

一种狼群智能算法及收敛性分析

薛俊杰¹, 王 瑛¹, 李 浩^{1,2}, 肖吉阳¹

(1. 空军工程大学 装备管理与安全工程学院, 西安 710051; 2. 空军预警学院 预警情报系, 武汉 430019)

摘要: 针对狼群算法求解复杂函数时容易陷入局部极值、计算耗费大、学习能力差等局限性, 提出一种狼群智能算法. 首先, 通过构建智能猎杀行为提高算法自适应学习能力, 降低算法的计算耗费, 构建双高斯函数更新法以增强算法全局搜索能力; 然后, 运用马尔科夫过程证明狼群智能算法的收敛性; 最后, 对多种典型测试函数进行仿真实验并与多种智能算法进行对比分析. 实验结果表明, 所提出算法具有全局收敛性强、计算耗费低、寻优精度高等优势.

关键词: 狼群智能算法; 智能猎杀; 双高斯函数; 马尔科夫过程

中图分类号: TP18

文献标志码: A

A smart wolf pack algorithm and its convergence analysis

XUE Jun-jie¹, WANG Ying¹, LI Hao^{1,2}, XIAO Ji-yang¹

(1. College of Equipment Management and Safety Engineering, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China;

2. Department of Early Warning Information, Air Force Early Warning Academy, Wuhan 430019, China.

Correspondent: XUE Jun-jie, E-mail: poot-cupic-xue@163.com)

Abstract: In order to improve the searching performance(global optimal, computational cost, learning ability etc.) of wolf pack algorithm in solving complex functions, a novel algorithm—Smart wolf pack algorithm(SWPA) is proposed. First of all, intelligent hunting is proposed to improve the adaptive learning ability and reduce the computational cost. Then the bimodal Gaussian regeneration method is applied to enhance the global searching ability. The Markov process is used to prove the convergence of SWPA. Finally, compared with some typical evolutionary algorithms, simulation on several Benchmark functions is analyzed. Results show that the SWPA has excellent searching performance on the global optimization ability, the convergence rate and the optimal precision.

Keywords: smart wolf pack algorithm; intelligent hunting; bimodal Gaussian; Markov process

0 引言

智能优化算法一般建立在生物智能或物理现象基础之上, 通过模拟某些自然现象或过程求解复杂优化问题^[1]. 常见的智能优化算法包括: 粒子群算法(PSO)^[2-4]、人工鱼群算法(AFSA)^[5-6]、人工蜂群算法(ABC)^[7-8]、布谷鸟搜索算法(CS)^[9]、蝙蝠算法(BA)^[10]等, 各种群智能算法在求解最优化问题中侧重点不同, 因此各有优缺点.

为了获得更好的寻优特性, 吴虎胜等^[11]提出了狼群算法(WPA), 此后, 在无约束全局优化^[12]、高维函数优化及PID控制器参数整定^[13]等领域的应用也取得了较好的优化效果. 狼群算法根据狼群捕猎、生存特性, 通过构建游走行为、奔袭行为、围攻行为、胜者为王的精英保留机制和强者生存的更新机制完成

整个狼群的捕猎生存(迭代寻优), 相比传统群智能算法拥有良好的寻优特性. 但是狼群算法也存在许多局限性, 如: 奔袭行为和围攻行为需要分析猎场内各人工狼(寻优组元)的距离, 在面对高维空间分析时必将耗费大量计算资源^[13]; 游走行为、奔袭行为、围攻行为不具备学习特性, 不能根据寻优空间的变化而变化, 不能根据寻优过程中的现有资源而变化; 强者生存的更新机制采用淘汰处于最劣资源位置的人工狼并随机生成新人工狼的方法进行, 当寻优迭代进行几代以后, 将导致被淘汰的人工狼基本处于固化状态, 即被淘汰的人工狼新生成之后在下一代人工狼中又将以大概率事件被淘汰, 进而浪费寻优资源且对狼群的多样性促进有限.

本文针对狼群算法存在的局限性, 充分重视人工

收稿日期: 2015-09-28; 修回日期: 2016-01-13.

基金项目: 国家自然科学基金项目(71601183).

作者简介: 薛俊杰(1988—), 男, 博士生, 从事复杂系统分析、数据挖掘、群智能决策的研究; 王瑛(1967—), 女, 教授, 博士生导师, 从事复杂系统分析、安全系统工程、供应链管理、物流系统分析与设计等研究.

狼的智能个体行为, 研究智能个体寻优时表现出的个体特性, 并添加人为影响寻优空间多样性的更新机制, 构建狼群智能算法 (SWPA). 新算法在原算法的基础上继承游走行为, 将奔袭行为和围攻行为融合为智能寻优行为, 在提高算法寻优能力的同时, 消除距离判定因子选择带来的主观性, 并有效避免狼群寻优过程中进行距离分析而产生的巨大运算量 (尤其是高维函数), 大大降低狼群算法在寻优过程中的计算耗费; 构建能够更好地避免群智能算法早熟的双高斯函数更新法, 在头狼具备胜者为王的精英保留策略的基础上, 其余人工狼均有可能被淘汰, 并且在人工狼被淘汰后, 通过双高斯函数生成新一代人工狼, 拓展种群多样性, 提高算法的全局搜索能力.

本文首先构建狼群智能算法; 然后通过马尔科夫过程证明算法的收敛性, 并通过对具备不同测试特性 (单峰/多峰、低维/高维、可分/不可分) 的多种典型标准测试函数 (Benchmark) 进行最优化寻优仿真. 仿真结果表明, 狼群智能算法在对各种类型标准函数寻优时均具备快速性和稳定性, 同时可以避免算法早熟.

1 狼群智能算法

猎场空间由 N 匹人工狼和 D 维 (待寻优函数自变量维数) 变量空间构成, 人工狼 W_i 位置为 $X_i = (x_i^1, x_i^2, \dots, x_i^D)$, 猎物资源或获取猎物消耗 (目标函数值) 为 $Y_i = f(X_i)$. 狼群智能算法由头狼产生规则、游走行为、智能猎杀行为和种群更新规则构成, 其算法流程如图 1 所示.

1.1 头狼产生规则

头狼是狼群中能够带领狼群整体最优的唯一领头狼, 通过指挥其他人工狼有效合作增强狼群整体性能. 1) 在狼群算法运行过程中, 选择拥有最优资源的人工狼为头狼, 即在每一代人工寻优狼群中拥有最优目标函数值的人工狼为头狼; 2) 为了保证狼群指挥的执行力, 头狼有且仅有一匹, 当多匹人工狼拥有相同的最优资源时, 随机选择一匹人工狼为头狼, 其他最优人工狼则被头狼猎杀并按照狼群更新规则生成同等数量的人工狼; 3) 头狼参与游走行为后将不与其他行为, 直接进入下次迭代, 直至头狼被替代.

