

文章编号: 1001-0920(2016)12-2275-05

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2015.1262

基于序列二次规划法的新型分数阶 PI^λ - PD^μ 控制器设计

戚志东, 卞慧娟, 冷博阳, 单 梁

(南京理工大学 自动化学院, 南京 210094)

摘要: 针对被控对象具有分数阶特性的系统需要相应的分数阶控制器来提高控制效果, 提出一种新型的分数阶 PI^λ - PD^μ 控制器, 系统的前向通道采用分数阶 PI^λ 控制器, 被控对象的内反馈环采用分数阶 PD^μ 控制器, 利用序列二次规划法辨识分数阶 $PI^\lambda D^\mu$ 控制器的参数, 并设计了一种结构变换法求取分数阶 PI^λ - PD^μ 控制器的参数; 然后, 基于 Oustaloup 滤波器采用整数阶近似及模型降阶法对分数阶被控对象进行求解. 系统仿真结果表明, 与整数阶 PI - PD 控制器相比, 分数阶 PI^λ - PD^μ 控制器的抗干扰性较强, 能更好地满足系统的动态响应要求.

关键词: 参数辨识; 分数阶 PI^λ - PD^μ 控制器; 序列二次规划法

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Design of a new fractional order PI^λ - PD^μ controller based on SQP

QI Zhi-dong, BIAN Hui-juan, LENG Bo-yan, SHAN Liang

(Department of Automation, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China. Correspondent: QI Zhi-dong, E-mail: qizhidong@sina.com)

Abstract: It is necessary to use the fractional order controller to improve control efficiency for the system with fractional characteristics. Therefore, a novel fractional order PI^λ - PD^μ controller is proposed. The forward channel of the system contains a fractional order PI^λ controller, and the feedback loop uses PD^μ controller. The method of sequential quadratic programming(SQP) is used to identify the parameters of the fractional order $PI^\lambda D^\mu$ controller. The parameters of the fractional order PI^λ - PD^μ controller are acquired by using structure transformation method. Then, by using of integer order approximation and reducing order approach, the fractional system is solved with the oustaloup filter. The simulation results show that the dynamic performance and interference immunity of the fractional order PI^λ - PD^μ controller designed are better than the integer order PI - PD controller in the existing results.

Keywords: parameters identification; fractional order PI^λ - PD^μ controller; sequential quadratic programming

0 引 言

目前控制系统中应用较为广泛、技术成熟的一种控制方法是PID控制. 该方法具有易实现、结构简单、鲁棒性强等优点, 因此在多数工业控制中占据着主导地位. 文献[1]提出了一种PI-PD控制器结构, 并用于整数阶系统, 但当对象有分数阶特性时, 往往不能得到理想的控制效果. KAHA^[2]将PI-PD控制器运用在具有不稳定环节和积分环节的对象上, 在跟随性和抗扰性上都取得了较好的控制效果. 无论是PID控制器还是PI-PD控制器, 大多数学者的研究主要考虑它们的微分和积分阶次都是整数阶的情况, 研究成果比较丰富. 随着越来越多的研究领域涉及分数阶微积分理论, 许多学者开始关注并将其与控制理论结

合. 分数阶微积分实际上是整数阶微积分的延伸, 实际生活中一些复杂系统用传统的整数阶模型来描述并不是十分精确, 因此利用分数阶微积分这一数学工具可以准确地建立对象的分数阶模型. 针对这些分数阶模型, 一些控制器应运而生. Lamara^[3]给出了一种CRONE控制器及参数优化方法; Podlubny^[4]提出了 $PI^\lambda D^\mu$ 分数阶控制器; 李旺^[5]提出了QFT控制器. 实际上分数阶控制器的微分和积分阶次可以为任何实数, 整数阶的控制器恰好是其特例, 因而加深对分数阶控制器的研究还是很有必要的. 严慧等^[6]分析了分数阶 $PI^\lambda D^\mu$ 控制器的控制性能, 研究表明分数阶 $PI^\lambda D^\mu$ 控制性能优于整数阶PID.

本文在查阅大量资料的基础上, 利用整数阶PI-

收稿日期: 2015-10-15; 修回日期: 2016-01-25.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61374153, 61203009); 国家博士后基金项目(2012M511763); 国家留学基金项目.

作者简介: 戚志东(1976-), 男, 副教授, 博士, 从事分数阶建模及控制系统等研究; 卞慧娟(1991-), 女, 硕士, 从事分数阶控制器设计及应用的研究.

