

## 灰色预测中缓冲算子的组合性质及应用

刘松<sup>1</sup>, 李平<sup>1,2</sup>

(1. 西北工业大学 自动化学院, 西安 710129; 2. 辽宁石油化工大学 信息与控制学院, 辽宁 抚顺 113000)

**摘要:** 通过研究同性缓冲算子作用样本数据序列所得灰色预测模型的预测精度问题, 发现同类缓冲算子对于相同样本数据序列的预测值一致, 对于具体预测问题, 某个缓冲算子在此类问题中有效, 用到另一类问题上可能失效. 为此, 提出一种同性缓冲算子的组方法, 通过对同性缓冲算子的有效组合可以得到一种新的缓冲算子, 该缓冲算子不但能够提高模型的预测精度, 而且可以扩大缓冲算子的适用范围. 实例验证表明, 所提出的组方法是有价值的.

**关键词:** 缓冲算子; 同性缓冲算子; 组合缓冲算子; 预测精度

中图分类号: TP273

文献标志码: A

## Properties and applications of combined buffer operators in grey prediction

LIU Song<sup>1</sup>, LI Ping<sup>1,2</sup>

(1. School of Automation, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710129, China; 2. School of Information and Control, Liaoning Shihua University, Fushun 113000, China. Correspondent: LIU Song, E-mail: aljetol@163.com)

**Abstract:** By studying the prediction accuracy of the grey prediction model through the same type of buffer operator, it is found that the predict result of the same buffer operator is very different in the same sample data sequence. For the specific prediction problem, a buffer operator is effective in this kind of problem, but ineffective in another. Therefore, a new method is proposed to improve the prediction accuracy of the grey model, and the application range of the buffer operator can be expanded by using the combination method of the same type of buffer operator. Examples are given to illustrate that the proposed method is valuable.

**Keywords:** buffer operator; same type of buffer operator; combined buffer operator; prediction accuracy

### 0 引言

灰色预测技术是通过对样本序列数据的整理和建立灰色预测模型, 以挖掘系统的发展变化规律, 从而定量预测系统未来发展状态, 为下一步的决策提供技术支持的一门技术. 自邓聚龙提出灰色理论以来, 灰色预测技术已在社会、经济、管理、工程技术等众多领域得到了广泛应用, 成功地解决了生产、科研、管理中大量的预测问题. 灰色预测技术与其他预测技术比较, 本质不同的地方在于对样本序列数据的处理方法. 它通过对样本序列数据进行一系列缓冲运算, 以发现隐藏在样本数据中系统动态行为的规律性. 一个平稳运行的动态系统, 其行为是不难预测的, 如果该动态系统受到某种不确定因素干扰后, 则可能使得定量预测的结果与人们的直观判断有很大出入. 如何

排除干扰的影响, 恢复系统行为本身的真实变化规律, 是缓冲算子理论要解决的重要问题.

自Liu等<sup>[1]</sup>建立了基于缓冲算子理论的公理化方法, 证明了部分弱化、强化缓冲算子的性质后, 大量的文献主要从两个方面较为充分地研究了缓冲算子: 构建特殊的缓冲算子和利用缓冲算子解决实际预测问题. 文献[1]采用对样本序列作滑动平均来构造实用的缓冲算子, 并用实例验证了这些缓冲算子所建模型可有效地进行预测. 文献[2-4]所构造的二阶弱化缓冲算子能有效预测我国反倾销立案数量等. 文献[5-7]利用加权平均方法构造缓冲算子, 研究了所构造缓冲算子之间的关系. 文献[8]根据时间序列发展速度的思想, 构造了一类强化缓冲算子. 文献[9-10]构造的若干缓冲算子对所举预测实例是有效的. 文献

收稿日期: 2015-11-12; 修回日期: 2016-04-06.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61403309).