1.2 游走行为

每一代人工狼觅食过程中, 人工狼 W_i 通过自身小范围内嗅觉敏锐的优点进行小范围寻优, 如果人工狼 W_i 发现猎物资源大于头狼 W_{lead} 的猎物资源, 则该人工狼由于大量资源而超过并替代头狼, 即 $W_{lead} = W_i$, 最优资源 $Y_{lead} = Y_i$; 若 $Y_i < Y_{lead}$, 则人工狼 W_i 判断小范围内 h 个位置的猎物资源, 人工狼 W_i 判断第 p 个游走位置的第 d 维空间位置为

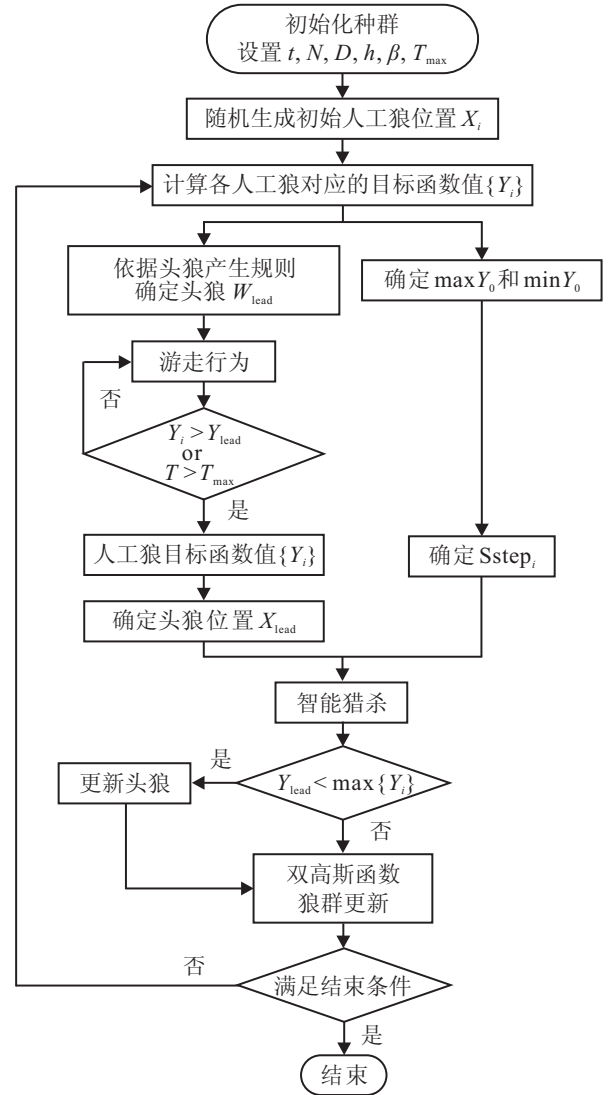


图 1 狼群智能算法流程

$$x_i^d(p) = x_i^d + \lambda \cdot \sin(2\pi \times p/h) \times \text{step}_a^d. \quad (1)$$

其中: p 为游走判断位置数且 $p \in \{1, 2, \dots, h\}$, 随机因子 λ 为 $[-1, 1]$ 间均匀分布的随机数, step_a^d 为第 d 维的游走步长.

人工狼 W_i 生成的 h 个游走点的位置集合为

$$X_i = \{x_i(1), x_i(2), \dots, x_i(h)\},$$

其中第 p 个游走点的位置为 $x_i(p) = \{x_i^1(p), x_i^2(p), \dots, x_i^D(p)\}$.

分析 h 个游走位置的猎物资源 (目标函数值) 并判断资源最大值 $Y_i^{\max} = \max(f(X_i^p))$ 与人工狼 W_i 的猎物资源 (目标函数值) Y_i , 若游走最大猎物资源 Y_i^{\max} 大于游走前猎物资源 Y_i , 则人工狼 W_i 进行一次移动 $X_i = X_i^{\max}$, 最优资源 $Y_i = Y_i^{\max}$. 游走行为可重复进行, 最多不超过 T_{\max} . 同时, 根据狼群小范围内嗅觉不同的原理, 游走时需要进行游走判断的位置数 h 可根据需求选取不大于 h_{\max} 的任意整数. 游走行为结束时, 确定头狼位置及其猎物资源, 进入下一步.

1.3 智能猎杀行为

头狼确定后, 头狼通过嚎叫发号施令, 告知狼群头狼位置及猎物资源, 人工狼 W_i 通过判别自身位置 X_i 和猎物资源 Y_i 与头狼位置 X_{lead} 及其猎物资源 Y_{lead} 的差距, 以智能猎杀步长 $\text{Sstep}_i = \{\text{Sstep}_i^1, \text{Sstep}_i^2, \dots, \text{Sstep}_i^D\}$ 逼近头狼 W_{lead} 所在的位置 X_{lead} . 人工狼 W_i 在第 $k+1$ 次种群迭代时的第 d 维空间位置由智能猎杀前位置、智能猎杀步长和猎杀方向决定, 即

$$x_{i,k+1}^d = x_{i,k}^d + \text{Sstep}_i^d \cdot \frac{x_{\text{lead},k}^d - x_{i,k}^d}{|x_{\text{lead},k}^d - x_{i,k}^d|}, \quad (2)$$

其中 Sstep_i^d 为人工狼 W_i 进行智能猎杀时第 d 维的智能步长.

