. \tag{10}$$

其中  $\{\alpha_{y,j}, \alpha_{u,j}, \alpha_{d,j}\}$  为 (0, 1) 区间的平滑系数. 如果操作变量为准确的测试信号,则可不作滤波处理. 经过这样的平滑处理,式(9)变为如下的形式:

$$\mathcal{M}''_{sd} = \begin{bmatrix} y''_1(0) & y''_1(1) & \dots & y''_1(L) \\ y''_2(0) & y''_2(1) & \dots & y''_2(L) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y''_{n_y}(0) & y''_{n_y}(1) & \dots & y''_{n_y}(L) \\ w''_1(0) & w''_1(1) & \dots & w''_1(L) \\ w''_2(0) & w''_2(1) & \dots & w''_2(L) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w''_{n_w}(0) & w''_{n_w}(1) & \dots & w''_{n_w}(L) \end{bmatrix}, \tag{11}$$

其中某些数据可能为 b.

## 3 模型辨识算法

由于有些独立变量与因变量之间没有动态关系,辨识算法中采用的是案件分组的形式.

### 3.1 辨识案件分组

如果一部分因变量  $y^{(j)}$  与一部分独立变量  $w^{(j)}$  之间存在完全的动态对应关系(或不确定其中某些独立变量与因变量之间是否存在动态对应关系),则可以将  $y^{(j)}$  与  $w^{(j)}$  之间动态模型的辨识作为一个案件组,称为案件组  $j$ . 根据划分的案件组进行辨识后,如果进一步确定了某些独立变量与因变量之间不存在动态对应关系,则需要重新划分部分案件组并重新辨识. 案件组的划分在最终确定之前可能要调整多次.

### 3.2 针对稳定型因变量的案件数据准备

设  $y_j^s$  属于案件组  $j$  (请读者勿以此为一般情况),则在辨识  $y_j^s$  与  $w^{(j)}$  之间的动态关系模型时,首先构造矩阵  $\mathcal{M}_j$ .  $\mathcal{M}_j$  每一行的形式为

$$\mathcal{L}_l = [\Delta y_j^s(N+l) \quad \Delta w_i''(N+l-1)^T \Rightarrow \leftarrow \Delta w_i''(N+l-2)^T \quad \dots \quad \Delta w_i''(l)^T | i \in \pi_j].$$

其中:  $l \in \{1, 2, \dots, L-N\}$ , 下角标  $i$  在  $\mathcal{L}_l$  中的出现和排列是按照逐渐递增的方式. 如果  $\mathcal{L}_l$  的计算涉及到坏数据,则  $\mathcal{L}_l$  不置入  $\mathcal{M}_j$  中,否则在  $\mathcal{M}_j$  下面增加一行. 随着  $l \in \{1, 2, \dots, L-N\}$  每增加 1,  $\mathcal{M}_j$  或者在下面增加 1 行、或者不变. 最后得到的  $\mathcal{M}_j$  形如下式:

$$\mathcal{M}_j = [Y_j \quad \Phi_j], \tag{12}$$

其中  $Y_j$  和  $\Phi_j$  分别为  $\Delta y_j^s$  和  $\Delta w^{(j)}$  的数据形成的矩阵.

将式(5)中对应于第  $j$  个因变量的部分重写为

$$\Delta y_j^s(k) = \sum_{i \in \pi_j} [\Delta w_i(k-1) \quad \Delta w_i(k-2) \rightarrow \leftarrow \dots \quad \Delta w_i(k-N)] (\vec{h}_{ji}^s)^T, \tag{13}$$

则当模型完全准确、数据全好、没有噪声时,应满足

$$\begin{bmatrix} \Delta y_j^s(N+1) \\ \Delta y_j^s(N+2) \\ \vdots \\ \Delta y_j^s(L) \end{bmatrix} = \sum_{i \in \pi_j} \begin{bmatrix} \Delta w_i(N) \\ \Delta w_i(N+1) \\ \vdots \\ \Delta w_i(L-1) \\ \Delta w_i(N-1) \quad \dots \quad \Delta w_i(1) \\ \Delta w_i(N) \quad \dots \quad \Delta w_i(2) \\ \vdots \quad \ddots \quad \vdots \\ \Delta w_i(L-2) \quad \dots \quad \Delta w_i(L-N) \end{bmatrix} (\vec{h}_{ji}^s)^T. \tag{14}$$

