文章编号: 1001-0920 (2016) 12-2232-09 **DOI:** 10.13195/j.kzyjc.2015.1168

基于相对相似度关系的三角模糊数型不确定多属性决策法

陈 雪[1], 黄智力[1,2], 罗 键[2]

(1. 厦门理工学院 应用数学学院，福建 厦门 361024；2. 厦门大学 信息科学与技术学院，福建 厦门 361005)

摘 要: 针对属性权重未知的三角模糊数型不确定多属性决策问题, 提出一种新的规范三角模糊数与决策方案的相对相似度定义和三角模糊数相对相似度关系理论; 借鉴合作博弈中可能度最大化算法提出一种基于三角模糊数相对相似度关系的属性权重确定方法; 利用备选方案对象在方案集中的总体相对相似度值大小选取最优对象并排序, 以此给出三角模糊数型不确定多属性决策的相对相似度关系算法, 最后通过算例分析表明了所提出算法的可行性和有效性.

关键词: 不确定多属性决策；三角模糊数；相对相似度关系；属性权重

中图分类号: TP182 **文献标志码:** A

Approach for triangular fuzzy number-based uncertain multi-attribute decision making based on relative similarity degree relation

CHEN Xue[1], *HUANG Zhi-li*[1,2], *LUO Jian*[2]

(1. School of Applied Mathematics，Xiamen University of Technology，Xiamen 361024，China；2. School of Information Science and Technology，Xiamen University，Xiamen 361005，China．Correspondent：HUANG Zhi-li，E-mail：zhili_huang@hotmail.com)

Abstract: In view of the triangular fuzzy number-based uncertain multi-attribute decision making problem with unknown attribute weights, the new relative similarity degree of the triangular fuzzy number and decision-making alternatives are defined, and the relative similarity degree relation theory of the triangular fuzzy number is presented. Learning the idea of maximizing possibility degree algorithm rules in the cooperative game theory, an approach of determining the attribute weight based on the triangular fuzzy number relative similarity degree relation is proposed. Then the overall relative similarity degree value of the alternative objects in the alternative set is utilized to select the optimal object and sort, therefore an algorithm of relative similarity degree relation for triangular fuzzy number-based uncertain multiple attribute decision making is presented. Finally, a numerical example is given to illustrate the feasibility and effectiveness of the proposed algorithm.

Keywords: uncertain multi-attribute decision making；triangular fuzzy number；relative similarity degree relation；attribute weight

0 引 言

不确定多属性决策 (UMADM), 也称为有限方案不确定多目标决策, 广泛存在于城市产业规划、企业项目优选、工业产品质量评估、模式匹配及智能控制等诸多实际问题领域中, 是处理具有各种事物的模糊性、复杂性及人的思维判断的主观性、局限性、偏好性等不确定信息的有限方案筛选决策的合理有效方法. 随着移动互联网、物联网、云计算及大数据等信息技术的迅猛发展, 各个行业产业领域的数据信息量快速膨胀, 但由于大数据高速传输的故障、挖掘技术的限制及人为因素等影响, 导致数据信息错误、丢失和遗漏等现象经常发生. 人们在面对上述现象引起的具有不确定、不完全以及决策偏好等海量数据信息时将怎样作出科学有效的决策, 越来越受到人们极大关注并成为一个重要的研究课题[1]. 从已有关于不确定多属性决策问题的研究成果分析, 许多学者用区间数属性值对一些 UMADM 问题进行了研究, 并提出了如最小偏差法[2]、VIKOR 扩展法[3]、粗糙集犹豫模糊法[4]、前景理论的指标期望法[5]、概率论法[6]、可能度关系法[7]、优势关系法[8]、前景理论的

收稿日期: 2015-09-21；**修回日期:** 2016-01-25.

基金项目: 国家自然科学基金项目(11426191)；厦门理工学院高层次人才引进项目(YKJ13028R).

作者简介: 陈雪 (1984−), 女, 讲师, 博士, 从事李代数及其表示理论、运筹优化与决策等研究；罗键 (1954−), 男, 教授, 博士生导师, 从事自动化智能信息系统的系统建模、优化与决策等研究.

灰靶决策法[9]、预期理论模型法[10]、灰关联投影寻踪动态聚类[11]等有效的决策算法和模型. 但是区间数内的取值概率受区间数的宽度限制, 当宽度越大时取值概率越不均等, 而属性值往往又偏好于区间内某个数, 易受偏好信息的影响, 造成决策结果偏差[12]. 于是 Van[13]提出了用三角模糊数表示不确定模糊信息的比较判断方法, 这与构成元素为精确数值表示确定信息的比较判断[14-15]相比, 三角模糊数比较判断更符合环境的不确定性和人的思维模糊性, 更能合理准确地描述和表示所研究的 UMADM 问题[16].

文献 [17] 采用一种过于简单宽松的离差运算表达式表示相似度定义, 对属性权重未知的 UMADM 问题进行研究, 并提出了相似关系算法. 但是, 该算法在处理诸如退化的区间数 (即实数长度取值为零的特殊情况等) 具有不同属性值数据类型时, 计算过程存在两种极端情形, 易造成决策数据区分度不高, 决策信息极易融合化或边缘化, 导致决策结果失真. 文献 [18] 虽是通过定义一种新的融合不同方案属性值间位置接近程度与几何形状相似程度信息的广义相似度[18], 对混合型 UMADM 问题进行了研究, 但是该定义与用于表示衡量备选方案与理想方案的接近或远离程度的距离是一致的, 易于忽视相似性测度的实质用途, 造成目的不清, 用途混淆, 方案决策不合理. 鉴于三角模糊数的实际意义, 本文针对属性值为三角模糊数的 UMADM 问题, 从考察三角模糊数的相似性程度和利于测定方案间优劣出发, 提出一种新的三角模糊数相对相似度和决策方案相对相似度定义, 将属性值数据序列的几何位置关系与曲线条状的相似程度与贴近程度联系在一起, 更能区分决策方案综合属性值数据差异的大小, 克服和改进文献 [17] 对相似度定义的不足. 在上述定义基础上, 借鉴合作博弈中可能度最大化算法[7]的有关思想, 提出一种新的基于相对相似度关系的属性赋权规则: 在统一属性数据间的不可公度性和矛盾性后, 同一属性测度下, 所有决策方案的属性评价值的相对相似度越大 (即属性测度值差异越小), 该属性对方案决策结果的影响作用越小, 应赋予较小的属性权重值; 特别地, 在同一属性测度下, 属性评价值的相对相似度达到最大, 即等于 1 (即属性测度值无差异), 则该属性对方案决策结果的影响将不起任何作用, 应赋予零属性权重值; 反之, 在同一属性测度下, 所有决策方案的属性评价值的相对相似度越小(即属性测度值差异越大), 则该属性对方案决策结果的影响作用越大, 应赋予较大的属性权重值. 属性评价值的变化往往是导致决策结果产生变化的根源, 也就是属性权重的大小与该属性评价值的相对相似度大小成反比, 即属性评价值的相对相似度越大的属性指标对决策结果的影响作用越小, 属性评价值的相对相似度越小的属性指标对决策结果的影响作用越大.

本文根据上述赋权思想, 在对属性指标的权重进行赋值的基础上集结了全体方案的加权属性值信息, 缩小了对各方案之间测定的相对相似度值, 从而放大全体方案综合属性值间的差异, 最后采用各决策方案与理想决策方案在决策方案集中的总体相对相似度值的大小对方案集进行优劣判定和排序[7,17], 以此给出了三角模糊数型 UMADM 问题的相对相似度关系算法.

