

具有未建模动态和输出约束系统的自适应输出反馈控制

张天平[†], 王宁宁, 夏梅珍

(扬州大学 信息工程学院, 江苏 扬州 225127)

摘要: 针对一类具有未建模动态和输出约束的输出反馈非线性系统, 提出一种自适应输出反馈动态面控制方案. 利用神经网络逼近未知连续函数, 分别设计 K 滤波器和动态信号估计不可测量的状态, 并处理动态不确定性. 引入障碍李雅普诺夫函数并设计自适应控制器以保证 BLF 有界, 从而实现输出约束. 理论分析表明, 闭环控制系统是半全局一致最终有界的, 且满足输出约束, 仿真结果验证了所提出方案的有效性.

关键词: 未建模动态; 输出约束; 动态面控制; 输出反馈; 障碍李雅普诺夫函数

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Adaptive output feedback control of systems with unmodeled dynamics and output constraint

ZHANG Tian-ping[†], WANG Ning-ning, XIA Mei-zhen

(College of Information Engineering, Yangzhou University, Yangzhou 225127, China)

Abstract: An adaptive output feedback dynamic surface control scheme is proposed for a class of output feedback nonlinear systems with unmodeled dynamics and output constraint. The radial basis function neural networks are utilized to approximate unknown nonlinear continuous functions. The K -filters and dynamic signal are designed to estimate the unmeasured states and deal with the dynamic uncertainties, respectively. By introducing a barrier Lyapunov function (BLF) and designing the adaptive controller, the boundedness of the BLF and the output constraint can be guaranteed. By theoretical analysis, the closed-loop control system is shown to be semi-globally uniformly ultimately bounded, and satisfy the output constraint. Simulation results show the effectiveness of the proposed approach.

Keywords: unmodeled dynamics; output constraint; dynamic surface control; output feedback; barrier Lyapunov function

0 引言

在实际控制系统中, 为确保系统的高性能和安全性, 通常会对系统的输出或状态作出约束. 在操作中, 如果违反约束条件, 则会导致系统性能下降甚至系统不稳定. 因此, 在控制系统设计中, 对输出进行约束是非常重要的. 目前有很多处理输出约束的方法, 包括模型预测控制^[1]、参考设定法^[2]、超驰控制^[3]、基于不变集或容许集的控制^[4]等, 这些方法本质上均基于数值计算, 且计算过程比较复杂. 此外, 基于障碍李雅普诺夫函数 (BLF) 的设计是处理输出约束问题的一个非常有效的方法, 其基本思想是当自变量的值趋于某些区域边界时, BLF 的值趋于

无穷大. 通过保证 BLF 的有界性, 可以达到限制输出的目的. 文献 [5] 针对一类严格反馈非线性系统, 分别利用 BLF 和对称障碍李雅普诺夫函数 (ABLF), 提出了两种具有输出约束的自适应后推控制方案. 文献 [6] 在文献 [5] 的基础上, 通过利用时变 BLF, 提出了一种新的时变输出约束自适应后推控制方法. 文献 [7] 通过确保 BLF 的有界性, 使得神经网络的逼近误差保持在一个超紧集内. 文献 [8] 针对一类具有死区输入和未知扰动的输出约束非线性系统, 通过引入全维状态观测器和 BLF, 提出了一种自适应模糊输出反馈控制方案. 文献 [9] 提出了一种基于积分型障碍李雅普诺夫函数 (iBLF) 的自适应动态面设计方法,

收稿日期: 2015-12-29; 修回日期: 2016-03-14.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61573307).

作者简介: 张天平 (1964—), 男, 教授, 博士生导师, 从事鲁棒自适应控制、非线性控制等研究; 王宁宁 (1990—), 女, 硕士生, 从事鲁棒自适应控制的研究.

[†]通信作者. E-mail: tpzhang@yzu.edu.cn

该方法与已有文献相比,放宽了对系统输出初始值的限制.文献[10]解决了一类具有死区输入、输出约束和外部扰动的仿射非线性系统控制问题.文献[11]针对一类具有输出约束和下三角结构的非线性切换延迟系统,采用后推设计方法,提出了一种自适应模糊控制方案.然而,文献[5-11]所考虑的输出约束系统均不含未建模动态.

在实际非线性系统中,由测量噪声、模型误差、外部扰动和模型简化等因素造成的未建模动态经常出现,它的存在严重降低了闭环系统的性能.文献[12]通过引入一个动态信号处理未建模动态.文献[13]利用鲁棒自适应后推方法,解决了一类带有未建模动态的非线性系统的稳定性问题.与文献[12]相比,文献[13]的自适应控制方案无需引入动态信号来保证拉格朗日稳定的鲁棒性.文献[14-15]利用模糊逼近和小增益定理方法,对具有动态扰动的非线性系统分别提出了两种鲁棒自适应控制方案.文献[16]提出了一种自适应动态面控制方案,与现有结果相比,所提出的设计方案简化了对未建模动态的处理过程,取消了神经网络逼近误差有界的假设.文献[17]针对一类具有未建模动态和未知高频增益的非线性系统,提出了两种自适应输出反馈控制方案.文献[18]基于后推设计方法和随机小增益定理,针对一类具有未知死区和未建模动态的随机非线性输出反馈系统,提出了一种鲁棒自适应控制方法.文献[19]考虑了一类含有未建模动态的不确定非线性切换系统的自适应模糊控制问题.

本文在文献[5-19]的基础上,针对一类具有未建模动态和输出约束的输出反馈非线性系统,提出一种自适应动态面控制方案.通过利用BLF,使系统输出约束在一定的区间内.与文献[5-11]相比,考虑了输出反馈非线性系统在具有未建模动态时的输出约束问题,并且可以通过适当选取参数获得较小的输出逼近界.与文献[7]的后推方法相比,通过采用动态面控制方法,降低了控制器设计的复杂性,同时构造适当的未知连续函数,在稳定性分析中,有效地处理了神经网络逼近和未建模动态所产生的误差项.

1 问题描述和预备知识

1.1 问题的描述

考虑一类具有状态未建模动态的输出反馈非线性系统

$$\begin{aligned} \dot{z} &= q(z, y), \\ \dot{x}_1 &= x_2 + f_1^0(y) + f_1(y) + \Delta_1(z, y, t), \\ &\vdots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_{\rho-1} &= x_{\rho} + f_{\rho-1}^0(y) + f_{\rho-1}(y) + \Delta_{\rho-1}(z, y, t), \\ \dot{x}_{\rho} &= x_{\rho+1} + f_{\rho}^0(y) + f_{\rho}(y) + \Delta_{\rho}(z, y, t) + b_{\rho}u, \\ &\vdots \\ \dot{x}_{n-1} &= x_n + f_{n-1}^0(y) + f_{n-1}(y) + \Delta_{n-1}(z, y, t) + b_{n-1}u, \\ \dot{x}_n &= f_n^0(y) + f_n(y) + \Delta_n(z, y, t) + b_nu, \\ y &= x_1. \end{aligned} \quad (1)$$

其中: x_1, x_2, \dots, x_n 为系统的状态; $u \in R$ 为控制输入; $y \in R$ 为系统输出; $f_i^0(y)$ ($i = 1, 2, \dots, n$) 为已知光滑函数, $f_i(y)$ ($i = 1, 2, \dots, n$) 为未知光滑函数; $B(s) = b_m s^m + \dots + b_1 s + b_0$ 为 Hurwitz 多项式, b_m, b_{m-1}, \dots, b_0 为未知参数; $z \in R^{m_0}$ 为未建模动态, $q(z, y)$ 为未知 Lipschitz 函数向量, 动态扰动 $\Delta_i(z, y, t)$ ($i = 1, 2, \dots, n$) 为未知光滑非线性函数.