作者简介: 刘松(1978—), 男, 博士生, 从事系统工程、智能计算的研究; 李平(1964—), 男, 教授, 博士生导师, 从事过程控制与智能控制等研究.

[11] 通过单调函数方法构造缓冲算子. 文献 [12] 指明指数型强化缓冲算子对后半段增长缓慢的样本序列特别有效. 文献 [13] 利用反向累积方法构造的强化缓冲算子具有更一般的意义, 并证明了党氏强化缓冲算子是其特例. 文献 [14] 提供了对不等间距的样本序列进行缓冲算子计算的一种思路. 文献 [15] 应用数据融合结合缓冲算子很好地解决了随机振荡型多目标雷达跟踪问题, 这为组合利用缓冲算子与其他数据处理技术提供了一个有价值的示例. 文献 [16] 提供了基于发展速度的缓冲算子. 文献 [17] 构造了大量指数型、对数型和变权缓冲算子.

综合现有的研究文献可见, 缓冲算子理论的研究主要集中在针对实际应用问题构造新的缓冲算子. 然而, 对不同的问题单纯地采用某一种缓冲算子技术, 或者同一个预测问题用不同的缓冲算子, 其预测结果的差异有时会非常大, 将各种不同的缓冲算子有效地综合利用以提高模型的预测精度是很有意义的. 本文研究同性缓冲算子的综合利用问题, 证明同性缓冲算子的组合性质, 为缓冲算子的选择和综合提供一个理论基础, 并通过具体实例验证所提出理论的正确性.

### 1 缓冲算子基本理论

#### 1.1 缓冲算子基本概念

公理 1 设  $X^{(0)}$  为系统的样本序列, 若  $D$  满足

$$X^{(0)}(n)D = X^{(0)}(n), \tag{1}$$

则  $D$  为序列  $X^{(0)}$  的一个算子.

公理 2 算子应充分利用系统样本序列  $X^{(0)}$  中每一个数据  $x^{(0)}(k)$ ,  $k = 1, 2, \dots, n$ .

公理 3 任意  $x^{(0)}(k)d$  ( $k = 1, 2, \dots, n$ ) 都可由统一的初等解析式表达.

定义 1<sup>[1]</sup> 满足公理 1~公理 3 的序列算子为缓冲算子.

定义 2<sup>[1]</sup> 对系统样本序列  $X^{(0)}$  用缓冲算子  $D$  作缓冲运算, 有:

1) 若  $X^{(0)}D$  较  $X^{(0)}$  的变化速度减弱或振幅变小, 则称缓冲算子  $D$  为  $X^{(0)}$  的弱化算子;

2) 若  $X^{(0)}D$  较  $X^{(0)}$  的变化速度增强或振幅变大, 则称缓冲算子  $D$  为  $X^{(0)}$  的强化算子.

#### 1.2 缓冲算子的基本性质

定理 1<sup>[1]</sup> 设  $X^{(0)}$  为单调增长序列,  $X^{(0)}D$  为缓冲序列, 有:

1)  $D$  为弱化算子  $\Leftrightarrow x^{(0)}(k) \leq x^{(0)}(k)d$ ,  $k = 1, 2, \dots, n$ ;

2)  $D$  为强化算子  $\Leftrightarrow x^{(0)}(k) \geq x^{(0)}(k)d$ ,  $k = 1, 2, \dots, n$ .

定理 2<sup>[1]</sup> 设  $X^{(0)}$  为单调递减序列,  $X^{(0)}D$  为缓

冲序列, 有:

1)  $D$  为强化算子  $\Leftrightarrow x^{(0)}(k) \leq x^{(0)}(k)d$ ,  $k = 1, 2, \dots, n$ ;

2)  $D$  为弱化算子  $\Leftrightarrow x^{(0)}(k) \geq x^{(0)}(k)d$ ,  $k = 1, 2, \dots, n$ .

