第 31 卷 第 10 期
Vol. 31 No. 10

控 制 与 决 策
Control and Decision

2016 年 10 月
Oct. 2016

文章编号: 1001-0920 (2016) 10-1915-06 **DOI:** 10.13195/j.kzyjc.2015.1434

基于粗糙数的BWM-TOPSIS多准则群决策方法

贾 凡, 王兴元

(山东大学 管理学院，济南 250100)

摘 要: 多准则群决策是决策领域的研究热点, 如何在信息不确定性和评价主观性背景下选择合适的决策方法则是研究的难点. 为了解决这一问题, 提出一个新的基于粗糙数的多准则群决策方法. 首先, 提出基于粗糙数的最优最劣方法 (RBWM) 确定评价准则的权重; 然后, 利用粗糙数改进的逼近理想解排序法 (RTOPSIS) 评价备选方案并做出最优决策; 最后, 利用一个实例对所提出的群决策方法进行应用和灵敏度分析, 并与其他决策方法进行对比分析, 验证了所提出方法的有效性和准确性.

关键词: 多准则群决策；粗糙数；最优最劣方法

中图分类号: C934 **文献标志码:** A

BWM-TOPSIS multi-criteria group decision-making method based on rough number

JIA Fan, *WANG Xing-yuan*

(School of Management，Shandong University，Ji’nan 250100，China．Correspondent：JIA Fan，E-mail：fanta07@126.com)

Abstract: The multi-criteria group decision-making(MCGDM) problem is a hot topic in the decision-making area, especially in the environment with much uncertainty and subjectivity. A new MCGDM method based on the rough number is proposed to solve this problem. The RBWM is proposed for calculating weights of criteria firstly, and then the RTOPSIS is applied to alternative evaluation and selection. Finally, a practical example is given to illustrate the application of the proposed method and its sensitivity analysis. The comparison with other methods verify the effectiveness and accuracy of the proposed method.

Keywords: multi-criteria group decision-making；rough number；best-worst method

0 引 言

多准则决策 (MCDM) 是决策理论的一个重要分支. 面对复杂的问题和多变的环境, 单个决策者受思维方式、知识经验所限, 作出的决策难以体现客观公正性, 需要采用群体决策方式. 鉴于此, 多准则群决策方法 (MCGDM) 应运而生[1], 成为近年来决策研究的热点, 并广泛应用于经济分析、战略规划、供应链管理、医学诊断、风险投资等领域.

多准则群决策可以分为两个过程：一是确定准则权重, 单个决策者根据其对准则的认知进行重要性评估, 再将群体评估结果进行有效整合, 确定每个准则的权重; 二是备选方案排序, 根据不同备选方案在每个准则上的得分进行评价并排序, 进而选取最优方案. 传统的多准则群决策方法是建立在完全信息的前提之下, 利用精确数值表示专家的认知. 但环境的复杂性和人类思想固有的主观性加剧了信息的模糊性和不确定性, 决策者难以获取准则和备选方案的精确信息. 为了保证对信息描述的客观性、准确性, 众多学者将精确数值拓展到区间数或模糊数, 提出了一系列改进的多准则群决策方法[2-9]. 文献 [2-3] 分别利用区间数 AHP 和区间数 TOPSIS 方法获得区间权重, 用来反映决策者的主观判断; 文献 [4-9] 将模糊集理论与传统方法相结合, 提出模糊 AHP、模糊 TOPSIS、模糊 VIKOR 等方案选择模型.

多准则群决策研究成果众多, 但仍然面临诸多困境: 1) 决策群体由差异化较大的若干个体组成, 如何有效整合每个决策者的评价, 构成综合评价结果, 较少有相关研究; 2) 许多准则是语言变量, 难以精确表述和优劣排序, 现有的区间数、模糊数等方法需要借助先验知识, 评价结果存在主观性; 3) 现有对准则权

收稿日期: 2015-11-19；**修回日期:** 2016-03-04.

基金项目: 国家自然科学基金项目(71272121).

作者简介: 贾凡 (1987−), 男, 博士生, 从事品牌管理、创新管理的研究；王兴元 (1962−), 男, 教授, 博士生导师, 从事创新创业管理、市场营销管理等研究.

重的研究均利用两两成对比较方法(如AHP), 但由于专家认知的主观性和两两比较的复杂性, 判断矩阵经常会出现不一致现象, 导致评价结果有偏差.