控制目标是设计自适应输出反馈控制器 u , 使得系统输出 y 跟踪期望的轨迹 y_d , 同时保证闭环系统的所有信号半全局一致终结有界, 且满足输出约束 $|y| \leq k_{c1}$, $\forall t \geq 0$, 其中 $k_{c1} > 0$ 为一个设计常数.

假设 1 对于 $k_{c1} > 0$, 存在正常数 Y_0, Y_1, Y_2 , 使得期望的轨迹 y_d 及其一、二阶导数满足 $|y_d| \leq Y_0 < k_{c1}$, $|\dot{y}_d| \leq Y_1$, $|\ddot{y}_d| \leq Y_2$, $\forall t \geq 0$.

假设 2 存在已知正常数 b_{\max} , 使得 $0 < |b_m| \leq b_{\max}$.

假设 3 存在未知非负连续函数 $\phi_{i1}(\cdot)$ 和未知非负单调递增连续函数 $\phi_{i2}(\cdot)$, 使得

$$|\Delta_i(z, y, t)| \leq \phi_{i1}(|y|) + \phi_{i2}(\|z\|). \quad (2)$$

假设 4^[12] 子系统 $\dot{z} = q(z, y)$ 是指数输入渐近稳定的, 即存在一个李雅普诺夫函数 $V(z)$ 满足

$$\alpha_1(\|z\|) \leq V(z) \leq \alpha_2(\|z\|), \quad (3)$$

$$\frac{\partial V(z)}{\partial z} q(z, y, t) \leq -cV(z) + \gamma(|y|) + d. \quad (4)$$

其中: $\alpha_1(\cdot), \alpha_2(\cdot)$ 均为 K_{∞} 类函数, $c > 0, d \geq 0$ 为已知常数, $\gamma(\cdot)$ 为已知 K_{∞} 类函数.

引理 1^[12] 若 V 是系统 $\dot{z} = q(z, y)$ 的一个指数输入渐近稳定 (exp-ISpS) 李雅普诺夫函数, 即式 (3) 和 (4) 成立, 则对于任意常数 $\bar{c} \in (0, c)$ 、任意初始时间 $t_0 > 0$ 、任意初始状态 $z_0 = z(t_0)$ 、 $v_0 > 0$ 和任意 $\bar{\gamma}(|y|) \geq \gamma(|y|)$, 存在有限时间

$$T_0 = \max\{0, \ln[V(z_0)/v_0]/(c - \bar{c})\} \geq 0.$$

对于非负函数 $D(t_0, t)$, 定义动态信号

$$\dot{v} = -\bar{c}v + \bar{\gamma}(|y|) + d, v(t_0) = v_0. \quad (5)$$

当 $t \geq t_0 + T_0$ 时, 存在 $D(t_0, t) = 0$, 使得 $V(z) \leq v(t) + D(t_0, t)$. 不失一般性, 取 $\bar{\gamma}(|y|) = \gamma(|y|)$.

引理 2 对于任意正连续函数 $f(x, y)$, 存在正光

滑标量函数 $\phi(x) \geq 0$ 和 $\psi(y) \geq 0$, 使不等式

$$|f(x, y)| \leq \phi(x) + \psi(y) \quad (6)$$

成立. 其中: $x \in R^m$, $y \in R^n$.

1.2 障碍 Lyapunov 函数 (BLF)

定义 1^[7] 一个 BLF $V(x)$ 是一个标量函数, 对于定义在包括原点的开集 D 上的系统 $\dot{x} = f(x)$, 在 D 上的每一点, $V(x)$ 连续、正定且具有一阶连续偏导数; 当 x 趋于 D 边界时, $V(x) \rightarrow \infty$; 对于 $x(0) \in D$ 和正常数 b , 系统 $\dot{x} = f(x)$ 的解满足 $V(x(t)) \leq b, \forall t \geq 0$.

本文中取 BLF 为

$$V_{z_1} = \ln \frac{k_{b_1}^2}{k_{b_1}^2 - z_1^2}, \quad (7)$$

其中 $|z_1| < k_{b_1}$.

注 1 定义 $k_{b_1} = k_{c_1} - Y_0$, 当 k_{c_1} 和 Y_0 给定时, k_{b_1} 为已知的正常数.

引理 3^[7] 对于任意正常数 k_{b_1} , 集合 $Z_1 = \{z_1 \in R : |z_1| < k_{b_1}\}$ 和 $I = R^l \times Z_1 \subset R^{l+1}$ 均为开集. 考虑系统

$$\dot{\eta} = h(t, \eta). \quad (8)$$

其中: $\eta = [\omega, z_1]^T \in I; h : R_+ \times I \rightarrow R^{l+1}$ 在 $R_+ \times I$ 上关于 t 分段连续, 同时关于 z_1 满足局部 Lipschitz 条件, 且对 t 一致成立. 假设存在函数 $U : R^l \rightarrow R_+$ 和 $V_1 : Z_1 \rightarrow R_+$, 分别在各自的定义域上连续可导且正定, 且使得

$$V_1(z_1) \rightarrow \infty, |z_1| \rightarrow k_{b_1}, \quad (9)$$

$$\beta_1(\|\omega\|) \leq U(\omega) \leq \beta_2(\|\omega\|), \quad (10)$$

其中 $\beta_1(\cdot), \beta_2(\cdot)$ 均为 K_∞ 类函数. 取 $V(\eta) = V_1(z_1) + U(\omega)$, $z_1(0) \in Z_1$, 当 $\eta \in I$ 时, 若不等式

$$\dot{V} = \frac{\partial V}{\partial \eta} h \leq -\alpha_0 V + \mu \quad (11)$$

成立, 其中 α_0, μ 均为正常数, 则 $\omega \in L_\infty$ 且 $z_1 \in Z_1, \forall t \in [0, \infty)$.

注 2 定义 $z_1 = y - y_d$, 有 $z_1(0) = x_1(0) - y_d(0) < k_{b_1}$, 即 $x_1(0)$ 初始值应满足 $x_1(0) < y_d(0) + k_{b_1}$.

引理 4^[7] 对于任意 $k_{b_1} > 0$, 当 $|z_1| < k_{b_1}$ 时, 如下不等式成立:

$$\ln \frac{k_{b_1}^2}{k_{b_1}^2 - z_1^2} < \frac{z_1^2}{k_{b_1}^2 - z_1^2}. \quad (12)$$

1.3 Nussbaum 函数

如果函数 $N(\varsigma)$ 满足性质

$$\limsup_{s \rightarrow \infty} \frac{1}{s} \int_0^s N(\varsigma) d\varsigma = +\infty,$$

$$\liminf_{s \rightarrow \infty} \frac{1}{s} \int_0^s N(\varsigma) d\varsigma = -\infty,$$

则 $N(\varsigma)$ 称为 Nussbaum 函数. 本文利用 Nussbaum 函数处理高频增益符号未知问题, 取 Nussbaum 函数为偶函数 $N(\varsigma) = \varsigma^2 \cos \varsigma$.