定理 3<sup>[1]</sup> 设  $X^{(0)}$  为单调增长序列,  $X^{(0)}D$  为缓冲序列, 有:

1) 若  $D$  为弱化算子, 则

$$\max_{1 \leq k \leq n} \{x^{(0)}(k)\} \geq \max_{1 \leq k \leq n} \{x^{(0)}(k)d\}, \quad k = 1, 2, \dots, n;$$

$$\min_{1 \leq k \leq n} \{x^{(0)}(k)\} \leq \min_{1 \leq k \leq n} \{x^{(0)}(k)d\}, \quad k = 1, 2, \dots, n.$$

2) 若  $D$  为强化算子, 则

$$\max_{1 \leq k \leq n} \{x^{(0)}(k)\} \leq \max_{1 \leq k \leq n} \{x^{(0)}(k)d\}, \quad k = 1, 2, \dots, n;$$

$$\min_{1 \leq k \leq n} \{x^{(0)}(k)\} \geq \min_{1 \leq k \leq n} \{x^{(0)}(k)d\}, \quad k = 1, 2, \dots, n.$$

## 2 缓冲算子的组合性质

定义 3 称  $D_1, D_2, \dots, D_m$  为同性缓冲算子, 即  $D_1, D_2, \dots, D_m$  或同为弱化算子, 或同为强化算子.

定理 4 设  $X^{(0)}$  为样本序列,  $D_1, D_2, \dots, D_m$  为其序列缓冲算子, 则下式仍为缓冲算子:

$$D = \frac{w_1 D_1 + w_2 D_2 + \dots + w_m D_m}{w_1 + w_2 + \dots + w_m}, \tag{2}$$

其中  $w_i$  是不全为 0 的实数. 若  $D_1, D_2, \dots, D_m$  为同性算子, 则算子  $D$  与  $D_i$  同性.

证明 根据缓冲算子定义, 只需验证算子  $D$  是否满足公理 1~公理 3 即可. 显而易见, 算子  $D$  满足公理 2 和公理 3. 根据缓冲算子定义, 有

$$w_i x^{(0)}(n) = w_i x^{(0)}(n) d_i,$$

进而有

$$x^{(0)}(n) d = \frac{\sum_{i=0}^m w_i x^{(0)}(n) d_i}{\sum_{i=0}^m w_i} = \frac{x^{(0)}(n) \sum_{i=0}^m w_i}{\sum_{i=0}^m w_i} = x^{(0)}(n),$$

满足公理 1, 算子  $D$  为缓冲算子.

再证  $D$  算子与  $D_i$  同性. 不失一般性, 令  $w_1, w_2 \neq 0, w_i = 0$  ( $i = 3, 4, \dots, m$ ),  $D_1, D_2$  同为弱化缓冲算子,  $X^{(0)}$  为单增序列, 有

$$w_1 x^{(0)}(k) \leq w_1 x^{(0)}(k) d_1, \quad w_2 x^{(0)}(k) \leq w_2 x^{(0)}(k) d_2,$$

$$x^{(0)}(k) d = \frac{w_1 x^{(0)}(k) d_1 + w_2 x^{(0)}(k) d_2}{w_1 + w_2} \geq$$

$$\frac{w_1 x^{(0)}(k) + w_2 x^{(0)}(k)}{w_1 + w_2} = x^{(0)}.$$

同理,  $D_1, D_2$  同为强化缓冲算子,  $X^{(0)}$  为单减序列或振荡序列.  $\square$

定理 4 表明, 对于一组缓冲算子生成的序列, 其加权算术平均序列仍为缓冲算子生成序列, 即被不同

缓冲算子作用的缓冲生成序列经加权算术平均运算不改变序列是缓冲的这一性质.

**推论 1** 设  $X^{(0)}$  为样本序列,  $D_1, D_2, \dots, D_m$  为其序列缓冲算子, 则下式仍为缓冲算子:

$$D = \frac{D_1 + D_2 + \dots + D_m}{m}. \quad (3)$$

令定理 4 中所有  $w_i = 1$  即可证明推论 1 成立, 此略.