本文将粗糙数[10]引入多准则群决策问题(粗糙数是新加坡学者Zhai根据粗糙集理论提出的一种量化专家认知的新方法, 它无需效用函数、隶属函数等先验知识, 完全依靠原始数据对专家个体认知进行整合, 形成群体偏好), 利用粗糙数对一种新的准则比较方法——最优最劣方法[11]进行改进, 得到RBWM权重计算方法; 随后将粗糙数引入TOPSIS, 结合RBWM权重得到新的方案排序方法RTOPSIS. 最后利用一个案例对RBWM-RTOPSIS群决策方法进行应用研究, 并通过与其他决策方法的结果比较, 验证了所提出方法的有效性和先进性.

1 预备知识

1.1 粗糙数

定义 1[10] 设 U 是论域, 共有 n 个类, 表示为

$$R=\{C_1,C_2,\cdots,C_n\}.$$

如果存在序关系 $C_1<C_2<\cdots<C_n$, 则对于任意的 $C_i\in R, Y\in U$, C_i 的下近似、上近似分别为

$$\underline{\mathrm{Apr}}(C_i)=\bigcup\{Y\in U/R(Y)\leqslant C_i\},\tag{1}$$

$$\overline{\mathrm{Apr}}(C_i)=\bigcup\{Y\in U/R(Y)\geqslant C_i\};\tag{2}$$

C_i 的粗糙数下限、上限分别为

$$\underline{C_i}=\frac{1}{M_L}\sum R(Y)|Y\in\underline{\mathrm{Apr}}(C_i),\tag{3}$$

$$\overline{C_i}=\frac{1}{M_U}\sum R(Y)|Y\in\overline{\mathrm{Apr}}(C_i);\tag{4}$$

C_i 的粗糙数为

$$\mathrm{RN}(C_i)=[C_i]=[\underline{C_i},\overline{C_i}].\tag{5}$$

其中: M_L 和 M_U 分别为 C_i 的下近似和上近似中包含的对象个数, $R(Y)$ 为对象 Y 所在的类.

群决策研究在选取个体偏好集结方法时, 多采用效用函数和模糊数方法[6], 但预先设定的效用函数或隶属函数加入了主观色彩, 不同函数得到的决策结果也容易产生分歧. 粗糙数方法完全依靠原始数据对个体偏好进行集合, 保证了信息的完备性和结果的客观性.

粗糙数本质上是一种区间数, 因此粗糙数的运算法则也与区间数一致. 设粗糙数 $[a]=[\underline{a},\overline{a}]$, $[b]=[\underline{b},\overline{b}]$, $\underline{a},\overline{a},\underline{b},\overline{b}>0$, 常数 $\alpha>0$, 有以下运算

$$[a]\times\alpha=[\alpha\times\underline{a},\alpha\times\overline{a}],\tag{6}$$

$$[a]+[b]=[\underline{a}+\underline{b},\overline{a}+\overline{b}],\tag{7}$$

$$[a]\times[b]=[\underline{a}\times\underline{b},\overline{a}\times\overline{b}],\tag{8}$$

$$\frac{[a]}{[b]}=\Big[\frac{\underline{a}}{\overline{b}},\frac{\overline{a}}{\underline{b}}\Big].\tag{9}$$

1.2 最优最劣方法

最优最劣方法(BWM)与AHP类似, 也是基于成对比较的思想, 但并不是任意准则两两比较, 而是构造一种结构化的比较方式[11], 具体操作步骤如下.

Step 1: 在准则集 $\{c_1,c_2,\cdots,c_n\}$ 中选取最优准则 C_B 和最劣准则 C_W.

Step 2: 利用1～9标度打分, 确定最优准则相比于其他所有准则的偏好程度, 构建比较向量 $A_B=(a_{B1},a_{B2},\cdots,a_{Bn})$, 其中 a_{Bi} 代表最优准则与准则 i 相比的偏好程度.

Step 3: 确定其他所有准则相比于最劣准则的偏好程度, 构建比较向量 $A_W=(a_{1W},a_{2W},\cdots,a_{nW})^{\mathrm{T}}$.