可将式(14)简写成

$$\begin{aligned} \Delta y_j^s(N+1:L) = & \sum_{i \in \pi_j} [\Delta w_i(N:L-1), \Delta w_i(N-1:L-2), \\ & \dots, \Delta w_i(1:L-N)] (\vec{h}_{ji}^s)^T. \end{aligned} \quad (15)$$

由于作了坏数据的剔除、插值和数据滤波处理,不是用式(14)和(15),而是用下式作模型参数回归:

$$\begin{aligned} \Delta y_j^{rs}(\tau_0+N+2:\tau_1-1; \tau_2+N+2:\tau_3-1; \\ \dots; \tau_{2nsr}+N+2:\tau_{2nsr+1}-1) = & \sum_{i \in \pi_j} [\Delta w_i''(\tau_0+N+1:\tau_1-2; \tau_2+N+1:\tau_3-2; \\ & \dots; \tau_{2nsr}+N+1:\tau_{2nsr+1}-2), \\ \Delta w_i''(\tau_0+N:\tau_1-3; \tau_2+N:\tau_3-3; \\ & \dots; \tau_{2nsr}+N:\tau_{2nsr+1}-3), \dots, \\ \Delta w_i''(\tau_0+2:\tau_1-N-1; \tau_2+2:\tau_3-N-1; \\ & \dots; \tau_{2nsr}+2:\tau_{2nsr+1}-N-1)] (\vec{h}_{ji}^r)^T. \end{aligned} \quad (16)$$

其中  $\tau_i (i \in \{0, 1, \dots, 2nsr+1\})$  为整数, 下角标  $nsr$  为“number of sections removed”的缩写)表示被剔除的坏数据段的起始或终止时刻。

### 3.3 针对积分型因变量的数据准备

设  $y_j^r$  属于案件组  $j$ , 则在辨识  $y_j^r$  与  $w^{(j)}$  之间的动态关系模型时, 首先构造矩阵  $\mathcal{M}_j$ .  $\mathcal{M}_j$  每一行的形式为

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_l = & [\Delta^2 y_j^{rr}(N+l) \quad \Delta w_i''(N+l-1)^T \Rightarrow \\ & \Leftarrow \Delta w_i''(N+l-2)^T \quad \dots \quad \Delta w_i''(l)^T | i \in \pi_j]. \end{aligned}$$

其中:  $l \in \{2, 3, \dots, L-N\}$ , 下角标  $i$  在  $\mathcal{L}_l$  中的出现和排列是按照逐渐递增的方式. 如果  $\mathcal{L}_l$  的计算涉及到坏数据, 则  $\mathcal{L}_l$  不置入  $\mathcal{M}_j$  中, 否则在  $\mathcal{M}_j$  下面增加一行. 随着  $l \in \{2, 3, \dots, L-N\}$  每增加 1,  $\mathcal{M}_j$  或者在下面增加 1 行、或者不变. 最后得到的  $\mathcal{M}_j$  形如下式:

$$\mathcal{M}_j = [Y_j \quad \Phi_j], \quad (17)$$

其中  $Y_j$  和  $\Phi_j$  分别为  $\Delta^2 y_j^r$  和  $\Delta w^{(j)}$  的数据形成的矩阵.