1.4 径向基函数神经网络

在紧集 $\Omega_y = \{y | |y| \leq M_y\} \subset R$ 上采用径向基函数神经网络逼近未知光滑非线性函数 $f_i(y)$, 即

$$f_i(y) = \theta_i^{*T} \varphi_i(y) + \delta_i(y), \quad (13)$$

其中 $\delta_i(y)$ 为逼近误差. 径向基函数 $\varphi_i(y) = [\varphi_{i1}(y), \varphi_{i2}(y), \dots, \varphi_{iM_i}(y)]^T \in R^{M_i}$, 选取 $\varphi_{ij}(y)$ 为高斯函数, 有

$$\varphi_{ij}(y) = \exp[-(y - \mu_{ij})^2 / b_{ij}^2]. \quad (14)$$

其中: $1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq M_i, \mu_{ij}$ 和 b_{ij} 分别为高斯函数的中心和宽度. 理想权重 θ_i^* 定义为

$$\theta_i^* = \arg \min_{\theta_i \in R^{M_i}} [\sup_{y \in \Omega_y} |\theta_i^T \varphi_i(y) - f_i(y)|]. \quad (15)$$

令

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I_{n-1} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, G = \begin{bmatrix} 0_{(n-m-1) \times 1} \\ b \end{bmatrix},$$

$$f^0(y) = [f_1^0(y), \dots, f_n^0(y)]^T,$$

$$f(y) = [f_1(y), \dots, f_n(y)]^T,$$

$$b = [b_m, \dots, b_1, b_0]^T, x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T,$$

$$\Delta(z, y, t) = [\Delta_1(z, y, t), \dots, \Delta_n(z, y, t)]^T,$$

则系统 (1) 可写为

$$\begin{cases} \dot{z} = q(z, y), \\ \dot{x} = Ax + f^0(y) + f(y) + \Delta(z, y, t) + Gu, \\ y = x_1. \end{cases} \quad (16)$$

为便于后面滤波器和控制器设计, 式 (16) 可改为

$$\begin{cases} \dot{z} = q(z, y), \\ \dot{x} = Ax + f^0(y) + F^T(y, u)\theta + \delta(y) + \Delta(z, y, t), \\ y = x_1. \end{cases} \quad (17)$$

其中

$$F^T(y, u) = \begin{bmatrix} 0_{(\rho-1) \times (m+1)} \\ I_{m+1} \end{bmatrix} u, \Phi^T(y),$$

$$\Phi^T(y) = \begin{bmatrix} \Phi_1(y) \\ \vdots \\ \Phi_n(y) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_1^T(y) & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \varphi_n^T(y) \end{bmatrix},$$

$$\delta(y) = \begin{bmatrix} \delta_1(y) \\ \vdots \\ \delta_n(y) \end{bmatrix},$$

$$\theta = \begin{bmatrix} b \\ \theta_f \end{bmatrix} \in R^{(m+1+N) \times 1},$$

$$\theta_f = \begin{bmatrix} \theta_1^* \\ \vdots \\ \theta_n^* \end{bmatrix}, N = \sum_{i=1}^n M_i.$$

2 基于神经网络逼近的 K 滤波器设计和观测器设计

设计 K 滤波器如下:

$$\begin{cases} \dot{\xi} = A_0\xi + Ly, \xi \in R^n, \\ \dot{\Omega}^T = A_0\Omega^T + F^T(y, u), \Omega^T \in R^{n \times (m+1+N)}. \end{cases} \quad (18)$$

其中: $L = [l_1, l_2, \dots, l_n]^T$, $A_0 = A - Le_1^T$, A_0 是一个 Hurwitz 矩阵. 存在

$$PA_0 + A_0^T P = -hI, P = P^T > 0, \quad (19)$$

其中 $h > 0$ 为一个设计常数.

定义状态估计

$$\hat{x} = \xi + \Omega^T \theta. \quad (20)$$

定义观测误差 $\varepsilon = x - \hat{x}$, 则有

$$x = \xi + \Omega^T \theta + \varepsilon, \quad (21)$$

$$\dot{\varepsilon} = A_0\varepsilon + f^0(y) + \delta(y) + \Delta(z, y, t). \quad (22)$$

取 $\Omega^T = [v_m, \dots, v_1, v_0, \Xi] \in R^{n \times (m+1+N)}$, 易知

$$A_0^j e_n = e_{n-j}, j = 0, 1, \dots, m. \quad (23)$$

令

$$v_j = A_0^j \lambda, j = 0, 1, \dots, m, \quad (24)$$

则有

$$\begin{aligned} \dot{v}_j &= A_0 v_j + e_{n-j} u, \\ v_j &\in R^n, j = 0, 1, \dots, m. \end{aligned} \quad (25)$$

令 $v_{i,j}$ 表示向量 v_i 的第 j 个分量, λ_l 表示向量 λ 的第 l 个分量, 由式 (24) 得到

$$v_{i,j} = [* \dots * 1] \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_{i+j} \end{bmatrix}. \quad (26)$$

其中: $i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n, \lambda_l = 0 (l > n)$. 由式 (18) 得到矩阵 Ξ 满足

$$\dot{\Xi} = A_0\Xi + \Phi^T(y). \quad (27)$$

由式 (23)~(26) 得到

$$\dot{\lambda} = A_0\lambda + e_n u. \quad (28)$$

由式 (18)、(27) 和 (28) 得到

$$\begin{cases} \dot{\xi} = A_0\xi + Ly, \xi \in R^n; \\ \dot{\Xi} = A_0\Xi + \Phi^T(y), \Xi \in R^{n \times N}; \\ \dot{\lambda} = A_0\lambda + e_n u, \lambda \in R^n. \end{cases} \quad (29)$$

又由式 (21) 可知

$$\begin{aligned} x_2 &= \xi_2 + [v_{m,2}, \dots, v_{1,2}, v_{0,2}, \Xi_{(2)}] \theta + \varepsilon_2 = \\ & [0, v_{m-1,2}, \dots, v_{1,2}, v_{0,2}, \Xi_{(2)}] \theta + \\ & b_m v_{m,2} + \xi_2 + \varepsilon_2, \end{aligned} \quad (30)$$

将式 (30) 代入 (1), 可得

$$\begin{aligned} \dot{y} &= x_2 + f_1^0(y) + f_1(y) + \Delta_1(z, y, t) = \\ & b_m v_{m,2} + \xi_2 + \bar{\omega}^T \theta + \varepsilon_2 + \delta_1(y) + \Delta_1 + f_1^0(y), \end{aligned} \quad (31)$$

其中

$$\bar{\omega}^T = [0, v_{m-1,2}, \dots, v_{1,2}, v_{0,2}, \Xi_{(2)} + \Phi_{(1)}^T]. \quad (32)$$

由式 (25) 和 (31) 得到如下 ρ 阶系统:

$$\begin{cases} \dot{y} = b_m v_{m,2} + \xi_2 + \bar{\omega}^T \theta + \varepsilon_2 + \delta_1(y) + \Delta_1 + f_1^0(y); \\ \dot{v}_{m,i} = v_{m,i+1} - l_i v_{m,1}, i = 2, 3, \dots, \rho - 1; \\ \dot{v}_{m,\rho} = u + v_{m,\rho+1} - l_\rho v_{m,1}. \end{cases} \quad (33)$$

即可用系统 (34) 替换系统 (1).