PD 控制器的结构^[7], 提出一种新型的分数阶 PI^λ - PD^μ 控制器. 首先通过辨识分数阶 $PI^\lambda D^\mu$ 控制器参数得到分数阶 PI^λ - PD^μ 控制器参数; 其次通过分数阶微分环节的 Oustaloup 滤波器近似, 得到分数阶被控对象理想的整数阶表达形式; 同时, 利用序列二次规划法, 基于 ITAE 误差性能指标对控制器参数进行辨识; 最后, 通过仿真比较分数阶 PI^λ - PD^μ 控制器与整数阶 PI-PD 控制器的动态性能, 表明本文设计的分数阶 PI^λ - PD^μ 控制器的抗干扰性较强, 能更好地满足系统的动态响应要求.

1 分数阶微积分

分数阶微积分是微积分的一个分支, 它是对函数进行分数阶的微分和积分. 它的阶次可以是整数也可以是小数, 利用其描述自然现象更为全面. 利用分数阶微分方程理论知识可以建立被控对象的分数阶模型. 分数阶微积分以加权形式涵盖了函数的整体信息, 而整数阶微积分仅仅决定函数的局部特征, 所以利用分数阶微积分建立对象的分数阶模型, 可以更为准确地描述系统实际的动态响应, 提高对动态系统的设计、表征和控制的能力. 连续分数阶微积分算子定义为

$${}_a D_t^\alpha = \begin{cases} \frac{d^\alpha}{dt^\alpha}, & \text{Re}(\alpha) > 0; \\ 1, & \text{Re}(\alpha) = 0; \\ \int_a^t (d\tau)^{-\alpha}, & \text{Re}(\alpha) < 0. \end{cases} \quad (1)$$

常用的分数阶微积分定义有 Grunwald-Letnikov 定义、Riemann-Liouville 定义和 Caputo 定义^[8]. 利用 GL 定义与 RL 定义描述一些实际函数时, 结果是一样的, 因此两者在一定情况下可以等效. 但是, 若对实际采样信号进行数值求解, 则 GL 定义的描述更为简洁明了. 本文的分数阶模型与分数阶控制器的描述都是基于 GL 分数阶微积分定义的.

GL 定义是目前使用较为广泛的一种分数微积分定义形式, 其数学表达式为

$${}_a D_t^\alpha f(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^\alpha} \sum_{j=0}^{[(t-a)/h]} (-1)^j \binom{\alpha}{j} f(t-jh), \quad (2)$$

其中 $w_j^{(\alpha)} = (-1)^j \binom{\alpha}{j}$ 为函数 $(1-z)^\alpha$ 的多项式系数, 该系数可由下列递推公式求出:

$$w_0^{(\alpha)} = 1, \quad w_j^{(\alpha)} = \left(1 - \frac{\alpha+1}{j}\right) w_{j-1}^{(\alpha)}, \quad j = 1, 2, \dots, \quad (3)$$

则 GL 定义式可改写为

$${}_a D_t^\alpha f(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^\alpha} \sum_{j=0}^{[(t-a)/h]} w_j^{(\alpha)} f(t-jh). \quad (4)$$

其中: h 为仿真时间步长, 取足够小的步长 h 即可求出该微分方程的近似数值解; α 取值限定在 $(-1, 1)$ 内,

当微分阶次绝对值大于 1 时, 可将其化为整数阶与分数阶相乘的形式.

由式 (4) 可以看出, 函数的某一时刻分数阶微分由前面所有采样时刻的函数值共同决定, 说明分数阶微分是非局部算子, 即分数阶微分具有记忆性, 而整数阶微分只取决于当前时刻函数值. 一些实际的具有记忆性的系统模型恰好可以使用分数阶微积分辨识模型参数, 弥补了整数阶微积分辨识时的不足之处, 但随之产生的问题是计算分数阶微分需要进行大量的数据计算. 观察式 (1), 发现随着项数的增大, $w_j^{(\alpha)}$ 逐渐衰减, 说明对于当前时刻的分数阶微分, 越接近当前时刻的函数值越起主要作用, 因此在计算 ${}_a D_t^\alpha f(t)$ 时, 可以对所需计算的数据量作截短处理. 假设取时间长度为 L , 则式 (2) 的近似表达式为

$${}_{t-L} D_t^\alpha f(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^\alpha} \sum_{j=0}^{[L/h]} w_j^{(\alpha)} f(t-jh). \quad (5)$$