Step 4: 构建数学规划问题并求解, 得出最优权重 $(w_1^*,w_2^*,\cdots,w_n^*)$. 其中目标函数的意义是: 对于所有的 j, 取全部 $\Big|\dfrac{w_B}{w_j}-a_{Bj}\Big|$、$\Big|\dfrac{w_j}{w_W}-a_{jW}\Big|$ 中最大的一个, 使其最小化, 即

$$\min\ \max_j\Big\{\Big|\frac{w_B}{w_j}-a_{Bj}\Big|,\Big|\frac{w_j}{w_W}-a_{jW}\Big|\Big\};$$
$$\text{s.t.}\ \sum_j w_j=1,\ w_j\geqslant 0,\ \text{for all } j.\tag{10}$$

BWM实际只需进行 $2n-3$ 次比较, 而AHP需要 $n(n-1)/2$ 次比较[11]. 两两成对比较虽然保证了打分的全面性, 但过程复杂繁琐, 且比较次数越多, 错误风险越大, 越容易导致判断不一致, 即使用其他方法进行修正, 仍会造成结果的偏差, 增加成本. BWM方法通过筛选最优和最劣两种特殊准则, 简化比较过程, 降低不一致风险, 保证判断的准确性, 获得更为可靠的结果.

2 基于粗糙数的BWM-TOPSIS方法

多准则群决策评价主要包含两步: 第1步是确定准则权重; 第2步是备选方案的排序及选择. 本节按照这两个步骤对所提出的方法进行阐述.

2.1 粗糙数BWM权重计算方法(RBWM)

RBWM方法将粗糙数与BWM有效融合, 用于计算准则的粗糙权重. 具体过程如下.

Step 1: 通过专家讨论确定最优准则 c_B 和最劣准则 c_W, 若不能达成一致, 则新增一个被专家广泛认可的准则 c_0 作为最优(最劣)准则.

Step 2: 进行专家打分, 得到两个比较向量 A_B 和 A_W, 第 k 个专家打分得到两个向量, 分别为

$$A_B^k=(a_{B1}^k,a_{B2}^k,\cdots,a_{Bn}^k),\tag{11}$$

$$A_W^k=(a_{1W}^k,a_{2W}^k,\cdots,a_{nW}^k).\tag{12}$$

其中: $1\leqslant k\leqslant s, 1\leqslant j\leqslant n$, n 为准则个数, s 为专家人数.

Step 3: 构造整合比较向量, 分别为

$$A_B=(a_{B1},a_{B2},\cdots,a_{Bn}),\tag{13}$$

$$A_W=(a_{1W},a_{2W},\cdots,a_{nW}).\tag{14}$$

其中: $a_{Bj}=\{a_{Bj}^1,a_{Bj}^2,\cdots,a_{Bj}^s\}$ 为全部专家对最优准则 c_B 相比于准则 c_j 的偏好程度打分的集合; 同理可知 a_{jW} 的含义.

Step 4: 构造粗糙比较向量. 利用式 (1)～(5) 将整合向量中的元素转换为粗糙数

$$\mathrm{RN}(a_{Bj}^k)=[\underline{a_{Bj}^k},\overline{a_{Bj}^k}],$$
$$\mathrm{RN}(a_{jW}^k)=[\underline{a_{jW}^k},\overline{a_{jW}^k}],\tag{15}$$

则粗糙序列可以表示为

$$\mathrm{RN}(a_{Bj})=$$
$$\{[\underline{a_{Bj}^1},\overline{a_{Bj}^1}],[\underline{a_{Bj}^2},\overline{a_{Bj}^2}],\cdots,[\underline{a_{Bj}^s},\overline{a_{Bj}^s}]\},\tag{16}$$
$$\mathrm{RN}(a_{jW})=$$
$$\{[\underline{a_{jW}^1},\overline{a_{jW}^1}],[\underline{a_{jW}^2},\overline{a_{jW}^2}],\cdots,[\underline{a_{jW}^s},\overline{a_{jW}^s}]\}.\tag{17}$$

求解粗糙序列的平均粗糙数

$$\widetilde{\mathrm{RN}}(a_{Bj})=[\underline{a_{Bj}},\overline{a_{Bj}}]=\frac{1}{s}\sum_{k=1}^{s}[\underline{a_{Bj}^k},\overline{a_{Bj}^k}],\tag{18}$$

$$\widetilde{\mathrm{RN}}(a_{jW})=[\underline{a_{jW}},\overline{a_{jW}}]=\frac{1}{s}\sum_{k=1}^{s}[\underline{a_{jW}^k},\overline{a_{jW}^k}].\tag{19}$$