智能猎杀步长为人工狼 W_i 在猎场空间中向具有最优资源的头狼 W_{lead} 趋近的移动幅度, 为了获得更好的寻优效率, 人工狼 W_i 自身资源 Y_i 与头狼猎物资源 Y_{lead} 之间的差距越大, 则猎杀步长越大, 即人工狼处于资源贫瘠区时快速向资源丰沛区奔袭; 反之, 当人工狼 W_i 自身资源 Y_i 与头狼猎物资源 Y_{lead} 之间的差距越小时, 猎杀步长越小, 即人工狼处于资源丰沛区时对移动过程中的猎场空间进行更为仔细的搜寻; 当人工狼 W_i 自身资源 Y_i 与头狼猎物资源 Y_{lead} 之间无差距时, 人工狼根据猎场环境限制以最小步长进行寻优. 以猎场空间和猎场空间中最优资源与最劣资源之差为基准, 取人工狼智能猎杀步长与人工狼 W_i 猎物资源 Y_i 和头狼猎物资源 Y_{lead} 差形成正相关关系来构建智能猎杀步长, 即

$$\text{Sstep}_i^d = (Y_{\text{lead}} - Y_i) \cdot \frac{x_{bma}^d - x_{bmi}^d}{\max Y_0 - \min Y_0} + \text{step}_{\text{mini}}^d. \quad (3)$$

其中: x_{bma}^d 、 x_{bmi}^d 分别为寻优猎场自定义域第 d 维最大、最小边界值; $\max Y_0$ 、 $\min Y_0$ 分别为初始随机分布人工狼最优猎物资源和最差猎物资源; $\text{step}_{\text{mini}}^d$ 为人工狼寻优过程中受环境等原因限制时的最小步长, 为非负数.

1.4 狼群更新规则——双高斯函数更新法

为了更好地保持狼群多样性并逃离局部最优, 在进行智能猎杀行为后, 根据猎场空间中人工狼与变量空间的生态平衡, 将有 R 匹人工狼由于“优胜劣汰”自然法则影响被淘汰消逝, 并重新繁衍生成与淘汰人工狼同等数量的人工狼. 这里 R 取 $[n/2\beta, n/\beta]$ 之间的随机整数, β 为群体更新比例因子. 由于头狼拥有最好的猎物资源(即目标函数值), 其具备不被淘汰的生存优势.

为了更好地提高狼群的种族多样性, 本文设计一种双高斯函数更新法, 通过构建双高斯函数, 使得新

生人工狼 W_i^* 的位置 X_i^* 远离原人工狼 W_i 所处的不具备良好种群多样性的位置 X_i . 定义新人工狼 W_i^* 第 d 维的位置为

$$X_i^{*z} = \delta_i^d \times N_2 + |1 - \delta_i^d| \times X_i^z. \quad (4)$$

其中: δ_i^d 为人工狼 W_i 第 d 维更新系数, 该系数为随机生成的 0 或 1, 用以确定该维位置是否更新; N_2 为基于双高斯函数的人工狼 W_i 位置更新系数. 狼群新生成的人工狼之间的差别从概率统计的角度来看, 是许多微小的独立随机因素影响的结果. 根据中心极限定理可以认为, 新生成人工狼位置差别具有正态分布特性. 同时, 为了促使新生成人工狼更好地逃离原人工狼所处位置, 越是远离原人工狼位置的点, 成为新生成人工狼的概率越高, 因此, 本文通过双高斯函数来生成新人工狼, 即

$$N_2 = (X_{\text{min}}^d + \sigma_1 \times e) \times \text{heaviside}(r_1 - r) + (X_{\text{max}}^d + \sigma_2 \times e) \times \text{heaviside}(r - r_1), \quad (5)$$

$$r = \frac{X_i^d - X_{\text{min}}^d}{X_{\text{max}}^d - X_{\text{min}}^d}. \quad (6)$$

其中: σ_1 和 σ_2 为双高斯函数的均方差; X_{max}^d 和 X_{min}^d 为猎场空间在 d 维的上下限, 作为双高斯函数的均值以促使新生成人工狼逃离原区域; e 为符合标准正态分布的随机数; r_1 为隶属于 $[0, 1]$ 间的随机数, 用以促使新生成人工狼倾向于向更加远离原区域的位置逃离; $\text{heaviside}(x)$ 为单位阶跃函数, 其具体定义如下:

$$\text{heaviside}(x) = \begin{cases} 0, & x < 0; \\ 0.5, & x = 0; \\ 1, & x > 0. \end{cases} \quad (7)$$

一旦新生成人工狼 W_i^* 第 d 维位置 X_i^{*z} 超出猎场空间的范畴, 则重新进行双高斯位置更新, 直至人工狼第 d 维新生位置处于猎场空间内.

2 算法马尔科夫收敛性分析

马尔科夫过程是用于智能算法收敛性分析的常用工具, 粒子群算法的收敛性分析^[3-4]、人工蜂群算法的收敛性分析^[8]等都适用于马尔科夫过程. 狼群智能算法中头狼产生规则很好地应用了精英保留策略, 将群体已发现的最优位置保留下来^[14]; 同时, 其游走行为和智能猎杀行为仅需考虑上一次迭代后产生的人工狼位置及其猎物资源, 与原先的状态无关, 构成一个典型的马尔科夫过程.

对于狼群智能算法, 其马尔科夫链为

$$Q(t) = (x_{\text{lead}}(t-1), X(t)).$$

其中: t 为迭代代数, $x_{\text{lead}}(t-1)$ 为第 $t-1$ 代头狼所处位置, $X(t)$ 为除头狼外所有人工狼所处位置.

记狼群智能算法的马尔科夫链状态空间为 G , 则

其状态空间的维数为 $L = |G| = |D|^d$.

2.1 相关基本定义及引理

定义 1 对于方阵 $A \in R^{n \times n}$, 有:

1) 对于 $\forall i, j \in \{1, 2, \dots, n\}$, 若 $a_{ij} \geq 0$, 则称为非负矩阵;

2) 对于 $\forall i, j \in \{1, 2, \dots, n\}$, 若 $a_{ij} > 0$, 则称为全正矩阵;

3) 若 A 为非负矩阵且 $\sum_{j=1}^n a_{ij} = 1$, 则称为随机矩阵;

4) 若 A 为随机矩阵且所有行相同, 则称为稳定矩阵.

引理 1 若 $P = \begin{bmatrix} C & 0 \\ D & E \end{bmatrix}$ 为随机矩阵, 其中 C 为 m 维全正随机方阵, 矩阵 D 每一行中至少有一个非零元素, 则矩阵 P 存在极限值, 且其收敛概率为 1^[15].

2.2 狼群智能算法状态转移空间矩阵

狼群智能算法的每一个迭代循环均包括游走行为、智能猎杀、狼群更新 3 个部分.

1) 游走行为.

记进行游走行为的概率矩阵为 $S = (s_{ij})$, 其中 s_{ij} 为人工狼由状态 i 转化为状态 j 的概率, 其概率变化符合全概率公式, 即

$$\sum_{j=1}^L s_{ij} = 1. \quad (8)$$

由式 (1)、(5) 及游走行为的游走位置生成方法可知, 矩阵 S 为非负随机矩阵, 且每行至少有一个正元素.

2) 智能猎杀.