**定理 5** 设  $X^{(0)}$  为样本序列,  $D_1, D_2, \dots, D_m$  为其序列缓冲算子, 则下式仍为缓冲算子:

$$D = \left( \prod_{i=1}^m D_i^{p_i} \right)^{\frac{1}{m}}, \quad (4)$$

其中  $p_i$  为正整数. 若  $D_1, D_2, \dots, D_m$  为同性算子, 则算子  $D$  与  $D_i$  同性.

**证明**  $D$  满足公理 2 和公理 3, 只需证明  $D$  满足公理 1 即可. 因为

$$x^{(0)}(n)D_i^{p_i} = x^{(0)}(n)D_i^{p_i-1} = \dots = x^{(0)}(n)D_i = x^{(0)}(n),$$

有

$$x^{(0)}(n)D = \left( \prod_{i=1}^m x^{(0)}(n)D_i^{p_i} \right)^{\frac{1}{m}} = \left( \prod_{i=1}^m x^{(0)}(n) \right)^{\frac{1}{m}} = x^{(0)}(n).$$

再证  $D$  算子与  $D_i$  同性. 不失一般性, 令  $p_1, p_2 \neq 0$ ,  $p_i = 0$  ( $i = 3, 4, \dots, m$ ),  $D_1, D_2$  同为弱化缓冲算子,  $X^{(0)}$  为单增序列, 有

$$\begin{aligned} w_1 x^{(0)}(k) &\leq w_1 x^{(0)}(k) d_1, \quad w_2 x^{(0)}(k) \leq w_2 x^{(0)}(k) d_2, \\ x^{(0)}(k) d &= (x^{(0)}(k) d_1^{p_1} \times x^{(0)}(k) d_2^{p_2})^{\frac{1}{2}} \geq \\ &(x^{(0)}(k) \times x^{(0)}(k))^{\frac{1}{2}} = x^{(0)}(k). \end{aligned}$$

同理,  $D_1, D_2$  同为强化缓冲算子,  $X^{(0)}$  为单减序列或振荡序列.  $\square$

**定理 6** 设  $X^{(0)}$  为样本序列,  $D_{11}, D_{12}, \dots, D_{1n}, D_{21}, D_{22}, \dots, D_{2n}, \dots, D_{m1}, D_{m2}, \dots, D_{mn}$  为其序列缓冲算子, 则下式仍为缓冲算子:

$$D = \left( \prod_{i=1}^m \left( \sum_{j=1}^n w_{ij} D_{ij} / \sum_{j=1}^n w_{ij} \right)_i^{p_i} \right)^{\frac{1}{m}}, \quad (5)$$

其中  $p_i$  为正整数. 若  $D_{11}, D_{12}, \dots, D_{1n}, D_{21}, D_{22}, \dots, D_{2n}, \dots, D_{m1}, D_{m2}, \dots, D_{mn}$  为同性算子, 则算子  $D$  与  $D_{ij}$  同性.

**证明** 由定理 4 可得

$$D_i = \sum_{j=0}^n w_{ij} d_{ij} / \sum_{j=0}^n w_{ij}$$

为缓冲算子, 且  $D_i$  与  $D_{ij}$  同性.

由定理 5 可得

$$D = \left( \prod_{i=1}^m \left( \sum_{j=1}^n w_{ij} D_{ij} / \sum_{j=1}^n w_{ij} \right)_i^{p_i} \right)^{\frac{1}{m}}$$

仍为缓冲算子, 且  $D$  与  $D_{ij}$  同性.  $\square$

定理 4~定理 6 为构造新的缓冲算子提供了一个理论基础. 如果选择一组缓冲算子, 缓冲样本序列后的分布都不够理想, 则可以用该组缓冲算子组合出新的缓冲算子, 以得到分布比较理想的缓冲序列.