3 自适应动态面控制器设计

定义

$$V_\varepsilon = \varepsilon^T P \varepsilon, \quad (34)$$

由式 (2)、(19)、(22) 和 Young's 不等式得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_\varepsilon &= \varepsilon^T (PA_0 + A_0^T P) \varepsilon + 2\varepsilon^T P \delta + 2\varepsilon^T P \Delta + 2\varepsilon^T P f^0(y) = \\ & - (h-3) \varepsilon^T \varepsilon + \sum_{j=1}^n \|P\|^2 |f_j^0|^2 + \sum_{j=1}^n \|P\|^2 \delta_j^2 + \\ & \sum_{j=1}^n 2\|P\|^2 (\phi_{j1}^2(|y|) + \phi_{j2}^2(\|z\|)). \end{aligned} \quad (35)$$

由假设 4 和引理 1, 得

$$\|z\| \leq \alpha_1^{-1}(v + D_0), \quad (36)$$

$$\phi_{j2}^2(\|z\|) \leq \phi_{j2}^2 \circ \alpha_1^{-1}(v + D_0). \quad (37)$$

其中: $\phi_{j2}^2 \circ \alpha_1^{-1}(\cdot) = \phi_{j2}^2(\alpha_1^{-1}(\cdot))$, $0 \leq D(t_0, t) \leq D_0$, $\forall t \geq t_0$. 因为 D_0 为常数, $\phi_{j2}^2 \circ \alpha_1^{-1}(\cdot)$ 是一个非负连续函数, 由引理 2 得

$$\sum_{j=1}^n 2\|P\|^2 \phi_{j2}^2(\|z\|) \leq \|P\|^2 [\varphi_0(v) + \vartheta_0^*]. \quad (38)$$

其中: $\varphi_0(\cdot)$ 为未知非负连续函数, ϑ_0^* 为未知正常数.

将式 (38) 代入 (35), 得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_\varepsilon &\leq \\ & - (h-3) \varepsilon^T \varepsilon + \sum_{j=1}^n \|P\|^2 |f_j^0|^2 + \sum_{j=1}^n \|P\|^2 \delta_j^2 + \\ & \sum_{j=1}^n 2\|P\|^2 \phi_{j1}^2(|y|) + \|P\|^2 \varphi_0(v) + \|P\|^2 \vartheta_0^*. \end{aligned} \quad (39)$$

一些符号定义如下: $\bar{z}_i = [z_1, z_2, \dots, z_i]^T$, $1 \leq i \leq \rho$, $\bar{y}_j = [y_2, y_3, \dots, y_j]^T$, $2 \leq j \leq \rho$, $y_j = \omega_j - \alpha_{j-1}$, $2 \leq j \leq \rho$, α_{j-1}, ω_j 分别为一阶滤波器输入和输出. 控制器的设计分为 ρ 步, 设计过程基于如下坐标变换:

$$z_1 = z_1, z_i = v_{m,i} - \omega_i, i = 2, 3, \dots, \rho.$$

Step 1 取 $\omega_1 = y_d$, 定义第 1 个动态面为

$$z_1 = y - \omega_1. \quad (40)$$

由式(33)得

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 = & \\ b_m v_{m,2} + \xi_2 + \bar{\omega}^T \theta + \varepsilon_2 + \delta_1(y) + \Delta_1 + f_1^0(y) - \dot{y}_d. \end{aligned} \quad (41)$$

设计虚拟控制律 α_1 、参数 ς 自适应律如下:

$$\alpha_1 = N(\varsigma) \left[k_1 z_1 + \xi_2 + \bar{\omega}^T \hat{\theta} + f_1^0(y) + \frac{z_1 \hat{\theta}_0}{2a_0^2(k_{b1}^2 - z_1^2)} \|\psi_1(X)\|^2 \right], \quad (42)$$

$$\begin{aligned} \dot{\varsigma} = & \frac{z_1}{k_{b1}^2 - z_1^2} \left[k_1 z_1 + \xi_2 + \bar{\omega}^T \hat{\theta} + f_1^0(y) + \frac{z_1 \hat{\theta}_0}{2a_0^2(k_{b1}^2 - z_1^2)} \|\psi_1(X)\|^2 \right]. \end{aligned} \quad (43)$$

其中: $N(\varsigma) = \varsigma^2 \cos \varsigma$; $k_1 > 0, a_0 > 0$ 为待定设计常数; $\hat{\theta}_0, \hat{\theta}$ 分别为 θ_0 和 θ 的估计, $\theta_0 = \|W_1\|^2$, $\tilde{\theta} = \theta - \hat{\theta}$, $\tilde{\theta}_0 = \theta_0 - \hat{\theta}_0$.

引入一阶滤波器

$$\tau_2 \dot{\omega}_2 + \omega_2 = \alpha_1, \quad \omega_2(0) = \alpha_1(0). \quad (44)$$

又 $y_2 = \omega_2 - \alpha_1$, 则 $\dot{\omega}_2 = -y_2/\tau_2$, $v_{m,2} = z_2 + y_2 + \alpha_1$. 定义

$$V_{z1} = \frac{1}{2} \ln \frac{k_{b1}^2}{k_{b1}^2 - z_1^2}. \quad (45)$$

由式(41)~(43)和(45), 得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_{z1} = & \frac{z_1 \dot{z}_1}{k_{b1}^2 - z_1^2} = \\ & \frac{b_m z_1 z_2}{k_{b1}^2 - z_1^2} + \frac{b_m z_1 y_2}{k_{b1}^2 - z_1^2} + (b_m N(\varsigma) + 1) \dot{\varsigma} - \\ & \frac{k_1 z_1^2}{k_{b1}^2 - z_1^2} + \frac{z_1 \bar{\omega}^T \tilde{\theta}}{k_{b1}^2 - z_1^2} - \frac{z_1 \dot{y}_d}{k_{b1}^2 - z_1^2} - \\ & \frac{z_1 \hat{\theta}_0}{2a_0^2(k_{b1}^2 - z_1^2)^2} \|\psi_1(X)\|^2 + \frac{z_1 \varepsilon_2}{k_{b1}^2 - z_1^2} + \\ & \frac{z_1 \delta_1}{k_{b1}^2 - z_1^2} + \frac{z_1 \Delta_1}{k_{b1}^2 - z_1^2}. \end{aligned} \quad (46)$$

由 Young's 不等式、假设3和引理2得

$$\frac{b_m z_1 z_2}{k_{b1}^2 - z_1^2} \leq \frac{b_{\max} z_1^2}{(k_{b1}^2 - z_1^2)^2} + \frac{1}{4} b_{\max} z_2^2, \quad (47)$$

$$\frac{b_m z_1 y_2}{k_{b1}^2 - z_1^2} \leq \frac{b_{\max} z_1^2}{(k_{b1}^2 - z_1^2)^2} + \frac{1}{4} b_{\max} y_2^2, \quad (48)$$

$$\frac{z_1 \varepsilon_2}{k_{b1}^2 - z_1^2} \leq \frac{z_1^2}{(k_{b1}^2 - z_1^2)^2} + \frac{1}{4} \varepsilon_2^2, \quad (49)$$

$$\frac{z_1 \delta_1}{k_{b1}^2 - z_1^2} \leq \frac{z_1^2}{(k_{b1}^2 - z_1^2)^2} + \frac{1}{4} \delta_1^2, \quad (50)$$

$$\begin{aligned} \frac{z_1 \Delta_1}{k_{b1}^2 - z_1^2} \leq & \frac{z_1^2 \phi_{11}^2(|y|)}{a_{11}^2(k_{b1}^2 - z_1^2)^2} + \frac{z_1^2}{a_1^2(k_{b1}^2 - z_1^2)^2} \varphi_1^2(v) + \\ & \frac{z_1^2}{(k_{b1}^2 - z_1^2)^2} + \frac{a_{11}^2}{4} + \frac{a_1^2}{4} + \frac{\vartheta_0^*}{4}, \end{aligned} \quad (51)$$