智能猎杀的精髓在于其精英保留策略, 即每一代中每个人工狼都会以一定的方式向头狼靠拢, 该移动策略类似于人工狼与头狼之间进行遗传算法中的交叉策略. 记进行智能猎杀行为的概率矩阵为 $H = (h_{ij})$, 其中 h_{ij} 为人工狼群由状态 i 转化为状态 j 的概率; 人工狼 W_j 与头狼进行信息交流的交流比率为 χ_j (特别地, 记头狼自身的信息交流为 1), 则智能猎杀行为的概率矩阵符合

$$h_{ij} = \prod_{j=1}^L \chi_j. \quad (9)$$

由式 (2)、(3) 及智能猎杀行为的位置生成方法可知, 人工狼与头狼进行信息交流的概率均为正, 即 H 为全正矩阵.

3) 双高斯函数更新行为.

记进行双高斯函数更新行为的概率矩阵为 $U = (u_{ij})$, 其中 u_{ij} 为人工狼由状态 i 转化为状态 j 的概

率, 其概率变化符合全概率公式, 即

$$\sum_{j=1}^L s_{ij} = 1. \quad (10)$$

由劣势人工狼被淘汰后式 (4) 的位置生成方法可知, 矩阵 S 为非负随机矩阵, 且每行至少有一个正元素.

2.3 算法收敛性证明

由于头狼具备最优的种群优势, 本文将头狼位置调整至种群的一号位置, 并按照与头狼相同的个体归于一类的方法进行处理, 则新生成的状态转移概率矩阵记为 S^* (游走行为状态转移概率矩阵)、 H^* (智能猎杀状态转移概率矩阵) 和 U^* (双高斯函数更新行为状态转移概率矩阵), 则按头狼归于一类, 有

$$S^* = \text{diag}(S, S, \dots, S), \quad (11)$$

$$H^* = \text{diag}(H, H, \dots, H), \quad (12)$$

$$U^* = \text{diag}(U, U, \dots, U). \quad (13)$$

每一代狼群的进化都会将最优解记录在头狼位置, 即最优资源位置从 $Z_1 = (W_1, X_1, X_2, \dots, X_N)$ 到 $Z_2 = (W_2, X_1, X_2, \dots, X_N)$, 其状态转移概率可能为:

1) W_2 为狼群获取猎物最优位置且其消耗量小于上一代消耗最小处消耗资源, 即 $f(W_2) < f(W_1)$ 时, 其状态转移概率 $P(Z_2|Z_1) = 1$;

2) W_2 的消耗量等于上一代消耗最小处消耗资源时, 头狼位置不变, 即 $W_2 = W_1$, 记状态转移概率 $P(Z_2|Z_1) = 1$;

3) 其他情况下的状态转移概率为 $P(Z_2|Z_1) = 0$.

如果将所有状态按第 1 个变量的目标值从好到坏的顺序排列, 则最后记录头狼位置的状态转移概率矩阵为

$$R = \begin{bmatrix} R_{11} & & & \\ R_{21} & R_{22} & & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ R_{|D|1} & R_{|D|2} & \cdots & R_{|D||D|} \end{bmatrix}. \quad (14)$$

显然, R_{ij} 中每一列至少有一个 1.

如果将第 1 个变量按目标值从好到坏的顺序排列, 则这个迭代过程的马氏链的状态转移概率矩阵为

$$P^* = S^* H^* U^* R =$$

$$\begin{bmatrix} SHUR_{11} & & & \\ SHUR_{21} & SHUR_{22} & & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ SHUR_{|D|1} & SHUR_{|D|2} & \cdots & SHUR_{|D||D|} \end{bmatrix}. \quad (15)$$

记 $A = SH$, $B = AU$. 由于矩阵 S 非负且每行至少有一个正元素, 矩阵 H 为全正矩阵, 有矩阵 A 为全

正矩阵; 同时由于矩阵 U 为随机矩阵, 有矩阵 B 为全正矩阵. 又由 R_{12} 每一列至少有一个 1, 可推出矩阵 $SHUR_{12}$ 为全正矩阵.

将矩阵 P 以引理 1 中矩阵分块方式进行分块, 有

$$C = [SHUR_{11}], \quad (16)$$

$$D = \begin{bmatrix} SHUR_{21} \\ SHUR_{31} \\ \vdots \\ SHUR_{|D|1} \end{bmatrix}, \quad (17)$$

$$E = \begin{bmatrix} SHUR_{22} & & \\ & \ddots & \\ SHUR_{|D|1} & & SHUR_{|D||D|} \end{bmatrix}. \quad (18)$$

由于矩阵 ECS 为全正矩阵, 矩阵 R 为非 0 矩阵且每一列至少有一个 1, 可推出矩阵 D 中的每一行至少有一个非零元素.

由上述分析可知, 矩阵 P 的分块矩阵 C 、 D 、 E 与引理 1 中各分块矩阵的条件相符, 因此, 狼群智能算法在极限状态下不能寻找到最优资源位置状态的马尔科夫链概率为 0, 且包含最优资源位置的状态极限分布和为 1.

3 仿真实验及算法有效性测试

3.1 测试函数

为了验证狼群智能算法的有效性, 本文选用具有不同数学特征和规模的 9 个智能算法标准测试函数 (Benchmark) 进行算法有效性测试. 如表 1 所示: “特征”一栏中, “U”表示单峰 (unimodal) 函数、“M”表示多峰 (multimodal) 函数. 单峰函数仅有一个极值, 即局部极值就是全局极值, 在验证算法寻优快速性等方面有较好的测试能力^[16]; 多峰函数一般有多个局部极值, 在验证算法逃离局部极值、避免早熟收敛等方面有较好的测试能力^[17]. “解空间”一栏中, 集合部分表示自变量的定义域, 上标表示维数. 如 $[a, b]^D$ 表示函数的寻优空间维数为 D 且 $x_i \in [a, b], i = 1, 2, \dots, D$. 函数维数越高, 运算复杂度越大, 对智能进化算法的要求越高^[18].

为了更好地覆盖不同类型的测试函数, 选取包含单峰/多峰、低维/高维、可分/不可分等 7 类测试函数, 并选取更高维的高维、多峰、可分/不可分函数以更好地验证寻优效能, 进一步对比各智能进化算法的寻优能力. 选取如表 1 所示 9 个典型测试函数.