将式(6)中对应于第  $j$  个因变量的部分重写为

$$\begin{aligned} \Delta^2 y_j^r(k) = & \sum_{i \in \pi_j} [\Delta w_i(k-1) \quad \Delta w_i(k-2) \Rightarrow \\ & \Leftarrow \dots \quad \Delta w_i(k-N)] (\Delta \vec{h}_{ji}^r)^T, \end{aligned} \quad (18)$$

则当模型完全准确、数据全好、没有噪声时, 应该满足

$$\begin{bmatrix} \Delta^2 y_j^r(N+2) \\ \Delta^2 y_j^r(N+3) \\ \vdots \\ \Delta^2 y_j^r(L) \end{bmatrix} =$$

$$\sum_{i \in \pi_j} \begin{bmatrix} \Delta w_i(N+1) \\ \Delta w_i(N+2) \\ \vdots \\ \Delta w_i(L-1) \\ \Delta w_i(N) \quad \dots \quad \Delta w_i(2) \\ \Delta w_i(N+1) \quad \dots \quad \Delta w_i(3) \\ \vdots \quad \ddots \quad \vdots \\ \Delta w_i(L-2) \quad \dots \quad \Delta w_i(L-N) \end{bmatrix} (\Delta \vec{h}_{ji}^r)^T. \quad (19)$$

可将式(19)简写成如下形式:

$$\begin{aligned} \Delta^2 y_j^r(N+2:L) = & \sum_{i \in \pi_j} [\Delta w_i(N+1:L-1), \Delta w_i(N:L-2), \\ & \dots, \Delta w_i(2:L-N)] (\Delta \vec{h}_{ji}^r)^T. \end{aligned} \quad (20)$$

由于作了坏数据的剔除、插值和数据滤波处理, 不是用式(19)和(20), 而是用下式作模型参数回归:

$$\begin{aligned} \Delta^2 y_j^{rr}(\tau_0+N+3:\tau_1-1; \tau_2+N+3:\tau_3-1; \\ \dots; \tau_{2nsr}+N+3:\tau_{2nsr+1}-1) = & \sum_{i \in \pi_j} [\Delta w_i''(\tau_0+N+2:\tau_1-2; \tau_2+N+2:\tau_3-2; \\ & \dots; \tau_{2nsr}+N+2:\tau_{2nsr+1}-2), \\ \Delta w_i''(\tau_0+N+1:\tau_1-3; \tau_2+N+1:\tau_3-3; \\ & \dots; \tau_{2nsr}+N+1:\tau_{2nsr+1}-3), \dots, \\ \Delta w_i''(\tau_0+3:\tau_1-N-1; \tau_2+3:\tau_3-N-1; \\ & \dots; \tau_{2nsr}+3:\tau_{2nsr+1}-N-1)] (\Delta \vec{h}_{ji}^r)^T. \end{aligned} \quad (21)$$

### 3.4 参数回归的最小二乘解

将式(16)或者(21)简记为

$$Y_j = \Phi_j \theta_j, \quad (22)$$

其中  $\theta_j$  由待辨识参数组成, 即  $\theta_j^T = [(\vec{h}_{ji}^s)^T | i \in \pi_j]$  或  $\theta_j^T = [(\Delta \vec{h}_{ji}^r)^T | i \in \pi_j]$ . 在  $\theta_j$  中,  $i$  的出现和排列是按照逐渐递增的方式.

实际上, 由于数据中含有噪声(对数据滤波也不能完全消除噪声影响)、模型有截断误差和不可避免的非线性、时变特性等, 式(22)是不能严格满足的. 引入残差序列  $\{\varepsilon_j(k)\}$ , 将式(22)改写为

$$Y_j = \Phi_j \hat{\theta}_j + \tilde{\varepsilon}_j. \quad (23)$$

其中:  $\hat{\theta}_j$  为  $\theta_j$  的估计值,  $\tilde{\varepsilon}_j$  为残差序列组成的向量.

一般来说, 参数估计的准则是最小化

$$J = \tilde{\varepsilon}_j^T \tilde{\varepsilon}_j + \mu \hat{\theta}_j^T \Pi \hat{\theta}_j. \quad (24)$$

