

基于交互式多模型的不敏卡尔曼概率假设密度滤波算法

胡振涛, 张 谨, 郭 振

(河南大学 图像处理与模式识别研究所, 河南 开封 475004)

摘要: 针对非线性高斯场景下目标数目未知或随时间变化的机动多目标跟踪问题, 提出一种基于交互式多模型的不敏卡尔曼概率假设密度滤波算法. 首先, 在高斯混合概率假设密度滤波框架下, 结合不敏卡尔曼滤波中状态预测和量测更新的实现机理, 构建一种不敏卡尔曼概率假设密度滤波器; 然后, 通过引入交互式多模型方法中状态模型软判决机制, 实现对目标机动过程中运动模式不确定的处理; 最后, 通过理论分析和仿真结果验证了所提出算法的可行性和有效性.

关键词: 机动多目标跟踪; 概率假设密度滤波; 交互式多模型; 不敏卡尔曼滤波

中图分类号: TP391

文献标志码: A

Unscented Kalman probability hypothesis density filter based on interacting multiple model

HU Zhen-tao, ZHANG Jin, GUO Zhen

(Institute of Image Processing and Pattern Recognition, Henan University, Kaifeng 475004, China. Correspondent: ZHANG Jin, E-mail: lanyanling.meng@162.com)

Abstract: Aiming at the maneuvering multi-target tracking problem with unknown or time-varying number of targets in the nonlinear Gaussian condition, an unscented Kalman probability hypothesis density filter based on the interactive multiple model is proposed. Firstly, combining with the implementation mechanism of state prediction and measurement update in the unscented Kalman filter, the unscented Kalman probability hypothesis density filter for the nonlinear Gaussian system is constructed in the framework of the Gaussian mixture probability hypothesis density filter. On this basis, the motion pattern uncertainty in the target maneuvering system is solved by utilizing the soft decision mechanism of the state model in the interactive multiple model algorithm. Theoretical analysis and simulation results verify the feasibility and effectiveness of the proposed algorithm.

Keywords: maneuvering multi-target tracking; probability hypothesis density filter; interactive multiple model; unscented Kalman filter

0 引 言

杂波环境下多目标跟踪问题广泛存在于军事领域和民用领域. 当被跟踪目标的数目已知时, 联合概率数据关联(JPDA)^[1]或多假设方法(MHT)^[2]给出了较好的解决方法. 但当目标数目未知或数目随时间变化时, JPDA存在计算复杂度呈指数增长的缺陷, 而MHT要获取较好的滤波结果需要进行大量的“迭代”计算, 缺乏面向工程应用的实时性. 为此, Mahler等^[3]提出了概率假设密度(PHD)滤波器, 并且给出了PHD是随机有限集(RFS)^[3-4]的后验概率密度函数在Kullback-leibler信息准则下的最优近似的严格证明.

PHD避免了直接计算后验概率密度函数, 同时避免了数据关联过程, 降低了计算复杂度. 然而, PHD在一般意义上不存在解析式, 递推过程需要积分运算, 且积分运算存在“维数灾”等问题. 针对以上问题, Vo等^[5]进一步提出了高斯混合概率假设密度(GMPHD)滤波器, 给出了线性高斯情况下PHD滤波的一种解析实现, 其滤波原理是以高斯和的形式近似多目标后验概率密度, 从而减小目标状态估计误差. 但GMPHD滤波必须满足以下3种假设^[6]: 1) 每一个目标都服从线性高斯运动模型和量测模型; 2) 目标的存活概率和目标的检测概率相互独立; 3) 新生目标和衍生目标

收稿日期: 2015-10-29; 修回日期: 2016-01-10.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61300214); 中国博士后科学基金项目(2014M551999); 河南省高校科技创新团队支持计划项目(13IRTSTHN021).

作者简介: 胡振涛(1979—), 男, 副教授, 博士, 从事复杂系统建模与估计、信息融合等研究; 张谨(1992—), 女, 硕士生, 从事目标跟踪、非线性滤波的研究.

的概率假设密度函数均为高斯混合. 由于 GMPHD 的实现存在以上约束条件, 无法直接应用于具有非线性系统特性的多目标跟踪问题. 近年来, 国内外相关领域专家学者考虑将现有成熟的非线性滤波算法引入到 PHD 滤波框架下, 相继提出了扩展卡尔曼概率假设密度 (EKPHD)^[7] 滤波、容积卡尔曼概率假设密度 (CKPHD)^[8] 滤波和序贯蒙特卡罗概率假设密度 (SMCPHD) 滤波^[9] 等处理方法. 此类算法滤波效果的优劣受限于所结合的非线性滤波器自身的特性. 扩展卡尔曼滤波 (EKF) 利用泰勒展开的一次项对非线性方程作局部线性化处理, 仅适用于弱非线性高斯系统, 强非线性情况下易出现滤波发散问题; 容积卡尔曼滤波 (CKF)^[9] 通过 Cubature 准则选取 sigma 点集对概率分布的均值和方差进行参数化, 再根据非线性变换后的 Cubature 点计算近似高斯分布的参数, 由于 CKF 实现过程中 sigma 点权重完全依赖于系统状态维数的选取, 缺少面向对象和环境的可调节性; 序贯蒙特卡罗方法的典型实现即粒子滤波 (PF), PF 可以处理非线性以及非高斯问题, 但实现机理使其无法克服粒子退化和粒子多样性溃退问题^[10], 另外, PF 滤波精度取决于系统状态维数和粒子数目, 两者增加都会造成计算量的急剧增加.

以上处理方法的设计前提条件在于假设被观测目标运动形式为非机动情况, 即对每个目标可以采用单一动力学模型进行描述. 当目标发生机动时, 目标运动模式将存在不确定性, 单一模型必然无法完整描述目标运动情况. 对于机动目标运动的估计通常采用多模型策略, 依据模型切换原理, 一般分为静态多模型估计^[11] 和动态多模型估计^[12-13]: 静态多模型估计采用两元判决的硬判决机制, 结合模型转换阈值设定, 依据估计误差的积累结果选择目标运动模型, 其缺陷在于模型转换阈值设定依赖于专家知识, 此外, 估计误差的积累过程必然导致模型切换的延迟, 易造成模型切换时状态估计精度的急剧下降; 动态多模型估计采用模型概率融合的软判决机制, 在模型并行滤波基础上, 通过实时计算模型概率实现滤波估计结果的动态交互, 避免了静态多模型估计实现中对于先验知识的依赖, 同时模型切换延迟时间较短.