其中 a_{11}, a_1 均为正常数. 将式(47)~(51)代入(46), 得到

$$\dot{V}_{z1} \leq -\frac{k_1 z_1^2}{k_{b1}^2 - z_1^2} + \frac{1}{4} b_{\max} z_2^2 + \frac{1}{4} b_{\max} y_2^2 +$$

$$\begin{aligned} & \frac{z_1 \bar{\omega}^T \tilde{\theta}}{k_{b1}^2 - z_1^2} + \frac{z_1}{k_{b1}^2 - z_1^2} H_1(X) + (b_m N(\varsigma) + 1) \dot{\varsigma} - \\ & \frac{z_1^2 \hat{\theta}_0}{2a_0^2(k_{b1}^2 - z_1^2)^2} \|\psi_1(X)\|^2 - \frac{z_1^2}{(k_{b1}^2 - z_1^2)^2} + \\ & \frac{1}{4} \delta_1^2 + \frac{1}{4} \varepsilon_2^2 + \frac{a_{11}^2}{4} + \frac{a_1^2}{4} + \frac{\vartheta_0^*}{4}. \end{aligned} \quad (52)$$

取

$$\begin{aligned} H_1(X) = & -\dot{y}_d + \frac{z_1 \phi_{11}^2(|y|)}{a_{11}^2(k_{b1}^2 - z_1^2)} + \\ & \frac{(2b_{\max} + 4)z_1}{k_{b1}^2 - z_1^2} + \frac{z_1 \varphi_1^2(v)}{a_1^2(k_{b1}^2 - z_1^2)}, \end{aligned}$$

其中 $X = [y, v, y_d, \dot{y}_d]^T \in R^4$. 采用径向基函数逼近未知函数 $H_1(X)$, 有

$$H_1(X) = W_1^T \psi_1(X) + B_1(X). \quad (53)$$

其中: W_1 为理想权向量, $\psi_1(X)$ 为径向基函数向量, $B_1(X)$ 为逼近误差. 又由 $\theta_0 = \|W_1\|^2$ 和 Young's 不等式得到

$$\frac{z_1 W_1^T \psi_1(X)}{k_{b1}^2 - z_1^2} \leq \frac{z_1^2 \theta_0}{2a_0^2(k_{b1}^2 - z_1^2)^2} \|\psi_1(X)\|^2 + \frac{a_0^2}{2}, \quad (54)$$

$$\frac{z_1 B_1(X)}{k_{b1}^2 - z_1^2} \leq \frac{z_1^2}{(k_{b1}^2 - z_1^2)^2} + \frac{B_1^2(X)}{4}. \quad (55)$$

存在一个非负连续函数使得

$$|B_1(X)| \leq \kappa(y, v, y_d, \dot{y}_d). \quad (56)$$

取

$$V_1 = V_{z1} + V_\varepsilon + v/\lambda_0, \quad (57)$$

则有

$$\dot{V}_1 = \dot{V}_{z1} + \dot{V}_\varepsilon + \dot{v}/\lambda_0. \quad (58)$$

将式(5)、(39)、(52)和(54)~(56)代入(58), 得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 \leq & \\ & -\frac{k_1 z_1^2}{k_{b1}^2 - z_1^2} - \left(h - \frac{13}{4}\right) \varepsilon^T \varepsilon + \\ & \frac{1}{4} b_{\max} z_2^2 + \frac{1}{4} b_{\max} y_2^2 + \frac{z_1 \bar{\omega}^T \tilde{\theta}}{k_{b1}^2 - z_1^2} - \frac{\bar{c}v}{\lambda_0} + \\ & \frac{z_1^2 \tilde{\theta}_0}{2a_0^2(k_{b1}^2 - z_1^2)^2} \|\psi_1(X)\|^2 + (b_m N(\varsigma) + 1) \dot{\varsigma} + \\ & \frac{\kappa^2}{4} + c_1 + Q(y, v). \end{aligned} \quad (59)$$

其中

$$\begin{aligned} Q(y, v) = & \sum_{j=1}^n \|P\|^2 |f_j^0|^2 + \sum_{j=1}^n \|P\|^2 \delta_j^2(y) + \\ & \sum_{j=1}^n 2\|P\|^2 \phi_{j1}^2(|y|) + \delta_1^2(y)/4 + \\ & \|P\|^2 \varphi_0(v) + \bar{\gamma}(|y|)/\lambda_0, \end{aligned}$$

$$c_1 = \frac{d}{\lambda_0} + \frac{a_{11}^2}{4} + \frac{a_1^2}{4} + \frac{\vartheta_0^*}{4} + \frac{a_0^2}{2} + \|P\|^2 \vartheta_0^*.$$

由 $y_2 = \omega_2 - \alpha_1$ 和式(42)可知, 存在一个非负连续函数 $\eta_2(\bar{z}_2, y_2, \hat{\theta}_0, \hat{\theta}, v, \xi, \Xi, \bar{\lambda}_{m+2}, \varepsilon_2, \varsigma, y_d, \dot{y}_d, \ddot{y}_d)$, 使得

$|\dot{y}_2 + y_2/\tau_2| \leq \eta_2$, 进而得到 $y_2(\dot{y}_2 + y_2/\tau_2) \leq |y_2||\dot{y}_2 + y_2/\tau_2| \leq |y_2|\eta_2$, 有

$$y_2\dot{y}_2 \leq -\frac{y_2^2}{\tau_2} + y_2^2 + \frac{\eta_2^2}{4}. \quad (60)$$

Step i ($2 \leq i \leq \rho-1$) 定义第 i 个动态面为 $z_i = v_{m,i} - \omega_i$, 有

$$\dot{z}_i = v_{m,i+1} - l_i v_{m,1} - \dot{\omega}_i. \quad (61)$$

取

$$\alpha_i = -k_i z_i + l_i v_{m,1} + \dot{\omega}_i, \quad (62)$$

其中 k_i 为正设计常数.

