文章编号: 1001-0920 (2016) 12-2211-08　　DOI: 10.13195/j.kzyjc.2016.0214

产出和需求不确定下三级供应链契约协调模型

朱宝琳, 戚亚萍, 戢守峰, 邱若臻

(东北大学 工商管理学院，沈阳 110819)

摘　要: 研究基于供应商和制造商随机产出以及零售商随机需求的单一供应商、制造商和零售商组成的三级供应链契约协调问题, 构建并分析集中和分散条件下供应链系统的最优决策模型, 证明随机产出和需求下运用风险共担契约可以使分散期望利润达到集中决策的水平. 在数值算例中, 通过模型和契约参数的分析, 阐述了风险共担契约协调的有效性.

关键词: 三级供应链；随机产出；随机需求；风险共担契约

中图分类号: F273；F324　　**文献标志码:** A

Three-echelon supply chain contract coordination model with uncertainties of yield and demand

ZHU Bao-lin, QI Ya-ping, JI Shou-feng, QIU Ruo-zhen

(School of Business Administration，Northeastern University，Shenyang 110819，China．Correspondent：ZHU Bao-lin，E-mail：blzhu@mail.neu.edu.cn)

Abstract: The contract coordination issue of a three-echelon supply chain is studied, which consists of the single supplier, the manufacturer and the retailer based on both the supplier and manufacturer random yield and the retailer random demand. The optimal decision models of the supply chain system are established and analyzed under the condition of centralization and decentralization. By using the risk-sharing contract, the expected profit of decentralization can be proved to be at the level of that of centralization decision based on random yield and demand. Finally, the analysis of the parameter of model and contract in the numerical example show the effectiveness of the risk-sharing contract coordination.

Keywords: three-echelon supply chain；random yield；random demand；risk-sharing contract

0　引　言

供应链是由多个独立关注自身收益个体组成的价值链系统, 个体自身的理性考虑和私利化行为最终导致供应链整体利益受损, 因此需要建立有效的协调机制使供应链整体利润最大化. 供应链契约机制是针对供应链参与者面对不确定风险和利益分担所提出的约定, 运用契约机制能够保证供应链运作的顺利完成. 通过构建有效的契约协调机制实现供应链系统整体绩效最优, 已成为国内外理论界与实践领域关注的带有挑战性的课题.

近年来, 不确定环境下的多级供应链契约协调问题备受关注, 其中大量的研究只关注了需求的不确定性. 如: Jian 等[1]探讨了需求不确定下两级供应链中顾客退货对零售商订货决策以及制造商和零售商利润的影响, 利用回购契约实现了供应链协调; Wei 等[2]研究了需求扰动下两个销售商的竞争模型, 使用改进的收益共享契约实现了供应链协调; Satyaveer 等[3]研究了需求依赖于零售商价格的供应链契约协调问题. 现实中, 除了需求不确定外, 制造商和供应商的随机产出也是不确定性的一个重要方面. 如: He 等[4]研究了供应不确定下购买商的组合柔性订货策略问题; Keren[5]研究了在生产商产出不确定和分销商面对确定市场需求时的报童模型问题; 汪贤裕等[6]通过比例回购和折价回购组成的返回策略, 协调了产出不确定下的供应链; 王道平等[7]研究了产出不确定且市场需求确定下的供应链协调问题, 研究表明风险共担契约能够实现供应链协调; 马士华等[8]提出了风险共担契约协调多供应商和单制造商组成的两级供应链系

收稿日期: 2016-02-29；**修回日期:** 2016-05-25.

基金项目: 国家自然科学基金项目(71572031, 71372186).

作者简介: 朱宝琳 (1972−), 男, 副教授, 博士, 从事供应链管理、企业生产计划建模与优化等研究；戚亚萍 (1990−), 女, 硕士生, 从事供应链管理的研究.

统. 以上研究主要集中在供应链中单个供应或需求环节考虑了不确定因素, 具有一定的局限性. 基于上述研究, Güray 等[9]研究了供应商产出不确定和零售商需求不确定下的分散供应链系统, 设计了回购契约和收益共享契约对供应链进行协调; Yuan 等[10]考虑了供应商产出不确定和零售商面对市场需求不确定问题, 利用不同风险共担契约协调了两级供应链系统; Güray 等[11]研究了随机产出和需求下单一供应商和零售商组成的两级供应链协调问题, 研究表明, 运用回购契约、收益共享契约、数量折扣契约和柔性订货数量契约都能实现供应链的协调; 凌六一等[12]研究了随机产出与随机需求条件下, 采用不同的风险共担契约可以协调包括单一供应商和制造商的农产品供应链; 孙国华等[13]针对由单个供应商和零售商组成的两级不确定农产品供应链, 提出了期权契约能实现供应链协调; Fei 等[14]考虑了制造商产出和零售商需求不确定的情况, 通过期权契约对两级分散供应链进行协调; 赵霞等[15]针对供应商和生产商产出均不确定, 且生产商面对随机市场需求的问题, 利用收益共享和风险共担契约协调了两级供应链; Yong 等[16]证明了单一批发价契约无法协调不确定条件下多级供应链, 提出了批发价和回购组合契约模式可以对供应链进行协调.

上述研究主要集中在零售商需求不确定、供应商或制造商产出不确定下的供应链协调问题. 与前述研究不同, 本文针对由单一供应商、制造商和零售商组成的三级供应链系统, 研究零售商面对随机市场需求的同时, 考虑供应商和制造商产出不确定的供应链协调问题. 通过参数和模型分析可知, 分散无协调下供应链的期望利润低于集中条件下的期望利润, 从理论上分析了供应链协调的必要性. 所提出的风险共担契约可以使供应链的期望利润达到集中决策的水平, 最终实现供应链协调的目的. 最后通过数值算例验证了契约协调的有效性.