针对以上问题, 本文通过概率假设密度滤波、不敏卡尔曼滤波以及交互式多模型算法的动态结合, 提出一种基于交互式多模型的不敏卡尔曼概率假设密度滤波算法. 实验结果表明, 所提出算法在运动模式不确定的密集杂波环境下能够较好地估计目标状态和目标数目.

1 概率假设密度滤波

1.1 随机有限集模型

在随机有限集理论中, 一般将多目标的状态和量测分别视为状态集合 \mathbf{X}_k 和量测集合 \mathbf{Z}_k , 即

$$\mathbf{X}_k = \{\mathbf{x}_{k,1}, \mathbf{x}_{k,2}, \dots, \mathbf{x}_{k,M_k}\} \in \mathcal{F}(\mathbf{X}), \quad (1)$$

$$\mathbf{Z}_k = \{\mathbf{z}_{k,1}, \mathbf{z}_{k,2}, \dots, \mathbf{z}_{k,N_k}\} \in \mathcal{F}(\mathbf{Z}). \quad (2)$$

其中: $\mathcal{F}(\mathbf{X})$ 、 $\mathcal{F}(\mathbf{Z})$ 分别为 \mathbf{X} 和 \mathbf{Z} 上所有随机有限子集集合, M_k 和 N_k 分别为 k 时刻的目标数目和量测数目, \mathbf{X}_k 和 \mathbf{Z}_k 分别为 k 时刻的状态随机集和量测随机集. 随着时间从 $k-1$ 时刻到 k 时刻变化, \mathbf{X}_k 可表示为

$$\mathbf{X}_k = \left[\bigcup_{\xi \in \mathbf{X}_{k-1}} \mathbf{S}_{k|k-1}(\xi) \right] \cup \left[\bigcup_{\xi \in \mathbf{X}_{k-1}} \mathbf{B}_{k|k-1}(\xi) \right] \cup \Gamma_k. \quad (3)$$

其中: \mathbf{X}_{k-1} 为 $k-1$ 时刻的状态随机集, $\mathbf{S}_{k|k-1}(\xi)$ 为 $k-1$ 时刻到 k 时刻的存活目标随机集, $\mathbf{B}_{k|k-1}(\xi)$ 为 k 时刻从状态 \mathbf{X}_{k-1} 目标中衍生出的目标随机集, Γ_k 为 k 时刻的新生目标随机集. 依据 k 时刻多目标状态集合 \mathbf{X}_k , 定义 k 时刻多目标量测随机集 \mathbf{Z}_k , 即

$$\mathbf{Z}_k = \mathbf{K}_k \cup \left[\bigcup_{\xi \in \mathbf{X}_k} \theta_k(\xi) \right]. \quad (4)$$

其中: \mathbf{K}_k 为虚警或杂波集合, $\theta_k(\xi)$ 为由目标状态集 \mathbf{X}_k 产生的量测随机集.

1.2 概率假设密度滤波

概率假设密度滤波利用近似随机有限集的一阶矩代替后验概率密度, 减小了计算复杂度, 主要包括预测和更新两个部分:

预测.

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_{k|k-1}(x) = & \int \mathbf{p}_{S,k}(\xi) f_{k|k-1}(x|\xi) \mathbf{v}_{k-1}(\xi) d\xi + \\ & \int \beta_{k|k-1}(x|\xi) \mathbf{v}_{k-1}(\xi) d\xi + \gamma_k(x). \end{aligned} \quad (5)$$

其中: $\mathbf{p}_{S,k}(\xi)$ 表示状态为 ξ 的目标在 k 时刻的存活概率, $\beta_{k|k-1}(x|\xi)$ 表示 $k-1$ 时刻状态为 ξ 的目标在 k 时刻的衍生目标随机有限集, $\gamma_k(x)$ 为新生目标随机有限集.

更新.

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_k(x) = & [1 - \mathbf{p}_{D,k}(x)] \mathbf{v}_{k|k-1}(x) + \\ & \sum_{z \in \mathbf{Z}_k} \frac{\mathbf{p}_{D,k}(z) g_k(z|x) \mathbf{v}_{k|k-1}(x)}{\kappa_k(z) + \int \mathbf{p}_{D,k}(\zeta) g_k(z|\zeta) \mathbf{v}_{k|k-1}(\zeta) d\zeta}. \end{aligned} \quad (6)$$

其中: $\mathbf{v}_{k|k-1}(x)$ 和 $\mathbf{v}_k(x)$ 分别为多目标预测密度和后验密度, $\mathbf{p}_{D,k}(x)$ 表示 k 时刻状态为 x 的目标被检测到的概率, $\kappa_k(z)$ 为杂波随机有限集, $g_k(z|\zeta)$ 为多目标联合似然函数.

2 基于交互式多模型的不敏卡尔曼概率假设密度滤波

2.1 不敏卡尔曼概率假设密度滤波

考虑到被估计系统具有非线性特性, 除新生目标概率假设密度函数为高斯混合外, 存活目标和衍生目标的后验概率假设密度函数均不能直接表示为高

斯分布和的形式, 一种可行的解决思想是通过高斯分布的近似代替对后验概率密度函数进行求解. 基于此, 本文引入 UT 变换机理和不敏卡尔曼滤波 (UKF) 算法架构实现对非高斯分布的近似. 下面给出利用 UKF 实现非线性高斯 PHD 滤波算法的原理和步骤.

Step 1 初始化. 当 $k = 0$ 时, 初始概率假设密度函数为

$$\mathbf{v}_0(x) = \sum_{i=1}^{J_0} \omega_0^{(i)} \mathcal{N}(x; \mathbf{m}_0^{(i)}, \mathbf{P}_0^{(i)}). \quad (7)$$

Step 2 计算 sigma 点. 对于给定的初始状态值 $\mathbf{m}_{k-1|k-1}^{(i)}$ 和初始协方差矩阵 $\mathbf{P}_{k-1|k-1}^{(i)}$, 利用 UT 变换求解状态一步预测 $\mathbf{m}_{k|k-1}^{(i)}$, 以及对应的协方差矩阵 $\mathbf{P}_{k|k-1}^{(i)}$, 从而得到均值 $\boldsymbol{\mu}$ 和协方差 \mathbf{C} , 即

$$\boldsymbol{\mu} = \begin{bmatrix} \mathbf{m}_{k|k-1}^{(i)} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (8)$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{k|k-1}^{(i)} & 0 \\ 0 & \mathbf{R}_k \end{bmatrix}. \quad (9)$$