其中:  $\mu \geq 0$  为平滑因子,  $\Pi \geq 0$  有多种选择方法. 当希望惩罚脉冲响应的变化速度, 且希望越接近稳态参数变化越小时, 可以取(参见文献[9])

$$\begin{aligned} \Pi &= \Gamma^T \Lambda \Gamma, \\ \Gamma &= \text{diag}\{\Gamma_i | i \in \pi_j\}, \end{aligned}$$

$$A = \text{diag}\{A_i | i \in \pi_j\},$$

$$F_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ -1 & 1 & 0 & \ddots & \vdots \\ 0 & -1 & 1 & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix},$$

$$A_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & N \end{bmatrix}.$$

最小化  $J$  相当于求如下关于  $\hat{\theta}_j$  的线性方程组的最小二乘解:

$$\begin{bmatrix} \Phi_j \\ \mu^{1/2} \Pi^{1/2} \end{bmatrix} \hat{\theta}_j = \begin{bmatrix} Y_j \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (25)$$

该最小二乘解为

$$\hat{\theta}_j = (\Phi_j^T \Phi_j + \mu \Pi)^{-1} \Phi_j^T Y_j. \quad (26)$$

### 3.5 用 SVD 分解得到参数估计的最小二乘解

一般来说, 对  $\begin{bmatrix} \Phi_j \\ \mu^{1/2} \Pi^{1/2} \end{bmatrix}$  进行 SVD 分解, 将得到

$$\begin{bmatrix} \Phi_j \\ \mu^{1/2} \Pi^{1/2} \end{bmatrix} = Q_j \begin{bmatrix} V_{j,1} \\ 0 \end{bmatrix} R_j,$$

其中  $V_{j,1}$  为对角非奇异方阵. 在式 (25) 两边都左乘  $Q_j^T$ , 得到

$$\begin{bmatrix} V_{j,1} \\ 0 \end{bmatrix} R_j \hat{\theta}_j = \begin{bmatrix} Y_{j,1} \\ Y_{j,2} \end{bmatrix}, \quad (27)$$

其中

$$Q_j^T \begin{bmatrix} Y_j \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{j,1} \\ Y_{j,2} \end{bmatrix}.$$

在最小化式 (24) 的意义下, 得到最小二乘解为

$$\hat{\theta}_j = R_j^T V_{j,1}^{-1} Y_{j,1}. \quad (28)$$

由于  $V_{j,1}$  为对角非奇异方阵, 其逆是可以非常容易求解的.

### 3.6 脉冲响应系数的滤波

对于积分型因变量,  $\hat{h}_{ji,l} = \sum_{l'=1}^l \Delta h_{ji,l'}$ . 在得到  $\hat{h}_{ji,l}$  的值后, 要对这些系数作滤波处理. 以一阶指数平滑为例, 得到在控制中采用的阶跃响应系数如下:

$$h_{ji,l} = \begin{cases} \hat{h}_{ji,l}, & l = 1; \\ \alpha \hat{h}_{ji,l} + (1 - \alpha) h_{ji,l-1}, & l > 1; \end{cases} \quad (29)$$

$$s_{ji,l} = \sum_{l'=1}^l h_{ji,l'}. \quad (30)$$

## 4 辨识算例研究

独立变量包括操作变量 (MV) 和干扰变量 (FF).

考虑 MV 通道传递函数  $G^u(s) = \begin{bmatrix} G_a^u(s) & G_b^u(s) \\ 0 & G_c^u(s) \end{bmatrix}$  和

FF 通道传递函数  $G^d(s) = [G_a^d(s), G_b^d(s)]^T$ . 其中

$$G_a^u(s) = \begin{bmatrix} \frac{4.05}{50s+1} & \frac{5.39}{50s+1} & \frac{6.88}{50s+1} & \frac{5.82}{50s+1} \\ \frac{1.77e^{-27s}}{60s+1} & \frac{2.49}{30s+1} & \frac{2.88e^{-18s}}{40s+1} & \frac{5.88}{50s+1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{3.57}{s(20s+1)} & \frac{6.91}{s(40s+1)} & \frac{2.09}{s(55s+1)} & \frac{4.23}{s(22s+1)} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{5.88}{s(50s+1)} & \frac{5.72}{s(60s+1)} & \frac{2.54}{s(27s+1)} & \frac{2.38}{s(19s+1)} \end{bmatrix},$$