最终得到两个粗糙比较向量

$$\mathrm{RA}_B=$$
$$([\underline{a_{B1}},\overline{a_{B1}}],[\underline{a_{B2}},\overline{a_{B2}}],\cdots,[\underline{a_{Bn}},\overline{a_{Bn}}]),\tag{20}$$
$$\mathrm{RA}_W=$$
$$([\underline{a_{1W}},\overline{a_{1W}}],[\underline{a_{2W}},\overline{a_{2W}}],\cdots,[\underline{a_{nW}},\overline{a_{nW}}]).\tag{21}$$

Step 5: 计算每个准则的粗糙权重 $([w_1],[w_2],\cdots,[w_n])$. 最优区间数权重应满足

$$\frac{[w_B]}{[w_j]}=[a_{Bj}],\ \frac{[w_j]}{[w_W]}=[a_{jW}],$$

即

$$\frac{[\underline{w_B},\overline{w_B}]}{[\underline{w_j},\overline{w_j}]}=[\underline{a_{Bj}},\overline{a_{Bj}}],$$
$$\frac{[\underline{w_j},\overline{w_j}]}{[\underline{w_W},\overline{w_W}]}=[\underline{a_{jW}},\overline{a_{jW}}].$$

为了计算最终的粗糙权重, 利用如下数学规划, 求满足全部 $h([w_B]/[w_j],[a_{Bj}])$ 和 $h([w_j]/[w_W],[a_{jW}])$ 中最大值极小的权重 $[w_i]$:

$$\min\max_j\Big\{h\Big(\frac{[w_B]}{[w_j]},[a_{Bj}]\Big),h\Big(\frac{[w_j]}{[w_W]},[a_{jW}]\Big)\Big\};$$
$$\text{s.t.}\ \overline{w_B}=1,\ \overline{w_j}>\underline{w_j}\geqslant 0,\ \text{for all}\ j.\tag{22}$$

其中: $h([x],[y])=\sqrt{(\underline{x}-\underline{y})^2+(\overline{x}-\overline{y})^2}$ 为区间 $[x]$ 与 $[y]$ 的相离度[12], $[w_B]$ 为最优准则的权重. 选取 $\overline{w_B}=1$ 作为标准化条件, 保证任意准则 j 的权重满足 $[w_j]\subseteq[0,1]$. 为求解方便, 上述数学规划可以改写为

$$\min\ \zeta;$$
$$\text{s.t.}\ \sqrt{\Big(\frac{\underline{w_B}}{\overline{w_j}}-\underline{a_{Bj}}\Big)^2+\Big(\frac{\overline{w_B}}{\underline{w_j}}-\overline{a_{Bj}}\Big)^2}\leqslant\zeta,$$
$$\sqrt{\Big(\frac{\underline{w_j}}{\overline{w_W}}-\underline{a_{jW}}\Big)^2+\Big(\frac{\overline{w_j}}{\underline{w_W}}-\overline{a_{jW}}\Big)^2}\leqslant\zeta,$$
$$\overline{w_B}=1,\ \overline{w_j}>\underline{w_j}>0,\ \text{for all}\ j.\tag{23}$$

求解即可得到粗糙权重 $([\underline{w_1},\overline{w_1}],[\underline{w_2},\overline{w_2}],\cdots,[\underline{w_n},\overline{w_n}])$.

2.2 粗糙数 TOPSIS 排序方法 (RTOPSIS)

TOPSIS 难以处理模糊和不确定性数据, 利用粗糙数对 TOPSIS 进行改进, 可以避免将模糊问题精确化时产生的误差. RTOPSIS 方法步骤如下.

Step 1: 构建粗糙数决策矩阵. 专家对每个备选方案在每个准则上的表现进行打分并整合, 得到群决策矩阵, 利用粗糙数方法将其转换成粗糙数矩阵

$$M=[(\underline{x_{ij}},\overline{x_{ij}})]_{m\times n}.$$

其中: m 为备选方案个数, n 为准则个数.

Step 2: 确定正理想解 $X^+=(x_1^+,x_2^+,\cdots,x_n^+)$ 和负理想解 $X^-=(x_1^-,x_2^-,\cdots,x_n^-)$, 其中

$$x_j^+=\{\max_i\overline{x_{ij}},j\in T_1;\min_i\underline{x_{ij}},j\in T_2\},\tag{24}$$

$$x_j^-=\{\min_i\underline{x_{ij}},j\in T_1;\max_i\overline{x_{ij}},j\in T_2\}.\tag{25}$$

T_1 为效益型准则集合, T_2 为成本型准则集合.