2 分数阶 PI^λ - PD^μ 控制器设计

分数阶 PI^λ - PD^μ 控制器的比例-积分-微分位于闭环系统的前向通道上, 而在分数阶 PI^λ - PD^μ 控制器中, 本文进行了重新设计, 即将 PI^λ 部分放置于系统的前向通道上, PD^μ 部分放于被控对象的反馈部分. 当 λ, μ 都等于 0 时, 相当于常规的 P 控制器. 当 $\lambda = 0$ 时, 被控对象加入 PD^μ 控制器作为反馈, 再进行 P 控制器的控制; 当 $\mu = 0$ 时, 为分数阶 PI^λ 控制器. 设分数阶 PI^λ 、 PD^μ 两个控制器的表达式为

$$G_{PI^\lambda}(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s^\lambda}\right), \quad (6)$$

$$G_{PD^\mu}(s) = K_f (1 + T_d s^\mu). \quad (7)$$

分数阶 PI^λ - PD^μ 控制结构如图 1 所示.

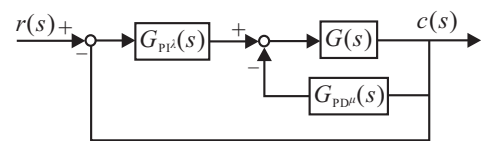


图 1 PI^λ - PD^μ 控制结构

设分数阶线性定常系统的传递函数为

$$G(s) = \frac{1}{a_k s^{\beta_k} + \dots + a_1 s^{\beta_1} + a_0 s^{\beta_0}} = \frac{1}{\sum_{i=0}^k a_i s^{\beta_i}}, \quad (8)$$

加入 PD^μ 控制器作为反馈后, 被控对象传递函数为

$$G_1(s) = \frac{1}{a_k s^{\beta_k} + \dots + a_1 s^{\beta_1} + K_f T_d s^\mu + K_f}. \quad (9)$$

该系统闭环传递函数如下:

$$\Phi(S) = \frac{K_p T_i s^\lambda + K_p}{b_k s^{\alpha_k} + \dots + b_1 s^{\alpha_1} + b_0 s^{\alpha_0} + k_p s^\lambda + \beta s^{\lambda+\mu}}. \quad (10)$$

2.1 控制器结构的变换

将图 1 所示控制结构进行变换, 则分数阶控制系统如图 2 所示.

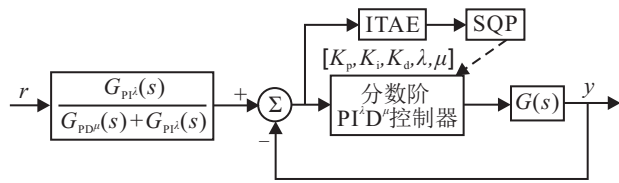


图 2 变换后的控制结构

设分数阶 PI^λD^μ 控制器的表达式如下:

$$G_{PI^{\lambda}D^{\mu}}(s) = K_p^*(1 + K_i^*s^{-\lambda} + K_d^*s^{-\mu}). \quad (11)$$

由 $G_{PI^{\lambda}D^{\mu}}(s) = G_{PI^{\lambda}}(s) + G_{PD^{\mu}}(s)$ 得

$$G_{PI^{\lambda}D^{\mu}}(s) = (K_p + K_f) \left[1 + \frac{K_p}{K_p + K_f} \frac{1}{T_i s^{\lambda}} + \frac{K_f}{K_p + K_f} T_d s^{\mu} \right]. \quad (12)$$

比较式 (11) 与 (12), 当 $\lambda = 1, \mu = 1$ 时, 即为整数阶 PI-PD 控制器. 通过选取一个中间变量 α, λ 为任意实数, 可得分数阶 PI^λD^μ 控制器与分数阶 PI^λ-PD^μ 控制器的参数关系如下:

$$K_p = \frac{\alpha}{1 + \alpha} K_p^*, \quad (13)$$

$$K_f = \frac{1}{1 + \alpha} K_p^*, \quad (14)$$

$$T_i = \frac{\alpha}{1 + \alpha} \frac{1}{K_i^*}, \quad (15)$$

$$T_d = (1 + \alpha) K_d^*. \quad (16)$$

由式 (13)~(16) 可知, 分数阶 PI^λ-PD^μ 控制器的参数可通过分数阶 PI^λD^μ 控制器参数得到, 改变 α 值可改变分数阶 PI^λ-PD^μ 控制器参数, 从而观察被控对象的动态响应特性.