1　三角模糊数相对相似度关系理论

1.1　三角模糊数的相对相似度

定义 1　若 $\tilde{x}=[x^L,x^M,x^U]$, $0<x^L\leqslant x^M\leqslant x^U$, 称 $\tilde{x}$ 为一个三角模糊数[7,13,16]. 其中: x^L 和 x^U 分别表示 $\tilde{x}$ 所支撑的下界和上界, 称为三角模糊数 $\tilde{x}$ 的小元和大元; 而 x^M 为 $\tilde{x}$ 的中值 (表示在此区间中取值可能性最大的数, 即信息偏好值), 称为三角模糊数 $\tilde{x}$ 的特元. 若三角模糊数 $\tilde{x}$ 还满足 $0<x^L\leqslant x^M\leqslant x^U<1$, 则称 $\tilde{x}$ 为一个规范三角模糊数.

从定义 1 可知, 在三角模糊数中, 特元 x^M 的取值可能性最大, 即信息偏好值 x^M 在三角模糊数区间里面出现的概率最大. 而由 x^M 向上界的大元 x^U 或向下界的小元 x^L 取值的概率都在递减.

为方便起见, 先给出下列有关三角模糊数的性质和运算法则.

设 $\tilde{x}=[x^L,x^M,x^U]$, $\tilde{y}=[y^L,y^M,y^U]$, 有

法则 1　$\tilde{x}+\tilde{y}=[x^L+y^L,x^M+y^M,x^U+y^U]$;

法则 2　$\dfrac{1}{\tilde{x}}=\left[\dfrac{1}{x^U},\dfrac{1}{x^M},\dfrac{1}{x^L}\right],x^L,x^M,x^U\neq 0$;

法则 3　$k\tilde{x}=[kx^L,kx^M,kx^U],.k\geqslant 0$;

法则 4　$\tilde{x}\times\tilde{y}=[x^Ly^L,x^My^M,x^Uy^U]$.

定义 2　设任意两个规范三角模糊数 $\tilde{x}=[x^L,x^M,x^U]$, $\tilde{y}=[y^L,y^M,y^U]$, 称

$$s(\tilde{x},\tilde{y})=\frac{x^Ly^L+x^My^M+x^Uy^U}{\max\{(x^L)^2+(x^M)^2+(x^U)^2,(y^L)^2+(y^M)^2+(y^U)^2\}}\tag{1}$$

为 $\tilde{x}$ 和 $\tilde{y}$ 的相对相似度; 或称

$$s(\tilde{x},\tilde{y})=\frac{\min\{(x^L)^2+(x^M)^2+(x^U)^2,(y^L)^2+(y^M)^2+(y^U)^2\}}{x^Ly^L+x^My^M+x^Uy^U}\tag{2}$$

为 $\tilde{x}$ 和 $\tilde{y}$ 的相对相似度. 易知 $s(\tilde{x},\tilde{y})$ 越大, $\tilde{x}$ 与 $\tilde{y}$ 相似性程度越大. 特别当 $s(\tilde{x},\tilde{y})=1$ 时, $\tilde{x}=\tilde{y}$, 即三角模糊

数 $\tilde{x}$ 与 $\tilde{y}$ 完全相似.

对于任意3个规范三角模糊数 $\tilde{x}=[x^L,x^M,x^U]$, $\tilde{y}=[y^L,y^M,y^U]$, $\tilde{z}=[z^L,z^M,z^U]$, 有如下性质:

1) 有界性, $0\leqslant s(\tilde{x},\tilde{y})\leqslant 1$;

2) 自反性, $s(\tilde{x},\tilde{x})=1$;

3) 对称性, $s(\tilde{x},\tilde{y})=s(\tilde{y},\tilde{x})$;

4) 传递性, $s(\tilde{x},\tilde{y})=1$, $s(\tilde{y},\tilde{z})=1$, 则 $s(\tilde{x},\tilde{z})=1$, 即若 $\tilde{x}$ 与 $\tilde{y}$ 完全相似, $\tilde{y}$ 与 $\tilde{z}$ 完全相似, 则 $\tilde{x}$ 与 $\tilde{z}$ 完全相似;

5) 接近性, 若 $\tilde{z}$ 比 $\tilde{y}$ 更接近于 $\tilde{x}$, 则 $s(\tilde{x},\tilde{y})\leqslant s(\tilde{x},\tilde{z})$, 若 $\tilde{z}$ 比 $\tilde{x}$ 更接近于 $\tilde{y}$, 则 $s(\tilde{x},\tilde{y})\leqslant s(\tilde{z},\tilde{y})$.

定义 3 设由规范三角模糊数序列构成的决策方案 $X=\{\tilde{x}_1,\tilde{x}_2,\cdots,\tilde{x}_m\}$, $Y=\{\tilde{y}_1,\tilde{y}_2,\cdots,\tilde{y}_m\}$, 有

$$S(X,Y)=\frac{\sum\limits_{i=1}^{m}(x_i^Ly_i^L+x_i^My_i^M+x_i^Uy_i^U)}{\sum\limits_{i=1}^{m}\max\{(x_i^L)^2+(x_i^M)^2+(x_i^U)^2,(y_i^L)^2+(y_i^M)^2+(y_i^U)^2\}},\tag{3}$$

或

$$S(X,Y)=\frac{\sum\limits_{i=1}^{m}\min\{(x_i^L)^2+(x_i^M)^2+(x_i^U)^2,(y_i^L)^2+(y_i^M)^2+(y_i^U)^2\}}{\sum\limits_{i=1}^{m}(x_i^Ly_i^L+x_i^My_i^M+x_i^Uy_i^U)},\tag{4}$$

称 $S(X,Y)$ 为决策方案 X 与 Y 的相对相似度.

假设规范三角模糊数型决策矩阵 $\tilde{U}=(\tilde{u}_{ij})_{n\times m}$, 其中 $\tilde{u}_{ij}=[u_{ij}^L,u_{ij}^M,u_{ij}^U]$, $i\in N,j\in M$, 则有如下定义.

定义 4 称 $U^{+*}=\{\tilde{u}_1^{+*},\tilde{u}_2^{+*},\cdots,\tilde{u}_m^{+*}\}$ 为由正理想点[10,17]序列构成的三角模糊数型正理想决策方案, 其中 $\tilde{u}_j^{+*}=[u_j^{+*L},u_j^{+*M},u_j^{+*U}]=[\max\limits_i(u_{ij}^L),\max\limits_i(u_{ij}^M),\max\limits_i(u_{ij}^U)]$ $(j=1,2,\cdots,m)$ 为正理想点(越大越好); 称 $U^{-*}=\{\tilde{u}_1^{-*},\tilde{u}_2^{-*},\cdots,\tilde{u}_m^{-*}\}$ 为由负理想点[10,17]序列构成的三角模糊数型负理想决策方案, 其中 $\tilde{u}_j^{-*}=[u_j^{-*L},u_j^{-*M},u_j^{-*U}]=[\min\limits_i(u_{ij}^L),\min\limits_i(u_{ij}^M),\min\limits_i(u_{ij}^U)]$ $(j=1,2,\cdots,m)$ 为负理想点(越小越好).