1 问题描述与研究假设

1.1 问题定义与描述

考虑由单一供应商、制造商和零售商组成的三级供应链系统. 图 1 为三级供应链结构图. 假定供应商、制造商和零售商都是以自身利益最大化为目标, 在实际环境中, 除需求不确定外, 制造商和供应商产出也是不确定的. 以采矿业为例, 自然环境或地质灾害等原因会造成矿石产量波动, 导致产出的不确定性. 另外, 在制造过程中, 由于工艺流程或者生产设备等原因也会导致产出具有一定的随机性. 本文所研究的事件序列如下: 供应商的原材料投入数量为 L, 实际产出量为 $K = uL$. 其中: u 为一个非负随机变量, $G(y)$ 为分布函数, $g(y)$ 为概率密度函数. 制造商的零部件投入数量为 R, 实际产出量为 $T = vR$. 其中: v 为一个非负随机变量, $H(v)$ 为分布函数, $h(v)$ 为概率密度函数. 由于零售商所面临的市场需求受到许多不同因素的影响, 零售商市场需求服从一定的随机分布, 可通过预测得知分布的情况. 假设顾客需求为 D, 分布函数为 $F(x)$, 概率密度函数为 $f(x)$.

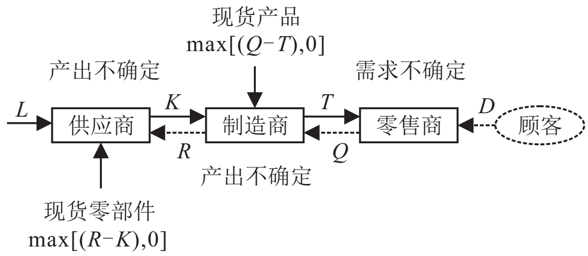

图 1 产出和需求不确定下的三级供应链结构

供应链协调问题的顺序包括: 零售商面对随机的市场需求 D, 零售商通过已知的需求分布函数和特征参数决定最终产品的订货量 Q. 制造商在接收到零售商的订货量 Q 后决定零部件的投入数量 R, 由于制造商的产量是不确定的, 若 T 小于 Q, 则制造商从现货市场上以价格 S_p 采购不足部分的最终产品以满足零售商的订货要求 Q. 供应商根据制造商的订货量 R 决定原材料的投入量 L, 由于供应商的产出是不确定的, 若 K 小于 R, 则供应商从现货市场上以价格 C_p 采购不足部分的零部件以满足制造商的需求. 供应商投入 L 单位的原材料产出 K 单位的零部件, 制造商投入 R 单位的零部件产出 T 单位的最终产品, 制造商出售给零售商 Q 单位的最终产品, 零售商将产品出售给顾客, 需求实现. 供应商、制造商和零售商的利润都得以实现.

1.2 研究假设

为了便于讨论, 作出如下假设:

1) 产品的零售价大于产品的单位采购成本与单位生产成本之和, $P > w_m + C_r$;

2) 制造商单位产品的批发价格大于单位生产成本与单位采购成本之和, $W_m > C_m + w_s$;

3) 供应商的单位零部件批发价大于单位生产成本, $w_s > C_s$;

4) 最终产品在现货市场的价格高于制造商的出售价格, 以保证制造商自身会组织生产, 而不是全部从现货市场上购买以满足零售商的需求, $S_p > w_m$;

5) 零部件现货市场的价格高于供应商的出售价格, 保证供应商自身组织生产, 而不是全部从现货市场购买, $C_p > w_s$.

以上假设一方面保证了模型的合理性和科学性, 另一方面也符合生产经营活动中的实际情况.

1.3　符号与参数说明

1) 产出和需求相关参数. C_p 为供应商从现货市场购买单位零件的价格; S_p 为制造商从现货市场采购部分最终产品的价格; V_s 为供应商未售出零部件的单位残值; V_m 为制造商未售出产成品的单位残值; V_r 为零售商未售出最终产品的单位残值; C_i 为供应链上各成员的单位边际成本; $i = s, m, r$; K 为供应商的零部件产出数量 $K = uL$; T 为制造商的产成品产出数量, $T = vR$; u 为供应商随机产出因子, 是一个非负随机变量; v 为制造商的随机产出因子, 是一个非负随机变量; η 为制造商零件订购量与供应商原材料投入量之比, 即$\eta = R/L$; $g(y)$ 为 u 的概率密度函数, 假设 $g(y)$ 在 $[a, b]$ 之间, 且有 $0 < a < b \leqslant 1$; $h(z)$ 为 v 的概率密度函数, 假设 $h(z)$ 在 $[A, B]$ 之间, 且有 $0 < A < B \leqslant 1$; $G(y)$ 为 u 的累积分布函数; $H(z)$ 为 v 的累积分布函数; u 为市场需求均值; σ 为市场需求均值的标准差; μ_1 为供应商随机产出因子的均值; μ_2 为制造商随机产出因子的均值; P 为零售商最终产品的零售价格 (市场竞争决定的结果), 是一个常数; D 为零售商面临的随机市场需求量; $f(x)$ 为 D 的概率密度函数; $F(x)$ 为 D 的累积分布函数, 是可微的且严格单调递增的, $F(0) = 0$; $\varPi_s$ 为供应商的利润; $\varPi_r$ 为零售商的利润; $\varPi_m$ 为制造商的利润.

2) 契约协调与利润相关参数. c 为零售商对于制造商生产过量的产品给予的单位补偿金额; d 为零售商给予制造商因产出不足从现货市场购买差额的单位补偿金额; t 为制造商对于供应商生产过量的零部件给予的单位补偿金额; e 为制造商对于供应商因产出不足从现货市场购买缺额的单位补偿金额; f 为制造商对于零售商未售出的产品给予的单位补偿金额; $\varPi_T^c$ 为集中决策下整个供应链的利润; $\varPi_i$ 为分散无协调下供应链各成员的利润; $\varPi_i^*$ 为分散无协调下供应链各成员的最优利润; $\varPi_i^c$ 为协调后供应链上各成员的利润.

3) 决策变量. Q 为零售商的订货量; R 为制造商的订货量; L 为供应商的原材料计划投入量; w_s 为供应商的单位零部件的批发价格; w_m 为制造商单位产品的批发价格.

2　集中决策下供应链最优决策模型

集中决策下, 供应商、制造商和零售商属于一个整体, 以实现供应链整体利润最大化为目标. 根据前述模型假设, 集中决策下供应链的利润函数描述为

$$\begin{aligned}\varPi_T^c = &P\min(Q, D) + V_r[Q-D]^+ - C_rQ - \\ &C_p[R-uL]^+ + V_m[vR-Q]^+ - S_p[Q-vR]^+ - \\ &C_mR - C_sL + V_s[uL-R]^+. \end{aligned}\tag{1}$$

其中: 第 1 项表示最终产品的销售收入, 第 2 项表示零售商的残值收益, 第 3 项表示零售商的销售成本, 第 4 项表示供应商从现货市场采购零部件的成本, 第 5 项表示制造商的残值收益, 第 6 项表示制造商从现货市场采购产成品的成本, 第 7 项和第 8 项表示制造商和供应商的生产成本, 第 9 项表示供应商的残值收益.