表 1 标准测试函数

函数名	表达式	特征	解空间	全局极值
Sphere	$f_1 = \sum_{i=1}^D x_i^2$	US	$[-10, 10]^2$	0
Matyas	$f_2 = 0.26(x_1^2 + x_2^2) - 0.48x_1x_2$	UN	$[-10, 10]^2$	0
Booth	$f_3 = (x_1 + 2x_2 - 7)^2 + (2x_1 + x_2 - 5)^2$	MS	$[-10, 10]^2$	0
Eggcrate	$f_4 = x_1^2 + x_2^2 + 25(\sin^2 x_1 + \sin^2 x_2)$	MN	$[-2\pi, 2\pi]^2$	0
Sumsquares	$f_5 = \sum_{i=1}^D ix_i^2$	US	$[-10, 10]^{100}$	0
Quadric	$f_6 = \sum_{i=1}^D \left(\sum_{k=1}^i x_k \right)^2$	MS	$[-30, 30]^{100}$	0
Griewank	$f_7 = \frac{1}{4000} \sum_{i=1}^D x_i^2 - \prod_{i=1}^D \cos\left(\frac{x_i}{\sqrt{i}}\right) + 1$	MN	$[-600, 600]^{100}$	0
Ackley-1	$f_8 = -20 \exp\left(-0.2 \sqrt{\frac{1}{D} \sum_{i=1}^D x_i^2}\right) - \exp\left(\frac{1}{D} \sum_{i=1}^D \cos(2\pi x_i)\right) + 20 + e$	MN	$[-32, 32]^{100}$	0
Ackley-2	$f_9 = -20 \exp\left(-0.2 \sqrt{\frac{1}{D} \sum_{i=1}^D x_i^2}\right) - \exp\left(\frac{1}{D} \sum_{i=1}^D \cos(2\pi x_i)\right) + 20 + e$	MN	$[-32, 32]^{200}$	0

3.2 仿真实验及其结果分析

为了验证本文算法的有效性和可行性, 将本文狼群智能算法 (SWPA) 与 7 种群体智能优化算法分别对上述标准测试函数进行测试. 由于不同文献对智能进化算法进行有效性测试时采用的测试参数有差别, 本文在选取通用参数相同设置的基础上, 各个进化算法参数设置采用参考文献中最优的参数设置, 即最

大迭代次数为 $k_{\max} = 2000$, 种群规模 (初始狼群、粒子群、鱼群等) 为 $N = 100$, 狼群算法 (WPA)^[10]、粒子群算法 (PSO)^[3]、人工鱼群算法 (AFSA)^[5]、蜂群算法 (ABC)^[7]、萤火虫算法 (FA)^[14]、布谷鸟搜索算法 (CS)^[8]、蝙蝠算法 (BA)^[9] 等算法其余参数设置如表 2 所示.

采用上述 8 种智能算法分别对表 1 所示 9 个典

型测试函数进行 50 次独立实验. 仿真实验环境为: Win8.1 64 位操作系统, Matlab R2014a. 通过以下指
 Hp Z4 Intel(R) E5-1620 v2 @3.70GHz, 内存 32GB, 标考核智能算法的优劣, 仿真分析结果如表 3 所示.

表 2 智能优化算法参数设置

算法	参数设置
WPA	最大游走次数 $T_{max} = 10$, 步长因子 $S = 0.1$, 判定距离 $d = 0.08$, 更新比例因子 $\beta = 3$
SWPA	最大游走次数 $T_{max} = 10$, 更新比例因子 $\beta = 3$
PSO	惯性权重 $\omega = 0.7298$, 学习因子 $c_1 = c_2 = 1.4946$, 个体速度限制为 $[-0.5, 0.5]$
AFSA	最多试探次数 $try_{num} = 100$, 感知距离 $v = 1$, 拥挤度因子 $de = 0.618$, 步长 $step = 0.1$
ABC	蜜源数量为 $N/2$, 控制参数 $limit = 100$
FA	步长因子 $\alpha = 0.25$, 吸引度因子 $\beta = 0.2$, 光强吸收强度 $\gamma = 1$
CS	发现概率 $p = 0.25$, 步长调节量 $\alpha = 0.01$, 参数 $\beta = 1.5$
BA	响度 $A = 0.9$, 脉冲速率 $r = 0.9$, 最大频率 $Q_{max} = 2$, 最小频率 $Q_{min} = 0$

表 3 狼群智能算法与其他群体智能优化算法之间的性能比较分析

函数	评价指标	ABC	AFSA	BA	CS	FA	PSO	SWPA	WPA
f_1 (Sphere)	BEST	2.36e-23	2.46e-16	3.64e-18	9.36e-56	7.53e-18	7.8e-206	7.5e-106	2.1e-103
	MEAN	5.86e-18	8.62e-10	6.31e-11	5.17e-52	4.63e-12	7.8e-198	1.45e-91	6.31e-91
	WORST	6.23e-16	4.62e-9	4.87e-10	3.26e-47	6.82e-11	7.8e-183	9.43e-89	6.64e-87
	STD	8.39e-16	7.52e-9	6.58e-10	2.49e-46	5.71e-10	2.1e-183	2.97e-88	8.13e-87
	SR/%	100	100	100	100	100	100	100	100
	AEN	32.3	132.7	39.7	77.9	1113.2	32.7	102.1	101.3
f_2 (Matyas)	BEST	1.93e-17	7.77e-14	7.46e-17	4.77e-63	4.84e-13	2.34e-13	2.21e-103	2.51e-102
	MEAN	4.96e-16	9.90e-12	7.60e-12	8.89e-59	1.10e-11	1.03e-10	4.84e-96	2.16e-96
	WORST	9.86e-16	4.74e-11	2.94e-11	3.46e-57	6.96e-11	9.64e-10	6.18e-95	5.56e-95
	STD	2.14e-16	1.01e-11	6.72e-12	4.89e-58	1.19e-11	1.55e-10	1.27e-95	8.57e-96
	SR/%	100	100	100	100	100	100	100	100
	AEN	390.46	107.98	48.92	54.84	507.64	33.64	88.46	77.5
f_3 (Booth)	BEST	5.65e-20	1.75e-11	7.04e-12	0	5.48e-12	0	6.05e-11	7.35e-10
	MEAN	4.53e-18	5.45e-10	4.08e-10	0	2.56e-10	0	1.07e-08	1.32e-09
	WORST	1.73e-17	2.36e-09	2.04e-09	0	8.16e-10	0	5.73e-08	6.93e-07
	STD	3.93e-18	5.89e-10	5.15e-10	0	1.97e-10	0	1.25e-08	1.70e-08
	SR/%	100	100	100	100	100	100	100	100
	AEN	120.52	183.76	37.64	81.22	1000.56	31.24	90.72	171.82
f_4 (Eggcrate)	BEST	4.30e-22	5.73e-07	1.10e-10	2.46e-57	3.59e-11	2.52e-189	3.51e-101	2.57e-101
	MEAN	1.85e-19	1.52e+00	5.69e-01	1.62e-53	1.09e-09	5.21e-183	7.28e-95	1.90e-01
	WORST	6.66e-19	9.49e+00	9.49e+00	1.37e-52	4.56e-09	9.47e-182	1.09e-93	9.48
	STD	1.74e-19	3.51e+00	2.28e+00	3.28e-53	9.75e-10	8.57e-183	2.27e-94	1.34
	SR/%	100	4	94	100	100	100	100	98
	AEN	35.66	1954.54	150.98	112.48	1172	37.34	113.30	151.20
f_5 (Sumsquares)	BEST	3.11e-06	3.04e+05	5.73e-01	5.40e-01	1.21	5.98e+02	5.27e-94	1.90e-93
	MEAN	2.85e-05	3.60e+05	2.60e+03	9.86e-01	7.18	8.56e+02	6.63e-90	1.44e-89
	WORST	2.36e-04	4.14e+05	4.71e+03	1.38	2.03e+01	1.14e+03	1.00e-88	3.59e-88
	STD	4.54e-05	2.39e+04	1.22e+03	1.93e-01	4.92	1.33e+02	1.88e-89	5.56e-89
	SR/%	0	0	0	0	0	0	100	100
	AEN	2000	2000	2000	2000	2000	2000	235.98	233.82
f_6 (Quadric)	BEST	1.19e+05	1.30e+05	3.45e+03	2.16e+03	8.23e+02	4.26e+02	1.46e-94	2.40e-94
	MEAN	1.79e+05	2.28e+05	9.39e+03	2.96e+03	1.16e+03	6.88e+02	8.26e-90	7.60e-90
	WORST	2.29e+05	3.47e+05	1.68e+04	3.79e+03	1.64e+03	1.09e+03	1.83e-88	1.40e-88
	STD	2.91e+04	5.52e+04	3.78e+03	3.65e+02	1.93e+02	1.46e+02	3.21e-89	2.21e-89
	SR/%	0	0	0	0	0	0	100	100
	AEN	2000	2000	2000	2000	2000	2000	226.60	226.52