Step 3: 计算每个备选方案到正理想解和负理想解的粗糙距离向量 d_i^+ 和 d_i^-, 有

$$d_i^+=([d_{i1}^+],[d_{i2}^+],\cdots,[d_{in}^+]),\tag{26}$$

$$d_i^-=([d_{i1}^-],[d_{i2}^-],\cdots,[d_{in}^-]).\tag{27}$$

其中

$$[d_{ij}^+]=[\underline{d_{ij}^+},\overline{d_{ij}^+}]=\begin{cases}[x_j^+-\overline{x_{ij}},x_j^+-\underline{x_{ij}}],\ j\in T_1;\\ [\underline{x_{ij}}-x_j^+,\overline{x_{ij}}-x_j^+],\ j\in T_2.\end{cases}\tag{28}$$

$$[d_{ij}^-]=[\underline{d_{ij}^-},\overline{d_{ij}^-}]=\begin{cases}[\underline{x_{ij}}-x_j^-,\overline{x_{ij}}-x_j^-],\ j\in T_1;\\ [x_j^--\overline{x_{ij}},x_j^--\overline{x_{ij}}],\ j\in T_2.\end{cases}\tag{29}$$

对 d_i^+ 和 d_i^- 进行标准化, 得到标准化粗糙距离向量 $d_i^{+'}$ 和 $d_i^{-'}$, 有

$$d_i^{+'}=([d_{i1}^{+'}],[d_{i2}^{+'}],\cdots,[d_{in}^{+'}]),\tag{30}$$

$$d_i^{-'}=([d_{i1}^{-'}],[d_{i2}^{-'}],\cdots,[d_{in}^{-'}]).\tag{31}$$

其中

$$[d_{ij}^{+'}]=\frac{[d_{ij}^+]}{\max_i\{\overline{d_{ij}^+}\}},\ [d_{ij}^{-'}]=\frac{[d_{ij}^-]}{\max_i\{\overline{d_{ij}^-}\}}.\tag{32}$$

Step 4: 计算每个备选方案对正理想解和负理想解的加权粗糙距离 $[D_i^+]$ 和 $[D_i^-]$, 有

$$[D_i^+] = [\underline{D_i^+}, \overline{D_i^+}] = \sum_{j=1}^{n}([w_j] \times [d_{ij}^{+'}]), \tag{33}$$

$$[D_i^-] = [\underline{D_i^-}, \overline{D_i^-}] = \sum_{j=1}^{n}([w_j] \times [d_{ij}^{-'}]), \tag{34}$$

其中 $[w_j]$ 为根据 RBWM 方法得到的准则 v 的粗糙权重.

Step 5: 引入风险偏好系数 $\alpha\,(0 \leqslant \alpha \leqslant 1)$, 将加权粗糙数距离转换为精确数距离 D_i^{+*} 和 D_i^{-*}, 有

$$D_i^{+*} = (1-\alpha)\underline{D_i^+} + \alpha\overline{D_i^+}, \tag{35}$$

$$D_i^{-*} = \alpha\underline{D_i^-} + (1-\alpha)\overline{D_i^-}. \tag{36}$$

如果决策者是风险偏好型, 则可以选择较大的风险偏好系数 ($\alpha > 0.5$), 否则选择较小的偏好系数 ($\alpha < 0.5$); 不考虑决策者的风险偏好态度, 可以令 $\alpha = 0.5$.

Step 6: 计算所有备选方案对正理想解的相对贴近度 S_i, 并进行方案排序, 有

$$S_i = \frac{D_i^{-*}}{D_i^{-*} + D_i^{+*}}. \tag{37}$$

与其他多准则群决策方法相比, RBWM-RTOPSIS 具有如下优势:

1) 评价结果更加客观可靠. 传统的多准则群决策方法难以解决不确定性, 引入区间数、模糊数又需要加入先验知识. 本文利用粗糙数对专家判断进行集合, 能够有效反映多准则决策问题的主观性和不确定性, 评价过程完全依靠原始数据, 结果更加客观可靠.

2) 改进了现有的权重计算方法. 无论是模糊AHP 还是粗糙 AHP, 必须要求判断矩阵满足一致性, 否则需要相关专家进行重新修正, 不仅耗时耗力, 增加成本, 而且容易因二次打分造成误差. RBWM 能够有效保证判断一致性, 同时比较次数的减少又能大大简化粗糙数运算过程, 用最小的成本获得最准确可靠的结果.