$$G_b^u(s) = \begin{bmatrix} \frac{5.88}{30s+1} & \frac{7.82}{60s+1} & \frac{5.88}{50s+1} & \frac{4.88}{20s+1} \\ \frac{4.88}{40s+1} & \frac{4.83}{50s+1} & \frac{5.38}{40s+1} & \frac{6.29}{15s+1} \\ \frac{7.91}{19s+1} & \frac{5.59}{44s+1} & \frac{3.58}{55s+1} & \frac{4.28}{35s+1} \\ \frac{8.53}{s(50s+1)} & \frac{2.38e^{-15s}}{s(19s+1)} & \frac{4.26}{s(22s+1)} & \frac{4.85}{s(30s+1)} \\ \frac{4.23}{15s+1} & \frac{7.62}{60s+1} & \frac{5.88}{25s+1} & \frac{7.53}{60s+1} \\ \frac{8.26}{s(60s+1)} & \frac{2.54}{s(27s+1)} & \frac{4.56}{s(20s+1)} & \frac{8.36}{s(22s+1)} \end{bmatrix},$$

$$G_c^u(s) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{7.18}{55s+1} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{7.15}{40s+1} \\ \frac{4.42}{15s+1} & \frac{4.23}{19s+1} & \frac{6.24}{34s+1} & \frac{4.26}{34s+1} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{s(55s+1)} \end{bmatrix},$$

$$G_a^d(s) = \begin{bmatrix} \frac{3.18}{32s+1} & \frac{7.35}{26s+1} & \frac{4.28}{34s+1} \\ \frac{5.28}{28s+1} & \frac{7.35}{19s+1} & \frac{1.35}{20s+1} \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\Leftarrow \begin{bmatrix} \frac{8.53}{s(50s+1)} & \frac{4.65}{40s+1} & \frac{2.65}{s(30s+1)} \\ \frac{4.59}{s(26s+1)} & \frac{7.26}{50s+1} & \frac{7.53e^{-22s}}{s(50s+1)} \end{bmatrix},$$

$$G_b^d(s) = \begin{bmatrix} \frac{6.54}{40s+1} & \frac{4.28}{26s+1} & \frac{9.26}{50s+1} & \frac{5.84}{s(26s+1)} \\ \frac{5.36}{20s+1} & \frac{7.53e^{-23s}}{50s+1} & \frac{9.26}{26s+1} & \frac{4.26}{s(60s+1)} \end{bmatrix}.$$

第 1、2、4 和 6 个因变量与第 1~8 个 MV 之间存在动态关系, 第 3、5 和 9 个因变量与第 5~8 个 MV 之间存在动态关系, 第 7、8 和 10 个因变量与第 8 个 MV 之间存在动态关系. 由干扰模型可知, 系统的所有 10 个 DV 与 2 个 FF 之间都存在动态关系. 一共分 3 组进行辨识. 系统第 4、6 和 10 个因变量为积分型因变量.

MV 测试信号为低通广义二进制噪声 (GBN) 信号<sup>[10]</sup>, 采用并行测试. 给定 GBN 信号的转换概率为 1/10, 幅值为 1, 共产生 8 个 (8 个操作变量) 互不相关的 GBN 信号, 数据个数  $L = 3000$ . FF 取方差为 0.25 的高斯白噪声序列. 设置采样时间为  $T_s = 4$ . 通过 Matlab Simulink 模块搭建仿真模型, 运行得到系统的

真实因变量数据.

取模型时域  $N = 90$ , 平滑系数  $\alpha_{y,j} = \alpha_{u,j} = \alpha_{d,j} = 1$  和平滑因子  $\mu = 5$ , 用本文的辨识算法得到阶跃响应系数, 3 组阶跃响应曲线分别如图 1~图 3 所示, 其中 unpenal、penal 和 real 分别表示  $\mu = 0$ 、 $\mu = 5$  时的辨识结果和真实曲线.