引入一阶滤波器

$$\tau_{i+1}\dot{\omega}_{i+1} + \omega_{i+1} = \alpha_i, \quad \omega_{i+1}(0) = \alpha_i(0), \quad (63)$$

又 $y_{i+1} = \omega_{i+1} - \alpha_i$, 则 $\dot{\omega}_{i+1} = -y_{i+1}/\tau_{i+1}$, $v_{m,i+1} = z_{i+1} + y_{i+1} + \alpha_i$. 取

$$V_{z_i} = \frac{1}{2}z_i^2, \quad (64)$$

则有

$$\begin{aligned} \dot{V}_{z_i} &= z_i(v_{m,i+1} - l_i v_{m,1} - \dot{\omega}_i) = \\ &= -k_i z_i^2 + z_i z_{i+1} + z_i y_{i+1} \leq \\ &= -(k_i - 2)z_i^2 + z_{i+1}^2/4 + y_{i+1}^2/4. \end{aligned} \quad (65)$$

由 $y_{i+1} = \omega_{i+1} - \alpha_i$ 和式 (62) 可知, 存在一个非负连续函数 $\eta_{i+1}(\bar{z}_{i+1}, \bar{y}_{i+1}, \hat{\theta}_0, \hat{\theta}, v, \xi, \Xi, \bar{\lambda}_{m+2}, \varepsilon_2, \varsigma, y_d, \dot{y}_d, \ddot{y}_d)$, 使得 $|\dot{y}_{i+1} + y_{i+1}/\tau_{i+1}| \leq \eta_{i+1}$, 进而得到 $y_{i+1}(\dot{y}_{i+1} + y_{i+1}/\tau_{i+1}) \leq |y_{i+1}||\dot{y}_{i+1} + y_{i+1}/\tau_{i+1}| \leq |y_{i+1}|\eta_{i+1}$, 有

$$y_{i+1}\dot{y}_{i+1} \leq -y_{i+1}^2/\tau_{i+1} + y_{i+1}^2 + \eta_{i+1}^2/4. \quad (66)$$

Step ρ 定义第 ρ 个动态面为 $z_\rho = v_{m,\rho} - \omega_\rho$, 有

$$\dot{z}_\rho = u + v_{m,\rho+1} - l_\rho v_{m,1} - \dot{\omega}_\rho. \quad (67)$$

取控制律为

$$u = -k_\rho z_\rho - v_{m,\rho+1} + l_\rho v_{m,1} + \dot{\omega}_\rho, \quad (68)$$

其中 k_ρ 为正设计常数, 则 $\dot{z}_\rho = -k_\rho z_\rho$. 取

$$V_{z_\rho} = \frac{1}{2}z_\rho^2, \quad (69)$$

则有

$$\dot{V}_{z_\rho} = z_\rho \dot{z}_\rho = -k_\rho z_\rho^2. \quad (70)$$

取参数 $\hat{\theta}, \hat{\theta}_0$ 的自适应律分别为

$$\dot{\hat{\theta}} = \gamma_1 \left(\frac{\bar{\omega} z_1}{k_{b1}^2 - z_1^2} - \sigma_1 \hat{\theta} \right), \quad (71)$$

$$\dot{\hat{\theta}}_0 = \gamma_2 \left(\frac{z_1^2 \|\psi_1(X)\|^2}{2a_0^2(k_{b1}^2 - z_1^2)^2} - \sigma_2 \hat{\theta}_0 \right), \quad (72)$$

其中 $\gamma_1, \gamma_2, \sigma_1, \sigma_2$ 均为正的设计常数.

4 稳定性分析

定理 1 考虑由系统 (1)、控制律 (68)、自适应律 (71) 和 (72) 组成的闭环系统, 若假设 1~假设 4 成立, 则对于任意给定的正常数 p 和初始条件 $V(0) \leq p$,

$z_1(0) \in Z_1 = \{z_1 \in R : |z_1| < k_{b1}\}$, 满足下式的正常数 α_0, k_i, τ_i, h 使得闭环系统半全局一致终结有界:

$$\alpha_0 = \min\{\bar{c}, \gamma_1 \sigma_1, \gamma_2 \sigma_2\},$$

$$k_1 \geq \alpha_0/2,$$

$$k_i \geq b_{\max}/4 + 9/4 + \alpha_0/2, \quad 2 \leq i \leq \rho,$$

$$\tau_i^{-1} \geq b_{\max}/4 + 5/4 + \alpha_0/2, \quad 2 \leq i \leq \rho,$$

$$h \geq 13/4 + \alpha_0 \lambda_{\max}(P). \quad (73)$$

且输出满足 $|y| \leq k_{c1}, \forall t \geq 0$.

证明 取如下的 Lyapunov 函数:

$$\begin{aligned} V &= V_\varepsilon + v/\lambda_0 + V_{z_1} + \sum_{i=2}^{\rho} V_{z_i} + \frac{1}{2} \sum_{i=2}^{\rho} y_i^2 + \\ &= \frac{1}{2\gamma_1} \bar{\theta}^T \bar{\theta} + \frac{1}{2\gamma_2} \bar{\theta}_0^2. \end{aligned} \quad (74)$$

则有

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \dot{V}_\varepsilon + \dot{v}/\lambda_0 + \dot{V}_{z_1} + \sum_{i=2}^{\rho} \dot{V}_{z_i} + \sum_{i=2}^{\rho} y_i \dot{y}_i + \\ &= \frac{1}{\gamma_1} \bar{\theta}^T \dot{\bar{\theta}} + \frac{1}{\gamma_2} \bar{\theta}_0 \dot{\bar{\theta}}_0. \end{aligned} \quad (75)$$

将式 (59)、(66)、(71) 和 (72) 代入 (75), 得到

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq \\ &= -\left(h - \frac{13}{4}\right) \varepsilon^T \varepsilon - \frac{k_1 z_1^2}{k_{b1}^2 - z_1^2} - \frac{\bar{c}v}{\lambda_0} - \\ &= \sum_{i=2}^{\rho} \left(k_i - \frac{1}{4}b_{\max} - \frac{9}{4}\right) z_i^2 - \frac{\sigma_1}{2} \|\bar{\theta}\|^2 - \\ &= \sum_{i=2}^{\rho} \left(\frac{1}{\tau_i} - \frac{1}{4}b_{\max} - \frac{5}{4}\right) y_i^2 - \frac{\sigma_2}{2} |\bar{\theta}_0|^2 + \\ &= \frac{\sigma_1}{2} \|\bar{\theta}\|^2 + \frac{\sigma_2}{2} |\bar{\theta}_0|^2 + \frac{1}{4} \kappa^2 + \sum_{i=2}^{\rho} \frac{1}{4} \eta_i^2 + c_1 + \\ &= (b_m N(\varsigma) + 1) \zeta + Q(y, v) \leq \\ &= -\alpha_0 V + \mu_0 + Q(y, v) + \frac{1}{4} \kappa^2 + \sum_{i=2}^{\rho} \frac{1}{4} \eta_i^2 + \\ &= (b_m N(\varsigma) + 1) \zeta, \end{aligned} \quad (76)$$

其中 $\mu_0 = \sigma_1 \|\bar{\theta}\|^2/2 + \sigma_2 |\bar{\theta}_0|^2/2 + c_1$. 当 $V \leq p$ 时, $V_i \leq p$. 由式 (57)、(64) 和 (69) 得到 $\varepsilon, v, z_1, \dots, z_\rho, y_2, \dots, y_\rho, \hat{\theta}, \hat{\theta}_0$ 均有界. 由 $z_1 = y - y_d$ 得 $y \in L_\infty$. 由 $y \in L_\infty$ 和式 (36) 得 $z \in L_\infty$. 由式 (29) 和 (71) 得 $\bar{\omega}, \xi, \Xi \in L_\infty$. 由 $\bar{\omega} \in L_\infty$ 得 $v_{0,2}, v_{1,2}, \dots, v_{m-1,2} \in L_\infty$. 由式 (25) 得 $\dot{v}_{0,1} = v_{0,2} - l_1 v_{0,1}$, 则 $v_{0,1} \in L_\infty$. 由式 (1)、(28) 得

$$\lambda_i = \frac{s^{i-1} + l_1 s^{i-2} + \dots + l_{i-1}}{L(s)B(s)} \times$$

$$\left\{ \frac{d^n y}{dt^n} - \sum_{i=1}^n \frac{d^{n-i}}{dt^{n-i}} [f_i^0(y) + f_i(y) + \Delta_i(z, y, t)] \right\}, \quad (77)$$