3) 引入风险偏好, 方案排序更加灵活. TOPSIS 采用欧氏距离测量方案到正负理想解的距离, RTOPSIS 方法利用粗糙数距离进行计算, 能够有效反应不确定性, 同时引入风险偏好系数确定方案排序, 充分考虑决策者的风险偏好, 增加了决策的灵活性.

3 案例应用

采用文献 [13] 中的案例对所提出的方法进行应用. 某厂计划生产一种新的光刻机, 有 6 个备选方案 (详细信息见文献 [13] 表 2), 7 个待评价准则, 分别为: 线宽 (c_1)、字段长度 (c_2)、产能 (c_3)、套刻精度 (c_4)、照明均匀度 (c_5)、制造成本 (c_6)、能源消耗 (c_7). 厂家邀请 5 位专家依据其观点和判断对准则和方案进行打分. 整个评价过程由本文方法分为权重计算和方案排序两个步骤.

3.1 RBWM 计算准则权重

对方案进行评价排序之前, 必须知道各个评价准则的权重. 由 BWM 方法制作打分表, 邀请 5 位专家对准则重要程度进行打分, 然后利用 RBWM 方法计算各个准则的粗糙权重向量.

Step 1: 由文献 [13] 中专家打分矩阵可知, 5 位专家均认为 c_1 是最优准则, c_7 是最劣准则. 5 对打分向量分别为

$$A_1^1 = (1,5,4,2,3,5,9),\ A_7^1 = (9,5,5,9,9,5,1),$$
$$A_1^2 = (1,5,3,1,1,4,9),\ A_7^2 = (9,5,7,9,7,3,1),$$
$$A_1^3 = (1,7,3,1,3,5,9),\ A_7^3 = (9,3,5,9,5,3,1),$$
$$A_1^4 = (1,7,5,2,3,7,9),\ A_7^4 = (9,3,5,7,7,4,1),$$
$$A_1^5 = (1,7,5,1,2,5,7),\ A_7^5 = (7,3,5,7,5,2,1).$$

Step 2: 整合打分向量, 构造整合比较向量

$$A_1 = (\{1,1,1,1,1\}, \{5,5,7,7,7\}, \cdots, \{9,9,9,9,7\}),$$
$$A_7 = (\{9,9,9,9,7\}, \{5,5,3,3,3\}, \cdots, \{1,1,1,1,1\}).$$

Step 3: 将 A_1 和 A_7 转换为粗糙数比较向量

$$\mathrm{RA}_1 = ([1,1], [5.72, 6.68], \cdots, [8.28, 8.92]),$$
$$\mathrm{RA}_7 = ([8.28, 8.92], [3.32, 4.28], \cdots, [1,1]).$$

Step 4: 构造数学规划并利用 Matlab 求解, 得到最优区间值权重向量

$$\overline{W} = ([0.826, 1], [0.156, 0.215], [0.231, 0.343], [0.608, 0.781], [0.468, 0.599], [0.199, 0.271], [0.067, 0.092]),$$

其中 $\xi = 0.25$.

3.2 RTOPSIS 确定方案排序

5 位专家针对每个备选方案在不同准则上的表现打分, 具体结果见文献 [13] 的表 3. 利用 RTOPSIS 方法对备选方案进行排序, 选择最优方案.

Step 1: 将打分矩阵转换为粗糙数矩阵, 识别每个准则的最优值和最劣值, 确定正理想解和负理想解, 如表 1 所示. 其中: 效益型准则集合为 $T_1 = \{c_2, c_3, c_5\}$, 成本型准则集合为 $T_2 = \{c_1, c_4, c_6, c_7\}$.

表 1 准则的理想解

	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	c_7
x_j^+	85.78	858.75	208.46	7.65	98.84	4.49	4.30
x_j^-	97.83	851.30	200.12	12.64	97.36	8.68	8.92

Step 2: 计算粗糙距离向量并标准化, 得到标准化粗糙距离向量 $d_i^{+'}$ 和 $d_i^{-'}$. 根据 RBWM 得出的权重向量计算加权粗糙距离 $[D_i^+]$ 和 $[D_i^-]$, 选取风险偏好系数 $\alpha = 0.5$, 计算精确数距离 D_i^{+*} 和 D_i^{-*}, 如表 2 所示.