集中供应链的期望利润为

$$\begin{aligned}&\mathrm{E}(\varPi_T^c) = \\ &PS(Q) + V_r[Q-S(Q)] - C_rQ - C_p[R-S(L,R)] + \\ &V_m[\mu_2R - S(R,Q)] - S_p[Q-S(R,Q)] - C_mR - \\ &C_sL + V_s[\mu_1L - S(L,R)] = \\ &(P-V_r)S(Q) + (C_p-V_s)S(L,R) + (S_p - \\ &V_m)S(R,Q) + (V_r - C_r - S_p)Q - (C_p - V_m\mu_2 + \\ &C_m)R - (C_s - V_s\mu_1)L. \end{aligned}\tag{2}$$

其中

$$S(Q) = \mathrm{E}[\min(Q, D)] = \int_0^Q xf(x)\mathrm{d}x + Q\int_Q^{+\infty} f(x)\mathrm{d}x,$$

$$S(L,R) = \mathrm{E}[\min(uL, R)] = R - L\int_A^{R/L} G(y)\mathrm{d}y,$$

$$S(R,Q) = \mathrm{E}[\min(vR, Q)] = Q - R\int_A^{Q/R} H(z)\mathrm{d}z.$$

定理 1　集中决策下使三级供应链的期望利润函数 $\mathrm{E}(\varPi_T^c)$ 取得最大值的 (L^c, R^c, Q^c) 满足

$$\begin{aligned}&(C_p - V_s)\frac{\partial S(L^c, R^c)}{\partial L} = C_s - V_s\mu_1, \\ &(C_p - V_s)\frac{\partial S(L^c, R^c)}{\partial R} + (S_p - V_m)\frac{\partial S(R^c, Q^c)}{\partial R} = \\ &C_p - V_m\mu_2 + C_m, \\ &(P - V_r)[1 - F(Q^c)] + (S_p - V_m)\frac{\partial S(R^c, Q^c)}{\partial Q} = \\ &S_p + C_r - V_r, \end{aligned}\tag{3}$$

其中 L^c、R^c 和 Q^c 分别为集中情况下供应商的最优原材料计划投入量和制造商、零售商的最优订购量.

证明　式 (2) 中, 对 L、R 和 Q 求一阶偏导可得

$$\frac{\partial \mathrm{E}(\varPi_T^c)}{\partial L} = (C_p - V_s)\frac{\partial S(L,R)}{\partial L} - (C_s - V_s\mu_1), \tag{4}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mathrm{E}(\varPi_T^c)}{\partial R} = &(C_p - V_s)\frac{\partial S(L,R)}{\partial R} + (S_p - V_m)\frac{\partial S(R,Q)}{\partial R} - \\ &(C_p - V_m\mu_2 + C_m), \end{aligned}\tag{5}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mathrm{E}(\varPi_T^c)}{\partial Q} = &(P - V_r)S'(Q) + (S_p - V_m)\frac{\partial S(R,Q)}{\partial Q} - \\ &(S_p + C_r - V_r). \end{aligned}\tag{6}$$

式 (4) ∼ (6) 中, 对 L、R 和 Q 求一阶偏导可得

$$\partial^2\mathrm{E}(\varPi_T^c)/\partial L^2 = -(C_p - V_s)g\Big(\frac{R}{L}\Big)\frac{R^2}{L^3} < 0,$$

$$\begin{aligned}&\partial^2\mathrm{E}(\varPi_T^c)/\partial R^2 = \\ &-(C_p - V_s)g\Big(\frac{R}{L}\Big)\frac{1}{L} - (S_p - V_m)\frac{Q^2}{R^3}h\Big(\frac{R}{L}\Big) < 0,\end{aligned}$$

$$\partial^2\mathrm{E}(\varPi_T^c)/\partial Q^2 =$$

$$-(P-V_r)f(Q)-(S_p-V_m)h\Big(\frac{Q}{R}\Big)\frac{1}{R}<0.$$

在式 (4) ∼ (6) 中, 对 R、Q 和 L 求一阶偏导可得

$$\frac{\partial^2\mathrm{E}(\varPi_T^c)}{\partial R\partial L}=\frac{\partial^2\mathrm{E}(\varPi_T^c)}{\partial L\partial R}=(C_p-V_s)\frac{R}{L^2}g\Big(\frac{R}{L}\Big),$$

$$\frac{\partial^2\mathrm{E}(\varPi_T^c)}{\partial R\partial Q}=\frac{\partial^2\mathrm{E}(\varPi_T^c)}{\partial Q\partial R}=(S_p-V_m)\frac{Q}{R^2}h\Big(\frac{Q}{R}\Big),$$

$$\frac{\partial^2\mathrm{E}(\varPi_T^c)}{\partial L\partial Q}=\frac{\partial^2\mathrm{E}(\varPi_T^c)}{\partial Q\partial L}=0.$$

最终可得海塞矩阵, 如下所示:

$$H(L,R,Q)=\begin{bmatrix}\dfrac{\partial^2\mathrm{E}(\varPi_T^c)}{\partial L^2} & \dfrac{\partial^2\mathrm{E}(\varPi_T^c)}{\partial L\partial R} & \dfrac{\partial^2\mathrm{E}(\varPi_T^c)}{\partial L\partial Q}\\ \dfrac{\partial^2\mathrm{E}(\varPi_T^c)}{\partial R\partial L} & \dfrac{\partial^2\mathrm{E}(\varPi_T^c)}{\partial R^2} & \dfrac{\partial^2\mathrm{E}(\varPi_T^c)}{\partial R\partial Q}\\ \dfrac{\partial^2\mathrm{E}(\varPi_T^c)}{\partial Q\partial L} & \dfrac{\partial^2\mathrm{E}(\varPi_T^c)}{\partial Q\partial R} & \dfrac{\partial^2\mathrm{E}(\varPi_T^c)}{\partial Q^2}\end{bmatrix},$$