UT 变换中均值 $\boldsymbol{\mu}$ 和协方差 \mathbf{C} 产生一组 sigma 点和权重, 即

$$\begin{cases} \boldsymbol{\xi}_{k|k-1}^{(0)} = \boldsymbol{\mu}, i = 0; \\ \boldsymbol{\xi}_{k|k-1}^{(i)} = \boldsymbol{\mu} + (\sqrt{(n+\lambda)\mathbf{C}})_i, i = 0, 1, \dots, \varphi; \\ \boldsymbol{\xi}_{k|k-1}^{(i)} = \boldsymbol{\mu} - (\sqrt{(n+\lambda)\mathbf{C}})_i, \\ \quad i = \varphi + 1, \varphi + 2, \dots, 2\varphi. \end{cases} \quad (10)$$

$$\begin{cases} u_{k-1}^{(i)} = \lambda/(n+\lambda), i = 0; \\ u_{k-1}^{(i)} = \lambda/(n+\lambda) + (1-\alpha^2 + \beta), \\ \quad i = 0, 1, \dots, \varphi; \\ u_{k-1}^{(i)} = \lambda/[2(n+\lambda)], i = \varphi + 1, \varphi + 2, \dots, 2\varphi. \end{cases} \quad (11)$$

其中: $\lambda = \alpha^2(\varphi + \kappa) - \varphi$, α 决定 δ 点的散布程度, 通常取数值小的正值 (如 0.01), κ 通常取为 0; β 用来描述 \mathbf{m} 的分布信息 (在高斯情况下, β 的最优值取 2); $(\sqrt{(\varphi + \lambda)\mathbf{C}})_i$ 为矩阵平方根第 i 列^[4].

$$\mathbf{y}_k^{(l)} = [(\mathbf{x}_{k-1|k-1}^{(l)})^T, (\boldsymbol{\nu}_{k-1}^{(l)})^T, (\boldsymbol{\varepsilon}_k^{(l)})^T]^T$$

为经 UT 变换得到的 sigma 点, L 为 sigma 点采样个数.

Step 3 预测. 假设 $k-1$ 时刻后验概率密度函数 $\mathbf{v}_{k-1}(x)$ 近似为高斯混合形式, 可表示为

$$\mathbf{v}_{k-1}(x) \approx \sum_{i=1}^{J_{k-1}} \omega_{k-1}^{(i)} \mathcal{N}(x; \mathbf{m}_{k-1}^{(i)}, \mathbf{P}_{k-1}^{(i)}). \quad (12)$$

由式 (3) 和 (12) 得到 k 时刻预测概率密度函数

$$\mathbf{v}_{k|k-1}(x) = v_{S,k|k-1}(x) + v_{\beta,k|k-1}(x) + \gamma_k(x). \quad (13)$$

其中: $\gamma_k(x)$ 为新生目标预测概率密度函数, 且有

$$\gamma_{k-1}(x) = \sum_{i=1}^{J_{\gamma,k}} \omega_{\gamma,k-1}^{(i)} \mathcal{N}(x; \mathbf{m}_{\gamma,k-1}^{(i)}, \mathbf{P}_{\gamma,k-1}^{(i)}); \quad (14)$$

$v_{S,k|k-1}(x)$ 为存活目标预测概率密度函数, 且有

$$v_{S,k|k-1}(x) \approx p_{S,k} \sum_{j=1}^{J_{k-1}} \omega_{k-1}^{(j)} \mathcal{N}(x; \mathbf{m}_{S,k|k-1}^{(j)}, \mathbf{P}_{S,k|k-1}^{(j)}), \quad (15)$$

$$\mathbf{m}_{S,k|k-1}^{(j)} = \sum_{l=0}^L u^{(l)} \mathbf{x}_{S,k|k-1}^{(l)}, \quad (16)$$

$$\mathbf{x}_{S,k|k-1}^{(l)} = \varphi_k(\mathbf{m}_{k-1}^{(l)}, \boldsymbol{\nu}_{k-1}^{(l)}), \quad (17)$$

$$\mathbf{P}_{S,k|k-1}^{(j)} = \sum_{l=0}^L u^{(l)} (\mathbf{x}_{S,k|k-1}^{(l)} - \mathbf{m}_{S,k|k-1}^{(j)}) \times (\mathbf{x}_{S,k|k-1}^{(l)} - \mathbf{m}_{S,k|k-1}^{(j)})^T. \quad (18)$$

$\boldsymbol{\nu}_{k-1}^{(l)}$ 表示过程噪声, 此时为高斯噪声; $v_{\beta,k|k-1}(x)$ 为衍生目标预测概率密度函数, 且有

$$v_{\beta,k|k-1}(x) \approx \sum_{j=1}^{J_{k-1}} \sum_{t=1}^{J_{\beta,k}} \omega_{k-1}^{(j)} \omega_{\beta,k}^{(t)} \mathcal{N}(x; \mathbf{m}_{\beta,k|k-1}^{(j,t)}, \mathbf{P}_{\beta,k|k-1}^{(j,t)}), \quad (19)$$

$$\mathbf{m}_{\beta,k|k-1}^{(j,t)} = \sum_{l=0}^L u^{(l)} \mathbf{x}_{\beta,k|k-1}^{(l,t)}, \quad (20)$$

$$\mathbf{x}_{\beta,k|k-1}^{(l,t)} = \varphi_k(\mathbf{m}_{k-1}^{(l,t)}, \boldsymbol{\nu}_{k-1}^{(l)}), \quad (21)$$

$$\mathbf{P}_{\beta,k|k-1}^{(j,t)} = \sum_{l=0}^L u^{(l)} (\mathbf{x}_{\beta,k|k-1}^{(l,t)} - \mathbf{m}_{\beta,k|k-1}^{(j,t)}) \times (\mathbf{x}_{\beta,k|k-1}^{(l,t)} - \mathbf{m}_{\beta,k|k-1}^{(j,t)})^T. \quad (22)$$

由此可得, k 时刻 UKPHD 预测概率密度函数也近似为高斯混合, 即

$$\mathbf{v}_{k|k-1}(x) \approx \sum_{i=1}^{J_{k|k-1}} \omega_{k|k-1}^{(i)} \mathcal{N}(x; \mathbf{m}_{k|k-1}^{(i)}, \mathbf{P}_{k|k-1}^{(i)}), \quad (23)$$

且 $\omega_{k|k-1}^{(i)}$ 、 $\mathbf{m}_{k|k-1}^{(i)}$ 和 $\mathbf{P}_{k|k-1}^{(i)}$ 由 $\gamma_k(x)$ 、 $v_{S,k|k-1}(x)$ 和 $v_{\beta,k|k-1}(x)$ 构成.