表 2　方案评价及排序

方案	加权粗糙距离		精确数距离		S_i	rank
	$[D_i^+]$	$[D_i^-]$	D_i^{+*}	D_i^{-*}		
A_1	[1.407,2.862]	[0.310,1.531]	2.135	0.921	0.301	6
A_2	[1.054,2.227]	[0.824,1.956]	1.641	1.390	0.459	5
A_3	[1.047,2.189]	[0.876,1.937]	1.618	1.407	0.465	4
A_4	[0.357,1.291]	[1.596,2.797]	0.824	2.197	0.727	1
A_5	[0.884,1.834]	[1.136,2.166]	1.359	1.651	0.549	3
A_6	[0.822,1.786]	[1.187,2.231]	1.304	1.709	0.567	2

Step 3: 计算相对贴近度 S_i, 并根据结果得到方案排序. 由表 2 可知, 方案优劣排序为 $A_4 > A_6 > A_5 > A_3 > A_2 > A_1$, 因此在选取风险偏好系数为 0.5 时得到的最优方案为 A_4.

3.3　比较与分析

灵敏度分析用来描述决策者风险偏好对最终方案排序的影响. 表 3 为在不同风险偏好取值下的方案得分和排序变化. 可见, 无论风险偏好系数取值多少, A_4 总是最优方案. 当 $\alpha = 0$, 即决策者抱持绝对风险厌恶态度时, 方案排序为 $A_4 > A_6 > A_5 > A_2 > A_3 > A_1$. 方案 A_2 和 A_3 的优劣排序与决策者的风险偏好有关, 只有当决策者为绝对风险厌恶者时才会出现 $A_2 > A_3$ 的结果, 而其他方案的排序相对于决策者风险偏好是独立的.

表 3　灵敏度分析

方案	$\alpha = 0$		$\alpha = 0.1$		$\alpha = 0.2$		$\cdots$	$\alpha = 1$	
	Score	R	Score	R	Score	R		Score	R
A_1	0.521	6	0.476	6	0.431	6	$\cdots$	0.098	6
A_2	0.649	4	0.611	5	0.573	5	$\cdots$	0.270	5
A_3	0.648	5	0.612	4	0.575	4	$\cdots$	0.286	4
A_4	0.887	1	0.856	1	0.825	1	$\cdots$	0.553	1
A_5	0.710	3	0.678	3	0.646	3	$\cdots$	0.382	3
A_6	0.731	2	0.699	2	0.667	2	$\cdots$	0.399	2

为了表明准则权重计算的有效性, 将粗糙 BWM 与模糊 AHP 和粗糙 AHP 进行比较, 如图 1 所示. 3 种方法得到的权重排序是一样的, 但区间值有所区别. 区间宽度代表结果的模糊程度, 不同的方法得到的权重区间不同. 很明显, FAHP 由于加入了模糊隶属函数, 区间宽度最大, 模糊度最高, 利用粗糙数方法能够有效降低模糊性; RAHP 利用准则两两比较, 精确信息多, 模糊性最低, 但两两比较操作复杂繁琐, 导致不一致现象和错误风险增加; RBWM 既能降低模糊性, 又可以保证判断的一致性, 结果更具说服力.

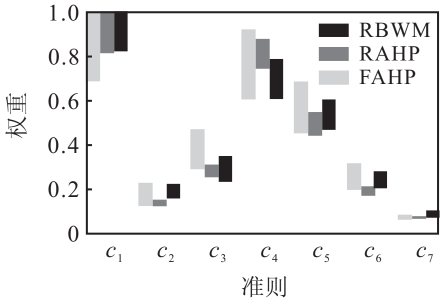

图 1　准则权重比较

为了验证方案评价结果的有效性, 利用传统 AHP-TOPSIS、模糊 AHP-TOPSIS 计算案例, 并与所提出的方法进行比较分析. 图 2 为应用不同方法得到的评价结果. 可见, 3 种方法得到的方案排序结果一致, 验证了所提出方法的有效性和准确性. 与其他两种方法相比, RBWM-RTOPSIS 方法更具优势: 传统 AHP-TOPSIS 不能描述出评价的模糊性, FAHP-FTOPSIS 方法虽然体现了模糊性, 但因为模糊隶属函数的选择增加了额外的主观性. RBWM-RTOPSIS 方法充分考虑到了评价过程的不确定性, 利用粗糙数整合决策者的评判结果, 不需要任何先验知识和隶属函数, 既保留了不确定性知识, 又避免了决策者主观影响. 同时, 所提出方法引入风险偏好系数, 将决策者的风险态度加入到最终的结果, 使得方案排序的灵活性更强. 传统方法和模糊方法忽视了决策者风险偏好, 只能得出单一的排序结果, 无法适应复杂多变的环境.