$$|H_1(L,R,Q)|=\frac{\partial^2\mathrm{E}(\varPi_T^c)}{\partial L^2}<0,$$

$$|H_2(L,R,Q)|=$$

$$\frac{\partial^2\mathrm{E}(\varPi_T^c)}{\partial L^2}\times\frac{\partial^2\mathrm{E}(\varPi_T^c)}{\partial R^2}-\frac{\partial^2\mathrm{E}(\varPi_T^c)}{\partial L\partial R}\times\frac{\partial^2\mathrm{E}(\varPi_T^c)}{\partial R\partial L}=$$

$$(C_p-V_s)(S_p-V_m)g\Big(\frac{R}{L}\Big)h\Big(\frac{Q}{R}\Big)\frac{Q^2}{RL^3}>0,$$

$$|H_3(L,R,Q)|=$$

$$\frac{\partial^2\mathrm{E}(\varPi_T^c)}{\partial Q^2}\times\Big[\frac{\partial^2\mathrm{E}(\varPi_T^c)}{\partial L^2}\times\frac{\partial^2\mathrm{E}(\varPi_T^c)}{\partial R^2}-\frac{\partial^2\mathrm{E}(\varPi_T^c)}{\partial L\partial R}\times$$

$$\frac{\partial^2\mathrm{E}(\varPi_T^c)}{\partial R\partial L}\Big]-\frac{\partial^2\mathrm{E}(\varPi_T^c)}{\partial R\partial Q}\times\frac{\partial^2\mathrm{E}(\varPi_T^c)}{\partial L^2}\times\frac{\partial^2\mathrm{E}(\varPi_T^c)}{\partial Q\partial R}=$$

$$-(P-V_r)f(Q)(C_p-V_s)(S_p-V_m)g\Big(\frac{R}{L}\Big)\times$$

$$h\Big(\frac{Q}{R}\Big)\frac{Q^2}{RL^3}<0.$$

通过分析可知, 海塞矩阵负定, 进而得出 $\mathrm{E}(\varPi_T^c)$ 是关于 (L,R,Q) 的凹函数, 故存在唯一的 (L^c, R^c, Q^c) 使集中供应链的期望利润取得最大值, 这是供应链能协调的必要条件. □

3 分散无协调下供应链决策模型

当供应链上各成员不属于一个利益整体时, 各成员将独立进行决策. 此时供应链上各成员以自身利益最大化为目标, 供应商与制造商、制造商和零售商之间只通过批发价进行交易, 如果不采取激励措施, 通常很难使整个供应链的利润最大化. 以下阐述分散无协调下供应商、制造商和零售商的最优决策模型.

3.1 零售商决策模型

零售商的利润函数为

$$\varPi_r=P\min(Q,D)+V_r[Q-D]^+-w_mQ-C_rQ. \quad (7)$$

其中: 第 1 项表示零售商的销售收入, 第 2 项表示零售商未售出产品的残值收益, 第 3 项表示零售商的采购成本, 第 4 项表示零售商的销售成本.

零售商的期望利润函数为

$$\mathrm{E}(\varPi_r)=(P-V_r)S(Q)-(w_m+C_r-V_r)Q. \quad (8)$$

定理 2 分散无协调下, 存在唯一的最优决策变量 Q^r 使零售商期望利润函数实现最大化, 且 Q^r 满足

$$Q^r=F^{-1}\Big(\frac{P-w_m-C_r}{P-V_r}\Big). \quad (9)$$

证明 在式 (8) 中, 对 Q 求一阶和二阶导数得

$$\mathrm{dE}(\varPi_r)/\mathrm{d}Q=(V_r-P)F(Q)+P-w_m-C_r,$$

$$\mathrm{d}^2\mathrm{E}(\varPi_r)/\mathrm{d}Q^2=(V_r-P)f(Q).$$

由一阶导数 $\mathrm{dE}(\varPi_r)/\mathrm{d}Q=0$, 可得式 (9). 可见, 分散供应链中零售商的最优订购量是销售价格和残值的增函数, 是批发价格和成本的减函数. 注意到 $f(Q)>0$, 由于 $\mathrm{d}^2\mathrm{E}(\varPi_r)/\mathrm{d}Q^2<0$, 可以得出 $\mathrm{E}(\varPi_r)$ 是关于 Q 的凹函数, 存在唯一的 Q^r 值使得 $\mathrm{E}(\varPi_r)$ 取得最大值. □

3.2 制造商决策模型

制造商的利润函数为

$$\varPi_m=w_mQ-w_sR-C_mR-S_p[Q-vR]^+ + V_m[vR-Q]^+. \quad (10)$$

其中: 第 1 项表示制造商的销售收入, 第 2 项表示制造商的采购成本, 第 3 项表示制造商的生产成本, 第 4 项表示从二级市场采购产成品的成本, 第 5 项表示制造商的残值收入.

制造商的期望利润函数为

$$\mathrm{E}(\varPi_m)=w_mQ-(w_s+C_m-V_m\mu_2)R+ (S_p-V_m)S(R,Q). \quad (11)$$

定理 3 分散无协调下, 存在唯一的最佳决策变量 R^m, 使得制造商期望利润 $\mathrm{E}(\varPi_m)$ 最大化, 且 R^m 满足

$$(S_p-V_m)\frac{\partial S(R^m,Q)}{\partial R}=w_s+C_m-V_m\mu_2. \quad (12)$$

证明 在式(11) 中, 对 R 求一阶和二阶偏导数得

$$\frac{\partial\mathrm{E}(\varPi_m)}{\partial R}=(S_p-V_m)\frac{\partial S(R,Q)}{\partial R}+V_m\mu_2-w_s-C_m,$$

$$\frac{\partial^2\mathrm{E}(\varPi_m)}{\partial R^2}=-(S_p-V_m)\frac{Q^2}{R^3}h\Big(\frac{Q}{R}\Big).$$

由式 (12) 可见, 分散情况下制造商的最优订购量与随机产出因子的均值和二级市场的批发价格负相关. 注意到 $S_p-V_m>0$, $h(Q/R)>0$, 可知 $\partial^2\mathrm{E}(\varPi_m)/\partial R^2<0$, $\mathrm{E}(\varPi_m)$ 是关于 R 的凹函数, 因此对于给定的 L 和 Q 存在唯一的 R^m 使得 $\mathrm{E}(\varPi_m)$ 取得最大值. □

3.3 供应商决策模型

供应商的利润函数为

$$\varPi_s=w_sR-C_sL+V_s[uL-R]^+-C_p[R-uL]^+. \quad (13)$$

其中: 第 1 项表示供应商的销售收入, 第 2 项表示供应商的生产成本, 第 3 项表示供应商的残值收入, 第 4 项表示供应商从二级市场购买零部件的成本.