### 3 缓冲算子的选择和生成

选择缓冲算子的基本结论: 设样本序列是单增的, 若序列变化曲线呈正加速变化态势, 则可用强化缓冲算子作用该序列使其变得相对平缓, 反之则用弱化缓冲算子. 若样本序列是单减的, 则选择缓冲算子的方法正好相反. 总之, 利用缓冲算子作用于样本序列, 使所得序列具有良好的分布, 即满足指数分布律.

在对同一样本序列进行缓冲运算的过程中, 一般选择同性缓冲算子进行计算以得到缓冲序列. 若用这些缓冲序列所作预测的精度不能令人满意, 则可以考虑利用定理 6 缓冲算子的组合性质生成新的缓冲算子来提高预测精度. 所谓不满意, 是指预测相对误差大于预设的相对误差限, 或预测值超出该方面预测专家所估计的预测区间.

利用定理 6 的关键是对权系数  $w$  的选取. 利用缓冲算子是为了提高预测精度, 评判预测精度的一个基本标准是预测的相对误差百分比, 且预测是面向未来的, 所以, 重视近期的相对误差而淡化前期的相对误差, 这为选择权系数  $w$  提供了一个基本思路.

对序列  $X^{(0)}$ , 分别用  $m$  个同性缓冲算子  $D_1, D_2, \dots, D_m$  作用于其上得到预测模型, 设预测精度为  $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_m$ , 如果对所得的预测精度都不满意, 则可取权重因子  $w_1, w_2, \dots, w_m$ , 使得

$$\sum_{i=1}^m w_i \delta_i \rightarrow \min, \quad (6)$$

其中精度高的选取的权重要大一些.

下面给出几个常用的缓冲算子<sup>[17]</sup>用于实例分析:

1)  $XD_1 = (x(1)d_1, x(2)d_1, \dots, x(n)d_1)$ . 其中:  $x(k)d_1 = x(k)e^{\frac{x(n)-x(k)}{x(k)}}$ ,  $D_1$  为指数型弱化缓冲算子.

2)  $XD_2 = (x(1)d_2, x(2)d_2, \dots, x(n)d_2)$ . 其中:  $x(k)d_2 = x(k)e^{\frac{(x(k)x(n))^{\frac{1}{2}}-x(k)}{x(k)}}$ ,  $D_2$  为指数型弱化缓冲算子.

3)  $XD_3 = (x(1)d_3, x(2)d_3, \dots, x(n)d_3)$ . 其中:  $x(k)d_3 = x(k)e^{\frac{\sum_{i=k}^n x(i) - \frac{n-k+1}{n-k+1}x(k)}{x(k)}}$ ,  $D_3$  为指数型弱化缓冲算子.

4)  $XD_4 = (x(1)d_4, x(2)d_4, \dots, x(n)d_4)$ . 其中:  $x(k)d_4 = x(k) \log \left( \frac{x(k)}{x(n)} + m - 1 \right)$ ,  $D_4$  为对数型强化缓冲算子.

5)  $XD_5 = (x(1)d_5, x(2)d_5, \dots, x(n)d_5)$ . 其中:  $x(k)d_5 = x(k) + \ln \frac{x(k)}{x(n)}$ ,  $D_5$  为对数型强化缓冲算子.

$$6) XD_6 = (x(1)d_6, x(2)d_6, \dots, x(n)d_6). \text{ 其中: } x(k)d_6 = x(k) \frac{(n-k+1) \ln x(k)}{\ln \left( \prod_{i=k}^n x(i) \right)}$$

缓冲算子.

## 4 实例分析

### 4.1 实例 1

采用某市 2008~2012 年全社会用电量数据为例, 验证指数型弱化缓冲算子组合构造问题, 见表 1.

