

改进快速全局滑模控制方法

修春波, 臧亚坤

(天津工业大学 a. 电气工程与自动化学院, b. 电工电能新技术天津重点实验室, 天津 300387)

摘要: 针对全局滑模控制的动态滑模面不能在有限时间内演化为线性滑模面的缺点, 提出一种改进的全局滑模控制方法, 其动态滑模面的衰减函数由3个指数函数项组成一阶可导函数, 并能在有限时间内衰减为零. 这样, 该方法不仅具有了全局滑模控制的全局鲁棒性, 而且能够使动态滑模面在有限时间内演化为线性滑模面, 从而加快了系统的响应速度. 利用该方法实现了二阶电力系统的混沌控制, 仿真结果验证了所提出方法的有效性.

关键词: 全局滑模控制; 指数函数; 稳定; 线性滑模

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Improved quick global sliding mode control

XIU Chun-bo, ZANG Ya-kun

(a. School of Electrical Engineering and Automatic, b. Key Laboratory of Advanced Electrical Engineering and Energy Technology, Tianjin Polytechnic University, Tianjin 300387, China. Correspondent: XIU Chun-bo, E-mail: xiuchunbo@tjpu.edu.cn)

Abstract: An improved fast global sliding mode control is proposed to overcome the disadvantage that the dynamic sliding mode surface of the conventional global sliding mode control cannot evolve into the linear sliding mode surface in a limited time. The attenuation function of the dynamic sliding mode surface is differentiable and composed of three exponential functions which can decay to zero in a limited time. Thus, the method not only is strong global robustness, but also evolves the dynamic sliding mode surface into the linear sliding mode surface in a limited time. In this way, the response rate of the system controlled can be accelerated by using the method. The method is used to control the chaos in the second order power system. Simulation results show the effectiveness of the proposed method.

Keywords: global sliding mode control; exponential function; stability; linear sliding mode

0 引言

滑模变结构控制因具有物理实现简单, 对被控系统内部参数的不确定性和外部干扰都具有良好的鲁棒性的特点在非线性系统控制中得到了广泛应用^[1-2]. 传统滑模控制系统的响应可分为趋近模态和滑动模态两部分^[3-4]. 这类系统对被控系统内部参数的不确定性及外部干扰的鲁棒性只存在于滑动模态阶段, 也就是不具有全过程的鲁棒性^[5-7]. 近年来提出的全局滑模控制方法可有效解决上述问题^[8]. 全局滑模控制通过设计一个非线性动态滑模面来消除滑模控制中的趋近模态, 这样, 系统一开始便进入滑动模态, 从而使系统在响应的全过程都具有鲁棒性^[9-10]. 传统的全局滑模控制中滑模面方程由线性滑模面和非线性函数项两部分组成. 非线性函数项一般设计为单调的指

数衰减形式, 这样, 当时间趋近无穷时, 滑模面方程便演化为线性滑模面. 尽管这种方法可通过调节指数衰减参数来改变滑模面演化速度, 但从理论上而言, 系统的动态滑模面稳定时所需的时间仍然很长, 即所需时间趋近无穷时, 动态滑模面才能演化为线性滑模面. 针对这一问题, 本文提出一种快速的全局滑模控制方法, 该控制策略可以使系统在有限时间内演化为线性滑模面, 从而加快系统的响应速度.

1 快速全局滑模控制的设计

1.1 系统描述

考虑如下不确定二阶被控非线性系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = \frac{1}{w(t)}[F(x, t) + u(t) + d(t)]. \end{cases} \quad (1)$$

收稿日期: 2015-11-12; 修回日期: 2016-04-03.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61203302); 天津市应用基础与前沿技术研究计划项目(14JCYBJC18900).

作者简介: 修春波(1978—), 男, 教授, 博士, 从事滑模控制、神经网络等研究; 臧亚坤(1991—), 女, 硕士生, 从事滑模控制的研究.

其中: $\mathbf{x}(t) = [x_1(t), x_2(t)]^T$ 为系统状态向量, $F(x, t)$ 为非线性函数, $u(t)$ 为控制律, $d(t)$ 为有界干扰, $w(t)$ 为系统不确定时变参数, 并假设 $|d(t)| < D, 0 < w_{\min} < w < w_{\max}$.