供应商的期望利润函数为

$$\mathrm{E}(\Pi_s)=(w_s-C_p)R-(C_s-V_s\mu_1)L+(C_p-V_s)S(L,R). \tag{14}$$

定理4　分散无协调下, 存在唯一的最优决策变量 L^s, 使得供应商的期望利润 $\mathrm{E}(\Pi_s)$ 最大化, 且 L^s 满足

$$(C_p-V_s)\frac{\partial S(L^s,R)}{\partial L}=C_s-V_s\mu_1.$$

证明　在式 (14) 中, 对 L 求一阶和二阶偏导数得

$$\frac{\partial \mathrm{E}(\Pi_s)}{\partial L}=(C_p-V_s)\frac{\partial S(L^s,R)}{\partial L}-C_s+V_s\mu_1,$$

$$\frac{\partial^2 \mathrm{E}(\Pi_s)}{\partial L^2}=-(C_p-V_s)\frac{R^2}{L^3}g\Big(\frac{R}{L}\Big).$$

由式 (15) 可见, 供应商的最优原材料投入量是随机产出因子均值和二级市场批发价格的减函数. 由 $C_p-V_s>0$ 和 $g(R/L)>0$ 可知, $\partial^2\mathrm{E}(\Pi_s)/\partial L^2<0$, $\mathrm{E}(\Pi_s)$ 是关于 L 的凹函数. 因此, 对于给定的 R, 存在唯一的 L^s, 使得 $\mathrm{E}(\Pi_s)$ 取得最大值, 由一阶条件 $\partial\mathrm{E}(\Pi_s)/\partial L=0$ 可得式 (15). □

通过比较式 (3) 与 (9)、(12)、(15) 可以发现, 在投入产出比相同的情况下, 分散和集中决策得出的制造商和零售商的最优订购量并不相同. 分散无协调情况下, 制造商和零售商的利润低于集中情况下利润. 面对生产需求双重不确定的情况, 供应链成员为了规避产出过量的风险, 倾向于减少原材料投入量 (订购量), 将导致无法达到集中决策下的最优水平, 因此有必要使用适当的契约机制对供应链进行协调.

4　基于风险共担的供应链契约协调模型

契约机制是供应链协调的主要手段. 在本文的供应链中, 制造商和供应商产出是不确定的, 通过证明可以得出单一契约机制特别是收益共享契约不能协调产出不确定的供应链[16]. 面对制造商和供应商产出不确定带来的风险, 本文提出风险共担契约对制造商和供应商产出不确定进行补偿. 具体描述如下:

1) 若制造商生产数量 $T>Q$, 则可满足零售商的订货量, 但制造商会因为产出过多而带来损失 $V_m<C_m$. 设零售商对单位过量最终产品的补偿金额为 c $(0<c<C_m)$, 零售商对制造商的总补偿金额为 $c[vR-Q]^+$. 若制造商生产的产成品数量 $T<Q$, 则制造商以高价从现货市场购买产成品满足零售商的需求, 这样便增加了制造商的成本. 为了减轻制造商负担, 零售商对制造商从现货市场购买产成品的单位补偿金额为 d, 零售商给制造商的总补偿金额为 $d[Q-vR]^+$.

2) 若供应商生产数量 $K>R$, 则可满足制造商的订货量, 供应商会因为产出过多而带来损失 $V_s<C_s$. 设制造商对单位过量零部件的补偿金额为 t $(0<t<C_s)$, 制造商对供应商的总补偿金额为 $t[uL-R]^+$. 若供应商生产数量 $K<R$, 则供应商需要以高价从现货市场购买零部件以满足制造商的需求, 这样便增加了供应商的成本. 为了减轻供应商的负担, 制造商对供应商从现货市场购买零部件的单位补偿金额为 e, 制造商给供应商的总补偿金额为 $e[R-uL]^+$.

3) 若零售商的销售数量 $Q>D$, 则零售商存在未售出的产品, 制造商对于零售商未售出的产品进行补偿, 设每单位的补偿金额为 f, 制造商给予零售商的总补偿金额为 $f[Q-D]^+$.

4.1　供应商决策模型

风险共担契约下供应商的利润函数为

$$\Pi_s=w_sR-C_sL+V_s[uL-R]^+-C_p[R-uL]^++t[uL-R]^++e[R-uL]^+. \tag{15}$$

供应商的期望利润函数为

$$\mathrm{E}(\Pi_s)=(w_s+e-C_p)R+(V_s\mu_1+t\mu_1-C_s)L-(V_s+t+e-C_p)S(L,R). \tag{16}$$

在式 (16) 中, 对 L 求一阶偏导数和二阶偏导数可得

$$\frac{\partial \mathrm{E}(\Pi_s)}{\partial L}=(C_p-V_s-e-t)\frac{\partial S(L,R)}{\partial L}+V_s\mu_1+t\mu_1-C_s,$$

$$\frac{\partial^2 \mathrm{E}(\Pi_s)}{\partial L^2}=-(C_p-V_s-e-t)\frac{R^2}{L^3}g\Big(\frac{R}{L}\Big).$$

因为 $g(R/L)>0$, 只要有 $C_p-V_s-e-t>0$, 便有 $\partial^2\mathrm{E}(\Pi_s)/\partial L^2<0$, $\mathrm{E}(\Pi_s)$ 是关于 L 的凹函数, 所以对于给定的 R, 存在唯一的 L^s 使得供应商的利润取得最大值. 由一阶偏导数 $\partial\mathrm{E}(\Pi_s)/\partial L=0$ 可得

$$(C_p-V_s-e-t)\frac{\partial S(L^s,R)}{\partial L}=C_s-V_s\mu_1-t\mu_1. \tag{17}$$

4.2　制造商决策模型

风险共担契约下制造商的利润函数为

$$\Pi_m=w_mQ-(w_s+C_m)R-S_p[Q-vR]^++V_m[vR-Q]^++c[vR-Q]^++d[Q-vR]^+-f[Q-D]^+-t[uL-R]^+-e[R-uL]^+.$$

制造商的期望利润函数为

$$\mathrm{E}(\Pi_m)=(w_m-S_p+d-f)Q-(w_s+C_m-V_m\mu_2-c\mu_2+e)R+(S_p-V_m-c-d)S(R,Q)+fS(Q)+(t+e)S(L,R)-t\mu_1L. \tag{18}$$