其中 $L(s) = s^n + l_1 s^{n-1} + \dots + l_n$. 因为 $\Delta_i(z, y, t)$,

$f_i(y), f_i^0(y)$ 均为光滑函数, 且 $y \in L_\infty, z \in L_\infty$, 结合式(77)可知, $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{m+1} \in L_\infty$. 由式(26)得 $v_{m,1} \in L_\infty$, 又因 $\dot{v}_{m,1} = v_{m,2} - l_1 v_{m,1}$, 则 $v_{m,2} \in L_\infty$. 进一步, 由 $v_{m,2} = z_2 + y_2 + \alpha_1$ 可知, $\alpha_1 \in L_\infty$. 由式(42)和(43)可知, $N(\varsigma), \varsigma, \dot{\varsigma} \in L_\infty$. 由式(62)、(68)和 $v_{m,i+1} = z_{i+1} + y_{i+1} + \alpha_i$ 得 $v_{m,2}, \dots, v_{m,\rho}, \alpha_2, \dots, \alpha_i, u \in L_\infty$. 进一步, 根据式(24)得到 $\lambda \in L_\infty$. 因为 $Q(y, v), \kappa^2$ 和 η_i^2 都是非负连续函数, 存在一个未知正常数 μ_1 , 使得

$$Q(y, v) + \frac{1}{4}\kappa^2 + \sum_{i=2}^{\rho} \frac{1}{4}\eta_i^2 \leq \mu_1.$$

又因为 $N(\varsigma), \varsigma, \dot{\varsigma} \in L_\infty$, 存在一个未知正常数 μ_2 , 使得 $(b_m N(\varsigma) + 1)\dot{\varsigma} \leq \mu_2$, 则有

$$\dot{V} \leq -\alpha_0 V + \mu, \quad (78)$$

其中 $\mu = \mu_0 + \mu_1 + \mu_2$. 当 $\alpha_0 \geq \mu/p$ 时, $\dot{V} \leq 0$. 又因为 $V(0) \leq p$, 有 $V(t) \leq p, \forall t \geq 0$.

考虑由系统(1)、控制律(68)、自适应律(71)和(72)组成的闭环系统 $\dot{\eta} = h(t, \eta)$, 其中 $\eta = [\omega^T, z_1]^T$, $\omega = [\varepsilon^T, v, z_2, \dots, z_\rho, y_2, \dots, y_\rho, \tilde{\theta}^T, \tilde{\theta}_0]^T$. 取

$$V_{z_1} = \ln[k_{b_1}^2 / (k_{b_1}^2 - z_1^2)],$$

$$U(\omega) = \varepsilon^T P \varepsilon + \frac{v}{\lambda_0} + \sum_{i=2}^{\rho} \frac{z_i^2}{2} + \sum_{i=2}^{\rho} \frac{y_i^2}{2} + \frac{\tilde{\theta}^T \tilde{\theta}}{2\gamma_1} + \frac{\tilde{\theta}_0^2}{2\gamma_2},$$

有 $V = V_{z_1} + U(\omega)$. 易得当 $|z_1| \rightarrow k_{b_1}$ 时, $V_{z_1} \rightarrow \infty$, $\beta_1(\|\omega\|) \leq U(\omega) \leq \beta_2(\|\omega\|)$, 其中

$$\beta_1(\|\omega\|) = \underline{m}\|\omega\|^2, \quad \beta_2(\|\omega\|) = \bar{M}\|\omega\|^2,$$

$$\underline{m} = \min\{\lambda_{\min}(P), 1/\lambda_0, 0.5, 1/(2\gamma_1), 1/(2\gamma_2)\},$$

$$\bar{M} = \max\{\lambda_{\max}(P), 1/\lambda_0, 0.5, 1/(2\gamma_1), 1/(2\gamma_2)\},$$

且 $\beta_1(\|\omega\|)$ 和 $\beta_2(\|\omega\|)$ 均为 K_∞ 类函数. 又因 $|z_1(0)| < k_{b_1}$, 由引理3得 $|z_1(t)| < k_{b_1}, \forall t \geq 0$.

由式(78)得到

$$\frac{1}{2} \ln \frac{k_{b_1}^2}{k_{b_1}^2 - z_1^2} \leq V(t) \leq \bar{n}, \quad (79)$$

其中 $\bar{n} = \mu/\alpha_0 + [V(0) - \mu/\alpha_0]e^{-\alpha_0 t}$. 由式(79)求得 $|z_1(t)| \leq k_{b_1} \sqrt{1 - e^{-2\bar{n}}}$. 又因为 $y = z_1 + y_d, |y_d| \leq Y_0$, 则有

$$|y| \leq |z_1| + |y_d| \leq$$

$$k_{b_1} \sqrt{1 - e^{-2\bar{n}}} + Y_0 < k_{b_1} + Y_0 = k_{c_1}.$$

注3 由上面分析可知

$$|y| \leq |z_1| + |y_d| \leq k_{b_1} \sqrt{1 - e^{-2\bar{n}}} + Y_0,$$

则 $|y|$ 的趋近界与 y_d, k_{b_1} 和 \bar{n} 的大小有关, 且 $|y|$ 的趋近界随 \bar{n} 的减小而减小. 当 y_d, k_{b_1} 确定后, 可通过适当减小 \bar{n} 获得较小的 $|y|$ 趋近界. 分析函数 $\bar{n} = \mu/\alpha_0 + [V(0) - \mu/\alpha_0]e^{-\alpha_0 t}$ 可知, 对于给定的正数 p 、初值 $V(0)$ 和正数 \bar{c}, \bar{n} 的趋近值随 α_0 的增大而减小. 又由

式(73)可知 $\alpha_0 = \min\{\bar{c}, \gamma_1 \sigma_1, \gamma_2 \sigma_2\}$, 则增大参数 γ_1, γ_2 可增大 α_0 , 从而可以获得较小的 $|y|$ 的趋近界.

注4 当系统(1)无输出约束时, 自适应律设计如下:

$$\dot{\hat{\theta}} = \gamma_1(\bar{\omega} z_1 - \sigma_1 \hat{\theta}), \quad (80)$$

$$\dot{\hat{\theta}}_0 = \gamma_2(z_1^2 \|\psi_1(X)\|^2 / (2a_0^2) - \sigma_2 \hat{\theta}_0), \quad (81)$$

$$\dot{\varsigma} = z_1[k_1 z_1 + \xi_2 + \bar{\omega}^T \hat{\theta} + f_1^0(y) + z_1 \hat{\theta}_0 \|\psi_1(X)\|^2 / 2a_0^2]. \quad (82)$$

虚拟控制律 α_i 设计如下:

$$\alpha_1 = N(\varsigma)[k_1 z_1 + \xi_2 + \bar{\omega}^T \hat{\theta} + f_1^0(y) + z_1 \hat{\theta}_0 \|\psi_1(X)\|^2 / 2a_0^2]; \quad (83)$$

$$\alpha_i = -k_i z_i + l_i v_{m,1} + \dot{\omega}_i, \quad i = 2, 3, \dots, \rho - 1. \quad (84)$$

控制律 u 设计如下:

$$u = -k_\rho z_\rho - v_{m,\rho+1} + l_\rho v_{m,1} + \dot{\omega}_e. \quad (85)$$

类似于文献[17]的分析, 易得结论成立. \square

5 数值仿真

考虑如下输出反馈非线性系统:

$$\begin{cases} \dot{z} = q(z, y), \\ \dot{x}_1 = x_2 + (x_1^3 - x_1)/(1 + x_1^4) + \Delta_1(z, y, t), \\ \dot{x}_2 = x_1^2 + \sin x_1 + u + \Delta_2(z, y, t), \\ y = x_1. \end{cases} \quad (86)$$

其中: $f_1^0(y) = 0, f_2^0(y) = \sin x_1$, 期望轨迹 $y_d = 0.5 \sin(4t)$. 取初始状态 $x(0) = [0.05, 0.2]^T$, 分两种情况进行仿真.