续表 3

函数	评价指标	ABC	AFSA	BA	CS	FA	PSO	SWPA	WPA
f_7 (Griewank)	BEST	3.49e-05	7.84e+03	1.47e+02	5.48e-01	4.26e-03	7.88e-01	0	0
	MEAN	1.24e-02	9.38e+03	2.30e+02	7.82e-01	6.49e-03	1.20	3.18e-16	4.15e-02
	WORST	1.01e-01	1.00e+04	4.09e+02	9.24e-01	8.91e-03	2.20	9.99e-160	1.05e+0
	STD	2.04e-02	4.44e+02	5.88e+01	9.19e-02	1.02e-03	2.04e-01	2.29e-16	2.06e-01
	SR/%	0	0	0	0	0	0	100	96
	AEN	2000	2000	2000	2000	2000	2000	237.88	310.8
f_8 (Ackley-1)	BEST	1.92e+01	2.13e+01	1.16e+01	5.11e+00	2.13e-02	5.03e+00	2.93e-14	2.93e-14
	MEAN	1.98e+01	2.14e+01	1.28e+01	9.00e+00	2.92e-02	6.07e+00	3.58e-14	6.32e-01
	WORST	1.99e+01	2.15e+01	1.45e+01	1.57e+01	4.24e-02	6.98e+00	4.00e-14	3.56e+00
	STD	1.12e-01	3.41e-02	5.82e-01	2.77e+00	4.58e-03	3.81e-01	4.41e-15	1.21e+00
	SR/%	0	0	0	0	0	0	100	78
	AEN	2000	2000	2000	2000	2000	2000	329.04	699.38
f_9 (Ackley-2)	BEST	1.99e+01	2.14e+01	1.15e+01	6.55e+00	7.33e-02	6.02e+00	2.93e-14	2.93e-14
	MEAN	2.00e+01	2.15e+01	1.30e+01	1.11e+01	8.71e-02	6.82e+00	3.52e-14	9.33e-01
	WORST	2.00e+01	2.15e+01	1.52e+01	1.66e+01	1.02e-01	7.46e+00	3.99e-14	2.92e+00
	STD	5.92e-03	1.67e-02	6.87e-01	3.01e+00	6.56e-03	3.27e-01	4.09e-15	1.19e+00
	SR/%	0	0	0	0	0	0	100	60
	AEN	2000	2000	2000	2000	2000	2000	334.28	991.04

1) 最优值 BEST、最差值 WORST、平均值 MEAN、标准差 STD. 历次进化计算结束时寻优结果的最优目标函数、最差目标函数、目标函数均值和目标函数标准差。

2) 寻优成功率 Success Rate (SR). 记每次寻优得到的最佳目标函数值与全局最优目标函数值之差的绝对值为寻优差 ε . 一般地, 寻优差 $\varepsilon < 10^{-6}$ 时为寻优成功, 寻优成功次数与实验次数之比即为成功率 SR.

3) 平均寻优成功进化数 average evolutionary number (AEN). 记进化迭代过程中首次达到寻优成功所消耗进化迭代的代数 of 寻优成功进化迭代数, 当迭代至最大迭代次数也未成功寻优时, 取寻优成功进化迭代数为最大迭代次数 $k_{max} = 2000$, 历次寻优计算的寻优成功进化迭代数平均值即为平均进化数 AEN.

由表 3 和图 2 可知, 狼群智能算法在对典型函数进行寻优时, 存在以下差异:

1) 对于低维、单峰、可分函数 Sphere (f_1), 8 种智能进化算法均有良好的寻优能力, PSO 拥有最好的寻优效果, 狼群算法 (WPA) 和狼群智能算法 (SWPA) 拥有比其他算法更好的寻优效果.

2) 对于低维、单峰、不可分函数 Matyas (f_2), 8 种智能进化算法均有良好的寻优能力, 但是狼群算法 (WPA) 和狼群智能算法 (SWPA) 拥有更好的寻优效果, 它们的最优值 BEST、最差值 WORST、平均值 MEAN、标准差 STD 等比其他 6 种算法提升了一个数量级.

3) 对于低维、多峰、可分函数 Booth (f_3), 8 种智

能进化算法均有良好的寻优能力, 但是布谷鸟搜索算法 (CS) 和粒子群算法 (PSO) 拥有更好的寻优效果, 最优值 BEST、最差值 WORST、平均值 MEAN、标准差 STD 等均寻找到最优值; 狼群智能算法 (SWPA) 并不具备十分明显的优势.