1.2 改进全局滑模面及控制律的设计

设系统理想运动轨迹为 x_d , 则可定义 $e = x_d - x_1$ 为跟踪误差^[11]. 为使系统在响应全过程都具有鲁棒性, 传统的全局滑模面函数设计为

$$s = \dot{e} + ce - h(t), \quad (2)$$

其中 $c > 0$, 满足 Hurwitz 条件. $h(t)$ 应满足如下 3 个条件^[9]:

- 1) $h(0) = \dot{e}(0) + ce(0)$;
- 2) $t \rightarrow \infty$ 时, $h(t) \rightarrow 0$;
- 3) $h(t)$ 具有一阶导数.

根据上述条件, 一般将 $h(t)$ 设计为按指数单调衰减的函数形式, 即

$$h(t) = h(0)e^{-\alpha t} = [\dot{e}(0) + ce(0)]e^{-\alpha t}. \quad (3)$$

由此可得系统的动态滑模面为

$$s = \dot{e} + ce - [\dot{e}(0) + ce(0)]e^{-\alpha t}. \quad (4)$$

这样, 当 $t = 0$ 时, $s = 0$, 即可保证所设计的动态非线性滑模面可通过系统的任意初始状态, 由此消除了滑模控制中的趋近模态. 但当 $t > 0$ 时, $h(t) \neq 0$, 式(4)所设计的滑模面并不直接通过原点, 此时, 系统在滑模面上是趋向相轨迹的横轴截距运动的^[12]. 只有当 $t \rightarrow \infty$ 时, $h(t) \rightarrow 0, s = \dot{e} + ce$, 系统的动态非线性滑模面最终演化为传统的线性滑模面, 并通过原点, 即动态滑模面不能在有限时间内演化为通过原点的线性滑模面. 为此, 本文将 $h(t)$ 设计为如下形式:

$$h(t) = \begin{cases} h(0)[Ae^{-\alpha_1 t} + Be^{-\alpha_2 t} + Ce^{-\alpha t}], & t \leq t_z; \\ 0, & t > t_z. \end{cases} \quad (5)$$

其中 A, B 和 C 为常系数. 这样, 通过选取合适的参数, 可使 $h(t)$ 能够在有限时间内快速衰减至 0, 并保持不变. 由此可使动态滑模面快速演化为传统线性滑模面, 加快系统的动态响应.

所设计的动态滑模面仍然需要满足上述 3 个约束条件. 根据条件 1), 衰减函数的初值应满足 $A + B + C = 1$.

而式(5)的函数形式也满足条件 2) 的要求, 即 $t \rightarrow \infty$ 时, $h(t) \rightarrow 0$.

为使所设计的动态滑模面能够在有限时间 t_z 内演化为线性滑模面, 可令 $h(t_z) = 0$, 由此求得

$$A = \frac{(1-C)e^{-\alpha_2 t_z} + Ce^{-\alpha t_z}}{e^{-\alpha_2 t_z} - e^{-\alpha_1 t_z}}, \quad t < t_z; \quad (6)$$

$$B = \frac{-Ce^{-\alpha t_z} - (1-C)e^{-\alpha_1 t_z}}{e^{-\alpha_2 t_z} - e^{-\alpha_1 t_z}}, \quad t < t_z. \quad (7)$$

为了满足条件 3), $h(t)$ 在 $t = t_z$ 点的左导数必须等于右导数, 即 $h'_-(t_z) = h'_+(t_z) = 0$, 由此可得

$$\begin{aligned} h'_-(t_z) = & h(0)[C(\alpha_2 - \alpha)e^{-(\alpha+\alpha_2)t_z} + \\ & C(\alpha - \alpha_1)e^{-(\alpha+\alpha_1)t_z} + \\ & (1-C)(\alpha_2 - \alpha_1)e^{-(\alpha_1+\alpha_2)t_z}] \times \\ & [e^{-\alpha_2 t_z} - e^{-\alpha_1 t_z}]^{-1} = 0. \end{aligned} \quad (8)$$

这样, 式(5)中的参数应满足

$$\begin{aligned} (1-C)(\alpha_2 - \alpha_1)e^{-(\alpha_1+\alpha_2)t_z} + \\ C(\alpha - \alpha_1)e^{-(\alpha+\alpha_1)t_z} + \\ C(\alpha_2 - \alpha)e^{-(\alpha+\alpha_2)t_z} = 0, \quad \text{且 } \alpha_1 \neq \alpha_2. \end{aligned} \quad (9)$$

当选定参数 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha$ 和 C 后, 利用数值求解方法即可确定出参数 t_z 的值.