2.2 分数阶被控对象的模型降阶近似

实际中存在的系统在一定程度上受到了非整数阶次的影响, 例如, 具有记忆性、遗传性的黏粘性物质以及大规模扩散或热传导等动态过程均为典型的非整数阶系统或过程. 具有记忆性质的旋转梁、某些物质热扩散过程以及存在特殊规律衰耗的 RC 电路, 其电压电流关系均可以用如下类似传递函数描述:

$$G(s) = \frac{1}{0.8s^{2.2} + 0.5s^{0.9} + 1}. \quad (17)$$

整数阶的理论方法只适用于微积分阶次是整数的情形, 而分数阶微积分阶次是分数的, 因此不能用分析整数阶的方法分析分数阶系统. 目前研究分数阶系统的主要方法是对分数阶系统进行有理函数的近似化和离散化, 即将分数阶系统转化为一般的控制系统进行理论研究.

分数阶系统的近似方法主要有两种: 直接近似化和间接近似化. 也可以借用信号处理的一些工具来近似分数阶系统. 目前效果较好的近似方法是改进的

Oustaloup 近似法, 该方法可以提高近似频段两端的近似效果, 提高了整体的近似精度. 本文对式 (17) 中的分数阶微分环节用改进的 Oustaloup 滤波器近似^[8], 得到的结果为 23 阶表达式 $G_0(s)$. 对 $G_0(s)$ 进行模型降阶, 选取不同的阶次组合, 比较误差函数值, 结果如表 1 所示.

表 1 不同阶次组合下的降阶模型与比较

r	m	降阶模型	误差 J
0	1	$G_{r1}(s) = \frac{1.191}{s + 1.191}$	1.2876
0	2	$G_{r2}(s) = \frac{1.369}{s^2 + 0.3406s^2 + 1.369}$	0.26
0	3	$G_{r3}(s) = \frac{5.509}{s^3 + 4.042s^2 + 2.66s + 5.509}$	0.1553
1	2	$G_{r4}(s) = \frac{-0.2591s + 1.444}{s^2 + 0.3426s + 1.444}$	0.213
1	3	$G_{r5}(s) = \frac{0.9258s + 1.217}{s^3 + 1.098s^2 + 1.647s + 1.217}$	0.04

表 1 中, r 和 m 分别表示分子与分母的阶次. 其中 $G_{r5}(s)$ 误差最小, 拟合程度较高, 从而可确定被控对象的整数阶表达式如下:

$$G_i(s) = \frac{0.9258s + 1.217}{s^3 + 1.098s^2 + 1.647s + 1.217}. \quad (18)$$

2.3 基于序列二次规划法的分数阶 PI^λD^μ 控制器参数辨识

针对不同结构的控制器, 其参数优化方法也有所不同. 本文分数阶 PI^λD^μ 控制器参数的最优控制问题为非线性约束优化问题, 常用的优化方法有惩罚函数法、增广乘子法、序列二次规划法 (SQP)^[10]. SQP 方法收敛速度快、效率较高. 因此本文选取序列二次规划法对控制器的参数进行辨识.

有约束非线性规划问题表示如下:

$$\begin{aligned} \min f(X). \\ \text{s.t. } h_i(X) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, m; \\ g_j(X) \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n. \end{aligned} \quad (19)$$

其中: $f(X)$ 为目标函数, $h_i(X)$ 和 $g_j(X)$ 为等式约束条件和不等式约束条件. 将该问题用拉格朗日函数描述为

$$L(X, \lambda) = f(X) + \sum_{i=1}^m \lambda_i h_i(X) + \sum_{j=m+1}^n \lambda_j g_j(X), \quad (20)$$

其中 λ_i 和 λ_j 是 Lagrange 算子. 序列二次规划法的思想是将求解式转换为二次规划, 为确保每次迭代时 X_k 向可行解接近时, 目标函数呈现下降趋势, 可进一步将 X_{k+1} 的二次规划问题改为求搜索方向 d 的二次规划问题, 可得到如下形式的二次规划 (QP) 子问题:

$$\begin{aligned} \min_{d \in R^n} \frac{1}{2} d^T H_k d + (\Delta f(X_k))^T d. \\ \text{s.t. } (\nabla h_i(X))^T d + h_i(X) = 0; \\ (\nabla g_j(X))^T d + g_j(X) = 0. \end{aligned} \quad (21)$$