在式 (18) 中, 对 R 求一阶偏导数和二阶偏导数可得

$$\frac{\partial \mathrm{E}(\Pi_m)}{\partial R}=-(w_s+C_m-V_m\mu_2-c\mu_2+e)+(S_p-V_m-c-d)\frac{\partial S(R,Q)}{\partial R}+(t+e)\frac{\partial S(L,R)}{\partial R},$$

$$\frac{\partial^2 \mathrm{E}(\Pi_m)}{\partial R^2}=-(S_p-V_m-c-d)\frac{Q^2}{R^3}h\Big(\frac{Q}{R}\Big)-(t+e)\frac{1}{L}g\Big(\frac{R}{L}\Big).$$

注意到, $h(Q/R)>0, g(R/L)>0$, 只要 $S_p-V_m-c-d>0, t+e>0$, 便有 $\partial^2\mathrm{E}(\Pi_m)/\partial R^2<0$, $\mathrm{E}(\Pi_m)$ 是关于 R 的凹函数. 对于给定的 L 和 Q, 存在唯一的 R^m, 使供应商利润取得最大. 由一阶偏导数 $\partial\mathrm{E}(\Pi_m)/\partial R=0$, 可得

$$(S_p-V_m-c-d)\frac{\partial S(R^m,Q)}{\partial R}+(t+e)\frac{\partial S(L,R^m)}{\partial R}=$$
$$w_s+C_m-V_m\mu_2-c\mu_2+e. \tag{19}$$

4.3 零售商决策模型

风险共担契约下零售商的利润函数为

$$\Pi_r=$$
$$P\min(Q,D)+V_r[Q-D]^+-(w_m+C_r)Q-$$
$$c[vR-Q]^+-d[Q-vR]^++f[Q-D]^+.$$

零售商的期望利润函数为

$$\mathrm{E}(\Pi_r)=(P-V_r-f)S(Q)+(V_r+f-d-w_m-$$
$$C_r)Q+(c+d)S(R,Q)-c\mu_2R. \tag{20}$$

在式 (20) 中, 对 Q 求一阶偏导数和二阶偏导数可得

$$\frac{\partial\mathrm{E}(\Pi_r)}{\partial Q}=(p-V_r-f)S'(Q)+(V_r+f-d-$$
$$w_m-C_r)+(c+d)\frac{\partial S(R,Q)}{\partial Q},$$
$$\frac{\partial^2\mathrm{E}(\Pi_r)}{\partial Q^2}=-(P-V_r-f)f(Q)-(c+d)\frac{1}{R}h\Big(\frac{Q}{R}\Big).$$

注意到, $P-V_r-f>0, c+d>0$, 则有 $\partial^2\mathrm{E}(\Pi_r)/\partial Q^2<0$, $\mathrm{E}(\Pi_r)$ 是关于 Q 的凹函数, 所以对于给定的 R, 存在唯一的 Q^r 使得零售商的利润取得最大值. 由一阶偏导数 $\dfrac{\partial\mathrm{E}(\Pi_r)}{\partial Q}=0$, 可得

$$(P-V_r-f)S'(Q^r)+(c+d)\frac{\partial S(R,Q^r)}{\partial Q}=$$
$$w_m+C_r-V_r-f+d. \tag{21}$$

定理5 满足下式的风险共担契约可使产出和需求不确定的三级供应链实现协调:

$$t=(1-\lambda)(C_s/\mu_1-V_s),$$
$$e=(1-\lambda)(C_p-C_s/\mu_1),$$
$$f=(1-\lambda)(P-V_r),$$
$$d=(1-\lambda)(P-C_r)+\lambda S_p-w_m,$$
$$c=w_m-\lambda V_m-(1-\lambda)(P-C_r),$$
$$w_s=(1-\lambda)C_s/\mu_1-\lambda C_m+$$
$$[w_m-(1-\lambda)(P-C_r)]\mu_2. \tag{22}$$

证明 当供应商、制造商和零售商的期望利润是集中供应链期望利润的仿射函数 (即契约协调后供应链成员决策变量前的系数与集中供应链决策变量的系数对应成比例) 时, 三级分散供应链会实现协调, 可得

$$V_s\mu_1+t\mu_1-C_s=\lambda_1(V_s\mu_1-C_s), \tag{23a}$$
$$V_s+t+e-C_p=\lambda_1(V_s-C_p), \tag{23b}$$
$$w_s+C_m-V_m\mu_2-c\mu_2+e=$$
$$\lambda_2(C_p+C_m-V_m\mu_2), \tag{23c}$$
$$S_p-V_m-c-d=\lambda_2(S_p-V_m), \tag{23d}$$
$$t+e=\lambda_2(C_p-V_s), \tag{23e}$$
$$P-V_r-f=\lambda_3(P-V_r), \tag{23f}$$
$$V_r+f-d-w_m-C_r=\lambda_3(V_r-S_p-C_r), \tag{23g}$$
$$c+d=\lambda_3(S_p-V_m). \tag{23h}$$

将式 (23b) – (23e) 可得

$$V_s-C_p=(\lambda_1+\lambda_2)(V_s-C_p),$$

所以有 $\lambda_1+\lambda_2=1$; 将式 (23d) + (23h) 可得

$$S_p-V_m=(\lambda_2+\lambda_3)(S_p-V_m),$$

所以有 $\lambda_2+\lambda_3=1$.