针对式(1)给定的被控系统, 设计快速全局滑模控制律为

$$\begin{aligned} u = -\hat{w}(c\dot{x}_1 - \dot{h}) + \hat{w}(\ddot{x}_d + c\dot{x}_d) - F - \\ [\Delta w|c\dot{x}_1 - \dot{h}| + D + \Delta w|\ddot{x}_d + c\dot{x}_d|] \operatorname{sgn}(s). \end{aligned} \quad (10)$$

其中: $\hat{w} = \frac{w_{\max} + w_{\min}}{2}, \Delta w = \frac{w_{\max} - w_{\min}}{2}$.

选取 Lyapunov 函数

$$V = \frac{1}{2}s^2, \quad (11)$$

$$\dot{s} = \ddot{e} + c\dot{e} - \dot{h} =$$

$$\ddot{x}_1 - \ddot{x}_d + c\dot{x}_1 - c\dot{x}_d - \dot{h} =$$

$$w^{-1}[w(c\dot{x}_1 - \dot{h}) - w(\ddot{x}_d + c\dot{x}_d) + F + u + d], \quad (12)$$

$$\begin{aligned} w\dot{s} = (w - \hat{w})(c\dot{x}_1 - \dot{h}) - \Delta w|c\dot{x}_1 - \dot{h}| \operatorname{sgn}(s) - \\ (w - \hat{w})(\ddot{x}_d + c\dot{x}_d) - \Delta w|\ddot{x}_d + c\dot{x}_d| \operatorname{sgn}(s) - \\ D \operatorname{sgn}(s) + d, \end{aligned} \quad (13)$$

$$w\dot{V} = w\dot{s} =$$

$$\begin{aligned} (w - \hat{w})(c\dot{x}_1 - \dot{h})s - \Delta w|c\dot{x}_1 - \dot{h}||s| - \\ (w - \hat{w})(\ddot{x}_d + c\dot{x}_d)s - \Delta w|\ddot{x}_d + c\dot{x}_d||s| + ds. \end{aligned} \quad (14)$$

因为 $w - \hat{w} = w - (w_{\max} + w_{\min})/2 \leq (w_{\max} - w_{\min})/2 = \Delta w > 0$, 所以 $w\dot{V} < -D|s| + ds < 0$, 即 $\dot{V} < 0$. 另外, 滑模面的选取满足 Hurwitz 条件, 因此可证得系统稳定.

2 仿真实验

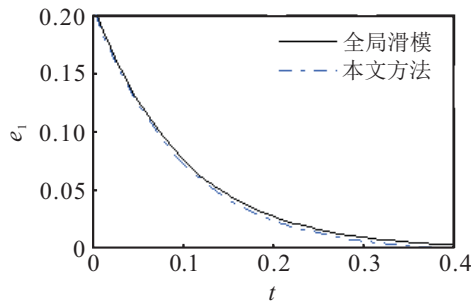
以文献[11]中给出的被控系统为例, 采用本文方法和传统全局滑模控制方法进行对比分析. 文献[12]中的被控系统如下:

$$J\ddot{\theta} = u(t) - d(t). \quad (15)$$

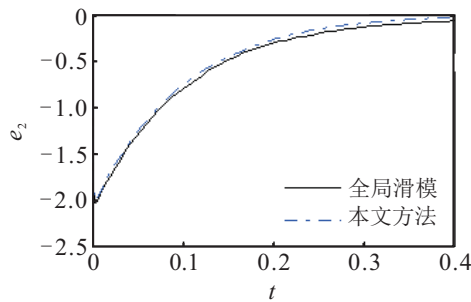
其中: $J = 1.0 + 0.2 \sin t$, $J_{\min} = 0.80$, $J_{\max} = 1.2$, $d(t) = 0.2 \sin(\pi t)$, $D = 0.20$. 选取理想信号为 $\theta_d = \sin(7t)$, 系统的具体控制律设计为

$$u = -(c\dot{\theta} - \dot{h}) + (\ddot{\theta}_d + c\dot{\theta}_d) - [0.2|c\dot{\theta} - \dot{h}| + 0.1 + 0.2|\ddot{\theta}_d + c\dot{\theta}_d|] \text{sgn}(s). \quad (16)$$

全局滑模控制方法的参数 $\alpha = 1300$, 本文参数 $C = 0.5$, $\alpha_1 = 1300$, $\alpha_2 = 20$, $\alpha = 10$, $t_z = 0.0045$. 初值选取 $(\pi/15, 0)$. 位置和速度误差分别用 e_1 和 e_2 表示, 两种方法的跟踪误差对比结果如图 1 所示.