Step 4 更新. 由预测过程可得 UKPHD 后验概率密度函数

$$\mathbf{v}_k(x) = (1 - p_{D,k}) \mathbf{v}_{k|k-1}(x) + \sum_{z \in Z_k} v_{D,k}(x; \mathbf{z}). \quad (24)$$

其中: $(1 - p_{D,k}) \mathbf{v}_{k|k-1}(x)$ 为漏检目标后验概率密度函数, $\sum_{z \in Z_k} v_{D,k}(x; \mathbf{z})$ 为检测到的目标后验概率密度函数. 从而有

$$\mathbf{v}_{D,k}(x; \mathbf{z}) = \sum_{j=1}^{J_{k|k-1}} \omega_k^{(j)}(\mathbf{z}) \mathcal{N}(x; \mathbf{m}_{k|k}^{(j)}, \mathbf{P}_{k|k}^{(j)}), \quad (25)$$

$$\omega_k^{(j)}(\mathbf{z}) = \frac{p_{D,k} \omega_{k|k-1}^{(j)} e_k^{(j)}(\mathbf{z})}{\kappa_k(\mathbf{z}) + p_{D,k} \sum_{l=1}^{J_{k|k-1}} \omega_{k|k-1}^{(l)} e_k^{(l)}(\mathbf{z})}, \quad (26)$$

$$\mathbf{z}_{k|k-1}^{(l)} = h_k(\mathbf{x}_{k|k-1}^{(l)}, \boldsymbol{\varepsilon}_k^{(l)}), \quad (27)$$

$$\boldsymbol{\eta}_{k|k-1}^{(j)} = \sum_{l=0}^L u^{(l)} \mathbf{z}_{k|k-1}^{(l)}, \quad (28)$$

$$\mathbf{S}_k^{(j)} = \sum_{l=0}^L u^{(l)} (\mathbf{z}_{k|k-1}^{(l)} - \boldsymbol{\eta}_{k|k-1}^{(j)}) (\mathbf{z}_{k|k-1}^{(l)} - \boldsymbol{\eta}_{k|k-1}^{(j)})^T, \quad (29)$$

$$\mathbf{G}_k^{(j)} = \sum_{l=0}^L u^{(l)} (\mathbf{x}_{k|k-1}^{(l)} - \mathbf{m}_{k|k-1}^{(j)}) (\mathbf{z}_{k|k-1}^{(l)} - \boldsymbol{\eta}_{k|k-1}^{(j)})^T, \quad (30)$$

$$\mathbf{m}_{k|k}^{(j)} = \mathbf{m}_{k|k-1}^{(j)} + \mathbf{K}_k^{(j)} (\mathbf{z}_k - \boldsymbol{\eta}_{k|k-1}^{(j)}), \quad (31)$$

$$\mathbf{K}_k^{(j)} = \mathbf{G}_k^{(j)} (\mathbf{S}_k^{(j)})^{-1}, \quad (32)$$

$$\mathbf{P}_{k|k}^{(j)} = \mathbf{P}_{k|k-1}^{(j)} - \mathbf{K}_k^{(j)} \mathbf{S}_k^{(j)} [\mathbf{K}_k^{(j)}]^T. \quad (33)$$

其中: $e_k^{(j)}(\mathbf{z})$ 为多目标联合似然函数, $\varepsilon_k^{(l)}$ 为高斯量测噪声. 同时, 可以得到预测目标数目 $N_{k|k-1}$ 和更新目标数目 N_k , 即

$$N_{k|k-1} = N_{k-1} \left(p_{S,k} + \sum_{j=1}^{J_{\beta,k}} \omega_{\beta,k}^{(j)} \right) + \sum_{j=1}^{J_{\gamma,k}} \omega_{\gamma,k}^{(j)}, \quad (34)$$

$$N_k = N_{k|k-1} (1 - p_{D,k}) + \sum_{\mathbf{z} \in \mathbf{Z}_k} \sum_{j=1}^{J_{k|k-1}} \omega_k^{(j)}(\mathbf{z}). \quad (35)$$

Step 5 剪枝与合并. 1) 对权重小于阈值的部分进行剪枝, 直接删除该部分. 2) 对分布接近的高斯分布进行合并.

2.2 基于交互式多模型的不敏卡尔曼概率假设密度滤波

针对目标机动过程导致运动模型不确定问题, 考虑利用交互式多模型 (IMM) 软切换机理实现对目标运动模型的有效辨识. IMM 与 UKPHD 滤波结合的关键在于: 利用 IMM 输入交互过程完成模型交互, 并以 UKPHD 为框架完成不同模型下目标状态和数目的预测和更新, 计算每个模型的似然函数并获得模型概率, 实现滤波估计结果的动态交融, 根据剪枝与合并要求对融合后的结果进行处理, 得出目标状态估计值和目标数目估计值. IMM-UKPHD 滤波算法流程如下.

新生目标集的生成和预测. 此过程为对新生目标的预测及更新部件的构造. 初始化概率假设密度函数

$$\mathbf{v}_0(x) = \sum_{i=1}^{J_0} \omega_0^{(i)} \mathcal{N}(x; \mathbf{m}_0^{(i)}, \mathbf{P}_0^{(i)}).$$

$i := 0.$

for $j = 1, 2, \dots, J_{\gamma,k},$

$i := i + 1,$

$$\omega_{k|k-1}^{(i)} = \omega_{\gamma,k}^{(i)}, \mathbf{m}_{k|k-1}^{(i)} = \mathbf{m}_{\gamma,k}^{(i)}, \mathbf{P}_{k|k-1}^{(i)} = \mathbf{P}_{\gamma,k}^{(i)}.$$

end

for $j = 1, 2, \dots, i,$

根据式 (8)~(11), 利用 UT 变换中的均值 $\boldsymbol{\mu}$ 和协方差 \mathbf{C} 产生一组 sigma 点 $\{\mathbf{y}_k^{(l)}, u^{(l)}\}_{l=0}^L$ 和权值. 对于 $l = 0, 1, \dots, L,$ 划分 $\mathbf{y}_k^{(l)} = [(\mathbf{x}_{k|k-1}^{(l)})^T, (\varepsilon_k^{(l)})^T]^T$ 为样本点. 计算

$$\mathbf{z}_{k|k-1}^{(l)} = h_k(\mathbf{x}_{k|k-1}^{(l)}, \varepsilon_k^{(l)}), \quad l = 0, 1, \dots, L;$$

$$\boldsymbol{\eta}_{k|k-1}^{(j)} = \sum_{l=0}^L u^{(l)} \mathbf{z}_{k|k-1}^{(l)};$$