可以得到

$$X_{k+1} = X_k + \alpha_k d_k.$$

其中 α_k 为步长. SQP 的迭代过程如下:

Step 1: 确定初值 X^0, H^0 ;

Step 2: 解二次规划子问题, 确定搜索方向 d^k 和 $\lambda_{i,j}^{k+1}$;

Step 3: 令 $X_{k+1} = X_k + \alpha_k d_k$, 并判断是否满足收敛条件, 若满足, 则选取 (X_{k+1}, λ^{k+1}) 为原问题最优解, 不满足则返回 Step 2 继续迭代.

选择不同的误差性能指标进行分数阶 $PI^\lambda D^\mu$ 控制器参数整定时, 所得系统闭环控制效果是不一样的. 鉴于 ITAE 误差性能指标可以使调节时间变短, 较好地抑制长时间存在的误差, 本文选择 ITAE (时间乘以误差绝对值积分) 准则作为设计分数阶 $PI^\lambda D^\mu$ 控制器的优化准则, 即

$$ITAE = \int_0^\infty t |e(t)| dt. \quad (22)$$

针对控制系统相对稳定性, 采用相位裕度^[11]作为控制器设计的一个规则. 控制系统开环传递函数在 w_c 处的幅值特性为

$$|G(jw_c)|_{dB} = |G(jw_c)||P(jw_c)|_{dB} = 0. \quad (23)$$

控制系统开环传递函数相位满足如下关系:

$$\left(\frac{d(\text{Arg}[C(jw)P(jw)])}{dw} \right)_{w=w_c} = 0. \quad (24)$$

本文以式 (22) 为目标函数, 以式 (23) 和 (24) 为非线性等式约束条件, 对分数阶 $PI^\lambda D^\mu$ 控制器参数进行辨识. 分数阶 $PI^\lambda D^\mu$ 控制器参数辨识步骤如下:

Step 1: 建立被控对象传递函数模型;

Step 2: 对于分数阶微积分阶次采用网格化的方法, 即积分阶次 λ 和微分阶次 μ 变化范围在 0.1~0.9 之间, 步距为 0.1;

Step 3: 基于以上描述对比例系数 K_p 、积分系数 K_i 、微分系数 K_d 进行优化辨识;

Step 4: 综合目标函数值、动态性能、稳态误差等因素选择最理想的参数组合;

Step 5: 分数阶控制器的数字实现.

在 ITAE 误差准则下, 设计分数阶 $PI^\lambda D^\mu$ 控制器, 一般而言, λ 和 μ 的不同组合会得到不同的 ITAE 值. 图 3 显示了 λ 和 μ 在范围 [0.1, 0.9] 内的不同组合得到的 ITAE 值.

在 ITAE 评价准则下, 由图 3 选取 ITAE 最小值 0.1294 时对应的 λ 和 μ 的值. 分数阶 $PI^\lambda D^\mu$ 控制器微积分的阶次 $\lambda = 0.8, \mu = 0.9$, 由序列二次规划法得到的分数阶控制器的参数如下:

$$K_p = 13.179, K_i = 154.79, K_d = 225.35.$$

对应的分数阶 $PI^\lambda D^\mu$ 控制器传递函数如下:

$$G_c(s) = 13.179 + \frac{154.79}{s^{0.8}} + 225.35s^{0.9}. \quad (25)$$

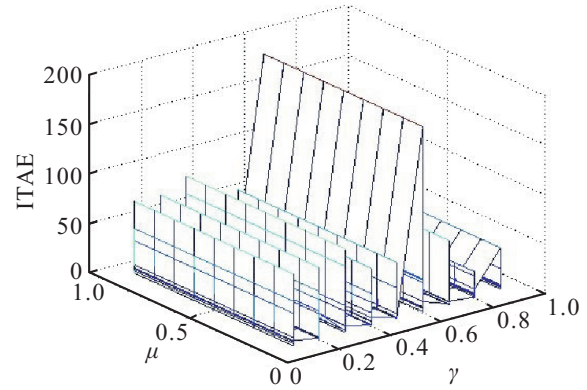


图 3 不同 λ 和 μ 的 ITAE 值

与分数阶 $PI^\lambda D^\mu$ 控制器相比, 分数阶 $PI^\lambda PD^\mu$ 控制器的灵活性更好, 更适用于具有积分和不稳定的分数阶控制系统.