表 1 某市 2008 年~2012 年全社会用电量

指标	年份				
	2008	2009	2010	2011	2012
用电量/亿 kWh	879.45	963.55	1024.63	1079.96	1095.84
增长率/%	—	9.56	6.34	5.40	1.47

由表 1 可知, 全社会用电量增长率分别为 9.56%、6.34%、5.40%、1.47%, 逐渐递减, 且其增长率的变化率为负. 利用表 1 样本序列直接建模(记为  $\hat{X}$ ), 分别采用弱化缓冲算子  $D_1, D_2, D_3$  对 2008~2011 年数据进行弱化缓冲, 建立 GM(1, 1) 模型, 进行数值预测, 并与直接采用原序列  $X^{(0)}$  构造 GM(1, 1) 模型的预测值  $\hat{X}$  进行比较. 以 2012 年数据进行预测以验证预测精度, 得到预测值与相对误差, 见表 2.

表 2 某市全社会用电量预测值和相对误差

序列	$X$	$\hat{X}$	$XD_1$	$XD_2$	$XD_3$	$XD$
预测值/千亿 kWh	1.096	1.230	1.001	1.125	1.112	1.101
相对误差/%	—	12.23	-8.67	2.65	1.46	0.46

由表 2 可见, 直接采用 GM(1, 1) 模型预测, 相对误差高达 12.23%, 误差偏大, 根据一阶微分方程的变化规律可以推断, 越往后预测, 误差会变得越大. 经  $D_1, D_2, D_3$  弱化缓冲后所建立的 GM(1, 1) 模型, 预测精度有所提高, 如表 2 中  $XD_1$ , 误差为 -8.60%,  $XD_2$  误差为 2.70% 等, 预测精度因不同的缓冲算子作用而不同. 应该说,  $XD_3$  的预测相对误差为 1.46%, 比较令人满意. 对于本例, 选取缓冲算子  $XD_3$  是合适的. 对于一般的预测问题, 需要用所有缓冲算子分别建模预测, 比较预测误差后进行取舍. 如果对上述的预测精度仍不够满意, 可按式 (6), 相对于缓冲算子  $D_1, D_2, D_3$  分别取对应的权重  $w_1 = 0.67, w_2 = 1, w_3 = 2$ , 由式 (2) 构造新的缓冲算子, 记为  $D$ , 对应的预测值和预测相对误差见表 2. 选择权重  $w_1 = 0.67, w_2 = 1, w_3 = 2$ , 是为了重视预测精度高的缓冲算子. 由表 2 可见, 组合算子预测的值为 1.101 (千亿 kWh), 与真实值 1.096 (千亿 kWh) 非常接近, 预测相对误差可达 0.46%, 预测精度明显高于  $D_1, D_2, D_3$  缓冲后的预测精度.

### 4.2 实例 2

以文献 [6] 某企业开发新产品销售额数据为例, 具体见表 3. 由表 3 可见, 该企业某种新产品每月销

售额的增长率为加速增长的发展态势, 需采用强化缓冲算子进行缓冲. 利用数型强化缓冲算子  $D_4, D_5, D_6$  分别对 1~6 月数据进行强化缓冲, 对 7 月数据进行预测并作为验证数据. 记直接采用样本序列所作的灰色预测的预测值为  $\hat{X}$ , 上述所得预测值与相对误差记录见表 4.

表 3 新产品月销售额

月份	1	2	3	4	5	6	7
销售额/万元	60.8	62.6	65.7	70.4	77.4	86.7	96.8
增长率/%	—	2.96	4.95	7.15	9.94	12.02	11.65

表 4 新产品月销售额的预测值和相对误差

序列	$X$	$\hat{X}$	$XD_4$	$XD_5$	$XD_6$	$XD$
预测值/万元	96.8	92.6	97.96	92.70	93.30	97.43
相对误差/%	—	-4.34	1.20	-4.20	-3.62	0.65