$$\mathbf{S}_k^{(j)} = \sum_{l=0}^L u^{(l)} (\mathbf{z}_{k|k-1}^{(l)} - \boldsymbol{\eta}_{k|k-1}^{(j)}) (\mathbf{z}_{k|k-1}^{(l)} - \boldsymbol{\eta}_{k|k-1}^{(j)})^T;$$

$$\mathbf{G}_k^{(j)} = \sum_{l=0}^L u^{(l)} (\mathbf{x}_{k|k-1}^{(l)} - \mathbf{m}_{k|k-1}^{(j)}) (\mathbf{z}_{k|k-1}^{(l)} - \boldsymbol{\eta}_{k|k-1}^{(j)})^T;$$

$$\mathbf{K}_k^{(j)} = \mathbf{G}_k^{(j)} (\mathbf{S}_k^{(j)})^{-1};$$

$$\mathbf{P}_{k|k}^{(j)} = \mathbf{P}_{k|k-1}^{(j)} - \mathbf{K}_k^{(j)} \mathbf{S}_k^{(j)} [\mathbf{K}_k^{(j)}]^T.$$

end

存活目标集的生成和预测. 此过程为对存活目标高斯部件的预测和更新部件的构造. 由于目标运动模式不确定, 滤波预测过程和更新过程中需要进行模型交互, 并在此基础上获得多模型下多目标状态预测值和量测更新值, 同时计算目标模型输入交互后概率的预测值. 需要说明的是: 衍生目标集和存活目标集的生成和预测过程的机理相同^[5], 这里不再重复.

for $j = 1, 2, \dots, J_{k-1},$

$i := i + 1,$

$$\mu_{k-1|k-1}^{(i),pq} = \pi_{pq} \mu_{k-1}^{(p)} / \bar{c}_q, \quad p, q = 1, 2, \dots, r.$$

其中: $\mu_{k-1|k-1}^{(i),pq}$ 为模型混合概率, $\bar{c}_q = \sum_{p=1}^r \pi_{pq} \mu_{k-1}^{(p)}$ 对于 $q = 1, 2, \dots, r$ 重初始化的状态和协方差阵按混合估计得出

$$m_{k-1|k-1}^{(i),q} = \sum_{p=1}^r m_{k-1|k-1}^{(p)} \mu_{k-1|k-1}^{(i)pq},$$

$$P_{k-1|k-1}^{(i),q} = \sum_{p=1}^r [P_{k-1|k-1}^{(p),q} + (m_{k-1|k-1}^{(p)} - m_{k-1|k-1}^{(i),q}) \times (m_{k-1|k-1}^{(p)} - m_{k-1|k-1}^{(i),q})^T] \mu_{k-1|k-1}^{(i)pq},$$

$$\omega_{k|k-1}^{(i),q} = p_{S,k} \omega_{k-1|k-1}^{(j),q}.$$

令

$$\boldsymbol{\mu} = \begin{bmatrix} m_{k-1|k-1}^{(i),q} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} P_{k-1|k-1}^{(i),q} & 0 & 0 \\ 0 & Q_{k-1} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{R}_k \end{bmatrix},$$

利用式 (11) 和 (12) 中的均值 $\boldsymbol{\mu}$ 和协方差 \mathbf{C} 产生一组 sigma 点 $\{\mathbf{y}_k^{(l),q}, u^{(l),q}\}_{l=0}^L$ 和权值. 对于 $l = 0, 1, \dots, L,$ 划分 $\mathbf{y}_k^{(l)} = [(\mathbf{x}_{k-1|k-1}^{(l),q})^T, (\boldsymbol{\nu}_{k-1}^{(l),q})^T, (\varepsilon_k^{(l),q})^T]^T$ 为样本点. 计算

$$\mathbf{x}_{k|k-1}^{(l),q} = \varphi_k(\mathbf{x}_{k-1|k-1}^{(l),q}, \boldsymbol{\nu}_{k-1}^{(l),q}), \quad l = 0, 1, \dots, L;$$

$$\mathbf{z}_{k|k-1}^{(l),q} = h_k(\mathbf{x}_{k|k-1}^{(l),q}, \varepsilon_k^{(l),q}), \quad l = 0, 1, \dots, L;$$

$$m_{k|k-1}^{(i),q} = \sum_{l=0}^L u^{(l),q} \mathbf{x}_{k|k-1}^{(l),q};$$

$$P_{k|k-1}^{(i),q} =$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{l=0}^L u^{(l),q} (\mathbf{x}_{k|k-1}^{(l),q} - \mathbf{m}_{k|k-1}^{(j),q}) (\mathbf{x}_{k|k-1}^{(l),q} - \mathbf{m}_{k|k-1}^{(j),q})^T; \\
\boldsymbol{\eta}_{k|k-1}^{(i),q} &= \sum_{l=0}^L u^{(l),q} \mathbf{z}_{k|k-1}^{(l),q}; \\
\mathbf{S}_k^{(i),q} &= \sum_{l=0}^L u^{(l),q} (\mathbf{z}_{k|k-1}^{(l),q} - \boldsymbol{\eta}_{k|k-1}^{(j),q}) (\mathbf{z}_{k|k-1}^{(l),q} - \boldsymbol{\eta}_{k|k-1}^{(j),q})^T; \\
\mathbf{G}_k^{(i),q} &= \sum_{l=0}^L u^{(l),q} (\mathbf{x}_{k|k-1}^{(l),q} - \mathbf{m}_{k|k-1}^{(j),q}) (\mathbf{z}_{k|k-1}^{(l),q} - \boldsymbol{\eta}_{k|k-1}^{(j),q})^T; \\
\mathbf{K}_k^{(i),q} &= \mathbf{G}_k^{(i),q} (\mathbf{S}_k^{(i),q})^{-1}; \\
\mathbf{P}_{k|k}^{(i),q} &= \mathbf{P}_{k|k-1}^{(i),q} - \mathbf{K}_k^{(i),q} \mathbf{S}_k^{(i),q} [\mathbf{K}_k^{(i),q}]^T. \\
& \text{end} \\
& J_{k|k-1} = i.
\end{aligned}$$

滤波更新. 根据量测更新各高斯部件和相应权值, 计算目标模型输出交互后概率的更新值. 在此基础上, 利用模型更新概率对各高斯部件及相应权值进行融合处理, 计算得出当前时刻多目标状态更新、量测更新和相应权值更新.