(a) 位置跟踪误差



(b) 速度跟踪误差

图 1 跟踪误差对比结果

图 1(a) 为位置跟踪误差, 图 1(b) 为速度跟踪误差. 由实验结果可见, 两种方法都能实现给定系统的跟踪控制, 而且传统全局滑模控制方法通过选择较大的衰减参数也能加快系统响应速度, 但改进的全局滑模控制方法能够在有限时间内将动态滑模面演化为线性滑模面, 因此, 系统的响应速度略快于传统全局滑模控制方法, 控制性能有所提高.

3 应用实例

电力系统属于强耦合、非线性、多变量的动态系统, 当电力系统中周期性负荷的扰动达到一定幅值时, 电力系统中会出现混沌振荡现象, 并引起电压崩溃、角度失稳, 甚至引起大范围停电事故, 造成巨大的经济损失^[13]. 为此, 各类先进的控制方法尝试应用于电力系统的混沌控制中. 为了进一步验证本文方法的有效性, 将其与传统全局滑模控制方法分别应用于电力系统混沌控制中, 进行控制性能比较.

文献 [13] 给出了一种电力系统的简化数学模型, 即

$$\begin{cases} \frac{d\delta}{dt} = \omega, \\ \frac{d\omega}{dt} = -\frac{1}{H}P_s \sin \delta - \frac{D}{H}\omega + \frac{1}{H}P_m + \frac{1}{H}P_e \cos t. \end{cases} \quad (17)$$

其中: δ 和 ω 分别为两台发电机之间的相对电角度和发电机 q 轴的角速度与同步速度的差值, H 为系统的传动惯量, P_s 和 P_m 分别为发电机的电磁功率和机械功率, D 为阻尼系数, $P_e \cos t$ 为扰动项. 按照文献 [13] 中给出的参数, 当选择系统参数为 $P_s/H = 1$, $D/H = 0.02$, $P_m/H = 0.2$, $P_e/H = 0.2593$, $H = 100$, $(\delta_0, \omega_0) = (0.43, 0.003)$ 时, 电力系统处于混沌振荡状态^[13].

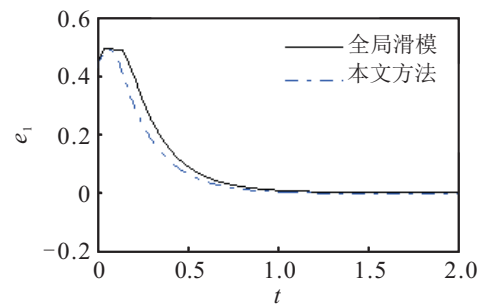
控制的目的是使系统中发电机保持同步, 即 $\delta_d = 0$, $\omega_d = 0$. 定义误差为^[13] $e_1 = \delta - \delta_d$, $e_2 = \omega - \omega_d$, 则受控系统可转化为

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = e_2, \\ \dot{e}_2 = -\sin e_1 - 0.02e_2 + 0.2 + 0.2593 \cos t + u. \end{cases} \quad (18)$$

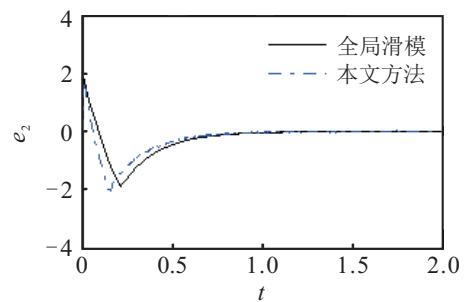
根据式 (10), 选择控制律为

$$u(t) = -ce_2 + \sin e_1 + 0.02e_2 - 0.2 + \dot{h} - (D + \eta)\text{sgn}(s). \quad (19)$$

其中: 参数 $D = 0.2593$, $\eta = 20$, 传统全局滑模控制的参数 $\alpha = 1300$, 本文方法的参数选取为 $C = 0.5$, $\alpha_1 = 1300$, $\alpha_2 = 20$, $\alpha = 10$, $t_z = 0.0045$. 采用两种方法分别对式 (18) 的被控系统进行控制, 所得控制误差结果如图 2 所示.