3 仿真结果

根据式 (13)~(16), 令 $\alpha = 1$, 分数阶 $PI^\lambda PD^\mu$ 控制器参数 $K_p = 6.6, K_f = 6.6, T_i = 0.0426, T_d = 34.2$, 则分数阶 $PI^\lambda PD^\mu$ 控制器的 PI^λ 和 PD^μ 部分的传递函数如下:

$$G_{PI^\lambda}(s) = 6.6 \times \left(1 + \frac{1}{0.0426s^{0.8}} \right), \quad (26)$$

$$G_{PD^\mu}(s) = 6.6 \times (1 + 34.2s^{0.9}). \quad (27)$$

考虑 $\lambda = 1, \mu = 1$ 的情况, 利用上述方法辨识得到整数阶 PID 控制器参数 $K_p^* = 5.4, K_i^* = 1.344, K_d^* = 0.85$. 令 $\alpha = 1/2$, 则整数阶 PI-PD 控制器的 PI 和 PD 部分的传递函数如下:

$$G_{PI}(s) = 1.478 \times \left(1 + \frac{1}{0.248s} \right), \quad (28)$$

$$G_{PD}(s) = 4.0361 \times (1 + 1.28s). \quad (29)$$

图 4 中虚线代表具有最小 ITAE 评价值的分数阶 $PI^\lambda PD^\mu$ 控制器下的阶跃响应, 实线代表整数阶 PI-PD 控制器的控制效果. 观察以上两条响应曲线可以看出, 采用分数阶控制器的响应曲线与整数阶控制器的响应曲线相比, 在稳态性能很好的情况下, 系统超调量减小较多, 上升时间变化不大, 但调节时间明显缩短, 系统的控制性能得到了改善.

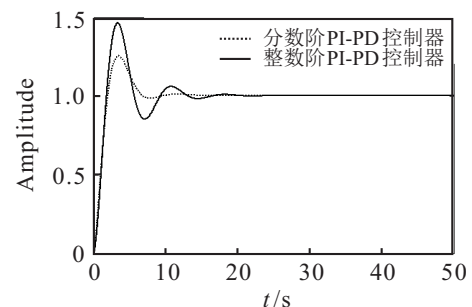


图 4 不同控制器下系统的阶跃响应

图 5 为两种控制器作用下的 Bode 图. 由虚线部分可知, 在截止频率附近相位是平滑的, 表明随着增益在一定范围内变化时, 系统具有较好的鲁棒性. 系

统响应特性基本不变,表明系统具有较好的增益变化鲁棒性.比较两者曲线可知,采用分数阶 $PI^\lambda-PD^\mu$ 控制器时,系统相角裕度比采用整数阶 $PI-PD$ 控制器变化不大,但幅值裕度明显增大,带宽频率大,从而系统具有较好的快速性.

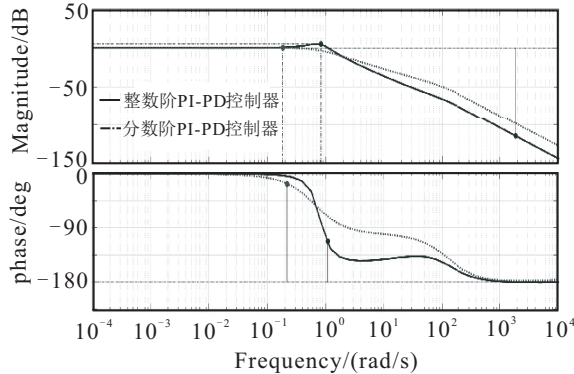


图5 整数阶 $PI-PD$ 控制器和分数阶 $PI^\lambda-PD^\mu$ 控制器作用的Bode图

当系统在30s时出现幅值为3的阶跃扰动时,分数阶 $PI-PD$ 控制器和分数阶 $PI^\lambda-PD^\mu$ 控制器作用下系统的阶跃响应如图6所示.整数阶控制下系统出现一定的振荡和超调,而分数阶控制器能够更快使系统恢复稳定状态,表明分数阶 $PI^\lambda-PD^\mu$ 控制器作用下系统抑制外界干扰的能力较强.