4) 对于低维、多峰、不可分函数 Eggcrate (f_4), 随着寻优难度的增大, 人工鱼群算法 (AFSA) 和蝙蝠算法 (BA) 在进行寻优分析时寻优成功率 SuccessRate (SR) 并不理想, 蜂群算法 (ABC)、布谷鸟搜索算法 (CS)、萤火虫算法 (FA)、粒子群算法 (PSO)、狼群算法 (WPA) 和狼群智能算法 (SWPA) 均具有良好的寻优能力. 其中: 粒子群算法 (PSO) 和狼群智能算法 (SWPA) 的最优值 BEST、最差值 WORST、平均值 MEAN、标准差 STD 等比其他几种算法提升了一个数量级; 狼群算法拥有良好的最优值 BEST, 但其最差值 WORST、平均值 MEAN、标准差 STD 较差, 寻优成功率 SuccessRate (SR) 为 98%, 表明其在寻优计算中陷入局部极值而影响整体寻优能力.

对于高维函数, 蜂群算法 (ABC)、人工鱼群算法 (AFSA)、蝙蝠算法 (BA)、布谷鸟搜索算法 (CS)、粒子群算法 (PSO) 和萤火虫算法 (FA) 均不能获得良好的寻优结果, 狼群算法 (WPA) 和狼群智能算法 (SWPA) 在进行寻优分析时拥有相对较好但各有侧重的寻优结果. 故以下几种测试函数仅用来分析狼群算法 (WPA) 和狼群智能算法 (SWPA) 的寻优能力.

5) 对于高维、单峰、可分函数 Sumsquares (f_5) 和高维、多峰、可分函数 Quadric (f_6), 狼群算法 (WPA) 和狼群智能算法 (SWPA) 具备几乎相同且理想的寻优

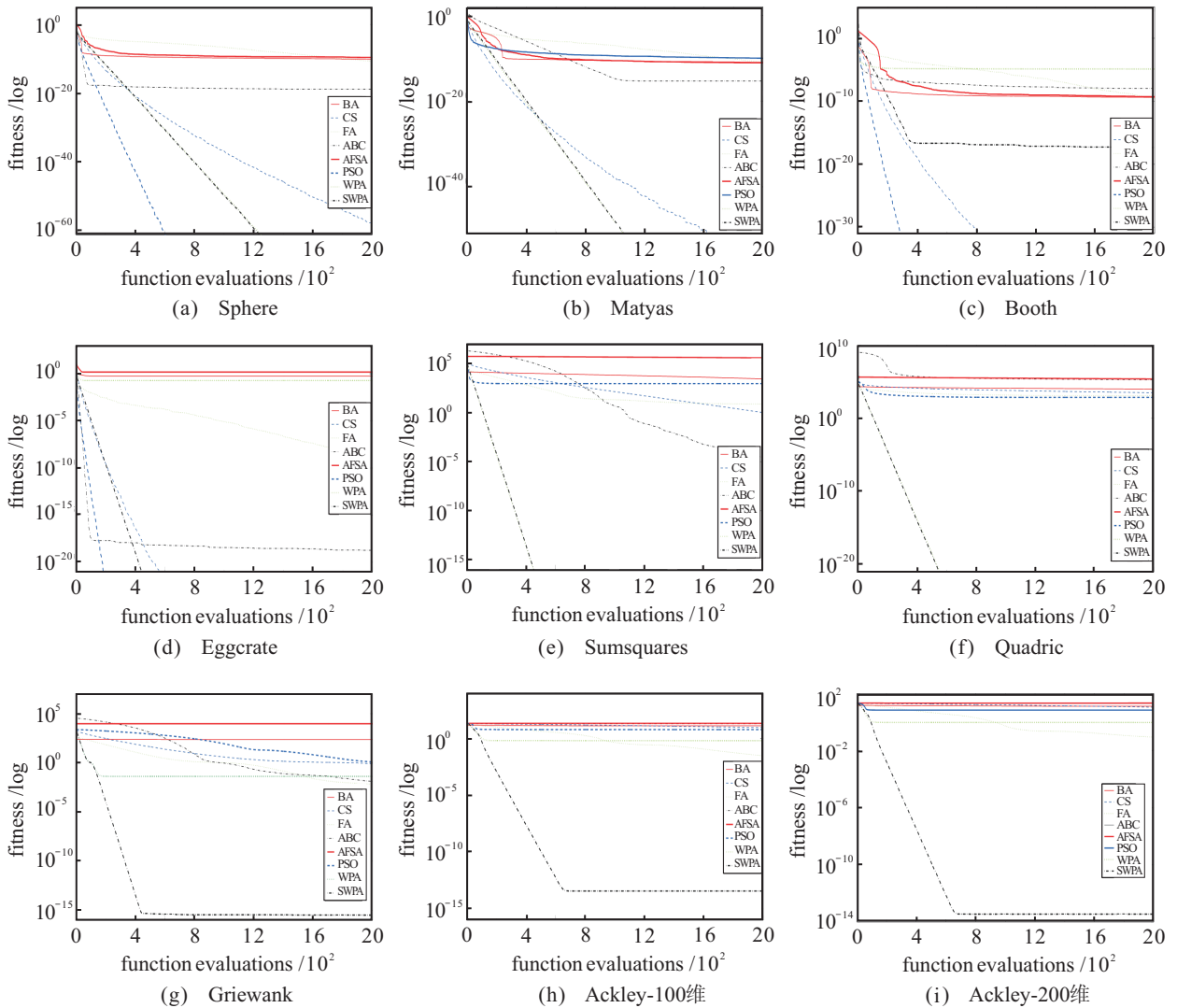


图2 智能优化平均进化曲线

效果. 函数 f_5 和 f_6 相比于函数 f_3 最大的不同点在于均为可分函数, 因而狼群智能算法 (SWPA) 对不可分函数的寻优能力较狼群算法 (WPA) 有一定的提升.

6) 对于高维、多峰、不可分函数 Griewank (f_7) 和 Ackley-1 (f_8), 狼群算法 (WPA) 易陷入局部极值而狼群智能算法 (SWPA) 均能得到全局极值; 对于进一步增大测试函数复杂程度的维数更高的多峰、不可分函数 Ackley-2 (f_9), 狼群算法 (WPA) 的寻优成功率 SuccessRate (SR) 不断降低, 表明其陷入局部极值的可能性不断增大, 而狼群智能算法 (SWPA) 均能得到全局极值而不陷入局部极值.