情况1 系统有未建模无输出约束时, 取 $q(z, y) = -0.05z + x_1^2, \Delta_1(z, y, t) = 0.1 \sin(0.1t) + 2z, \Delta_2(z, y, t) = 0.5 \sin t + x_1 z$, 动态信号 $\dot{v} = -0.6\nu + 1.1y^4 + 1.5$.

情况2 当系统有未建模有输出约束时, 在情况1的基础上, 要求满足输出约束 $|y| \leq k_{c_1} = 0.8$. 因为 $|y_d| \leq 0.5$, 有 $k_{b_1} = 0.8 - 0.5 = 0.3$. 由 $x_1(0) = 0.05$ 和 $y_d(0) = 0$ 可得 $z_1(0) = x_1(0) - y_d(0) = 0.05$, z_1 初值满足 $|z_1(0)| < k_{b_1} = 0.3$. 仿真结果如图1和图2所示. 由图1和图2可见, 系统在情况1下, 输出 y 相对 y_d 有较大的超调量, 且需较长时间才能跟踪到 y_d . 情况

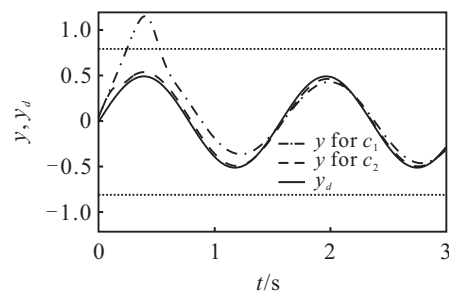


图1 两种情况下的输出 y 和期望的轨迹 y_d

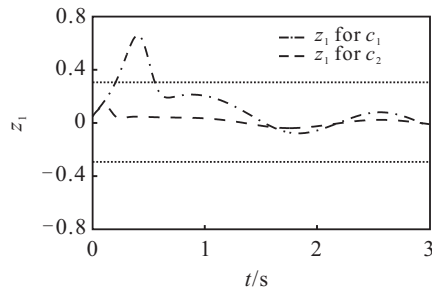


图 2 两种情况下的跟踪误差 z_1

2 在情况 1 的基础上加入了输出约束, 此时 y 相对情况 1 超调量和过渡过程时间大大减小. 情况 2 的输出 y 最终能很好地跟踪 y_d , 且满足 $|y| \leq k_{c1} = 0.8$.

6 结 论

本文针对一类具有未建模动态和输出约束的输出反馈非线性系统, 利用 K 滤波器、Nussbaum 函数、BLF, 并引入一个动态信号, 提出了一种自适应动态面控制方案. 通过保证 BLF 的有界性, 达到了限制输出的目的. 理论分析证明了闭环控制系统是半全局一致终结有界且满足输出约束, 仿真结果验证了所提出方案的有效性.

参考文献(References)

- [1] Limon D, Alvarado I, Alamo T, et al. MPC for tracking piecewise constant references for constrained linear systems[J]. Automatica, 2008, 44(9): 2382-2387.
- [2] Kogiso K, Hirata K. Reference governor for constrained systems with time-varying references[J]. Robotics and Autonomous Systems, 2009, 57(3): 289-295.
- [3] Herrmann G, Turner M C, Postlethwaite I. A robust override scheme enforcing strict output constraints for a class of strictly proper systems[J]. Automatica, 2008, 44(3): 753-760.
- [4] Hatanaka T, Takaba K. Computations of probabilistic output admissible set for uncertain constrained systems[J]. Automatica, 2008, 44(2): 479-487.
- [5] Tee K P, Ge S S, Tay E H. Barrier Lyapunov functions for the control of output-constrained nonlinear systems[J]. Automatica, 2009, 45(4): 918-927.
- [6] Tee K P, Ren B B, Ge S S. Control of nonlinear systems with time-varying output constraints[J]. Automatica, 2011, 47(11): 2511-2516.
- [7] Ren B B, Ge S S, Tee K P, et al. Adaptive neural control for output feedback nonlinear systems using a barrier lyapunov function[J]. IEEE Trans on Neural Networks, 2010, 21(8): 1339-1345.
- [8] Li Y M, Tong S C, Li T S. Adaptive fuzzy output-feedback control for output constrained nonlinear systems in the presence of input saturation[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2014, 248: 138-155.
- [9] Kim B S, Yoo S G. Adaptive control of nonlinear pure-feedback systems with output Constraints: Integral barrier lyapunov functional approach[J]. Int J of Control, Automation, and Systems, 2015, 13(1): 249-256.
- [10] He W, Dong Y T, Sun C Y. Adaptive neural network of unknown affine systems with input deadzone and output constraint[J]. ISA Transactions, 2015, 58: 96-104.
- [11] Niu B, Liu L N, Liu Y Y. Adaptive backstepping-based fuzzy tracking control scheme for output-constrained nonlinear switched lower triangular systems with time delays[J]. Neurocomputing, 2016, 175: 759-767.
- [12] Jiang Z P, Praly L. Design of robust adaptive controllers for nonlinear systems with dynamic uncertainties[J]. Automatica, 1998, 34(7): 825-840.
- [13] Jiang Z P, Hill D J. A robust adaptive back-stepping scheme for nonlinear systems with unmodeled dynamics[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1999, 44(9): 1705-1711.
- [14] Tong S C, Liu C L, Li Y M. Fuzzy-adaptive decentralized output-feedback control for large-scale nonlinear systems with dynamical uncertainties[J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 2010, 18(5): 845-861.
- [15] Chen T S, Hung J. A small gain approach to global stabilization of nonlinear feedforward systems with input unmodeled dynamics[J]. Automatica, 2010, 46(6): 1028-1034.
- [16] 张天平, 高志远. 具有动态不确定性的自适应动态面控制[J]. 控制与决策, 2013, 28(10): 1541-1546. (Zhang T P, Gao Z Y. Adaptive dynamic surface control including dynamic uncertainties[J]. Control and Decision, 2013, 28(10): 1541-1546.)
- [17] Xia X N, Zhang T P. Adaptive output feedback dynamic surface control of nonlinear systems with unmodeled dynamics and unknown high-frequency gain sign[J]. Neurocomputing, 2014, 143: 312-321.
- [18] Tong S C, Wang T, Li Y M, et al. Adaptive neural network output feedback control for stochastic nonlinear systems with unknown dead-zone and un-modeled dynamics[J]. IEEE Trans on Cybernetics, 2014, 44(6): 910-921.
- [19] Hou Y X, Tong S C. Adaptive fuzzy output feedback control for a class of nonlinear switched systems with unmodeled dynamics[J]. Neurocomputing, 2015, 35: 385-393.

(责任编辑: 郑晓蕾)