1.2 主要结果

定义 5 设两规范三角模糊数 $\tilde{x}=[x^L,x^M,x^U]$, $\tilde{y}=[y^L,y^M,y^U]$, 正负理想点三角模糊数 $\tilde{u}^{+*}=[u^{+*L},u^{+*M},u^{+*U}]$, $\tilde{u}^{-*}=[u^{-*L},u^{-*M},u^{-*U}]$, 若

$$s(\tilde{x},\tilde{u}^{+*})>s(\tilde{y},\tilde{u}^{+*})\text{ 或 }s(\tilde{x},\tilde{u}^{-*})<s(\tilde{y},\tilde{u}^{-*}),\tag{5}$$

则称三角模糊数 $\tilde{x}$ 与 $\tilde{y}$ 相比 $\tilde{x}$ 占优势, 记为 $\tilde{x}\succ\tilde{y}$.

定理 1 1) 当且仅当正理想点为最优决策点进行决策时, 有

$$\begin{aligned}&\tilde{x}\succ\tilde{y}\Leftrightarrow s(\tilde{x},\tilde{u}^{+*})>s(\tilde{y},\tilde{u}^{+*})\Leftrightarrow\\&q_1x^L+q_2x^M+x^U>q_1y^L+q_2y^M+y^U,\end{aligned}\tag{6}$$

其中

$$q_1=\frac{u^{+*L}}{u^{+*U}},\ q_2=\frac{u^{+*M}}{u^{+*U}}.$$

2) 当且仅当负理想点为最优决策点进行决策时, 有

$$\begin{aligned}&\tilde{x}\succ\tilde{y}\Leftrightarrow s(\tilde{x},\tilde{u}^{-*})<s(\tilde{y},\tilde{u}^{-*})\Leftrightarrow\\&q_1x^L+q_2x^M+x^U>q_1y^L+q_2y^M+y^U,\end{aligned}\tag{7}$$

其中

$$q_1=\frac{u^{-*L}}{u^{-*U}},\ q_2=\frac{u^{-*M}}{u^{-*U}}.$$

证明 1) 显然

$$\tilde{x}\succ\tilde{y}\Leftrightarrow s(\tilde{x},\tilde{u}^{+*})>s(\tilde{y},\tilde{u}^{+*}).$$

当正理想点为最优决策点, 即 $\tilde{u}^{+*}=[u^{+*L},u^{+*M},u^{+*U}]$ 为理想点规范三角模糊数时, 有 $0<u^{+*L}\leqslant u^{+*M}\leqslant u^{+*U}<1$, 且 $u^{+*L}\geqslant\max\{x^L,y^L\}$, $u^{+*M}\geqslant\max\{x^M,y^M\}$, $u^{+*U}\geqslant\max\{x^U,y^U\}$, 于是有

$$\begin{aligned}&q_1=\frac{u^{+*L}}{u^{+*U}}\leqslant 1,\\&q_2=\frac{u^{+*M}}{u^{+*U}}\leqslant 1,\\&(u^{+*L})^2+(u^{+*M})^2+(u^{+*U})^2\geqslant\\&\max\{(x^L)^2+(x^M)^2+\\&(x^U)^2,(y^L)^2+(y^M)^2+(y^U)^2\}.\end{aligned}$$

由式(1)可得

$$s(\tilde{x},\tilde{u}^{+*})=\frac{x^Lu^{+*L}+x^Mu^{+*M}+x^Uu^{+*U}}{(u^{+*L})^2+(u^{+*M})^2+(u^{+*U})^2},$$

$$s(\tilde{y},\tilde{u}^{+*})=\frac{y^Lu^{+*L}+y^Mu^{+*M}+y^Uu^{+*U}}{(u^{+*L})^2+(u^{+*M})^2+(u^{+*U})^2},$$

即

$$\begin{aligned}&s(\tilde{x},\tilde{u}^{+*})>s(\tilde{y},\tilde{u}^{+*})\Leftrightarrow\\&\frac{u^{+*L}}{u^{+*U}}x^L+\frac{u^{+*M}}{u^{+*U}}x^M+x^U>\\&\frac{u^{+*L}}{u^{+*U}}y^L+\frac{u^{+*M}}{u^{+*U}}y^M+y^U\Leftrightarrow\\&q_1x^L+q_2x^M+x^U>q_1y^L+q_2y^M+y^U.\end{aligned}$$

所以式(6)成立.

2) 同理可证式(7)也成立. □

在判别三角模糊数间的优势关系时, 可以利用定理1直接判定, 即通过计算三角模糊数与理想点的相对相似度值大小进行判定或通过比较三角模糊数小元、特元和大元的属性值和大小进行判定.

定义 6　设 $X=\{\tilde{x}_1,\tilde{x}_2,\cdots,\tilde{x}_m\}$, $Y=\{\tilde{y}_1,\tilde{y}_2,\cdots,\tilde{y}_m\}$ 为由规范三角模糊数序列构成的备选决策方案, $U^{+*}=\{\tilde{u}_1^{+*},\tilde{u}_2^{+*},\cdots,\tilde{u}_m^{+*}\}$, $U^{-*}=\{\tilde{u}_1^{-*},\tilde{u}_2^{-*},\cdots,\tilde{u}_m^{-*}\}$ 为由正负理想点序列构成的三角模糊数型正负理想决策方案. 其中

$$\tilde{x}_j=[x_j^L,x_j^M,x_j^U],$$
$$\tilde{y}_j=[y_j^L,y_j^M,y_j^U];$$
$$\tilde{u}_j^{+*}=[u_j^{+*L},u_j^{+*M},u_j^{+*U}],$$
$$\tilde{u}_j^{-*}=[u_j^{-*L},u_j^{-*M},u_j^{-*U}],\ j=1,2,\cdots,m.$$

若

$$S(X,U^{+*})>S(Y,U^{+*})\ 或\ S(X,U^{-*})<S(Y,U^{-*}),\tag{8}$$

则称三角模糊数型决策方案 X 与 Y 相比 X 占优, 记为 $X\succ Y$.

定理 2　1) 当且仅当正理想决策方案为最优决策方案进行决策时, 有

$$X\succ Y\Leftrightarrow S(X,U^{+*})>S(Y,U^{+*})\Leftrightarrow$$
$$\sum_{j=1}^m(q_{1j}x_j^L+q_{2j}x_j^M+x_j^U)>$$
$$p\sum_{j=1}^m(q_{1j}y_j^L+q_{2j}y_j^M+y_j^U),\tag{9}$$

其中

$$q_{1j}=\frac{u_j^{+*L}}{u_j^{+*U}},\ q_{2j}=\frac{u_j^{+*M}}{u_j^{+*U}},$$

且

$$p=\frac{\min\limits_j\{u_j^{+*U}\}}{\max\limits_j\{u_j^{+*U}\}},j=1,2,\cdots,m.$$

2) 当且仅当负理想决策方案为最优决策方案进行决策时, 有

$$X\succ Y\Leftrightarrow S(X,U^{-*})<S(Y,U^{-*})\Leftrightarrow$$
$$\sum_{j=1}^m(q_{1j}x_j^L+q_{2j}x_j^M+x_j^U)>$$
$$p\sum_{j=1}^m(q_{1j}y_j^L+q_{2j}y_j^M+y_j^U),\tag{10}$$