综上所述, 狼群智能算法 (SWPA) 对不同类型的单峰/多峰、低维/高维、可分/不可分测试函数具有较好的寻优能力, 比原狼群算法拥有更好的寻优能力, 尤其是在对高维/低维、多峰、不可分函数寻优时避免了早熟收敛、落入局部极值的能力.

4 结论

智能化是高级生物在进化过程中拥有的一类巨

大优势. 为了提高狼群算法在群智能进化过程中的寻优特性, 本文将传统狼群算法中的奔袭行为、围攻行为以及猎场空间距离判定进行智能融合, 构建了智能猎杀行为, 在提高算法寻优能力的同时避免了距离判定带来的计算耗费; 同时将双高斯函数引入狼群更新行为, 人为干预猎场空间内狼群的多样性, 构建了双高斯函数更新行为, 进一步提高了算法的全局寻优特性, 避免算法早熟而陷入局部极值.

本文将智能猎杀、双高斯函数更新等多种智能行为融入狼群算法, 构建了狼群智能算法, 应用马尔科夫过程理论证明了狼群智能算法的收敛特性, 并对具备不同测试特性 (单峰/多峰、低维/高维、可分/不可分) 的 9 个典型标准函数 (Benchmark) 进行了最优优化寻优仿真. 仿真结果表明, 狼群智能算法的收敛速度和收敛精度均优于 (或针对部分测试函数不亚于) 狼群算法 (WPA)、粒子群算法 (PSO)、人工鱼群算法 (AFSA)、蜂群算法 (ABC)、萤火虫算法 (FA)、布谷鸟搜索算法 (CS)、蝙蝠算法 (BA) 等 7 种群体智能优化算法, 尤其在对复杂度更高的函数 (高维、多峰、不可

分)进行寻优仿真时,远远优于其他几种智能算法,并有效提高了狼群算法的全局寻优特性.

参考文献(References)

- [1] 王凌. 智能优化算法及其应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2001: 1-2.
(Wang L. Intelligent optimization algorithms with applications[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2001: 1-2.)
- [2] Kennedy J, Eberhart R. Particle swarm optimization[C]. Proc of IEEE Int Conf on Neural Networks IV. Perth, 1995: 1942-1948.
- [3] 李宁. 粒子群优化算法的理论分析与应用研究[D]. 武汉: 华中科技大学自动化学院, 2006.
(Li N. Analysis and application of particle swarm optimization[D]. Wuhan: College of Automation, Huazhong University of Science and Technology, 2006.)
- [4] 高浩, 冷文浩, 须文波. 一种全局收敛的PSO算法及其收敛分析[J]. 控制与决策, 2009, 24(2): 196-201.
(Gao H, Leng W H, Xu W B. A global convergence algorithm of particle swarm optimization and its convergence analysis[J]. Control and Decision, 2009, 24(2): 196-201.)
- [5] 李晓磊, 邵之江, 钱积新. 一种基于动物自治体的寻优模式: 鱼群算法[J]. 系统工程理论与实践, 2002, 22(11): 32-38.
(Li X L, Shao Z J, Qian J X. An optimizing method based on autonomous animats: Fish-swarm algorithm[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2002, 22(11): 32-38.)
- [6] 陈斐. 改进的人工鱼群算法分析与研究[D]. 西安: 西安电子科技大学机电工程学院, 2012.
(Chen F. Analysis and research on improved artificial fish swarm algorithm[D]. Xi'an: School of Electro-Mechanical Engineering, Xidian University, 2012.)
- [7] Karaboga D, Basturk B. A powerful and efficient algorithm for numerical function optimization: artificial bee colony(ABC) algorithm[J]. J of Global Optimization, 2007, 39(3): 459-471.
- [8] 宁爱平, 张雪英. 人工蜂群算法的收敛性分析[J]. 控制与决策, 2013, 28(9): 1554-1558.
(Ning A P, Zhang X Y. Convergence analysis of artificial bee colony algorithm[J]. Control and Decision, 2013, 28(9): 1554-1558.)
- [9] Yang X, Deb S. Cuckoo search via Lévy flights[C]. World Congress on Nature & Biologically Inspired Computing. Piscataway: IEEE Publications, 2009: 210-214.
- [10] Xin-She, Amir H. Bat algorithm: A novel approach for global engineering optimization[J]. Engineering Computations, 2012, 29(5): 464-483.
- [11] 吴虎胜, 张凤鸣, 吴庐山. 一种新的群体智能算法——狼群算法[J]. 系统工程与电子技术, 2013, 35(11): 2430-2438.
(Wu H S, Zhang F M, Wu L S. New swarm intelligence algorithm — Wolf pack algorithm[J]. Systems Engineering and Electronics, 2013, 35(11): 2430-2438.)
- [12] Wu Hu-sheng, Zhang Feng-ming. Wolf pack algorithm for unconstrained global optimization[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2014, 31(1): 84-94.
- [13] Wu Hu-sheng, Zhang Feng-ming. A uncultivated wolf pack algorithm for highdimensional functions and its application in parameters optimization of PID controller[C]. IEEE Congress on Evolutionary Computation. Beijing: IEEE Press, 2014: 2430-2438.)
- [14] 吴虎胜. 狼群算法及其应用研究[D]. 西安: 空军工程大学装备管理与安全工程学院, 2014.
(Wu H S. Wolf pack algorithm and its application research[D]. Xi'an: Equipment Management and Safety Engineering College, Air Force Engineering University, 2014.)
- [15] Rachid Chelouah, Patrick Siarry. Genetic and Nelder-Mead algorithms hybridized for a more accurate global optimization of continuous multimimima functions[J]. European J of Operational Research, 2003, 148(2): 335-348.
- [16] Ralf S. Re-evaluating genetic algorithm performance under coordinate rotation of benchmark functions: A survey of some theoretical and practical aspects of genetic algorithms[J]. BioSystems, 1996, 39(8): 263-278.
- [17] Cinthya Solano-Aragón, Oscar Castillo. Optimization of benchmark mathematical functions using the firefly algorithm with dynamic parameters[J]. Fuzzy Logic Augmentation of Nature-Inspired Optimization Metaheuristics, 2015, 574(1): 81-89.
- [18] Joyita B, Sangita R, Sheli S C. Benchmark function analysis of cuckoo search algorithm[J]. Information Systems Design and Intelligent Applications, 2015, 339(3): 719-730.

(责任编辑: 李君玲)