$$\begin{aligned}
& \text{for } j = 1, 2, \dots, J_{k|k-1}, \\
\omega_k^{(j),q} &= (1 - p_{D,k}) \omega_{k|k-1}^{(j),q}, \quad \mathbf{m}_k^{(j),q} = \mathbf{m}_{k|k-1}^{(j),q}, \\
\mathbf{P}_{k|k}^{(j),q} &= \mathbf{P}_{k|k-1}^{(j),q}, \quad q = 1, 2, \dots, r. \\
& \text{end} \\
t &:= 0. \\
& \text{for } \mathbf{z} \in \mathbf{Z}_k, \\
t &:= t + 1, \\
& \text{for } j = 1, 2, \dots, J_{k|k-1}, \\
\omega_k^{(tj_{k|k-1}+j),q} &= p_{D,k} \omega_{k|k-1}^{(j),q} \mathcal{N}(\mathbf{z}, \boldsymbol{\eta}_{k|k-1}^{(j),q}, \mathbf{S}_k^{(j),q}); \\
\mathbf{m}_{k|k}^{(tj_{k|k-1}+j),q} &= \mathbf{m}_{k|k-1}^{(j),q} + \mathbf{K}_k^{(j),q} (\mathbf{z}_k - \boldsymbol{\eta}_{k|k-1}^{(j),q}); \\
\mathbf{P}_{k|k}^{(tj_{k|k-1}+j),q} &= \mathbf{P}_{k|k-1}^{(j),q}, \quad q = 1, 2, \dots, r; \\
e_k^{(j),q} &= (2\pi \mathbf{S}_k^{(j),q})^{-1/2} \times \\
& \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\boldsymbol{\eta}_{k|k-1}^{(j),q})^T (\mathbf{S}_k^{(j),q})^{-1} (\boldsymbol{\eta}_{k|k-1}^{(j),q}) \right\}; \\
\boldsymbol{\mu}_k^{(j),q} &= e_k^{(j),q} \bar{c}_p / \sum_{q=1}^r e_k^{(j),q} \bar{c}_q; \\
\omega_{k|k}^{(tJ_{k|k-1}+j)} &= \sum_{q=1}^r \omega_{k|k}^{(tJ_{k|k-1}+j),q} \boldsymbol{\mu}_k^{(j),q}; \\
\mathbf{m}_{k|k}^{(tJ_{k|k-1}+j)} &= \sum_{q=1}^r \mathbf{m}_{k|k}^{(tJ_{k|k-1}+j),q} \boldsymbol{\mu}_k^{(j),q}; \\
\mathbf{P}_{k|k}^{(tJ_{k|k-1}+j)} &= \sum_{p=1}^r [\mathbf{P}_{k|k}^{(tJ_{k|k-1}+j),q} + (\mathbf{m}_{k|k}^{(tJ_{k|k-1}+j)} - \mathbf{m}_{k|k-1}^{(tJ_{k|k-1}+j),q}) \times \\
& (\mathbf{m}_{k|k}^{(tJ_{k|k-1}+j)} - \mathbf{m}_{k|k-1}^{(tJ_{k|k-1}+j),q})^T] \boldsymbol{\mu}_k^{(j),q}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \text{end} \\
\omega_k^{(tJ_{k|k-1}+j)} &:= \frac{\omega_k^{(tJ_{k|k-1}+j)}}{\left(\kappa_k(\mathbf{z}) + \sum_{l=1}^{J_{k|k-1}} \omega_k^{(tJ_{k|k-1}+j)} \right)}, \\
& j = 1, 2, \dots, J_{k|k-1}.
\end{aligned}$$

end

$J_k = tJ_{k|k-1} + J_{k|k-1}$, 输出 $\{\omega_k^{(i)}, \mathbf{m}_k^{(i)}, \mathbf{P}_k^{(i)}\}_{i=1}^{J_k}$.

高斯分布的剪枝和合并. 根据滤波更新得到的权值, 对小于截断阈值 T 的部分实施剪枝, 得到新的 PHD 函数和新的权值; 对分布非常接近合并阈值 U 的高斯分量进行合并, 使其成为一个高斯分量. J_{\max} 表示最大允许高斯分布的数目.

令 $t = 0$, 且 $I = \{i = 1, 2, \dots, J_k | \omega_k^{(i)} > T\}$, 重复以下过程, 直到 $I = \emptyset$.

$$\begin{aligned}
t &:= t + 1, \quad j := \arg \max_{i \in I} \omega_k^{(i)}, \\
L &:= \{i \in I | (\omega_k^{(i)} - \omega_k^{(j)})^T (\mathbf{P}_k^{(i)})^{-1} (\omega_k^{(i)} - \omega_k^{(j)}) \leq U\}, \\
\tilde{\omega}_k^{(t)} &= \sum_{i \in L} \omega_k^{(i)}, \quad \tilde{\mathbf{m}}_k^{(t)} = \sum_{i \in L} \omega_k^{(i)} \mathbf{x}_k^{(i)} / \tilde{\omega}_k^{(t)}, \\
\tilde{\mathbf{P}}_k^{(t)} &= \sum_{i \in L} \omega_k^{(i)} (\mathbf{P}_k^{(i)} + (\tilde{\mathbf{m}}_k^{(t)} - \mathbf{m}_k^{(i)}) (\tilde{\mathbf{m}}_k^{(t)} - \mathbf{m}_k^{(i)})^T) / \tilde{\omega}_k^{(t)}, \\
I &:= I \setminus L.
\end{aligned}$$

如果 $t > J_{\max}$, 则取权值最大的 J_{\max} 高斯分布输出. 输出 $\{\tilde{\omega}_k^{(t)}, \tilde{\mathbf{m}}_k^{(t)}, \tilde{\mathbf{P}}_k^{(t)}\}_{i=1}^t$.

多目标运动状态估计. 估计目标的数目及状态. 输出 \hat{X}_k 即为目标状态估计, 集合 \hat{X}_k 元素的个数即为当前估计得到的目标个数.