其中

$$q_{1j}=\frac{u_j^{-*L}}{u_j^{-*U}},\ q_{2j}=\frac{u_j^{-*M}}{u_j^{-*U}},$$

且

$$p=\frac{\min\limits_j\{u_j^{-*U}\}}{\max\limits_j\{u_j^{-*U}\}},\ j=1,2,\cdots,m.$$

证明　1) 显然

$$X\succ Y\Leftrightarrow S(X,U^{+*})>S(Y,U^{+*}).$$

因为 $U^{+*}=\{\tilde{u}_1^{+*},\tilde{u}_2^{+*},\cdots,\tilde{u}_m^{+*}\}$ 为由正理想点系列构成的正理想决策方案, 即 $\tilde{u}_j^{+*}=[u_j^{+*L},u_j^{+*M},u_j^{+*U}]$ 为正理想点规范三角模糊数, 有 $0<u_j^{+*L}\leqslant u_j^{+*M}\leqslant u_j^{+*U}<1$, 且 $u_j^{+*L}\geqslant\max\{x_j^L,y_j^L\}$, $u_j^{+*M}\geqslant\max\{x_j^M,y_j^M\}$, $u_j^{+*U}\geqslant\max\{x_j^U,y_j^U\}$, $j=1,2,\cdots,m$. 因此

$$q_{1j}=\frac{u_j^{+*L}}{u_j^{+*U}}\leqslant 1,$$
$$q_{2j}=\frac{u_j^{+*M}}{u_j^{+*U}}\leqslant 1,$$
$$(u_j^{+*L})^2+(u_j^{+*M})^2+(u_j^{+*U})^2\geqslant$$
$$\max\{(x_j^L)^2+(x_j^M)^2+(x_j^U)^2,(y_j^L)^2+$$
$$(y_j^M)^2+(y_j^U)^2\},\ j=1,2,\cdots,m.$$

由式 (3) 可得

$$S(X,U^{+*})=\frac{\sum\limits_{j=1}^m(x_j^Lu_j^{+*L}+x_j^Mu_j^{+*M}+x_j^Uu_j^{+*U})}{\sum\limits_{j=1}^m((u_j^{+*L})^2+(u_j^{+*M})^2+(u_j^{+*U})^2)},$$

$$S(Y,U^{+*})=\frac{\sum\limits_{j=1}^m(y_j^Lu_j^{+*L}+y_j^Mu_j^{+*M}+y_j^Uu_j^{+*U})}{\sum\limits_{j=1}^m((u_j^{+*L})^2+(u_j^{+*M})^2+(u_j^{+*U})^2)},$$

即

$$S(X,U^{+*})>S(Y,U^{+*})\Leftrightarrow$$
$$\sum_{j=1}^m\left(\frac{u_j^{+*L}}{u_j^{+*U}}x_j^L+\frac{u_j^{+*M}}{u_j^{+*U}}x_j^M+x_j^U\right)u_j^{+*U}>$$
$$\sum_{j=1}^m\left(\frac{u_j^{+*L}}{u_j^{+*U}}y_j^L+\frac{u_j^{+*M}}{u_j^{+*U}}y_j^M+y_j^U\right)u_j^{+*U}\Leftrightarrow$$
$$\sum_{j=1}^m\left(\frac{u_j^{+*L}}{u_j^{+*U}}x_j^L+\frac{u_j^{+*M}}{u_j^{+*U}}x_j^M+x_j^U\right)>$$
$$\frac{\min\limits_j\{u_j^{+*U}\}}{\max\limits_j\{u_j^{+*U}\}}\sum_{j=1}^m\left(\frac{u_j^{+*L}}{u_j^{+*U}}y_j^L+\frac{u_j^{+*M}}{u_j^{+*U}}y_j^M+y_j^U\right)\Leftrightarrow$$
$$\sum_{j=1}^m(q_{1j}x_j^L+q_{2j}x_j^M+x_j^U)>$$
$$p\sum_{j=1}^m(q_{1j}y_j^L+q_{2j}y_j^M+y_j^U),\ j=1,2,\cdots,m.$$

所以式 (9) 成立.

2) 同理可证式 (10) 成立. □

判别决策方案间的优势关系时, 可以利用定理 2 直接判定, 即通过计算决策方案与理想决策方案的相对相似度大小进行判定, 或通过比较决策方案的三角模糊数小元、特元和大元的属性值序列和大小进行判定.

一般情况下, 备选方案 X_i 与三角模糊数型正理

想方案的相对相似度 $S(X_i, U^{+*})$ 越大的同时与三角模糊数型负理想方案的相对相似度 $S(X_i, U^{-*})$ 越小越优. 但有些特殊情况下备选方案接近正理想方案不一定同时远离负理想方案, 文献 [19] 正好说明了这个问题. 因此, 为了易于对决策空间中的方案集 $\{X_i\}$ $(i=1,2,\cdots,n)$ 排序, 本文引入了一个总体相对相似度 $\mathrm{RS}(X_i)$ 概念 (见定义 7), 用于衡量某一备选方案接近正理想方案同时远离负理想方案的相对比值的差异程度的大小.

定义 7 设由规范三角模糊数序列构成的备选决策方案 $X_i=\{\tilde{x}_{i1},\tilde{x}_{i2},\cdots,\tilde{x}_{im}\}$, $i=1,2,\cdots,n$, 三角模糊数型正理想决策方案 $U^{+*}=\{\tilde{u}_1^{+*},\tilde{u}_2^{+*},\cdots,\tilde{u}_m^{+*}\}$, 三角模糊数型负理想决策方案 $U^{-*}=\{\tilde{u}_1^{-*},\tilde{u}_2^{-*},\cdots,\tilde{u}_m^{-*}\}$, 则

$$\mathrm{RS}(X_i)=\frac{S(X_i,U^{+*})}{\max\limits_i\{S(X_i,U^{+*})\}}-\frac{S(X_i,U^{-*})}{\min\limits_i\{S(X_i,U^{-*})\}},\quad i=1,2,\cdots,n. \tag{11}$$

称 $\mathrm{RS}(X_i)$ 为备选决策方案 X_i 与理想决策方案 U^* 比较的相对相似度在方案集中的总体相对相似度.

定理 3 $\mathrm{RS}(X_i)\leqslant 0,\ i=1,2,\cdots,n.$

证明 由式 (11) 易知

$$\frac{S(X_i,U^{+*})}{\max\limits_i\{S(X_i,U^{+*})\}}\leqslant 1\leqslant\frac{S(X_i,U^{-*})}{\min\limits_i\{S(X_i,U^{-*})\}},$$

可以得到

$$\frac{S(X_i,U^{+*})}{\max\limits_i\{S(X_i,U^{+*})\}}-\frac{S(X_i,U^{-*})}{\min\limits_i\{S(X_i,U^{-*})\}}\leqslant 0,\quad i=1,2,\cdots,n.$$

定理得证.□

若决策方案 $X_i^*\in X$ 同时满足

$$S(X_i^*,U^{+*})=\max_i\{S(X_i,U^{+*})\},$$
$$S(X_i^*,U^{-*})=\min_i\{S(X_i,U^{-*})\},$$

则总体相对相似度 $\mathrm{RS}(X_i^*)=0$, 达到最大值. 即备选方案 X_i^* 与正理想方案的相对相似度亦达到最大而与负理想方案的相对相似度亦达到最小. 若 $\mathrm{RS}(X_i)$ 逐步减小, 则备选方案 X_i 与正理想方案的相对相似度亦逐步减小且越远离, 而与负理想方案的相对相似度亦逐步增大且越接近, 于是决策者更不满意. 因此, 根据备选方案 X_i 在决策方案集中的总体相对相似度 $\mathrm{RS}(X_i)$ 值从大到小对方案集 $\{X_i\}$ 进行优劣排序. 将方案 X_{i_1} 优于 X_{i_2} 记为 $X_{i_1}\succ X_{i_2}$, $i_1=1,2,\cdots,n$, $i_2=1,2,\cdots,n$.