令 $\lambda_1=\lambda$, 有 $\lambda_2=1-\lambda$, $\lambda_3=\lambda$, 式 (23) 化简为

$$V_s\mu_1+t\mu_1-C_s=\lambda(V_s\mu_1-C_s),$$
$$V_s+t+e-C_p=\lambda(V_s-C_p),$$
$$w_s+C_m-V_m\mu_2-c\mu_2+e=$$
$$(1-\lambda)(C_p+C_m-V_m\mu_2),$$
$$S_p-V_m-c-d=(1-\lambda)(S_p-V_m),$$
$$t+e=(1-\lambda)(C_p-V_s),$$
$$P-V_r-f=\lambda(P-V_r),$$
$$V_r+f-d-w_m-C_r=\lambda(V_r-S_p-C_r),$$
$$c+d=\lambda(S_p-V_m). \tag{24}$$

对式 (24) 进行求解, 可得定理 5 结论. □

将式 (22) 代入到供应商、制造商和零售商的期望利润函数中,可以得到 $\mathrm{E}(\Pi_s^c)$、$\mathrm{E}(\Pi_m^c)$、$\mathrm{E}(\Pi_r^c)$ 和 $\mathrm{E}(\Pi_T^c)$ 的表达式如下:

$$\mathrm{E}(\Pi_r^c)=$$
$$\lambda\mathrm{E}(\Pi_T^c)-\lambda(C_p-V_s)S(L,R)+\lambda(C_s-V_s\mu_1)L-$$
$$[w_m\mu_2-(1-\lambda)(P-C_r)\mu_2+\lambda(C_m+C_p)]R,$$
$$\mathrm{E}(\Pi_s^c)=$$
$$\lambda\mathrm{E}(\Pi_T^c)-\lambda(P-V_r)S(Q)-\lambda(S_p-V_m)S(R,Q)-$$
$$\lambda(V_r-C_r-S_p)Q+[w_m-(1-\lambda)(P-C_r)-V_m]\mu_2R,$$
$$\mathrm{E}(\Pi_m^c)=(1-\lambda)\mathrm{E}(\Pi_T^c). \tag{25}$$

由式 (25) 可得

$$\mathrm{E}(\Pi_T^c)=\mathrm{E}(\Pi_r^c)+\mathrm{E}(\Pi_s^c)+\mathrm{E}(\Pi_m^c). \tag{26}$$

5 数值和算例分析

以宝钢硅钢厂为例验证契约对供应链的协调, 供应链由矿石供应商 (澳大利亚必和必拓公司) 和零

售商(宝钢国际贸易公司)组成. 假设供应商和制造商的随机产出因子服从均匀分布, 市场需求服从正态分布, 供应商和制造商的随机产出因子均值分别为 μ_1 和 μ_2, 市场需求的均值为 μ, 标准差为 σ. 各参数值为

$$P = 18,\ C_s = 3.5,\ C_m = 4,\ C_r = 3,$$

$$V_s = 3.5,\ V_m = 10,\ V_r = 12,\ \mu = 1\,000,$$

$$\sigma = 500,\ C_p = 5,\ S_p = 14,\ \mu_1 = 0.8,\ \mu_2 = 0.8.$$

通过算例分析得到使供应链协调的契约参数值如表 1 所示.

表 1　契约参数

参数	w_m	w_s	c	d	e	f	t
取值	13	4.587 5	0.5	0.5	0.312 5	3	0.437 5

通过计算可以分别得出集中、分散和契约协调后的供应商、制造商和零售商的期望利润, 如表 2 所示. 由表 2 可见, 风险共担契约下零售商的最优订货量大于集中情况, 制造商的最优生产量和供应商的最优原材料计划投入量小于集中决策时的结果, 制造商和零售商的期望利润大于分散无协调下的期望利润. 供应商、制造商和零售商的期望利润之和大于集中供应链的期望利润. 通过协调供应商、制造商和零售商之间的收益比例 λ, 可以合理地分配供应链成员之间的利润, 实现供应链的协调.

表 2　不同情境下决策变量和期望利润

	Q	R	L	$\mathrm{E}(\Pi_s^*)$	$\mathrm{E}(\Pi_m^*)$	$\mathrm{E}(\Pi_r^*)$	$\mathrm{E}(\Pi_T^*)$
集中决策	1 280	1 904	2 223	–	–	–	3 252
分散决策	633	738	861	355	1 467	475	2 298
契约协调	1 289	1 747	2 040	296	1 649	1 353	3 298

保持参数不变, 改变 σ 的值, 得到供应链成员的最优决策和期望利润随需求标准差变化曲线, 如图 2 和图 3 所示. 由图 2 和图 3 可见, 集中情况下, 随着需求标准差的增加, 零售商的订货量、制造商的生产量和供应商的原材料投入量都在增加, 供应链整体利润却在不断减少; 在分散供应链中, 零售商的最优订购量、制造商的最优生产量、供应商的最优原材料投入量和供应商的期望利润都呈现先减少再增加的趋势. 制造商、零售商和整个供应链的期望利润在不断减少, 但是集中供应链总利润大于分散供应链.

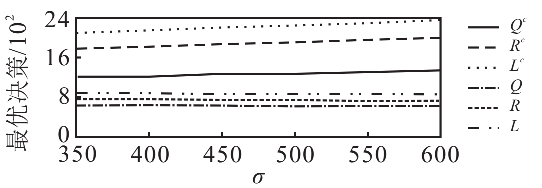

图 2　需求不确定对供应链成员最优决策的影响

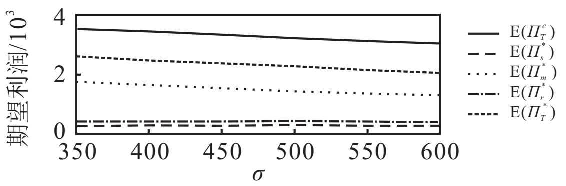

图 3　需求不确定对供应链成员期望利润的影响

保持参数不变, 仅改变 μ_1 的值, 得到供应链成员的最优决策和期望利润随供应商随机产出因子均值的变化曲线如图 4 和图 5 所示. 由图 4 和图 5 可见: 集中情况下, 零售商的最优订购量呈现先减少后增加的趋势, 制造商生产量、供应商的原材料投入量和供应链的总期望利润不断增加; 分散情况下, 零售商的最优订购量、制造商的最优生产量和供应商的最优原材料投入量均呈现先减少后增加的趋势, 供应链总利润一直在减少.

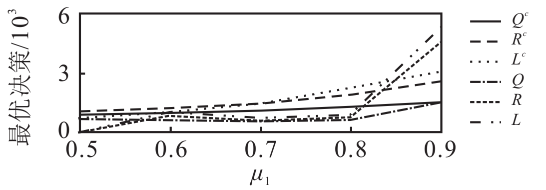

图 4　供应商产出不确定对供应链成员决策的影响

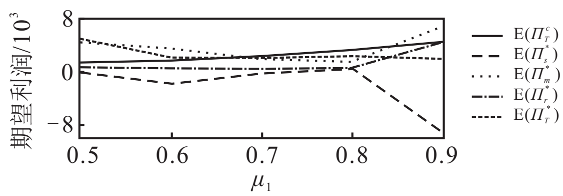

图 5　供应商产出不确定对供应链成员期望利润的影响

保持参数不变, 仅改变 μ_2 的值, 得到供应链成员的最优决策和期望利润随制造商随机产出因子均值的变化曲线如图 6 和图 7 所示. 由图 6 和图 7 可见: 分散和集中两种情况下, 零售商的最优订购量、制造商的最优生产量、供应商的最优原材料投入量不断增加, 集中供应链的总期望利润增加; 分散情况下, 供应商的期望利润先增加后减少, 制造商、零售商和整个供应链的期望利润都在增加.