根据 $\{\tilde{\omega}_k^{(t)}, \tilde{\mathbf{m}}_k^{(t)}, \tilde{\mathbf{P}}_k^{(t)}\}_{i=1}^t$, 令 $\hat{X}_k = \emptyset$.

$$\begin{aligned}
& \text{for } i = 1, 2, \dots, J_k, \\
& \text{if } \omega_k^{(i)} > 0.5, \\
& \text{for } j := 1, 2, \dots, \text{round}(\omega_k^{(i)}), \\
& \text{update } \hat{X}_k := [\hat{X}_k, \mathbf{m}_k^{(i)}], \\
& \text{end} \\
& \text{end} \\
& \text{end} \\
& \text{输出 } \{\hat{X}_k\}.
\end{aligned}$$

3 仿真结果与分析

仿真实验场景设定为利用二坐标雷达的量测实现机动多目标的跟踪和估计, 采样周期 $\tau = 1$ s, 仿真拍数取 100, 杂波服从泊松分布, 参数 $\lambda = 3$. 假设跟踪区域内有 5 个目标在不同时刻出现或消失, 且目标位置随时间变化而变化. 机动多目标系统运动方程和量测方程如下:

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{F}_{k|k-1}^r \mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{w}_k^r,$$

$$z_k = \begin{bmatrix} \theta_k \\ \gamma_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \arctan \frac{y_k}{x_k} \\ \sqrt{x_k^2 + y_k^2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_{\theta_k} \\ v_{\gamma_k} \end{bmatrix}$$

每个目标的状态为 $x_{k,j} = [x_{k,j}, \dot{x}_{k,j}, y_{k,j}, \dot{y}_{k,j}]^T$. 其中: $[x_{k,j}, y_{k,j}]^T$ 为目标位置变量, $[\dot{x}_{k,j}, \dot{y}_{k,j}]^T$ 为目标速度变量. 目标状态模型为 F_1 和 F_2 , 即

$$F_1 = \begin{bmatrix} \Delta & 0 \\ 0 & \Delta \end{bmatrix}, \Delta = \begin{bmatrix} 1 & \tau \\ 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$F_2 = \begin{bmatrix} 1 & \sin(\delta\tau)/\delta & 0 & (1 - \cos(\delta\tau))/\delta \\ 0 & \cos(\delta\tau) & 0 & -\sin(\delta\tau) \\ 0 & (1 - \cos(\delta\tau))/\delta & 1 & \sin(\delta\tau)/\delta \\ 0 & \sin(\delta\tau) & 0 & \cos(\delta\tau) \end{bmatrix}$$

其中: F_1 为匀速直线运动模型; F_2 为匀速圆周运动模型, 圆周运动角速度 $\delta = 0.13$. 模型概率转移矩阵 $\Pi = \begin{bmatrix} 0.95 & 0.05 \\ 0.05 & 0.95 \end{bmatrix}$, 目标的存在概率 $P_{S,k} = 0.98$, 检测概率 $P_{D,k} = 0.98$. 截断阈值 $T = 1e - 5$, 合并阈值 $U = 4$, 最大高斯数 $J_{max} = 100$, 最大目标数 $N_{max} = 20$. 目标的初始位置和速度如表 1 所示, 其中目标 5 表示从目标 3 中衍生出来的目标.

表 1 目标的初始位置和速度

初始位置	速度
$(x_{k,1}, \dot{x}_{k,1}, y_{k,1}, \dot{y}_{k,1})$	$(-20, 2, 0, 3)$
$(x_{k,2}, \dot{x}_{k,2}, y_{k,2}, \dot{y}_{k,2})$	$(0, -0.6, 1, 2)$
$(x_{k,3}, \dot{x}_{k,3}, y_{k,3}, \dot{y}_{k,3})$	$(-5, -0.6, 0, 1.8)$
$(x_{k,4}, \dot{x}_{k,4}, y_{k,4}, \dot{y}_{k,4})$	$(2, 1.4, 5, -2.1)$
$(x_{k,5}, \dot{x}_{k,5}, y_{k,5}, \dot{y}_{k,5})$	$(x_{51,3}, -1.5, y_{51,3}, 1)$

为了验证算法的有效性和可行性, 仿真实验中给出了 IMM-CKPHD、IMM-EKPHD 和 IMM-UKPHD 三种滤波方法处理结果的比较. 其中 IMM-EKPHD 和 IMM-CKPHD 为 现有 EKPHD 和 CKPHD 与 IMM 的结合, 其实现原理与 IMM-UKPHD 相同.

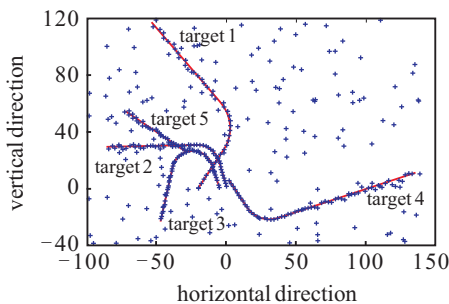


图 1 目标量测和杂波

图 1 给出了目标真实轨迹、量测数据和杂波 (真实运动轨迹与量测数据重合以外的点为杂波). 在图 1 中: 目标 1 在第 1 个仿真时刻出现, 第 41 个时刻消失; 目标 2 在第 21 个仿真时刻出现, 第 61 个时刻消失; 目标 3 在第 31 个仿真时刻出现, 第 81 个时刻消失; 目标 4 在第 41 个仿真时刻出现, 第 101 个时刻消失; 目标 5 在第 51 个仿真时刻由目标 3 衍生出来, 第 61 个时刻消失.

图 2、图 3 和图 4 分别表示 IMM-CKPHD 状态估计与目标真实状态的比较、IMM-EKPHD 状态估计与目标真实状态的比较和 IMM-UKPHD 状态估计与目标真实状态的比较.

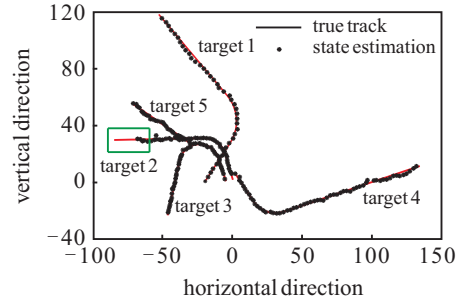


图 2 IMM-CKPHD

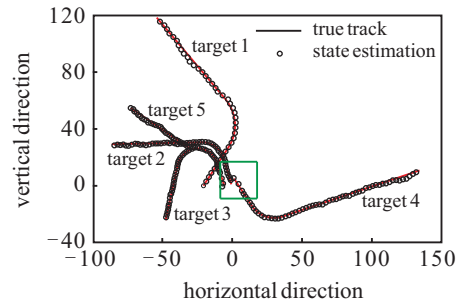


图 3 IMM-EKPHD

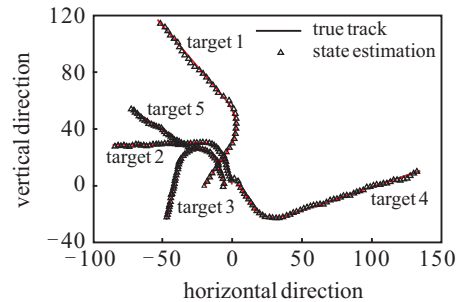


图 4 IMM-UKPHD

从图 2~图 4 结果可以看出: 在 3 种算法某一时刻目标状态估计与真实状态均稍有偏差, 但是很快会回到真实状态. IMM-CKPHD 滤波过程中最后跟踪阶段丢失目标 2 (如图 2 标出所示), IMM-EKPHD 对目标 4 跟踪起始位置产生漏跟现象 (如图 3 所示). 由图 4 可以看出: IMM-UKPHD 滤波过程比较稳定, 且未出现漏跟和丢跟情况. 图 5 表示 3 种滤波方法目标数目估计比较.