2 基于相对相似度关系的属性权重确定

针对事物、环境的客观性、模糊性、复杂性以及人的知识结构、水平的局限性和思维判断的主观性、偏好性等具有不确定信息的 UMADM 问题, 人们常常采用三角模糊数的不确定形式来刻画有限方案的属性评价值, 并用于方案的比较判断与筛选决策. 假设某一属性权重未知的 UMADM 问题, 备选方案 X_i 按属性 u_j 进行测定, 求得 X_i 关于 u_j 的属性评价值 $\tilde{x}_{ij}$ $(\tilde{x}_{ij}=[x_{ij}^L,x_{ij}^M,x_{ij}^U])$ 构成的矩阵 $\tilde{X}=(\tilde{x}_{ij})_{n\times m}$ 称为三角模糊数型决策矩阵. 设 $I_j\,(j=1,2)$ 分别表示常见效益型、成本型评价属性的下标集, 且令 $M=\{1,2,\cdots,m\}$, $N=\{1,2,\cdots,n\}$. 为了统一不同属性值间的不可公度性及矛盾性, 可利用下列公式将初始三角模糊数型决策矩阵 $\tilde{X}$ 转换为规范三角模糊数型决策矩阵 $\tilde{R}=(\tilde{r}_{ij})_{n\times m}$[7]:

$$\tilde{r}_{ij}=\frac{\tilde{x}_{ij}}{\|\tilde{x}_j\|},\ i\in N, j\in I_1, \tag{12}$$

$$\tilde{r}_{ij}=\frac{\dfrac{1}{\tilde{x}_{ij}}}{\left\|\dfrac{1}{\tilde{x}_j}\right\|},\ i\in N, j\in I_2. \tag{13}$$

其中: $\tilde{r}_{ij}=[r_{ij}^L,r_{ij}^M,r_{ij}^U]$ 为规范三角模糊数; $\|\cdot\|$ 为向量的范数, $\|\tilde{x}_j\|=\sum\limits_{i=1}^n\tilde{x}_{ij}$, $\left\|\dfrac{1}{\tilde{x}_j}\right\|=\sum\limits_{i=1}^n\dfrac{1}{\tilde{x}_{ij}}$. 式 (12) 为针对效益型属性指标; 式 (13) 为针对成本型属性指标. 根据三角模糊数的运算法则, 将式 (12) 和 (13) 改写为

$$\begin{cases} r_{ij}^L=\dfrac{x_{ij}^L}{\sum\limits_{i=1}^n x_{ij}^U}, \\ r_{ij}^M=\dfrac{x_{ij}^M}{\sum\limits_{i=1}^n x_{ij}^M}, \quad i\in N,\ j\in I_1; \\ r_{ij}^U=\dfrac{x_{ij}^U}{\sum\limits_{i=1}^n x_{ij}^L}, \end{cases} \tag{14}$$

$$\begin{cases} r_{ij}^L=\dfrac{\dfrac{1}{x_{ij}^U}}{\sum\limits_{i=1}^n\left(\dfrac{1}{x_{ij}^L}\right)}, \\ r_{ij}^M=\dfrac{\dfrac{1}{x_{ij}^M}}{\sum\limits_{i=1}^n\left(\dfrac{1}{x_{ij}^M}\right)}, \quad i\in N,\ j\in I_2. \\ r_{ij}^U=\dfrac{\dfrac{1}{x_{ij}^L}}{\sum\limits_{i=1}^n\left(\dfrac{1}{x_{ij}^U}\right)}, \end{cases} \tag{15}$$

借鉴合作博弈中比较可能度最大化赋权算法[7], 即从利于备选方案间筛选决策考虑, 若所有方案合成

的总属性比较可能度值越大, 则对属性权重的度量值越大; 若所有方案合成的总属性比较可能度值越小, 则对属性权重的度量值越小. 因此, 在消除不同物理量纲的影响即统一不同属性值间的不可公度性后, 若所有备选方案在同一属性下评价值合成的总相对相似度越小 (即属性测定值差异越大), 则对属性权重的度量值要相应增大; 反之, 若所有备选方案在同一属性下评价值合成的总相对相似度越大 (即属性测定值差异越小), 则对属性权重的度量值要相应减小. 特别地, 若所有备选方案在同一属性下评价值合成的总相对相似度达到最大, 即等于 1 (即属性测定值无差异), 则对属性权重的度量值可相应赋为零. 该赋权算法是本文提出的一种新的基于比较相对相似度关系的属性权重确定方法, 它不关心决策属性本身的重要性程度, 只重视方案最终属性评价值大小结果信息, 更能体现不确定决策的客观实际. 根据上述赋权规则, 通过集结所有备选方案的加权属性值信息, 最终放大各备选方案与理想方案在方案集中比较的总体相对相似度值, 便于最优方案的比较判断和筛选排序.

不妨设基于相对相似度关系的属性赋权向量为 $\boldsymbol{\omega}=(\omega_1,\omega_2,\cdots,\omega_m)$, 满足 $0\leqslant\omega_j\leqslant 1$, $\sum\limits_{j=1}^{m}\omega_j=1$, $j\in M$, 其中

$$\omega_j=\frac{\dfrac{1}{\sum\limits_{k=1}^{n}\sum\limits_{i=1,i<k}s(\tilde{x}_{ij},\tilde{x}_{kj})}}{\sum\limits_{j=1}^{m}\dfrac{1}{\sum\limits_{k=1}^{n}\sum\limits_{i=1,i<k}s(\tilde{x}_{ij},\tilde{x}_{kj})}},\ i,k\in N, j\in M. \tag{16}$$

由式 (16) 易知所有备选方案在同一属性测定下的相对相似度值的总和与该属性权重的度量值成反比关系.

3　三角模糊数型 UMADM 的相对相似度关系法步骤及算例

本文给出的三角模糊数型 UMADM 的相对相似度关系法步骤过程如下:

Step 1: 为了统一不同属性值间的不可公度性, 消除不同物理量纲的影响, 可将初始三角模糊数型决策矩阵 $\tilde{X}$ 按式 (14) 和 (15) 转化为规范三角模糊数型决策矩阵

$$\tilde{R}=(\tilde{r}_{ij})_{n\times m},$$

其中 $\tilde{r}_{ij}=[r_{ij}^L,r_{ij}^M,r_{ij}^U]$ 为规范三角模糊数.

Step 2: 利用式 (1) 或 (2) 对规范三角模糊数型决策矩阵 $\tilde{R}=(\tilde{r}_{ij})_{n\times m}$ 进行数据验算分析, 求解反映各方案属性特征的属性值数据间的相对相似度, 按式 (16) 计算求得属性权重向量 $\boldsymbol{\omega}$.