(a) 相对角度的控制误差



(b) 相对角速度的控制误差

图 2 二阶电力系统控制结果比较

图 2(a) 为相对角度的控制误差, 图 2(b) 为相对角速度的控制误差. 由控制结果可见, 改进的全局滑模

控制方法能够在有限时间内将动态滑模面快速演化为线性滑模面,因此与传统全局滑模控制方法相比,其动态响应速度更快,能够缩短过渡过程时间,改善系统的控制品质。

4 结 论

本文针对传统全局滑模控制方法中动态滑模面不能在有限时间内演化为线性滑模面的缺点,提出了改进的全局滑模控制方法,所设计的动态滑模面中的衰减函数能够在有限时间内衰减至 0,从而确保了动态滑模面能够在有限时间内演化为线性滑模面,由此可有效提高系统的响应速度,缩短系统的过渡过程时间。与传统全局滑模控制的仿真对比实验验证了所提出方法的有效性。

参考文献(References)

- [1] Hua J, An L X, Li Y M. Bionic fuzzy sliding mode control and robustness analysis[J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2015, 39(15): 4482-4493.
- [2] 王艳敏, 冯勇, 夏红伟, 等. 多输入不确定系统的平滑非奇异终端滑模控制[J]. *控制与决策*, 2015, 30(1): 161-165.
(Wang Y M, Feng Y, Xia H W, et al. Smooth nonsingular terminal sliding mode control of uncertain multi-input systems[J]. *Control and Decision*, 2015, 30(1): 161-165.)
- [3] 李慧洁, 蔡远利. 基于双幂次趋近律的滑模控制方法[J]. *控制与决策*, 2016, 31(3): 498-502.
(Li H J, Cai Y L. Sliding mode control with double power reaching law[J]. *Control and Decision*, 2016, 31(3): 498-502.)
- [4] Soltanpour M R, Otadolajam P, Khooban M H. Robust control strategy for electrically driven robot manipulators: Adaptive fuzzy sliding mode[J]. *IET Science, Measurement and Technology*, 2015, 9(3): 322-334.
- [5] Ding S, Wang J, Zheng W X. Second-order sliding mode control for nonlinear uncertain systems bounded by positive functions[J]. *IEEE Trans on Industrial Electronics*, 2015, 62(9): 5899-5909.
- [6] Juang J G, Yu S T. Disturbance encountered landing system design based on sliding mode control with evolutionary computation and cerebellar model articulation controller[J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2015, 39(1): 5862-5881.
- [7] Zhang X, Li X. Sliding-mode observer-based mechanical parameter estimation for permanent magnet synchronous motor[J]. *IEEE Trans on Power Electronics*, 2016, 31(8): 5732-5745.
- [8] Barambones O, Alkorta P. Position control of the induction motor using an adaptive sliding-mode controller and observers[J]. *IEEE Trans on Industrial Electronics*, 2014, 61(12): 6556-6565.
- [9] Lu Y S, Chen J S. Design of a global sliding-mode controller for a motor drive with bounded control[J]. *Int J of Control*, 1995, 62(5): 1001-1019.
- [10] 倪雨, 许建平. 基于等效控制的全局滑模控制 Buck 变换器设计[J]. *西南交通大学学报*, 2009, 44(5): 654-659.
(Ni Y, Xu J P. Design of global sliding-mode controlled buck converters based on equivalent control[J]. *J of Southwest Jiaotong University*, 2009, 44(5): 654-659.)
- [11] 刘金琨. 滑模变结构控制 Matlab 仿真[M]. 北京: 清华大学出版社, 2012: 66-71.
(Liu J K. Sliding mode control and Matlab simulink[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2012: 66-71.)
- [12] 张克勤, 苏宏业, 庄开宇, 等. 二阶不确定离散系统的时变滑模面变结构控制[J]. *浙江大学学报: 工学版*, 2002, 36(4): 416-420.
(Zhang K Q, Su H Y, Zhuang K Y, et al. Variable structure control with time-varying sliding surface for a class of second-order uncertain discrete system[J]. *J of Zhejiang University: Engineering Science*, 2002, 36(4): 416-420.)
- [13] 倪骏康, 刘崇新, 庞霞. 电力系统混沌振荡的等效快速终端模糊滑模控制[J]. *物理学报*, 2013, 62(19): 101-113.
(Ni J K, Liu C X, Pang X. Fuzzy fast terminal sliding mode controller using an equivalent control for chaotic oscillation in power system[J]. *Acta Physica Sinica*, 2013, 62(19): 101-113.)

(责任编辑: 孙艺红)