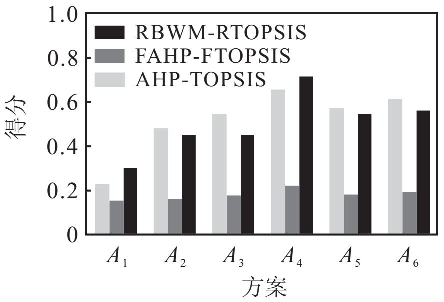

图 2　方案排序比较

4　结　论

如何有效整合决策群体的意见、处理决策过程的不确定性是处理多准则群决策问题时面临的两大困扰. 本文利用粗糙数对 BWM 和 TOPSIS 进行改进, 提出一种新的多准则群决策方法. 粗糙数能够客观有效地整合群体决策, 对 BWM 和 TOPSIS 的改进不仅能够降低决策过程的不确定性, 而且可以在不增加主观性的前提下保留更多的决策信息. 引入粗糙数为多准则决策问题提供了新的思路, 在下一步的研究中还可以考虑决策者的相对重要度, 提出更加符合现实的加权粗糙数方法, 进一步完善多准则群决策问题的解决方法.

参考文献(References)

[1] Kim S H, Ahn B S. Interactive group decision making procedure under incomplete information[J]. European J of Operational Research, 1999, 116(3): 498-507.

[2] Tavakkoli-Moghaddam R, Mousavi S M, Heydar M. An integrated AHP-VIKOR methodology for plant location selection[J]. Int J of Engineering Transactions, 2011, 24(2): 127-137.

[3] Sugihara K, Ishii H, Tanaka H. Interval priorities in AHP by interval regression analysis[J]. European J of Operational Research, 2004, 158(3): 745-754.

[4] Yue Z. An extended TOPSIS for determining weights of decision makers with interval numbers[J]. Knowledge-Based Systems, 2011, 24(1): 146-153.

[5] Rezaei J, Fahim P B M, Tavasszy L. Supplier selection in the airline retail industry using a funnel methodology: Conjunctive screening method and fuzzy AHP[J]. Expert Systems with Applications, 2014, 41(18): 8165-8179.

[6] 江文奇. 三角模糊数型多准则群决策的VIKOR扩展方法[J]. 控制与决策, 2015, 30(6): 1059-1064.
(Jiang W Q. Extension of VIKOR method for multi-criteria group decision making problems with triangular fuzzy numbers[J]. Control and Decision, 2015, 30(6): 1059-1064.)

[7] Junior F R L, Osiro L, Carpinetti L C R. A comparison between fuzzy ahp and fuzzy topsis methods to supplier selection[J]. Applied Soft Computing, 2014, 21(5): 194-209.

[8] Torfi F, Farahani R Z, Rezapour S. Fuzzy AHP to determine the relative weights of evaluation criteria and fuzzy TOPSIS to rank the alternatives[J]. Applied Soft Computing, 2010, 10(2): 520-528.

[9] Senvar O, Tuzkaya G, Kahraman C. Multi criteria supplier selection using fuzzy promethee method[M]. Supply Chain Management Under Fuzziness. Berlin: Springer-Heidelberg, 2014: 21-34.

[10] Zhai L Y, Khoo L P, Zhong Z W. A rough set based QFD approach to the management of imprecise design information in product development[J]. Advanced Engineering Informatics, 2009, 23(2): 222-228.

[11] Rezaei J. Best-worst multi-criteria decision-making method[J]. Omega, 2015, 53: 49-57.

[12] 徐泽水, 孙在东. 一类不确定型多属性决策问题的排序方法[J]. 管理科学学报, 2002, 5(3): 35-39.
(Xu Z S, Sun Z D. Priority method for a kind of multi-attribute decision-making problems[J]. J of Manegement Sciences in China, 2002, 5(3): 35-39.)

[13] Zhu G N, Hu J, Qi J, et al. An integrated AHP and VIKOR for design concept evaluation based on rough number[J]. Advanced Engineering Informatics, 2015, 29(3): 408-418.

(责任编辑：郑晓蕾)