Step 3: 根据属性权重向量 $\boldsymbol{\omega}$ 和规范三角模糊数型决策矩阵 $\tilde{R}=(\tilde{r}_{ij})_{n\times m}$ 构造出加权规范化三角模糊数型决策矩阵

$$\tilde{R}(\boldsymbol{\omega})=(\tilde{r}_{ij}\cdot\omega_j)_{n\times m}. \tag{17}$$

Step 4 根据定义 4 和加权规范化三角模糊数型决策矩阵 $\tilde{R}(\boldsymbol{\omega})$, 求出由正负理想点序列构成的三角模糊数型正负理想决策方案

$$U^{+*}=\{\tilde{u}_1^{+*},\tilde{u}_2^{+*},\cdots,\tilde{u}_m^{+*}\},$$
$$U^{-*}=\{\tilde{u}_1^{-*},\tilde{u}_2^{-*},\cdots,\tilde{u}_m^{-*}\}.$$

Step 5: 利用式 (3) 或 (4) 分别求出各个备选方案 $X_i\,(i=1,2,\cdots,n)$ 与三角模糊数型正负理想决策方案 U^{+*} 和 U^{-*} 的相对相似度 $S_\omega(X_i,U^{+*})$ 和 $S_\omega(X_i,U^{-*})$, $i=1,2,\cdots,n$.

Step 6: 运用式 (11) 计算出各个备选方案 X_i 与正负理想决策方案 U^{+*} 和 U^{-*} 比较的相对相似度在方案集中的总体相对相似度 $\mathrm{RS}(X_i)$, $i=1,2,\cdots,n$.

Step 7: 按照 $\mathrm{RS}(X_i)$ 值从大到小的顺序对方案集 $\{X_i\}\,(i=1,2,\cdots,n)$ 进行优劣判定和筛选排序.

例 1　干部考核选拔问题[7,20].

这里采用文献 [7,20] 中的干部考核选拔案例进行分析. 考核选拔干部是一个多因素的决策问题, 某单位在对干部进行考核选拔时, 制定了 6 项考核指标 (属性): 思想品德 (u_1)、工作态度 (u_2)、工作作风 (u_3)、文化水平和知识结构 (u_4)、领导能力 (u_5)、开拓能力 (u_6), 由考核工作组进行推荐、评议, 按各项指标 (属性) 分别打分. 不妨假设各指标 (属性) 的评价信息经过统计处理后最后确定了 5 位候选人 $X_i(i=1,2,\cdots,5)$, 每位候选人在各指标 (属性) 下的评价值是以三角模糊数形式给出, 具体初始值观测数量化属性值如表 1 所示[20].

表 1　初始值观测数量化属性值表[20]

候选人	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5	u_6
X_1	[0.80, 0.85, 0.90]	[0.90, 0.92, 0.95]	[0.91, 0.94, 0.95]	[0.93, 0.96, 0.99]	[0.90, 0.91, 0.92]	[0.95, 0.97, 0.99]
X_2	[0.90, 0.95, 1.00]	[0.89, 0.90, 0.93]	[0.90, 0.92, 0.95]	[0.90, 0.92, 0.95]	[0.94, 0.97, 0.98]	[0.90, 0.93, 0.95]
X_3	[0.88, 0.91, 0.95]	[0.84, 0.86, 0.90]	[0.91, 0.94, 0.97]	[0.91, 0.94, 0.96]	[0.86, 0.89, 0.92]	[0.91, 0.92, 0.94]
X_4	[0.85, 0.87, 0.90]	[0.91, 0.93, 0.95]	[0.85, 0.88, 0.90]	[0.86, 0.89, 0.93]	[0.87, 0.90, 0.94]	[0.92, 0.93, 0.96]
X_5	[0.86, 0.89, 0.95]	[0.90, 0.92, 0.95]	[0.90, 0.95, 0.97]	[0.91, 0.93, 0.95]	[0.90, 0.92, 0.96]	[0.85, 0.87, 0.90]

Step 1: 所有评价属性都是效益型属性, 为统一不同属性值数据间的不可公度性及矛盾性, 消除不同物理量纲的影响, 采用式 (14) 和 (15) 将表 1 中所测定的三角模糊数属性值数据矩阵 $\tilde{X}$ 转化为规范三角模糊数型决策矩阵 $\tilde{R} = (\tilde{r}_{ij})_{n\times m}$, 规范化后决策信息如表 2 所示.

Step 2: 利用式 (1) 或 (2) 对表 2 中所测定的规范三角模糊数属性值数据矩阵 $\tilde{R}$ 进行验算分析, 求出反映各方案属性特征的属性值数据间的相对相似度, 然后代入式 (16) 求得属性权重向量 $\boldsymbol{\omega}$ 如下:

$$\omega_1 = 0.1692,\ \omega_2 = 0.1656,\ \omega_3 = 0.1656,$$
$$\omega_4 = 0.1656,\ \omega_5 = 0.1664,\ \omega_6 = 0.1677.$$

Step 3: 根据属性权重向量 $\boldsymbol{\omega}$ 和规范三角模糊数型决策矩阵 $\tilde{R}$ 构造出加权规范三角模糊数型决策矩阵 $\tilde{R}(\boldsymbol{\omega})$, 如表 3 所示.

表 2 规范化决策信息表 $\times 10^{-1}$

候选人	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5	u_6
X_1	$[1.702, 1.902, 2.098]$	$[1.923, 2.031, 2.140]$	$[1.920, 2.030, 2.125]$	$[1.946, 2.069, 2.195]$	$[1.907, 1.983, 2.058]$	$[2.004, 2.100, 2.185]$
X_2	$[1.915, 2.125, 2.331]$	$[1.902, 1.987, 2.095]$	$[1.899, 1.987, 2.125]$	$[1.883, 1.983, 2.106]$	$[1.992, 2.113, 2.192]$	$[1.899, 2.013, 2.097]$
X_3	$[1.872, 2.036, 2.214]$	$[1.795, 1.898, 2.027]$	$[1.920, 2.030, 2.170]$	$[1.904, 2.026, 2.129]$	$[1.822, 1.939, 2.058]$	$[1.920, 1.991, 2.075]$
X_4	$[1.809, 1.946, 2.098]$	$[1.944, 2.053, 2.140]$	$[1.793, 1.901, 2.013]$	$[1.799, 1.918, 2.062]$	$[1.843, 1.961, 2.103]$	$[1.941, 2.013, 2.119]$
X_5	$[1.830, 1.991, 2.214]$	$[1.923, 2.031, 2.140]$	$[1.899, 2.052, 2.170]$	$[1.904, 2.004, 2.106]$	$[1.907, 2.004, 2.148]$	$[1.793, 1.883, 1.987]$

表 3 加权规范化决策信息表 $\times 10^{-2}$

候选人	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5	u_6
X_1	$[2.88, 3.22, 3.55]$	$[3.18, 3.36, 3.54]$	$[3.18, 3.36, 3.52]$	$[3.22, 3.43, 3.63]$	$[3.17, 3.30, 3.42]$	$[3.36, 3.52, 3.67]$
X_2	$[3.24, 3.60, 3.94]$	$[3.15, 3.29, 3.47]$	$[3.14, 3.29, 3.52]$	$[3.12, 3.28, 3.49]$	$[3.31, 3.52, 3.65]$	$[3.18, 3.38, 3.52]$
X_3	$[3.17, 3.44, 3.75]$	$[2.97, 3.14, 3.36]$	$[3.18, 3.36, 3.59]$	$[3.15, 3.35, 3.52]$	$[3.03, 3.23, 3.42]$	$[3.22, 3.34, 3.48]$
X_4	$[3.06, 3.29, 3.55]$	$[3.22, 3.40, 3.54]$	$[2.97, 3.15, 3.33]$	$[2.98, 3.18, 3.41]$	$[3.07, 3.26, 3.50]$	$[3.26, 3.38, 3.55]$
X_5	$[3.10, 3.37, 3.75]$	$[3.18, 3.36, 3.54]$	$[3.14, 3.40, 3.59]$	$[3.15, 3.32, 3.49]$	$[3.17, 3.33, 3.57]$	$[3.01, 3.16, 3.33]$