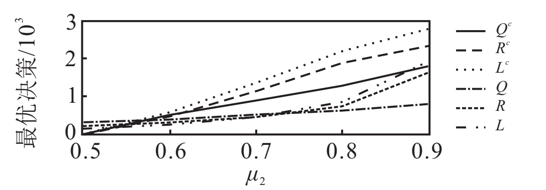

图 6　制造商产出不确定对供应链成员决策的影响

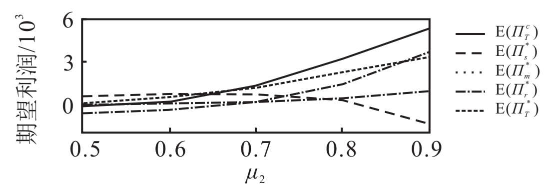

图 7　制造商产出不确定对供应链成员期望利润的影响

6 结 论

本文研究了由单一供应商、制造商和零售商组成的三级供应链的协调问题, 分别建立了产出和需求不确定的三级供应链集中和分散决策模型, 证明了分散决策下供应链的期望利润低于集中决策的期望利润. 本文提出的风险共担契约可以使供应链的期望利润达到集中决策的水平, 从而实现供应链的帕累托改进, 最终达到供应链协调的目的. 通过理论证明和算例分析, 得出以下结论: 1) 随着需求不确定性的增加, 集中情况下的总期望利润不断减少; 2) 随着供应商随机产出因子均值的增加, 分散供应链中制造商和零售商的期望利润先减少再增加; 3) 随着制造商随机产出因子均值的增加, 分散情况下供应商的期望利润先增加再减少, 制造商、零售商和整个供应链的期望利润都在增加. 本文研究主要集中在产需不确定下单一供应商、制造商和零售商的三级供应链协调问题, 实际中还存在多个参与者的供应链网络结构, 此类供应链的契约协调问题还有待于进一步研究.

参考文献(References)

[1] Jian L, Benny M, Haiyan W. Supply chain coordination with customer returns and refund-dependent demand[J]. Int J of Production Economics, 2014, 148(2): 81-89.

[2] Wei G Z, Jun H F, Hong Y L, et al. Coordination of supply chain with a revenue-sharing contract under demand disruptions when retailers compete[J]. Int J of Production Economics, 2012, 138(1): 68-75.

[3] Satyaveer S C, Jean-Marie P. Analysis of a supply chain partnership with revenue sharing[J]. Int J of Production Economics, 2005, 97(1): 44-51.

[4] He X, Xiao L Z, Zhi X L. Configuration of flexibility strategies under supply uncertainty[J]. Omega, 2015, 51(3): 71-82.

[5] Keren B. The single-period inventory problem: Extension to random yield from the perspective of the supply chain[J]. Omega: The Int J of Management Science, 2009, 37(4): 801-810.

[6] 汪贤裕, 肖玉明. 基于返回策略与风险分担的供应链协调分析[J]. 管理科学学报, 2009, 12(3): 65-70.
(Wang X Y, Xiao Y M. Research on supply chain coordination and risks haring based on buy Back policy[J]. J of Management Sciences in China, 2009, 12(3): 65-70.)

[7] 王道平, 程蕾, 李锋. 产出不确定的农产品供应链协调问题研究[J]. 控制与决策, 2012, 27(6): 881-885.
(Wang D P, Cheng L, Li F. Supply chain coordination of agricultural product under random yield[J]. Control and Decision, 2012, 27(6): 881-885.)

[8] 马士华, 李果. 供应商产出随机下基于风险共享的供应链协同模型[J]. 计算机集成制造系统, 2010, 16(3): 563-572.
(Ma S H, Li G. Collabrative model of supply chain based on risk sharing under random yields[J]. Computer Integrated Manufacturing System, 2010, 16(3): 563-572.)

[9] Güray G M, Taner B. On coordinating an assembly system under random yield and random demand[J]. European J of Operational Research, 2009, 196(23): 342-350.

[10] Yuan Jie H, Jiang Z. Random yield risk sharing in a two-level supply chain[J]. Int J of Production Economics, 2008, 112(4): 769-781.

[11] Güray G M, Emre K M. On coordination under random yield and random demand[J]. Expert Systems with Applications, 2013, 40(9): 3688-3695.

[12] 凌六一, 郭晓龙, 胡中菊, 等. 基于随机产出与随机需求的农产品供应链风险共担合同[J]. 中国管理科学, 2013, 21(2): 50-57.
(Ling L Y, Guo X L, Hu Z J, et al. The risk-sharing contracts under random yield and stochastic demand in agricultural supply chain[J]. Chinese J of Management Science, 2013, 21(2): 50-57.)

[13] 孙国华, 许垒. 随机供求下二级农产品供应链期权合同协调研究[J]. 管理工程学报, 2014, 28(2): 201-210.
(Sun G H, Xu L. Option contract of two-echelon agricultural supply chain with random supply and demand[J]. J of Industrial Engineering Engineering Management, 2014, 28(2): 201-210.)

[14] Fei Hua, Cheng-Chew L, Zu Di L. Optimal production and procurement decisions in a supply chain with an option contract and partial backordering under uncertainties[J]. Applied Mathematics and Computation, 2014, 232(8): 1225-1234.

[15] 赵霞, 吴方卫, 蔡荣. 随机产出与需求下二级供应链协调合同研究[J]. 管理科学学报, 2014, 17(8): 34-47.
(Zhao X, Wu F W, Cai R. Research on coordination of two-stage supply chain under random yield and Random demand with contracts[J]. J of Management Sciences in China, 2014, 17(8): 34-47.)

[16] Yong H, Xuan Z. Coordination in multi-echelon supply chain under supply and demand uncertainty[J]. Int J of Production Economics, 2012, 139(1): 106-115.

(责任编辑：郑晓蕾)