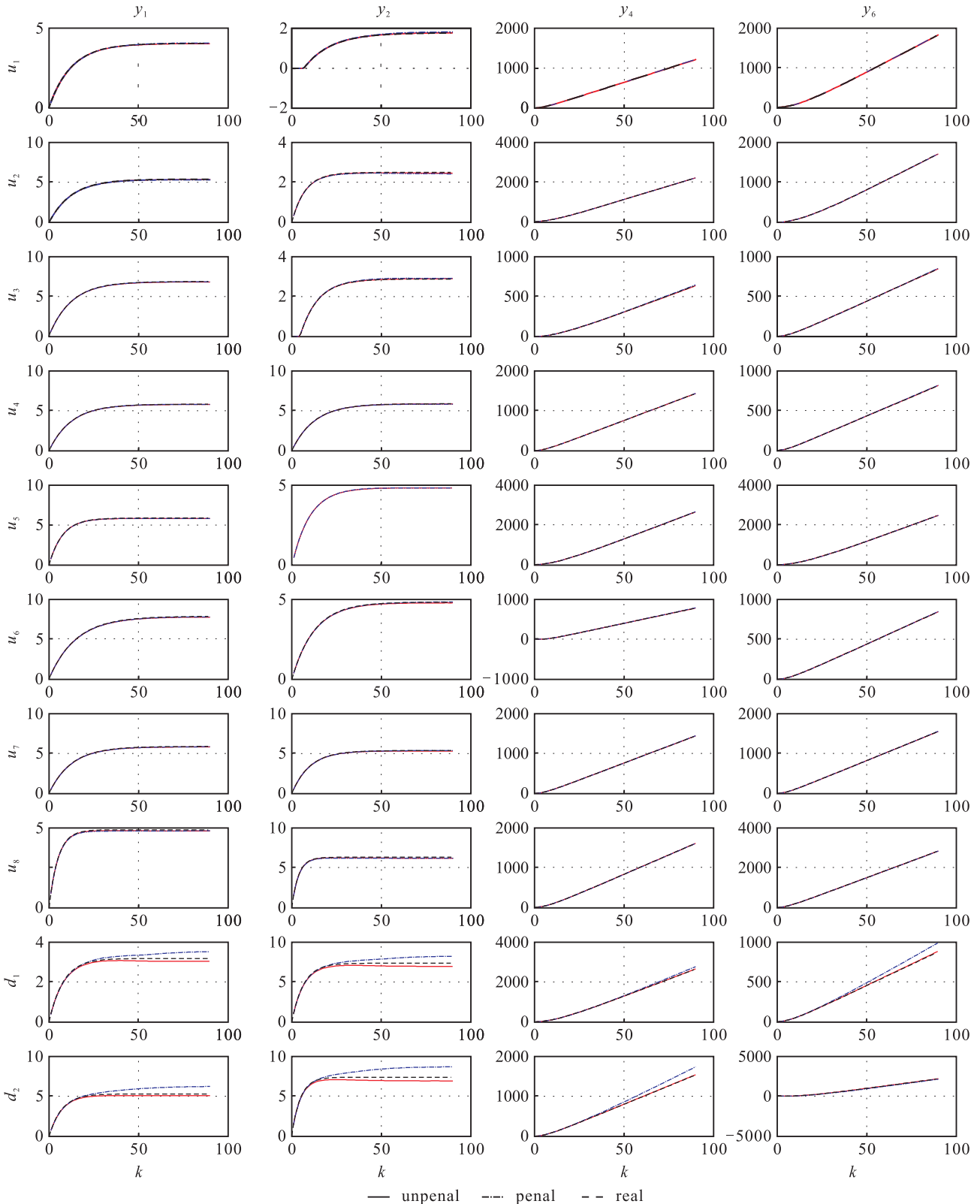


图 1 第 1 组辨识结果

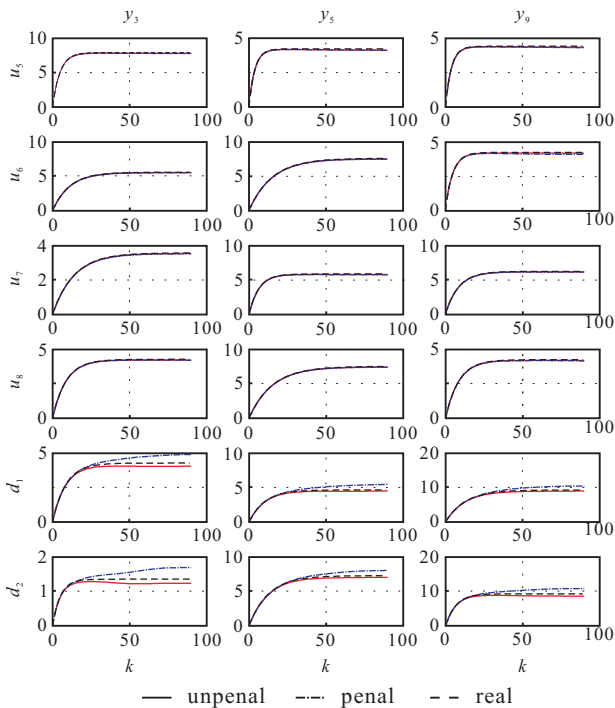


图2 第2组辨识结果

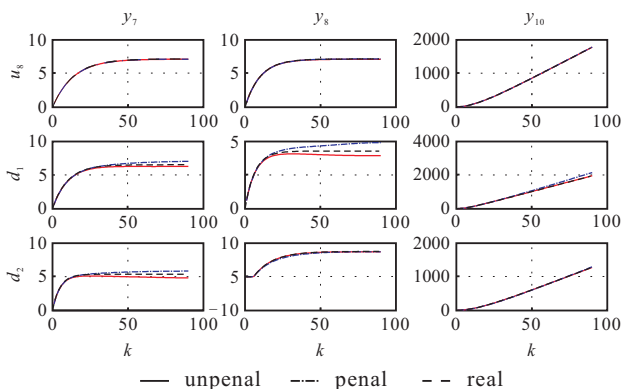


图3 第3组辨识结果

## 5 结论

本文研究了有限脉冲响应模型的辨识算法,该算法已经软件化,并融入到预测控制软件中.与已有文献相比,本文算法将稳定型因变量和积分型因变量统一处理,采用增量数据和增量算法,特别适合工程实现.在时滞、稳态增益已知的前提下的辨识算法以及静态非线性的处理算法等将在以后的论文中进一步讨论.

## 参考文献(References)

- [1] Maciejowski J M. Predictive control with constraints[M]. Upper Saddle River: Prentice Hall, 2002: 1-352.
- [2] Qin S J, Badgwell T A. A survey of industrial model predictive control technology[J]. Control Engineering Practice, 2003, 11(7): 733-764.
- [3] 席裕庚. 预测控制[M]. 北京: 国防工业出版社, 1993: 1-211.  
(Xi Y G. Predictive control[M]. Beijing: National Defence Press, 1993: 1-211.)
- [4] 席裕庚. 预测控制[M]. 第2版. 北京: 国防工业出版社, 2013: 1-287.  
(Xi Y G. Predictive control[M]. 2nd ed. Beijing: National Defence Press, 1993: 1-287.)
- [5] Ljung L, Yuan Z D. Asymptotic properties of black-box identification of transfer functions[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1985, 30(6): 514-530.
- [6] Ricker N L. The use of biased least-squares estimators for parameters in discrete-time pulse-response models[J]. Industrial & Engineering Chemistry Research, 1988, 27(2): 343-350.
- [7] Wise B M, Ricker N L. Identification of finite impulse response models with continuum regression[J]. J of Chemometrics, 1993, 7(1): 1-14.
- [8] 李世卿, 丁宝苍. 基于动态矩阵控制的双层结构预测控制的整体解决方案[J]. 自动化学报, 2015, 41(11): 1857-1866.  
(Li S Q, Ding B C. An overall solution to double-layered model predictive control based on dynamic matrix control[J]. Acta Automatica Sinica, 2015, 41(11): 1857-1866.)
- [9] Dayal B S, MacGregor J F. Identification of finite impulse response models: Methods and robustness issues[J]. Industrial & Engineering Chemistry Research, 1996, 35(11): 4078-4090.
- [10] Zhu Y C. Multivariable system identification for process control[M]. Amsterdam: Elsevier Science & Technology Books, 2001: 31-64.

(责任编辑: 齐 霖)