Step 4: 根据表 3 中的属性值数据 $\tilde{R}(\boldsymbol{\omega})$, 按定义 4 求出由正负理想点序列构成的三角模糊数型正负理想决策方案 U^{+*} 和 U^{-*} 分别为

$$U^{+*} = \{[3.24, 3.60, 3.94], [3.22, 3.40, 3.54], [3.18, 3.40, 3.59], [3.22, 3.43, 3.63], [3.31, 3.52, 3.65], [3.36, 3.52, 3.67]\} \times 10^{-2};$$

$$U^{-*} = \{[2.88, 3.22, 3.55], [2.97, 3.14, 3.36], [2.97, 3.15, 3.33], [2.98, 3.18, 3.41], [3.03, 3.23, 3.42], [3.01, 3.16, 3.33]\} \times 10^{-2}.$$

Step 5: 利用式 (3) 或 (4) 分别求出所有备选方案 $X_i(i = 1, 2, \cdots, 5)$ 与三角模糊数型正负理想决策方案 U^{+*} 和 U^{-*} 的相对相似度分别如下:

$$S_\omega(X_1, U^{+*}) = 0.9689,\ S_\omega(X_2, U^{+*}) = 0.9788,$$
$$S_\omega(X_3, U^{+*}) = 0.9565,\ S_\omega(X_4, U^{+*}) = 0.9464,$$
$$S_\omega(X_5, U^{+*}) = 0.9604,\ S_\omega(X_1, U^{-*}) = 0.9465,$$
$$S_\omega(X_2, U^{-*}) = 0.9378,\ S_\omega(X_3, U^{-*}) = 0.9593,$$
$$S_\omega(X_4, U^{-*}) = 0.9695,\ S_\omega(X_5, U^{-*}) = 0.9554.$$

Step 6: 运用式 (11) 计算出各个备选方案 X_i 与正负理想决策方案 U^{+*} 和 U^{-*} 比较的相对相似度在方案集中的总体相对相似度, 即

$$\mathrm{RS}(X_1) = -1.93 \times 10^{-2},$$
$$\mathrm{RS}(X_2) = 0,$$
$$\mathrm{RS}(X_3) = -4.56 \times 10^{-2},$$
$$\mathrm{RS}(X_4) = -6.68 \times 10^{-2},$$
$$\mathrm{RS}(X_5) = -3.75 \times 10^{-2}.$$

Step 7: 按照 $\mathrm{RS}(X_i)$ 值从大到小的顺序对备选方案集 $\{X_i\}$ $(i = 1, 2, \cdots, 5)$ 进行优劣判定和筛选排序, 结果如下:

$$X_2 \succ X_1 \succ X_5 \succ X_3 \succ X_4.$$

因此, X_2 为最优备选决策方案.

利用定理 2 可求得

$$q_{11} = 0.821,\ q_{21} = 0.912,\ q_{12} = 0.909,$$
$$q_{22} = 0.959,\ q_{13} = 0.885,\ q_{23} = 0.946,$$
$$q_{14} = 0.886,\ q_{24} = 0.943,\ q_{15} = 0.908,$$
$$q_{25} = 0.964,\ q_{16} = 0.917,\ q_{26} = 0.961,$$
$$p = 0.898;$$

$$\sum_{j=1}^{6}(q_{1j}x_{1u_j}^{\omega L}+q_{2j}x_{1u_j}^{\omega M}+x_{1u_j}^{\omega U})=0.573\,6,$$
$$\sum_{j=1}^{6}(q_{1j}x_{2u_j}^{\omega L}+q_{2j}x_{2u_j}^{\omega M}+x_{2u_j}^{\omega U})=0.578\,5,$$
$$\sum_{j=1}^{6}(q_{1j}x_{3u_j}^{\omega L}+q_{2j}x_{3u_j}^{\omega M}+x_{3u_j}^{\omega U})=0.565\,5,$$
$$\sum_{j=1}^{6}(q_{1j}x_{4u_j}^{\omega L}+q_{2j}x_{4u_j}^{\omega M}+x_{4u_j}^{\omega U})=0.559\,9,$$
$$\sum_{j=1}^{6}(q_{1j}x_{5u_j}^{\omega L}+q_{2j}x_{5u_j}^{\omega M}+x_{5u_j}^{\omega U})=0.568\,1.$$

则对候选人 $\{X_i\}\,(i=1,2,\cdots,5)$ 进行筛选排序为

$$X_2\succ X_1\succ X_5\succ X_3\succ X_4,$$

所以, X_2 仍为最优候选人.

本文可以直接利用各备选方案对象在方案集中的总体相对相似度 $\mathrm{RS}(X_i)$ 值大小及定理 2 的结论, 对最优方案进行判定和筛选, 计算方便快捷, 易于计算机编程实现, 但不能具体得知两个相邻备选方案间的确切比较可能度数值.

本文采用文献 [7] 中基于可能度关系赋权的多指标决策算法, 其赋权公式如下:

$$\omega_j=\frac{\displaystyle\sum_{k=1,k\neq j}^{m}\sum_{i=1}^{n}p(\tilde r_{ij}\geqslant\tilde r_{ik})}{\displaystyle\sum_{j=1}^{m}\sum_{k=1,k\neq j}^{m}\sum_{i=1}^{n}p(\tilde r_{ij}\geqslant\tilde r_{ik})},\ i\in N,j,k\in M.$$

然后按 UMADM 问题中的可能度关系[7]算法的具体步骤对上述算例进行求解并对候选人排序, 得到

$$X_2\underset{0.573\,2}{\succ}X_1\underset{0.586\,1}{\succ}X_5\underset{0.529\,6}{\succ}X_3\underset{0.588\,6}{\succ}X_4.$$

因此, 最优候选人仍为 X_2. 显然, 由干部考核选拔问题案例的计算易知, 采用本文给出的基于三角模糊数属性值相对相似度关系的赋权方法与文献 [7] 给出的基于三角模糊数比较可能度关系的赋权方法对属性权重的度量虽然不同, 但两种方法在对备选方案优劣的判定过程, 得到了相同的方案排序结果及对最优方案的判定. 本文提出的基于相对相似度关系的决策算法在面对属性值相似程度非常高的数据信息情况下更能扩大备选方案间的决策区分度, 利于数据的精确计算与集结整合, 最终促进方案的最优判定和筛选排序.