由表 4 可见, 对样本序列直接进行预测, 所得模型相对误差为 -4.43%, 预测值为 92.60 (万元), 预测误差较大. 采用  $D_4, D_5, D_6$  缓冲算子作用后, 得到的相对误差分别为 1.20%、-4.20%、-3.62%, 预测精度有所提高, 其中缓冲算子  $D_4$  的预测误差高达 1.20%. 如果认为预测精度仍不满意, 则按式 (6) 取  $D_4, D_5, D_6$  同性缓冲算子所对应的权系数  $w_4 = 2, w_5 = 0.1, w_6 = 0.25$ . 选取  $p_i = 1$ , 由式 (5) 进行缓冲算子组合, 将预测值记为  $XD$ , 见表 4. 组合算子的预测值为 97.43 (万元), 更接近于真实值 96.8 (万元), 相对误差为 0.65%, 误差精度提高较多. 该实例表明, 根据同性缓冲算子的组合性质综合缓冲算子对于提高预测的精度是有效的. 注意到, 在选择组合缓冲算子参数时, 组合后的缓冲算子作用于原样本序列后所得的生成序列数据与原样本数据序列对应数据的符号应一致.

## 5 结 论

对于受到冲击干扰的系统行为序列, 需采用缓冲算子以生成新的序列, 从而突出该系统的真实行为. 然而, 对于不同的缓冲算子, 所能挖掘出的行为序列并不一致, 所得的预测值差别可能相当大. 一般的作法是构造大量的缓冲算子, 在尝试利用各种缓冲算子作用后, 考查所建模型的预测精度, 从中选择最优的缓冲算子. 如果实际的问题发生改变, 采用上面所选择的最优缓冲算子便不一定适用. 这表明, 单纯地构造缓冲算子以提高模型的预测精度可能是一种较为盲目的做法, 若将各种缓冲算子根据缓冲算子的组合性质有效综合起来, 则有可能使得所构建的缓冲算子适应较为广泛的预测问题. 通过两个实例分析, 验证了不论是强化缓冲算子还是弱化缓冲算子, 将它们组合起来产生的新缓冲算子可以更好地完成预测任务. 如何优化各种参数(如权系数、缓冲算子的阶数)以适应更广泛的灰色预测是下一步研究的问题.