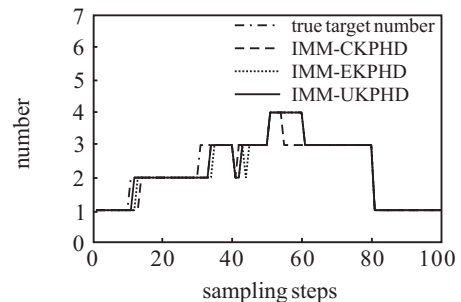


图 5 目标数目估计

由图5可以看出: IMM-UKPHD与其他两种滤波方法相比, 对目标数目的估计效果更好, 估计目标数目与实际数目基本吻合, 除去目标数目变化时的时间延迟现象, 几乎没有漏跟情况. 图6表示3种滤波方法最优子模式分配(OSPA)距离比较.

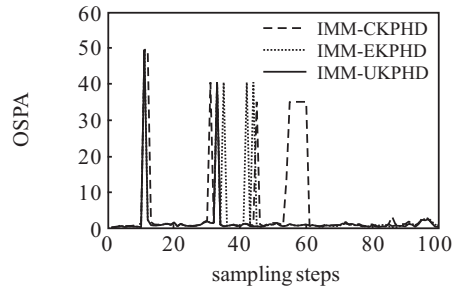


图6 OSPA距离

OSPA距离反映集合间的距离, 其值越大表示该误差越大. 由图6可以看出: IMM-UKPHD与IMM-CKPHD和IMM-EKPHD相比出现峰值次数较少, 只在第10个仿真时刻和第32个仿真时刻出现峰值, 其他时刻OSPA距离均在5m以下. 3种滤波方法滤波时间以及OSPA距离和比较如表2所示.

表2 算法运行时间及OSPA距离和比较

滤波算法	滤波时间/s	OSPA距离和/s
IMM-CKPHD	3.6548	516.1910
IMM-EKPHD	3.9197	280.5078
IMM-UKPHD	3.6885	158.3641

由表2可以看出: IMM-UKPHD与IMM-EKPHD相比, 前者的滤波时间和OSPA距离和均小于后者; IMM-UKPHD与IMM-CKPHD在滤波时间相近情况下, 前者OSPA距离和明显小于后者. 综上所述, IMM-UKPHD在滤波时间和运算性能方面均优于其他两种滤波器.

4 结 论

滤波器的设计与优化是系统辨识和状态估计的重要基础. 概率假设密度滤波器侧重点在于解决杂波环境下目标数目未知或随时间变化问题, 缺乏对系统非线性和目标运动模式不确定特性的处理机制. 本文提出了一种基于交互式多模型的不敏卡尔曼概率假设密度滤波算法. 结合UT变换和不敏卡尔曼滤波中状态预测与量测更新策略, 将高斯混合概率假设密度滤波器拓展到非线性系统状态估计实现中. 在此基础上, 通过交互式多模型中软切换机制的引入改善了目标机动导致模型不确定对滤波精度的不利影响. 仿真实验结果表明, 算法在滤波精度和实时性方面相对于现有处理方法均有明显改善.

参考文献(References)

[1] Puranik S, Tugnait J K. Tracking of multiple maneuvering targets using multiscan JPDA and IMM filtering[J]. IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems, 2007, 43(1): 23-35.

[2] Blackman S S. Multiple hypothesis tracking for multiple target tracking[J]. IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems, 2004, 19(1): 5-18.

[3] Mahler R P S. Multitarget Bayes filtering via first-order multitarget moments[J]. IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems, 2003, 39(4): 1152-1178.

[4] 杨峰, 王永齐, 梁彦, 等. 基于概率假设密度滤波方法的多目标跟踪技术综述[J]. 自动化学报, 2013, 39(11): 1944-1956.
(Yang F, Wang Y Q, Liang Y, et al. A survey of PHD filter based multi-target tracking[J]. Acta Automatica Sinica, 2013, 39(11): 1944-1956.)

[5] Vo B N, Ma W K. The Gaussian mixture probability hypothesis density filter[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2006, 54(11): 4091-4104.

[6] 吕学斌, 周群彪, 陈正茂, 等. 高斯混合概率假设密度滤波器在多目标跟踪中的应用[J]. 计算机学报, 2012, 35(2): 2397-2404.
(Lü X B, Zhou Q B, Chen Z M, et al. The Gaussian mixture probability hypothesis density filter and its application to multi-target tracking[J]. Chinese J of Computers, 2012, 35(2): 2397-2404.)

[7] Huang G Q, Zhou K, Trawny N, et al. A bank of maximum a posteriori(MAP) estimators for target tracking[J]. IEEE Trans on Robotics, 2015, 31(1): 85-301.

[8] Chen J G, Wang N, Ma L L, et al. Extended target probability hypothesis density filter based on cubature Kalman filter[L]. IET Radar, Sonar & Navigation, 2015, 9(3): 324-332.

[9] Vo B N, Singh S, Doucet A. Sequential monte carlo methods for multitarget filtering with random finite sets[J]. IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems, 2005, 41(4): 1224-1245.

[10] Hu Z T, Pan Q, Yang F. Interacting multiple model particle filtering algorithm based on generalized Unscented transformation[J]. Acta Electronica Sinica, 2010, 38(6): 1443-1448.

[11] Li X R, Jilkov V P. Survey of maneuvering target tracking. Part I: Dynamic models[J]. IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems, 2003, 39(4): 1333-1364.

[12] Ouyang C, Ji H B, Guo Z Q. Improved multiple model particle PHD and CPHD filters[J]. Acta Automatica Sinica, 2012, 38(3): 341-348.

[13] Pasha S A, Vo B N, Tuan H D, et al. A Gaussian mixture PHD filter for jump Markov system models[J]. IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems, 2009, 45(3): 919-936.

[14] 韩崇昭, 朱红艳, 段战胜. 多源信息融合[M]. 北京: 清华大学出版社, 2010: 34-35.
(Han C Z, Zhu H Y, Duan Z S. Multi-source information fusion[M]. Beijing: Science Press, 2010: 34-35.)