4 结　论

基于三角模糊数属性值相对相似度关系的属性权重度量是本文研究的重点内容之一. 它的主要思想是在消除决策信息数据的不同物理量纲影响 (即统一不同属性值间的不可公度性) 后, 若所有备选方案在同一属性下评价值合成的总相对相似度越小 (即差异越大), 表明此属性对应的测定值数据变化浮动大, 对方案决策的影响作用也大, 则对属性权重的度量值相应增大; 反之, 若所有备选方案在同一属性下评价值合成的总相对相似度越大 (即差异越小), 表明此属性对应的测定值数据变化浮动小, 对方案决策的影响作用也小, 则对属性权重的度量值要相应减小. 本文根据上述赋权思想和三角模糊数相对相似度关系理论, 开展了如下 3 个方面的研究工作:

1) 从描述三角模糊数的相似性程度出发, 提出了一种新的规范三角模糊数相对相似度和决策方案相对相似度定义及公式, 并给出了基于三角模糊数属性值相对相似度关系的属性权重度量公式.

2) 给出了三角模糊数相对相似度关系理论的一些结果, 推导出三角模糊数的优势大小与三角模糊数同理想点的相对相似度值大小以及与三角模糊数小元、特元、大元三者属性值和的大小之间存在某种等价关系; 而各方案的优势大小与方案对象同理想决策方案的相对相似度值大小以及与方案对象的三角模糊数小元、特元、大元三者属性值序列和的大小存在某种等价关系.

3) 利用备选方案对象在方案集中的总体相对相似度值大小进行方案优劣判定和筛选排序, 以此给出了三角模糊数型 UMADM 的相对相似度关系算法.

该算法与可能度关系赋权算法的思想都是从有利于备选方案最优判定和筛选排序角度考虑, 人们任选用一种方法都可以得到相同的决策结果.

参考文献(References)

[1] Wallenius J, Dyer J S, Fishburn P C, et al. Multiple criteria decision making, multi-attribute utility theory: Recent accomplishments and what lies ahead[J]. Management Science, 2008, 54(7): 1336-1349.

[2] Xu Z S, Da Q L. A least deviation method for priorities of fuzzy preference matrix[J]. European J of Operational Research, 2005, 164(1): 206-216.

[3] Sayadi M K, Heydari M, Shahanaghi K. Extension of VIKOR method for decision making problem with interval numbers[J]. Applied Mathematical Modelling, 2009, 33(5): 2257-2262.

[4] 朱丽, 朱传喜, 张小芝. 基于粗糙集的犹豫模糊多属性决策方法[J]. 控制与决策, 2014, 29(7): 1335-1339.
(Zhu L, Zhu C X, Zhang X Z. Method for hesitant fuzzy multi-attribute decision making based on rough sets[J]. Control and Decision, 2014, 29(7): 1335-1339.)

[5] 刘云志, 樊治平. 基于前景理论的具有指标期望的多指标决策方法[J]. 控制与决策, 2015, 30(1): 91-97.
(Liu Y Z, Fan Z P. Multiple attribute decision making

considering attribute aspirations: A method based on prospect theory[J]. Control and Decision, 2015, 30(1): 91-97.)

[6] Sevastianov P. Numerical methods for interval and fuzzy number comparison based on the probabilistic approach and dempster-shafer theory[J]. Information Sciences, 2007, 177(21): 4645-4661.

[7] 黄智力, 罗键. 三角模糊数型不确定多指标决策的可能度关系法[J]. 控制与决策, 2015, 30(8): 1365-1371.
(Huang Z L, Luo J. Possibility degree relation method for triangular fuzzy number-based uncertain multi-attribute decision making[J]. Control and Decision, 2015, 30(8): 1365-1371.)

[8] 李金鹏, 岳超源, 李武. 一类基于优势关系的不完全信息多属性决策方法[J]. 控制与决策, 2013, 28(2): 229-234.
(Li J P, Yue C Y, Li W. A dominance relation-based decision making approach for multi-attribute decision making problems with incomplete information[J]. Control and Decision, 2013, 28(2): 229-234.)

[9] 刘勇, Forrest Jeffrey, 刘思峰, 等. 基于前景理论的多目标灰靶决策方法[J]. 控制与决策, 2013, 28(3): 345-350.
(Liu Y, Forrest J, Liu S F, et al. Multi-objective grey target decision-making based on prospect theory[J]. Control and Decision, 2013, 28(3): 345-350.)

[10] 黄智力, 刘健, 刘思峰, 等. 属性值为区间数的决策对象预期理论模型研究[J]. 系统工程与电子技术, 2012, 34(5): 977-981.
(Huang Z L, Liu J, Liu S F,et al. Prospect theory model for multiple criteria decision making alternative with interval number[J]. Systems Engineering and Electronics, 2012, 34(5): 977-981.)

[11] 巩奕成, 任仲宇, 丁飞, 等. 基于直觉梯形模糊数的灰关联投影寻踪动态聚类多属性决策方法[J]. 控制与决策, 2015, 30(7): 1333-1339.
(Gong Y C, Ren Z Y, Ding F, et al. Grey relation-projection pursuit dynamic cluster method for multiattribute decision making assessment with trapezoidal intuitionistic fuzzy numbers[J]. Control and Decision, 2015, 30(7): 1333-1339.)

[12] 胡启洲, 张卫华, 于莉. 三参数区间数研究及其在决策分析中的应用[J]. 中国工程科学, 2007, 9(3): 47-51.
(Hu Q Z, Zhang W H, Yu L. The research and application of Interval numbers of three parameters[J]. Engineering Science, 2007, 9(3): 47-51.)

[13] Van Laarhoven P J M, Pedrycz W. A fuzzy extension of satty's priority theory[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1983, 11(1): 229-241.

[14] Herrera-viedma E, Herrera F, Chiclana F, et al. Some issues on consistency of fuzzy preference relations[J]. European J of Operational Research, 2004, 154(1): 98-109.

[15] Wang Y M, Celik Parkan. Multiple attribute decision making based on fuzzy preference information on alternatives: Ranking and weighting[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2005, 153(3): 331-346.

[16] 和媛媛, 周德群, 王强. 基于可能度的三角模糊数互补判断矩阵排序方法[J]. 运筹与管理, 2009, 18(1): 65-68.
(He Y Y, Zhou D Q, Wang Q. Study on priority method for triangular fuzzy number complementary judgment matrix based on possibility degree[J]. Operational Research and Management Science, 2009, 18(1): 65-68.)

[17] 刘健, 刘思峰, 周献中, 等. 基于相似关系的多属性决策问题研究[J]. 系统工程与电子技术, 2011, 33(05): 1069-1072.
(Liu J, Liu S F, Zhou X Z, et al. Research on multiple-attribute decision making problems based on the similarity relationship[J]. System Engineering and Electronics, 2011, 33(05): 1069-1072.)

[18] 丁传明, 黎放, 齐欢. 一种基于相似度的混合型多属性决策方法[J]. 系统工程与电子技术, 2007, 29(5): 737-740.
(Ding C M, Li F, Qi H. Technique of hybrid multiple attribute decision making based on similarity degree to ideal solution[J]. Systems Engineering and Electronics, 2007, 29(5): 737-740.)

[19] 李登峰. 模糊多目标多人决策与对策[M]. 北京: 国防工业出版社, 2003: 45-97.
(Li D F. Fuzzy multi-object multi-person decision making and Countermeasure[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2003: 45-97.)

[20] 许叶军, 达庆利. 基于理想点的三角模糊数多指标决策法[J]. 系统工程与电子技术, 2007, 29(9): 1469-1471.
(Xu Y J, Da Q L. Method for triangular fuzzy number multiple attribute decision making based on ideal solution[J]. Systems Engineering and Electronics, 2007, 29(9): 1469-1471.)

(责任编辑：孙艺红)