## 参考文献(References)

- [1] Liu S F, Lin Y. Grey information: Theory and applications[M]. Berlin: Springer-Verlag, 2010: 30-33.
- [2] 尹春华, 顾培亮. 基于灰色序列生成缓冲算子的能源预测[J]. 系统工程学报, 2003, 18(2): 189-192.  
(Yin C H, Gu P L. Energy forecast based on gray series spanning buffering operator[J]. J of Systems Engineering, 2003, 18(2): 189-192.)
- [3] 刘斌, 刘思峰, 党耀国. 基于灰色系统理论的时序数据挖掘技术[J]. 中国工程科学, 2003, 5(9): 32-35.  
(Liu B, Liu S F, Dang Y G. The time sequence data mining techniques based on grey system theory[J]. Engineering Science, 2003, 5(9): 32-35.)
- [4] 徐月芳. 对华反倾销态势的灰色建模预测[J]. 广东外语外贸大学学报, 2005, 16(4): 75-78.  
(Xu Y F. Grey predict model of the anti-dumping initiations against Chinese commodities[J]. J of Guangdong University of Foreign Studies, 2005, 16(4): 75-78.)
- [5] 党耀国, 刘思峰, 刘斌, 等. 关于弱化缓冲算子的研究[J]. 中国管理科学, 2004, 12(2): 108-111.  
(Dang Y G, Liu S F, Liu B, et al. Study on the weakening buffer operators[J]. Chinese J of Management Science, 2004, 12(2): 108-111.)
- [6] 党耀国, 刘斌, 关叶青. 关于强化缓冲算子的研究[J]. 控制与决策, 2005, 20(12): 1332-1336.  
(Dang Y G, Liu B, Guan Y Q. Study on the strengthening buffer operator[J]. Control and Decision, 2005, 20(12): 1332-1336.)
- [7] 党耀国, 刘思峰, 米传民. 强化缓冲算子性质的研究[J]. 控制与决策, 2007, 22(7): 730-734.  
(Dang Y G, Liu S F, Mi C M. Study on characteristics of the strengthening buffer operators[J]. Control and Decision, 2007, 22(7): 730-734.)
- [8] 谢乃明, 刘思峰. 强化缓冲算子的性质与若干实用强化算子的构造[J]. 统计与决策, 2006, 4: 9-10.  
(Xie N M, Liu S F. A kind of strengthening buffer operators and their property[J]. Statistics and Decision Making, 2006, 4: 9-10.)
- [9] 崔杰, 党耀国. 一类新的弱化缓冲算子的构造及其应用[J]. 控制与决策, 2008, 23(7): 741-750.  
(Cui J, Dang Y G. A kind of new weakening buffer operators and their applications[J]. Control and Decision, 2008, 23(7): 741-745.)
- [10] 崔杰, 党耀国. 基于一类新的强化缓冲算子的 GM(1,1) 预测精度研究[J]. 控制与决策, 2009, 24(1): 46-54.  
(Cui J, Dang Y G. Research of precision of prediction of GM(1,1) based on a kind of novel strengthening buffer operators[J]. Control and Decision, 2009, 24(1): 46-54.)
- [11] Wu Z P, Liu S F, Mi C M, et al. Study on the sequence of weakening buffer operator based on old weakening buffer operator[J]. J of Grey System, 2008, 20(3): 229-244.
- [12] 高岩, 周德群, 刘晨琛. 指数型强化缓冲算子的构造及其应用[J]. 统计与决策, 2009, 2: 8-10.  
(Gao Y, Zhou D Q, Liu C C. Construction and application of exponential type strengthening buffer operator[J]. Statistics and Decision, 2009, 2: 8-10.)
- [13] 米传民, 刘思峰, 吴正朋, 等. 基于反向累积法的强化缓冲算子序列的研究[J]. 控制与决策, 2009, 24(3): 352-360.  
(Mi C M, Liu S F, Wu Z P, et al. Study on sequence of strengthening buffer operator based on back cumulative-sum method[J]. Control and Decision, 2009, 24(3): 352-360.)
- [14] 刘斌, 李俊峰, 谭兆伟, 等. 非等步长灰色 GM(1,1) 模型及其建筑物沉降预测中的应用[J]. 矿山测量, 2008, 4(10): 69-72.  
(Liu B, Li J F, Tan Z W, et al. Non equal step gray model GM(1,1) and its application of building subsidence forecasting[J]. Mine Surveying, 2008, 4(10): 69-72.)
- [15] 刘以安, 陈松灿, 张明俊, 等. 缓冲算子及数据融合技术在目标跟踪中的应用[J]. 应用科学学报, 2006, 24(2): 154-158.  
(Liu Y A, Chen S C, Zhang M J, et al. Application of buffer operator and data fusion in target tracking[J]. J of Applied Sciences, 2006, 24(2): 154-158.)
- [16] 崔立志, 刘思峰, 吴正朋. 新的强化缓冲算子的构造及其应用[J]. 系统工程理论与实践, 2010, 30(3): 484-489.  
(Cui L Z, Liu S F, Wu Z P. New strengthening buffer operators and their applications[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2010, 30(3): 484-489.)
- [17] 姚天祥, 顾红, 高红. 新型变权弱化缓冲算子的构造及其应用[J]. 统计与决策, 2013, 22: 75-77.  
(Yao T X, Gu H, Gao H. Construction and application of a new type of variable weight weakening buffer operator[J]. Statistics and Decision, 2013, 22: 75-77.)

(责任编辑: 郑晓蕾)