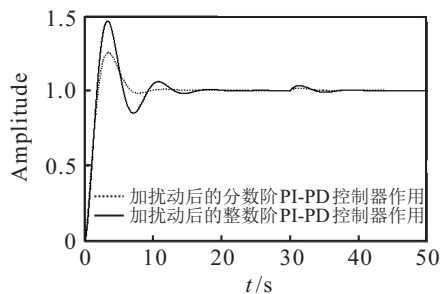


图6 加扰动后两种控制器作用效果对比

4 结论

通过仿真研究发现,分数阶 $PI^\lambda-PD^\mu$ 控制器既具有整数阶 $PI-PD$ 控制器的特点,又优于整数阶 $PI-PD$ 控制器.分数阶 $PI^\lambda-PD^\mu$ 控制器具有6个可调参数,灵活性高,能适时调整参数以适应被控对象的需求.基于序列二次规划法和误差性能指标ITAE辨识分数阶 $PI^\lambda-PD^\mu$ 控制器的参数,进而得到分数阶 $PI^\lambda-PD^\mu$ 的参数 K_f 、 K_p 、 T_i 、 T_d 、 λ 、 μ 的值,而文中 α 值是给定的,改变 α 值可以获得多组分数阶 $PI^\lambda-PD^\mu$ 控制器参数值.实际上, α 在某一范围内变化时对系统的动态特性影响很小.

本文将分数阶 $PI^\lambda-PD^\mu$ 控制器运用在一个典型的分数阶系统上,并利用改进的Oustaloup方法对该系统进行了模型降阶与求解.分析表明,系统的阶跃响应超调量变小,动态性能优于整数阶 $PI-PD$ 控制器,并且可以很好地抑制系统外界的扰动.

参考文献(References)

- [1] Padhy P K, Majhi S. Relay based PI-PD design for stable and unstable FOPDT processes[J]. Computers & Chemical Engineering, 2006, 30(5): 790-796.
- [2] Kaya I. A PI-PD controller design for control of unstable and integrating processes[J]. ISA Transactions, 2003, 42(1): 111-121.
- [3] Lamara Abderrahim. Additional optimization parameter for a simplified design of third generation CRONE controllers[M]. Ancona: Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc, 2014: 978-983.
- [4] Podlubny I. Fractional differential equations[M]. New York: Academic Press, 1999.
- [5] 李旺. 分数阶系统辨识与控制器设计研究[D]. 合肥: 中国科学技术大学信息科学技术学院, 2010. (Li W. Fractional order system identification and controller design[D]. Hefei: University of Science and Technology of China, Department of Information Institute of Science and Technology, 2010.)
- [6] 严慧, 刘坤, 汪木兰. 分数阶 $PI^\lambda D^\mu$ 控制器控制性能研究[J]. 计算机仿真, 2009, 26(11): 335-338. (Yan H, Liu K, Wang M L. The investigation of control performance of fractional-order $PI^\lambda D^\mu$ controller[J]. Computer Simulation, 2009, 26(11): 335-338.)
- [7] 马景兰, 王伟, 张永丽, 等. $PI-PD$ 控制器的应用研究[J]. 自动化技术与应用, 2009, 28(5): 20-21. (Ma J L, Wang W, Zhang Y L, et al. The $PI-PD$ controller[J]. Techniques of Automation and Application, 2009, 28(5): 20-21.)
- [8] 薛定宇, 陈阳泉. 控制数学问题的MATLAB求解[M]. 北京: 清华大学出版社, 2007: 452-456. (Xue D Y, Chen Y Q. MATLAB solutions to mathematical problems in control[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2007: 452-456.)
- [9] 李元凯. 分数阶控制系统理论分析方法[D]. 重庆: 重庆邮电大学自动化学院, 2006. (Li Y K. Theoretic analysis methods for fractional-order control systems[D]. Chongqing: Chongqing University of Posts and Telecommunications, school of automation, 2006.)
- [10] 陈晓, 王新民, 周建. 基于序列二次规划法优化无人机飞行性能[J]. 计算机仿真, 2012, 29(12): 99-102. (Chen X, Wang X M, Zhou J. UAV flight performance optimization based on sequential quadratic programming method[J]. Computer Simulation, 2012, 29(12): 99-102.)
- [11] 赵春娜, 李英顺, 陆涛. 分数阶系统分析与设计[M]. 北京: 国防工业出版社, 2011: 101-104. (Zhao C N, Li Y S, Lu T. The analysis and design of fractional order system[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2011: 101-104.)

(责任编辑: 孙艺红)